



MARIA HELENA NUNES INFANTE

Licenciatura em Matemática Aplicada à Gestão do Risco

MINIMIZAÇÃO DE RISCO E INVESTIMENTO

PERÍODO COVID E PÓS-COVID

MESTRADO EM MATEMÁTICA E APLICAÇÕES
ESPECIALIDADE EM RAMO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COMPUTACIONAL

Universidade NOVA de Lisboa
Setembro, 2024

MINIMIZAÇÃO DE RISCO E INVESTIMENTO

PERÍODO COVID E PÓS-COVID

MARIA HELENA NUNES INFANTE

Licenciatura em Matemática Aplicada à Gestão do Risco

(pt)**Orientador:** Doutor Joaquim Amaro Graça Pires Faia e Pina Catalão Lopes
Professor Associado do Departamento de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade NOVA de Lisboa

Coorientadora: Doutora Marta Cristina Vieira Faias Mateus
Professora Associada do Departamento de Matemática, FCT-NOVA

Júri

Presidente: Doutor Frederico Almeida Gião Gonçalves Caeiro
Professor Associado do Departamento de Matemática, FCT-NOVA

Arguente: Doutor Miguel dos Santos Fonseca
Professor Auxiliar do Departamento de Matemática, FCT-NOVA

MESTRADO EM MATEMÁTICA E APLICAÇÕES
ESPECIALIDADE EM RAMO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COMPUTACIONAL

Universidade NOVA de Lisboa
Setembro, 2024

Minimização de risco e investimento período Covid e Pós-Covid

Copyright © Maria Helena Nunes Infante, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A realização desta tese não teria sido possível sem o apoio e colaboração de diversas pessoas a quem gostaria de expressar o meu mais sincero agradecimento.

Aos meus orientadores, professor Joaquim Pina e professora Marta Faias, quero agradecer profundamente pela orientação sábia e pelas sugestões sempre valiosas ao longo deste percurso. A vossa paciência, disponibilidade e apoio foram essenciais para a concretização deste trabalho, e deixo aqui o meu reconhecimento por todo o vosso empenho.

À minha família, especialmente aos meus pais, por estarem sempre presentes com o seu apoio incondicional, não só ao longo deste projeto, mas em todas as fases da minha vida. O vosso carinho, compreensão e força deram-me a estabilidade necessária para alcançar este objetivo.

Agradeço também a mim própria pela capacidade de superação e dedicação, que me permitiram manter o foco e a motivação, mesmo nos momentos mais difíceis. Sem essa perseverança, este trabalho não teria sido possível.

A todos os que, de uma forma ou de outra, contribuíram para esta etapa, deixo o meu mais sincero agradecimento.

RESUMO

O presente trabalho investiga a constituição e o desempenho das carteiras de variância mínima nos períodos Covid e Pós-Covid, utilizando alternativamente as metodologias Média Móvel e Modelo DCC. Adicionalmente, é feita uma análise *out-of-sample*, com previsão de pesos na carteira, com modelos ARIMA, versus previsão dos elementos constitutivos dos pesos, com modelos MGARCH, especificamente, VAR(1)-DCC-GARCH(1,1).

Os dados utilizados nesta investigação foram os 11 sectores constitutivos do S&P 500 e o Ouro, permitindo uma análise de efeitos *spillover* entre sectores, quer nos retornos, quer no risco. A inclusão do Ouro permite analisar o seu papel como ativo de refúgio e sua eficácia, face a que ativos e como tal se verifica no período Covid e Pós-Covid.

Durante o período Covid, as carteiras adotaram uma postura defensiva, com maior alocação em setores seguros como Bens de Consumo e Ouro, resultando em maior retorno ajustado ao risco. No período Pós-Covid, houve uma diversificação para setores como Finanças e Indústria, refletindo uma maior confiança económica, porém com menor recompensa pelo risco.

As metodologias aplicadas demonstraram que, embora o Ouro tenha atuado como um ativo de refúgio temporário, sua eficácia como *hedge* foi limitada e variável entre os setores. Tanto no período Covid como no período Pós-Covid o papel principal do Ouro foi de diversificador.

Em termos de contribuição para escolha de abordagem no cálculo de pesos numa carteira, o estudo *in-sample* mostra que o método histórico para constituir carteiras de variância mínima conduz a resultados melhores de performance face ao uso da abordagem DCC.

Adicionalmente, o estudo mostrou que, *out-of-sample* a previsão com o modelo DCC, proporcionou melhores resultados ao analisarmos o risco extremo, utilizando o VaR face aos outros modelos aplicados.

Assim, o trabalho conclui que a escolha adequada de modelos e metodologias é crucial para a gestão eficaz de portfólios, especialmente em períodos de elevada incerteza.

Palavras-Chave: Covid-19, Ouro, sectores do S&P 500, Carteira de Variância Mínima, *hedge*, Média Móvel, DCC, VAR, ARIMA.

ABSTRACT

This paper investigates the constitution and performance of minimum variance portfolios in the Covid and Post-Covid periods, alternatively using the Moving Average and DCC Model methodologies. In addition, an out-of-sample analysis is carried out, forecasting the weights in the portfolio with ARIMA models versus forecasting the constituent elements of the weights with MGARCH models, specifically VAR(1)-DCC-GARCH(1,1).

The data used in this research were the 11 constituent sectors of the S&P 500 and Gold, allowing an analysis of spillover effects between sectors, both in returns and risk. The inclusion of gold makes it possible to analyze its role as a safe-haven asset and its effectiveness in relation to which assets and how it performs in the Covid and post-Covid periods.

During the Covid period, the portfolios adopted a defensive stance, with a greater allocation to safe sectors such as Consumer Goods and Gold, resulting in a higher risk-adjusted return. In the post-Covid period, there was diversification into sectors such as Financials and Manufacturing, reflecting greater economic confidence, but with lower risk reward.

The methodologies applied showed that although Gold acted as a temporary refuge asset, its effectiveness as a hedge was limited and variable between sectors. In both the Covid and Post-Covid periods, Gold's main role was as a diversifier.

In terms of the contribution to the choice of approach in calculating portfolio weights, the in-sample study shows that the historical method for building minimum variance portfolios leads to better performance results than using the DCC approach.

In addition, the study showed that, out-of-sample, forecasting with the DCC model provided better results when analysing extreme risk using VaR compared to the other models applied.

The paper therefore concludes that the appropriate choice of models and methodologies is crucial for effective portfolio management, especially in periods of high uncertainty.

Keywords: Covid-19, Gold, S&P 500 sectors, Minimum Variance Portfolio, hedge, Moving Average, DCC, VAR, ARIMA.

ÍNDICE

Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Siglas	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação e estado da arte	1
1.2 Objetivos	5
1.3 Estrutura	6
2 Metodologia: Dados e Modelos	7
2.1 Processos Autoregressivos - Média Móvel (ARMA)	15
2.1.1 Processos Média Móvel (MA)	15
2.1.2 Processos Autoregressivos (AR)	15
2.1.3 Processos Autoregressivos - Média Móvel	16
2.2 Modelo Vetorial Autoregressivo (VAR)	17
2.3 Modelo ARCH	19
2.4 Modelo GARCH	21
2.5 Modelo DCC	22
2.6 Carteira de variância mínima	24
2.7 Avaliação de carteira	26
2.7.1 Rácio de Sharpe	26
2.7.2 VaR	27
2.8 Média Móvel	27
2.9 Ouro, diversificador ou <i>Hedge</i>	28
2.9.1 Rácio de <i>Hedge</i>	28
2.9.2 Índice de Eficácia de <i>Hedge</i>	29
3 Resultados	31

3.1	S&P 500	31
3.2	Dados e Estatísticas	32
3.2.1	Teste de raiz unitária	32
3.2.2	Teste de cointegração	34
3.2.3	Retornos: Estatísticas Descritivas	35
3.2.4	Relação entre os retornos dos ativos - Modelo VAR	37
3.2.5	Efeitos ARCH	40
3.3	Composição da Carteira	40
3.3.1	Utilizando Média Móvel	41
3.3.2	Utilizando o Modelo DCC	47
3.4	Papel do Ouro	52
3.5	Previsão	62
3.5.1	Previsão de Retornos	62
3.5.2	Previsão de Pesos	66
4	Conclusão	79
	Bibliografia	83
	Anexos	
I	Anexo1	87

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Preço (<i>Adjusted Close</i>) das séries no Período Covid	10
2.2	Preço (<i>Adjusted Close</i>) das séries no Período Pós-Covid	10
2.3	Retorno das séries no Período Covid	12
2.4	Retorno das séries no Período Pós-Covid	12
3.1	Pesos dos setores no S&P 500, Fevereiro 2024	31
3.2	Média dos retornos dos ativos em cada período	35
3.3	Desvio padrão dos retornos dos ativos em cada período	36
3.4	Coeficiente de variação dos retornos dos ativos em cada período	36
3.5	Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos	42
3.6	Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos Pós-Covid	44
3.7	Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos	49
3.8	Composição das Carteiras Pós-Covid: Peso dos Ativos	50
3.9	Correlação dos retornos dos ativos no período Covid	53
3.10	Correlação dos retornos dos ativos no período Pós-Covid	53
3.11	Correlação Condicional dos Ativos com o Ouro no Período Covid	54
3.12	Correlação Condicional dos Ativos com o Ouro no Período Pós-Covid	54
3.13	Beta relativo ao Ouro para cada um dos ativos no período Covid, a azul o beta a vermelho a média móvel com 20 dias do beta	57
3.14	Beta relativo ao Ouro para cada um dos ativos no período Pós-Covid, a azul o beta, a vermelho a média móvel com 20 dias do beta	58
3.15	HE para cada um dos ativos no período Covid, a azul os dados diários e a vermelho a média móvel(20 dias) do HE	60
3.16	HE para cada um dos ativos no período Pós-Covid, a azul os dados diários e a vermelho a média móvel(20 dias) do HE	62
3.17	Retornos Previstos	64
3.18	Retorno Previsto dos Ativos	65
3.19	Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos	65
3.20	Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos	69

3.21	Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos	72
3.22	Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos	75
3.23	Pesos de cada ativo na carteira de variância mínima no tempo t	78
I.1	Coeficientes da equação do VAR(1) no período Covid, entre parêntesis encontram-se os <i>p-values</i> e a negrito os valores significativos	91
I.2	Coeficientes da equação do VAR(1) no período Pós-Covid, entre parêntesis encontram-se os <i>p-values</i> e a negrito os valores significativos	91

ÍNDICE DE TABELAS

2.1	Descrição dos Setores	9
3.1	Tabela de Desempenho da Carteira em Diferentes Períodos	32
3.2	<i>lags</i> e <i>p-values</i> do teste VAR para o período Covid	33
3.3	<i>lags</i> e <i>p-values</i> do teste VAR para o período Pós-Covid	33
3.4	Estatísticas descritivas dos retornos no período Covid e Pós-Covid	37
3.5	Causalidade à Granger Covid	39
3.6	Causalidade à Granger Pós-Covid	39
3.7	<i>p-values</i> do teste ARCH univariado para o período Covid e Pós-Covid	40
3.8	Tabela de Pesos e Desempenho Médio da Carteira no período Covid e Pós-Covid	44
3.9	Tabela de Pesos e Desempenho da Carteira em Diferentes Períodos	51
3.10	Média dos pesos previstos para cada ativo	66
3.11	Média do Desempenho das Carteiras previstas	66
3.12	Resultados dos testes VAR e Ljung-Box para diferentes séries de pesos e modelo ARIMA selecionado	67
3.13	Média dos pesos previstos para cada ativo	70
3.14	Média do Desempenho das Carteiras previstas	70
3.15	Média dos pesos previstos para cada ativo	71
3.16	Média do Desempenho das Carteiras previstas	71
3.17	Média do Desempenho das Carteiras previstas	73
3.18	Média dos pesos previstos para cada ativo	73
3.19	Média dos pesos previstos para cada ativo	76
3.20	Média do Desempenho das Carteiras previstas	76
I.1	Resultados do Teste de Johansen Covid - Máximo valor próprio	87
I.2	Resultados do Teste de Johansen Covid - Traço (corrigido de acordo o tamanho de amostra)	87
I.3	Resultados do Teste de Johansen Pós-Covid - Máximo valor próprio	87

I.4	Resultados do Teste de Johansen Pós-Covid - Traço (corrigido de acordo o tamanho de amostra)	87
I.5	Resultados VECM de cada equação Covid	88
I.6	Teste de Ljung-Box para autocorrelação até a ordem 5 para VAR(1), VAR(2), VAR(3) e VAR(4) Covid	89
I.7	Teste de Ljung-Box para autocorrelação até a ordem 5 para VAR(1) e VAR(2) Pós-Covid	89
I.8	Resultados do teste de Ljung-Box VAR(1) univariado Covid	90
I.9	Resultados do teste de Ljung-Box VAR(1) univariado Pós-Covid	90
I.10	Modelo DCC no período Covid	92
I.11	Modelo DCC no período Pós-Covid	93

SIGLAS

ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (<i>pp. ix, x, xiii, 13, 14, 19–21, 24, 37, 40</i>)
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average (<i>pp. v, vii, xiii, 5, 6, 12, 16, 62, 66, 67, 70, 73, 75, 81</i>)
ARMA	Autoregressive Moving Average (<i>pp. ix, 13–16, 19, 20</i>)
DCC	Dynamic Conditional Correlation (<i>pp. v, vii, ix, x, 5, 6, 12–14, 22–24, 29, 38, 40, 47, 51, 53–55, 62, 75, 76, 78, 79, 81, 82</i>)
EUA	Estados Unidos da América (<i>pp. 3, 4, 8, 11, 55</i>)
FATANG	Facebook, Apple, Tesla, Amazon, Netflix, Google (<i>p. 4</i>)
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (<i>pp. v, vii, ix, 13, 14, 21–24, 29, 40, 47, 55</i>)
MGARCH	Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (<i>pp. v, 22, 23</i>)
NASDAQ	National Association of Securities Dealers Automated Quotations (<i>p. 8</i>)
NYSE	New York Stock Exchange (<i>p. 8</i>)
OMS	Organização Mundial da Saúde (<i>pp. 1, 11</i>)
S&P 500	Standard & Poor's 500 (<i>pp. v, vii, x, xi, 2–5, 7–9, 28, 31, 32, 46, 52, 53, 55, 56, 80</i>)
VAR	Vector Autoregressive Model (<i>pp. v, vii, ix, x, xiii, 2, 13, 14, 17–19, 33, 34, 37–39, 47, 62–64, 67, 80, 81</i>)
VaR	Value at Risk (<i>pp. v, ix, 13, 26, 27, 32, 41, 44, 47, 51, 52, 66, 70, 71, 73, 76, 78</i>)

VECM Vector Error Correction Model (*pp. xiv, 19, 34, 88*)

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e estado da arte

O estudo de carteiras de investimento desempenha um papel fundamental na tomada de decisões financeiras. Uma carteira bem construída pode ajudar os investidores a alcançar os seus objetivos financeiros, equilibrando o retorno esperado e o risco assumido. Neste contexto, o estudo das carteiras eficientes torna-se essencial.

A crise da Covid-19, causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, gerou uma pandemia global com graves consequências. Na saúde pública, sobrecarregou os sistemas de saúde e levou à adoção de medidas como confinamentos e o desenvolvimento rápido de vacinas. Economicamente, provocou uma recessão global, com o fecho de empresas, perda de empregos e agravamento das desigualdades sociais. Além disso, impactou setores como a educação, o turismo e a cultura. Organizações internacionais, como a OMS (Organização Mundial de Saúde), foram essenciais na coordenação das respostas globais à pandemia.

O impacto económico da pandemia alterou drasticamente os mercados financeiros, intensificando a volatilidade e criando um ambiente propício para a análise do comportamento das carteiras de investimento.

Neste trabalho, além de outras análises, estudamos a carteira de variância mínima em dois momentos com características de mercado distintas, o período Covid e o período Pós-Covid.

Um dos pilares fundamentais deste estudo é o trabalho de Markowitz, 1952, no qual foram introduzidos os alicerces da teoria de carteira (portfólio). A conclusão primordial de Markowitz, 1952 é que o investimento em diferentes ativos permite reduzir o risco. Um investidor racional escolhe carteiras eficientes, ou seja, carteiras que dado o seu retorno, tem a menor variância possível.

A teoria de escolha de carteira de Markovitz que tem como pressuposto que os investidores tem preferências média-variância, permite determinar carteiras eficientes resolvendo um problema de otimização. O problema consiste em determinar a carteira que minimiza a variância impondo como restrição que a carteira tenha uma dada rentabilidade esperada. Sem esta restrição, obtém-se como solução do problema, a carteira de menor

risco de entre todas as carteiras possíveis, a carteira de variância mínima (Markowitz, 1952).

Para calcular a composição das carteira ótimas considerando Markowitz, 1952 seria necessário estimar e prever tanto a rentabilidade esperada como a variância e covariância entre os retornos dos ativos. No entanto, já foram identificadas dificuldades na obtenção de estimadores e preditores confiáveis para os retornos esperados. Por essa razão, o uso de estimativas médias para calcular os pesos das carteiras eficientes pode resultar em composições de carteira inadequadas (ver, por exemplo, Best e Grauer, 2015 e Jagannathan e Ma, 2002).

De acordo com Merton, 1980, na estimação de modelos para o retorno esperado do mercado, deve-se explicitamente incluir a restrição de não negatividade do retorno excedente esperado. Além disso, os estimadores baseados em retornos realizados devem ser ajustados para refletir a heterocedasticidade dos dados.

No trabalho que efetuamos utilizamos o modelo VAR, selecionado de forma adequada, para estimar os retornos, minimizando ao máximo os erros de estimação.

Dado que um dos períodos em estudo neste trabalho é um período de crise económica, consideramos que a carteira de variância mínima será a mais apropriada a um investidor nesse momento, em que a sua principal motivação será minimizar o risco.

Umas das questões fulcrais numa carteira de investimento é a escolha dos ativos que devem estar na sua composição. Caso uma carteira contenha apenas um ativo, surgem essencialmente dois tipos de risco, o risco associado às condições de economia em geral, isto é, fatores macroeconómicos tais como, o ciclo económico, a taxa de inflação, a taxa de juro e as taxas de câmbio. Todos estes fatores estão sujeitos a incerteza e têm impactos nos retornos do ativo.

Por outro lado, existe o risco ligado a fatores específicos da empresa tais como o sucesso nas atividades de investigação e desenvolvimento, investimento em novos meios de produção, entre outros. Estes fatores influenciam os retornos da empresa e em consequência os retornos do ativo.

A diversificação não permite eliminar o risco associado aos fatores macroeconómicos porque estes em geral impactam todos os ativos de modo semelhante mas permite reduzir significativamente os riscos associados aos fatores específicos das empresas. Prova-se em Bodie et al., 2005 que a diversificação reduz o risco.

O risco total de uma carteira não é simplesmente a soma dos riscos individuais de cada ativo, mas também depende da covariância ou correlação entre eles. Quando os ativos apresentam correlações baixas ou negativas entre si, as variações nos retornos de um ativo tendem a compensar as variações de outro, o que leva a uma redução do risco geral da carteira.

Tendo em conta estes argumentos escolhemos como ativos o Ouro e os 11 setores do índice S&P 500. Esta escolha visa promover a diversificação da carteira, integrando ativos com diferentes perfis de risco e potenciais correlações, uma vez que setores distintos podem reagir de forma diversa às condições de mercado.

O Ouro é pouco atrativo para investidores devido à sua baixa rentabilidade face a outras opções, no entanto a procura por vantagens na diversificação de carteiras tem suscitado um extenso conjunto de estudos empíricos sobre as suas propriedades de refúgio.

No âmbito da análise de minimização de risco, por efeito de diversificação e por *hedge*, isto é, redução do risco, teremos presente as definições Baur e Lucey, 2010, com aditamentos em Baur e McDermott, 2010. Esta análise concretiza-se quando investigamos o papel do Ouro, como diversificador *versus* ativo de refúgio.

Baur e Lucey, 2010 analisaram as propriedades de cobertura e refúgio do Ouro com algum detalhe. Tendo definido um ativo de cobertura, refúgio e diversificador do seguinte modo, um ativo de cobertura é definido como um ativo não correlacionado ou negativamente correlacionado com outro ativo ou carteira, em média. Um diversificador é definido com um ativo que está positivamente (mas não perfeitamente correlacionado) com outro ativo ou carteira, em média. Um refúgio é definido como um ativo não correlacionado (nem positivamente nem negativamente) com outro ativo ou carteira em tempos de turbulência no mercado.

Baur e Lucey, 2010 concluíram que o Ouro é um ativo de cobertura e refúgio para ações, mas não para títulos e que o Ouro atua como um refúgio apenas para 15 dias após uma quebra de mercado.

Baur e McDermott, 2010 mostraram que o Ouro constitui um refúgio para ações para alguns países.

Lucey e Li, 2014 indicaram que a capacidade do Ouro agir como um ativo de cobertura e refúgio flutua com o tempo.

Bredin et al., 2015 investigaram as propriedades de refúgio e cobertura do Ouro para investidores com horizontes de curto e longo prazo, concluindo que o Ouro funciona como uma cobertura para uma variedade de mercados internacionais de ações e de dívida para horizontes de tempo até um ano.

No presente estudo, no âmbito estrito de análise de redução de risco, *hedging*, recorrendo ao *hedge ratio* e ao *hedge effectiveness index* (conforme Ederington, 1979 e Kroner e Sultan, 1993) foi evidenciado que, durante a Covid-19, o Ouro desempenhou, em certos momentos, o papel de ativo de refúgio, especialmente em setores como Tecnologias (XLK) e Utilidade Pública (XLU). No entanto, tal como apontado por Baur e Lucey, 2010, esta capacidade de refúgio foi limitada a curtos períodos, sendo que, em geral, o Ouro não demonstrou ser um ativo de cobertura constante para todos os setores. Estes resultados reforçam a ideia de que o Ouro funciona como um refúgio de curto prazo, sendo mais eficaz durante fases de alta volatilidade.

Os Estados Unidos da América vivenciaram uma significativa expansão económica, com impacto positivo nas ações americanas, antes do surgimento da Covid-19.

À medida que os efeitos da pandemia se fizeram sentir na economia e nos mercados financeiros dos EUA, o índice S&P 500 fechou com um máximo recorde de 3.386,15 pontos em 19 de fevereiro de 2020 (valor ponderado do índice no dia) caindo para 2.237,40 pontos

em 23 de março de 2020, representando uma queda de mais de 30% num mês. O ano de 2020 ficou assim marcado por variações invulgares nos preços das ações, resultando num período de extrema volatilidade.

A volatilidade é um fator crítico para o funcionamento dos mercados financeiros, funcionando como um barómetro do risco financeiro ou da incerteza em torno dos investimentos em ativos financeiros.

Com isso, torna-se evidente a necessidade de uma análise precisa e detalhada da volatilidade, tanto no período Covid quanto no Pós-Covid.

Bai et al., 2021 estudaram os efeitos da Covid-19 na volatilidade de vários mercados, entre janeiro de 2005 e abril de 2020, verificando que com um desfasamento de até 24 meses, a pandemia teve impactos significativos positivos na volatilidade permanente dos mercados bolsistas internacionais.

Shehzad et al., 2020 constataram que a Covid-19 prejudicou de forma significativa os retornos dos mercados dos EUA e do Japão, impactando-os de forma ainda mais severa do que a Crise Financeira Global de 2008. Este resultado evidencia a magnitude da crise da Covid-19 em comparação com crises anteriores.

Haroon e Rizvi, 2020 investigaram se as notícias relativas à Covid-19 levaram a mudanças de volatilidade, tendo identificado alterações na volatilidade, com impactos mais significativos nos setores dos transportes, automóvel, energia e viagens e lazer. No entanto, para a maioria das indústrias analisadas, não houve mudanças significativas na volatilidade como resposta imediata à cobertura mediática ou ao sentimento noticioso.

Curto e Serrasqueiro, 2022 estudaram o impacto da Covid-19 nos setores do índice S&P 500, focando-se também na volatilidade das ações FATANG (Facebook, Amazon, Tesla, Apple, Netflix e Google). Concluíram que a pandemia não afetou todos os setores de forma uniforme. As ações das empresas de Tecnologias da Informação, Consumo Discricionário, Serviços de Telecomunicações, Indústria e Bens de Consumo Básico tiveram retornos positivos impulsionados pela maior volatilidade, enquanto o setor da Energia foi o mais prejudicado, registrando quedas acentuadas nos retornos das suas ações.

No trabalho que efetuamos, à semelhança dos estudos enumerados, verificamos uma maior volatilidade dos dados em estudo no período Covid. Esta tendência de maior volatilidade reflete os desafios globais enfrentados pelos mercados financeiros durante a pandemia.

Estudos anteriores como (Dooley e Hutchison, 2009) fornecem evidências de um contágio substancial (*spillover*) do mercado de ações dos EUA para outros mercados de ações em tempos de crise, isto é, que crises financeiras nos EUA podem desencadear reações similares em mercados emergentes, mesmo que esses mercados não sejam diretamente afetados pelos mesmos fatores internos. Este fenómeno de contágio é particularmente relevante no contexto de crises globais, como a Covid-19.

Os EUA registaram o maior número de casos notificados e de mortes devido à Covid-19 entre todos os países afetados, pelo que ao estudarmos o impacto da Covid-19 nos

sectores do S&P 500 podemos obter uma compreensão valiosa dos efeitos da pandemia e das repercussões noutros mercados.

Os investidores nos mercados financeiros estão interessados em ferramentas que permitam saber como estes fatores poderão impactar os seus ativos.

Logo, muitos são os investigadores que exploram modelos estatísticos e computacionais para estudar os desafios existentes, tais como a previsão do preço, a alteração de tendências de mercado, o co-movimento entre mercados financeiros, o apreçamento de ativos, a otimização de portfólios, entre outros.

Trabalhos como Golosnoy e Gribisch, 2022 e Cipollini et al., 2021 estudaram formas de previsão de pesos de carteira. Da mesma forma, no presente estudo, fazemos previsões de pesos de carteira utilizando modelos ARIMA e o modelo DCC.

A abordagem histórica utiliza dados passados, como preços e outras estatísticas, para apoiar decisões de investimento, acreditando que essas informações ajudam a prever movimentos futuros do mercado. Muitas corretoras e serviços de consultoria baseiam-se nesta abordagem.

Brock et al., 1992 apresentam evidências substanciais acerca da rentabilidade dos investimentos que se sustentam em análise técnica. Através de testes estatísticos robustos, constataram que regras de negociação simples, fundamentadas em populares médias móveis (MAs) e na quebra de intervalos, superaram o desempenho do mercado ao longo do período de 90 anos anterior a 1987, com base em dados diários do DJIA.

LeBaron, 1999 e Neely, 1998, entre outros, demonstraram que é possível obter maior rentabilidade ao utilizar médias móveis (MAs) em estratégias de investimento, com retornos consideravelmente superiores aos obtidos no mercado de ações com estratégias, por exemplo, de comprar ações e mantê-las por um longo período, independentemente das flutuações do mercado.

Neste trabalho utilizamos abordagem histórica ao aplicarmos médias móveis de 20 dias aos dados para posteriormente determinar as carteiras de variância mínima. Quando comparamos com a outra estratégia utilizada, o modelo DCC aplicado aos dados diários, verificamos que *in-sample*, o método Média Móvel proporcionou melhores resultados de performance.

1.2 Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho centram-se em compreender a dinâmica e o comportamento dos ativos financeiros, com especial ênfase em vários aspetos relevantes. Em primeiro lugar, pretende-se analisar a volatilidade e a correlação dos ativos, considerando diferentes períodos de tempo, o que permitirá identificar como estes ativos se comportam em contextos distintos.

Adicionalmente, será efetuada uma análise baseada em dados históricos, *in-sample*, com o intuito de determinar a carteira de variância mínima para cada período de tempo em estudo utilizando duas abordagens, Média Móvel e modelo DCC. Este objetivo visa

proporcionar uma visão mais aprofundada do mercado, o que contribuirá para uma tomada de decisão mais informada por parte de investidores que procuram minimizar o risco, especialmente em momentos de maior incerteza, mas também em períodos de maior estabilidade. Além disso permitirá identificar qual das abordagens apresenta melhor performance.

Com base nas carteiras de variância mínima determinadas para o período Pós-Covid, será possível fazer a previsão de outras carteiras, *out-of-sample*, utilizando modelos ARIMA e o modelo DCC, permitindo analisar qual das abordagens apresenta melhores resultados.

Por fim, um dos objetivos fundamentais é estudar as propriedades do Ouro enquanto ativo de refúgio ou de diversificador durante os diferentes períodos de tempo analisados. Este estudo permite nos avaliar se o Ouro continua a desempenhar o seu papel tradicional em tempos de instabilidade ou se o seu comportamento se alterou face aos contextos económicos recentes.

Almejamos contribuir com a análise destas questões, uma vez que existem poucos estudos que investigam a composição dos pesos das carteiras utilizando estimadores da matriz de covariância e fazendo previsões de pesos de ativos numa carteira através de pesos previamente estimados.

1.3 Estrutura

Este documento encontra-se organizado em 4 capítulos. No primeiro capítulo introduzimos o tema, identificando os objetivos e analisando o estado da arte, abordando a análise e interpretação de estudos prévios relacionados ao tema em questão. No segundo capítulo, apresentamos os dados, descrevemos a metodologia que será utilizada para obter os resultados e enunciamos os modelos necessários para a modelação dos dados. No terceiro capítulo apresentamos os resultados. Por último, no quarto capítulo concluímos.

METODOLOGIA: DADOS E MODELOS

Para elaborar este trabalho, foram retirados do *Yahoo Finance* os preços diários de 13 séries financeiras, o Ouro, o S&P 500 e os 11 setores do S&P 500.

O Ouro é um dos metais mais preciosos e populares da sociedade. Nos dias de hoje, é utilizado para diversos fins tais como joalheria, odontologia, eletrônica, medicina, engenharia aeroespacial e investimento. O Ouro tem sido amplamente reconhecido como uma forma de investimento segura e estável ao longo da história. A sua durabilidade, escassez e aceitação universal como reserva de valor têm atraído investidores em busca de proteção contra a inflação, incertezas econômicas e riscos nos mercados financeiros.

Algumas características do Ouro são:

- Segurança - O Ouro é um investimento que geralmente é armazenado em cofres altamente seguros e de difícil acesso;
- Rendimento - O rendimento do Ouro é incerto, nunca há certezas de conseguir algum lucro ou mesmo de recuperar a totalidade do investimento. Neste sentido, o preço do Ouro comporta-se como o de qualquer outro metal ou ativo, oscilando quotidianamente. No entanto, uma vez que se trata de um bem que vale por si só (ao contrário de uma nota de papel ou de uma ação de uma empresa, que só valem por aquilo que representam), transmite uma sensação de segurança ao seu possuidor;
- Volatilidade - Baixa volatilidade;
- Liquidez - Extremamente líquido, um mercado consistentemente dinâmico com compradores disponíveis;
- Longevidade - Muito antigo e utilizado ao longo da história. O Ouro resistiu ao teste do tempo;
- Escassez - Oferta limitada.

Embora o Ouro seja uma mercadoria, pode ser negociado virtualmente no mercado financeiro através de instrumentos como contratos de futuros, ETFs (fundos cotados) e

ações de empresas mineiras, permitindo aos investidores obter exposição ao ativo sem a necessidade de posse física.

O S&P 500 é um índice de mercado de capitais norte americano. Lançado em março de 1957 pela *Standard & Poor's* reúne 500 empresas e representa 80% da capitalização de mercado disponível nos EUA. De um modo prático, o índice acompanha em tempo real as ações que o constituem e reflete uma média ponderada dos seus valores no mercado, subindo ou descendo. A composição do S&P é decidida pelo "Comité do índice S&P", um comité da *Standard & Poor's*. Este comité determina periodicamente, quatro vezes ao ano, em março, junho, setembro e dezembro que empresas devem ser incluídas no índice. Para definir a dimensão de cada título no índice o método utilizado é a capitalização de mercado em *free float* ponderada, isto é, as empresas que têm uma dimensão maior terão um maior peso e consequentemente uma maior influência na subida ou descida do valor do referencial.

Para fazerem parte do índice as empresas devem cumprir as condições seguintes:

- Ser negociada na Bolsa de Valores de Nova Iorque (NYSE) ou no NASDAQ (*National Association of Securities Dealers Automated Quotations*).
- A capitalização bolsista da empresa ser igual ou superior a 14,6 mil milhões de dólares.
- Pelo menos 50% das ações são negociadas publicamente.
- Liquidez elevada, com no mínimo, 250 mil transações nos últimos 6 meses precedentes ao momento da avaliação.
- O resultado operacional dos últimos quatro trimestres é positivo.

Embora enumere as 500 maiores empresas dos Estados Unidos, o S&P 500 também agrupa as companhias listadas em setores. Atualmente, são 11 setores no S&P 500: Tecnologia, Saúde, Finanças, Consumo Cíclico, Comunicações, Industrias, Bens de Consumo, Energia, Serviços Públicos, Imobiliário e Materiais. Descrevemos na tabela abaixo os 11 setores do S&P 500.

Setores S&P 500	Descrição
Energia (XLE)	Inclui empresas envolvidas na exploração, produção e distribuição de petróleo, gás e energia. É influenciado pelos preços da energia e geopolítica.
Utilidade Pública (XLU)	Tem como constituintes empresas que atuam de modo semelhante às que constituem o setor da energia, contudo em vez de atuarem com petróleo e derivados, atuam com eletricidade, água e gás para residências e edifícios. É considerado defensivo devido à estabilidade da procura.
Bens de Consumo (XLP)	É constituído por empresas de bens de consumo, ou seja, de itens que são sempre importantes para as pessoas seja qual for a altura do ano. São exemplos de itens de bens de consumo, alimentos, produtos de limpeza e bebidas, entre outros.
Comunicações (XLC)	Inclui empresas de telecomunicações e mídia. Está relacionado com as tendências de comunicação e entretenimento.
Consumo Cíclico (XLY)	Engloba empresas de produtos e serviços importantes, contudo, não essenciais, tais como itens de luxo, carros, itens de viagem, entre outros.
Imóveis (XLRE)	Abrange empresas imobiliárias e investimentos em propriedades. É influenciado por taxas de juros e mercado imobiliário.
Tecnologia (XLK)	É composto por empresas de alta tecnologia, como gigantes da <i>internet</i> e fabricantes de hardware. O setor reflete inovações e tendências tecnológicas.
Saúde (XLV)	Engloba empresas farmacêuticas, de assistência médica e biotecnologia. As oscilações são frequentes devido a regulamentações e inovações.
Finanças (XLF)	Abrange bancos, seguradoras e empresas de serviços financeiros. Está intimamente ligado à saúde económica.
Materiais (XLB)	É constituído por indústrias como química e materiais de construção. É influenciado pelos preços das mercadorias.
Indústria (XLI)	Inclui empresas de manufatura e engenharia. A sua performance está ligada à produção e procura global.

Tabela 2.1: Descrição dos Setores

Os preços retirados para cada série foram o *Adjusted Close*¹, expresso em dólares americanos no período compreendido entre 1 de janeiro de 2020 e 31 de dezembro de 2023. Este período de estudo permite nos considerar uma das principais datas económicas que estes mercados enfrentaram na última década (a Covid-19). Para a análise dos dados utilizámos o software R Studio, o gretl e o Excel. A amostra foi dividida do seguinte modo:

- De 1 de janeiro de 2020 a 31 de dezembro de 2020 - Período Covid.
- De 1 de janeiro de 2021 a 6 de outubro de 2023 - Período Pós-Covid.

Nas figuras 2.1 e 2.2, a escala de valores à direita é referente à série do *Adjusted Close* do Ouro, sendo a escala à esquerda referente às restantes séries. Esta diferença de escalas

¹Preço de fecho ajustado para desdobramentos (*splits*), dividendos e/ou distribuições de ganhos de capital.

contribuiu para a definição dos períodos de tempo uma vez que para outros períodos testados tivemos problemas na convergência dos modelos aplicados.

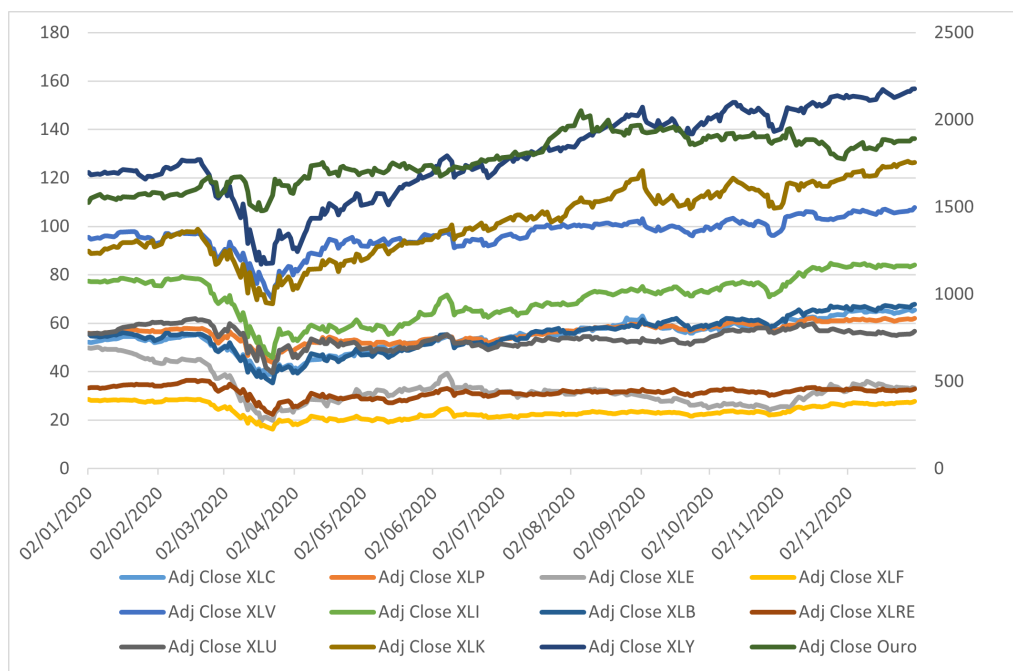


Figura 2.1: Preço (*Adjusted Close*) das séries no Período Covid

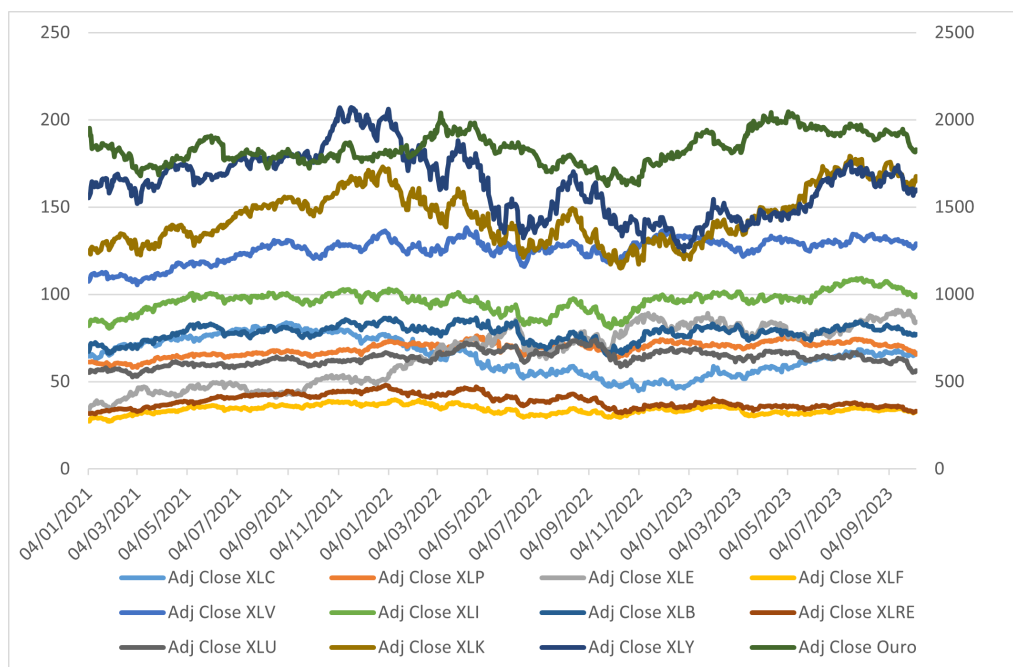


Figura 2.2: Preço (*Adjusted Close*) das séries no Período Pós-Covid

Na secção do trabalho destinada aos resultados das previsões, o período Pós-Covid foi alargado até 31 de dezembro de 2023, sendo desenvolvido mais adiante em pormenor o porquê desta necessidade.

A pandemia de Covid-19 teve um impacto significativo nos mercados financeiros em todo o mundo, causando volatilidade extrema, quedas abruptas nos preços das ações e alterações importantes nas variáveis macroeconômicas. Analisar este período permite entender como os mercados reagiram à crise em tempo real, quais os setores que foram mais afetados e como os investidores responderam às incertezas e mudanças repentinas nas condições de mercado.

De acordo com Organização Pan-Americana da Saúde, 2020, a 31 de dezembro de 2019, a Organização Mundial de Saúde (OMS) foi alertada da existência de vários casos de pneumonia na cidade de Wuhan, na República Popular da China, vindo-se posteriormente a confirmar a 7 de janeiro de 2020 um novo tipo de coronavírus. A 30 de janeiro de 2020, a OMS declarou que o surto do novo coronavírus constituía uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional. A 11 de março de 2020, a Covid-19 foi caracterizada pela OMS como uma pandemia. O primeiro caso de Covid-19 nos EUA foi registado a 21 de janeiro de 2020. É de fácil entendimento que as notícias influenciem os mercados de ações na medida que suscitam a necessidade de tomada de decisão dos investidores. Os mercados começaram a movimentar-se algum tempo antes da Covid-19 ser declarada como pandemia. Face ao exposto definimos para este estudo 1 de janeiro de 2020 como a data início do período de Covid-19. Artigos como Abakah et al., 2023 e Assaf et al., 2023 também selecionaram o dia 1 de janeiro de 2020 como data início do período Covid.

O período Pós-Covid, é o período pós crise, no qual geralmente os mercados passam por um período de recuperação e ajuste. Analisar este período permite avaliar a eficácia das medidas de recuperação adotadas pelos governos e pelas instituições financeiras, bem como identificar tendências emergentes e oportunidades de investimento à medida que a economia se recupera.

Notemos que é complicado definir o período Pós-Covid uma vez que a Covid 19 está presente até aos dias de hoje. No entanto, em dezembro de 2020 iniciou-se o período de vacinação nos EUA, iniciando-se a tentativa de imunização em massa. Nessa altura, já se compreendia melhor a Covid-19, suscitando menos dúvidas aos investidores nas suas tomadas de decisão. Pelo que se definiu 1 de janeiro de 2021 como o início do período Pós-Covid.

Adicionalmente temos consciência que o período identificado neste trabalho como Pós-Covid foi marcado pelo início da guerra da Ucrânia e da Rússia, em fevereiro de 2022. A escolha da data de 6 de outubro para término do período deve-se ao início da guerra em Gaza a 7 de outubro de 2023.

Apesar do período de guerra, o foco deste trabalho é o estudo de minimização de risco tendo como contexto o período de crise da Covid.

Uma vez que o objetivo do estudo é a determinação de carteiras de variância mínima, o interesse do estudo não está nos preços de cada série financeira mas sim nos retornos pelo que as séries foram transformadas da seguinte forma: $\log\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \times 100$ onde, p_t é o preço da série no momento t e p_{t-1} é o preço da série no momento $t - 1$.

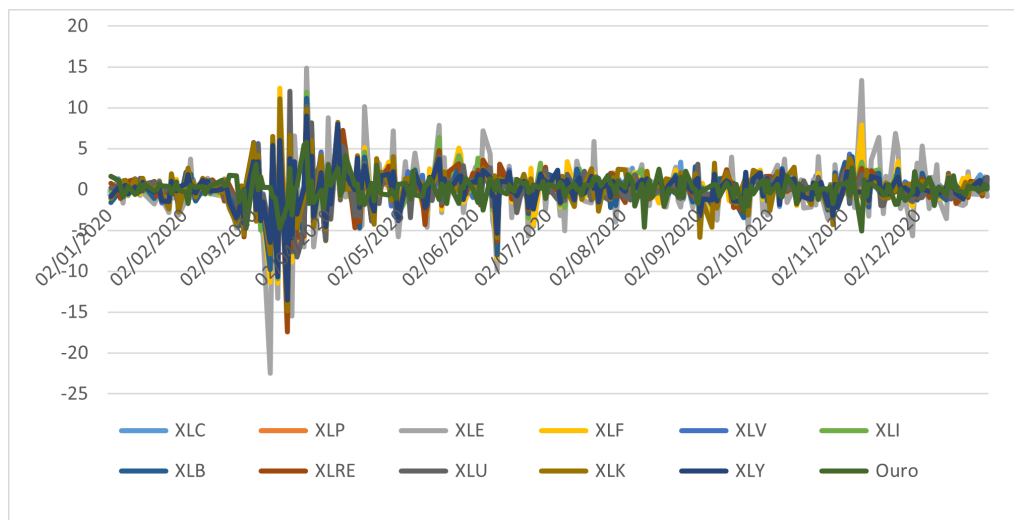


Figura 2.3: Retorno das séries no Período Covid

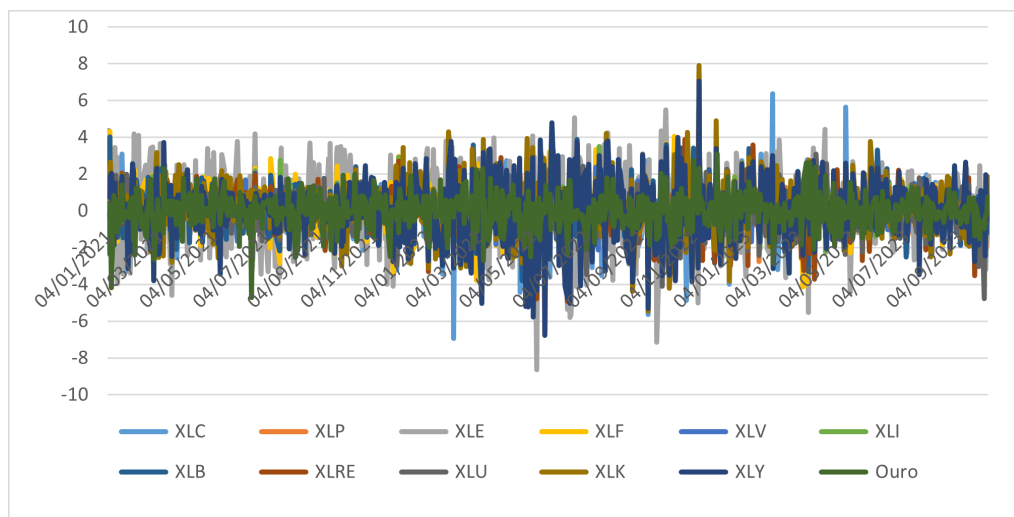


Figura 2.4: Retorno das séries no Período Pós-Covid

Em suma, este estudo seguirá duas abordagens:

1. Considerando dados da amostra (*in-sample*):
 - Utilizando médias móveis, com base nos dados históricos determinação do retorno médio, desvio padrão e covariâncias. A partir dessas informações determinação de carteiras de variância mínima (pesos, retornos e variância).
 - Utilizando o modelo DCC ou seja, utilizando as estimativas obtidas pelo modelo DCC, determinar as carteiras de variância mínima (pesos, retornos e variância).
2. Considerando dados fora da amostra (previsão, *out-of-sample*):
 - Utilizando os pesos históricos obtidos na primeira abordagem (utilizando a média móvel), prever pesos utilizando modelos ARIMA

-
- Utilizando os dados obtidos na modelação com o modelo DCC, prever a matriz de covariâncias de forma a posteriormente determinar pesos de carteiras.

Para comparação de portfolio será utilizado o *Sharpe Ratio*, uma medida de desempenho que tem em conta o retorno e o risco e o VaR (*Value at Risk*).

Esta metodologia permite uma análise abrangente das séries financeiras, considerando diferentes abordagens e períodos de tempo. Procura identificar carteiras de variância mínima com bases em retornos passados e previsões futuras, levando em consideração a volatilidade e a correlação entre as séries. O uso do *Sharpe Ratio* como critério de comparação permite identificar as carteiras que oferecem um melhor desempenho em termos de rentabilidade esperada versus risco.

Deste modo o presente estudo contribui para a literatura já existente ao fornecer uma abordagem abrangente e aplicável para a construção de carteiras de variância mínima, considerando tanto os dados históricos quanto as previsões futuras e tendo em conta a volatilidade e a correlação entre os ativos. Além disso, ao dividir os dados em dois períodos durante a pandemia e Pós-Covid permite considerar o impacto da pandemia de Covid-19, fornecendo *insights* sobre como os mercados reagem a eventos relativos a saúde pública e como as carteiras podem ser ajustadas de modo a lidarem com essas mudanças.

Ao utilizar o modelo DCC para estimar a volatilidade e a correlação condicional entre as séries financeiras, o estudo aplica modelos estatísticos avançados na análises de séries temporais financeiras, fornecendo uma abordagem mais sofisticada para a modelação e previsão de retornos e riscos.

A utilização do *Sharpe Ratio* como critério de comparação das carteiras de variância mínima contribui para a literatura existente na medida em que fornece uma medida padronizada para avaliar o desempenho das carteiras, levando em consideração tanto o retorno quanto o risco, permitindo uma comparação mais objetiva entre as diferentes estratégias de investimento.

Os modelos estatísticos desempenham um papel fundamental na análise e previsão de séries temporais em diversos campos, tais como finanças, economia e meteorologia.

De entre esses modelos, destaca-se a família ARMA, que incorpora componentes autoregressivos integrados e de média móvel para capturar padrões temporais complexos. No entanto, os modelos ARMA pressupõem homocedasticidade, isto é, que a variância é constante.

Contudo é fácil identificar casos em que é importante a previsão da variância condicional de uma série, nomeadamente neste estudo em que pretendemos determinar a carteira de variância mínima e estamos interessados na determinação e previsão da covariância entre as séries.

Face ao exposto, iremos aplicar os modelos VAR, ARCH, GARCH e DCC para modelar a volatilidade condicional e correlações dinâmicas entre variáveis financeiras. Estes modelos compartilham a capacidade de oferecer *insights* valiosos sobre a dinâmica temporal dos dados, permitindo uma compreensão mais profunda e previsões mais precisas.

Nesta secção, apresentamos cada modelo individualmente, destacando as suas características. Ao expormos os modelos ARMA, VAR, ARCH, GARCH e DCC utilizamos como referência o trabalho de Sheppard, 2021, de Bauwens et al., 2006, de Hamilton, 1994 e de Enders, 2014. Informações sobre carteira de variância mínima podem ser encontrados em maior detalhe em Huang e Litzenberger, 1988

Começamos por introduzir os conceitos processo estocástico e estacionariedade necessários para entendimento das características de alguns dos modelos apresentados.

Um processo estocástico é uma sequência arbitrária de dados aleatórios e é denotado por $\{Y_t\}$, onde $\{\cdot\}$ é usado para indicar que os Y_t formam uma sequência. O processo estocástico mais simples e não trivial especifica que Y_t é independente e identicamente distribuído (*i.i.d.*), ou seja,

$$Y_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} D$$

para alguma distribuição D , como, por exemplo, a normal. Outro processo estocástico simples é o passeio aleatório (*random walk*),

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde ε_t é um processo *i.i.d.*. A estacionariedade é uma medida de regularidade com significado probabilístico. Esta regularidade pode ser explorada para estimar parâmetros desconhecidos e caracterizar a dependência entre observações ao longo do tempo. Se o processo que gera os dados mudasse frequentemente, construir um modelo significativo seria difícil ou mesmo impossível.

A estacionariedade existe sob duas formas: estacionariedade estrita e estacionariedade em covariância (também conhecida como estacionariedade fraca). A estacionariedade em covariância é importante na modelação da média de um processo, enquanto a estacionariedade estrita é útil em configurações mais complexas, como modelos não lineares.

Um processo estocástico $\{Y_t\}$ é estritamente estacionário se a distribuição conjunta de $\{Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+h}\}$ depende apenas de h e não de t .

A estacionariedade estrita requer que a distribuição conjunta de um processo estocástico não dependa do tempo, sendo o único fator que afeta a relação entre duas observações a distância temporal entre elas. A estacionariedade estrita é uma condição mais fraca do que independência e distribuição idêntica (*i.i.d.*), já que o processo pode ser dependente. Contudo, é uma suposição forte e muitas vezes implausível para várias séries temporais, incluindo dados financeiros e macroeconómicos. A estacionariedade em covariância, por outro lado, impõe restrições apenas aos dois primeiros momentos de um processo estocástico.

Um processo estocástico $\{Y_t\}$ é estacionário em covariância se:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Y_t] &= \mu \quad \text{para } t = 1, 2, \dots \\ \mathbb{V}[Y_t] &= \sigma^2 < \infty \quad \text{para } t = 1, 2, \dots \\ \mathbb{E}[(Y_t - \mu)(Y_{t-s} - \mu)] &= \gamma_s \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, s = 1, 2, \dots, t - 1. \end{aligned}$$

A estacionariedade em covariância requer que tanto a média incondicional como a variância incondicional sejam finitas e não mudem com o tempo. Note-se que a estacionariedade em covariância aplica-se apenas aos momentos incondicionais e não aos momentos condicionais, pelo que um processo estacionário em covariância pode ter uma média condicional variável (ou seja, ser previsível).

Estas duas formas de estacionariedade estão relacionadas, embora nenhuma contenha completamente a outra. Se um processo for estritamente estacionário e tiver momentos de segunda ordem finitos, então será estacionário em covariância. Se um processo for estacionário em covariância e a distribuição conjunta dos resíduos padronizados (centrados na média e normalizados pela respetiva desvio padrão) não depender do tempo, então o processo será estritamente estacionário. Contudo, um tipo de estacionariedade pode ocorrer sem o outro, ambos podem ocorrer ou nenhum se aplicar a uma determinada série temporal.

2.1 Processos Autoregressivos - Média Móvel (ARMA)

Os processos de média móvel autoregressiva (ARMA) são o cerne da investigação de séries temporais uma vez que captam a dependência temporal, principal característica das séries temporais. O modelo ARMA combina dois componentes principais: o modelo autoregressivo (AR) e o modelo de média móvel (MA).

2.1.1 Processos Média Móvel (MA)

Um processo de média móvel de primeira ordem MA(1) segue a seguinte dinâmica $y_t = \phi_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$, onde ε_t representa o erro aleatório, que se assume um ruído branco, ou seja, não é correlacionado no tempo, tem valor esperado nulo e variância constante. Um processo de média móvel de ordem q , denotado por MA(q) segue a seguinte dinâmica: $y_t = \phi_0 + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$, onde ε_t é um ruído branco.

Para processos de média móvel de ordem superior são válidas as seguintes propriedades:

- $E[y_t] = \phi_0$
- $V[y_t] = (1 + \sum_{i=1}^q \theta_i^2) \sigma^2$, onde σ^2 é a variância condicional de ε_t
- $E[(y_t - E[y_t])(y_{t-s} - E[y_{t-s}])] = \sigma^2 \sum_{i=0}^{q-s} \theta_i \theta_{i+s}$, para $s \leq q$, onde $\theta_0 = 1$
- $E[(y_t - E[y_t])(y_{t-s} - E[y_{t-s}])] = 0$ para $s > q$

2.1.2 Processos Autoregressivos (AR)

Um processo autoregressivo de primeira ordem AR(1) segue a seguinte dinâmica: $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, onde ε_t representa o erro aleatório, que se assume um ruído branco, ou seja, não é correlacionado no tempo, tem valor esperado nulo e variância constante.

Um processo autoregressivo de ordem p , denotado por $AR(p)$ segue a seguinte dinâmica: $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$, onde ε_t é um ruído branco.

Algumas das propriedades do processo AR são:

- $E[y_t] = \frac{\phi_0}{1 - \sum_{i=1}^p \phi_i}$
- $V[y_t] = \sigma^2 \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^p \phi_i \rho_i}$, onde σ^2 é a variância condicional de ε_t e ϕ_i é a autocorrelação no desfasamento i
- $V[y_t]$ é finita se $\sum_{i=1}^p \phi_i < 1$
- $E[(y_t - E[y_t])(y_{t-s} - E[y_{t-s}])] \neq 0$ para qualquer s (em geral, embora certas parametrizações possam produzir algumas autocovariâncias nulas).

2.1.3 Processos Autoregressivos - Média Móvel

A notação geral para um modelo $ARMA$ é $ARMA(p, q)$, onde p é a ordem do componente autoregressivo e q é a ordem do componente de média móvel.

A equação geral de um modelo $ARMA(p, q)$ é dada por:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

onde y_t é o valor atual da série temporal, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são os coeficientes autoregressivos, ε_t é o ruído branco no tempo t , e $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ são os coeficientes da componente de média móvel.

A escolha dos parâmetros p e q é crucial e geralmente é feita com base na análise exploratória dos dados, incluindo funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para identificar padrões temporais.

Um modelo $ARMA$ assume que a série temporal é estacionária, ou seja, as propriedades estatísticas como a média e a variância são constantes ao longo do tempo. No entanto, muitas séries temporais não são estacionárias e precisam ser transformadas de modo a atenderem a este requisito.

O modelo $ARIMA$ (processo de média móvel integrada autoregressiva) resolve isso ao incorporar a diferenciação da série. Isto é após a verificação da estacionariedade da série, se a série for não estacionária é aplicada diferenciação. Para uma série que seja diferenciada uma vez teremos, $x_t = y_t - y_{t-1}$, onde x_t é a série diferenciada. Esta diferenciação é feita até a série se tornar estacionária. Após se obter uma série estacionária através da diferenciação é aplicado o modelo $ARMA$ na série transformada. Assim, o modelo $ARIMA$ é expresso como $ARIMA(p, d, q)$, onde p é a ordem da parte da autoregressiva (AR), d é o número de diferenciações aplicadas e q é a ordem da parte de média móvel (MA).

Seja y_t a série temporal original (não estacionária), e $x_t = \Delta^d y_t$ a série estacionária resultante da diferenciação d vezes de y_t . A previsão $\hat{x}_{t+h}$ para h períodos à frente na série estacionária x_t é dada por:

$$\hat{x}_{t+h} = \sum_{i=1}^p \phi_i \hat{x}_{t+h-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t+h-j}$$

onde:

- ϕ_i são os coeficientes autoregressivos,
- θ_j são os coeficientes de média móvel,
- $\hat{x}_{t+h-i}$ são os valores previstos da série estacionária,
- ϵ_{t+h-j} são os erros passados.

Após calcular a previsão para a série estacionária $\hat{x}_{t+h}$, a previsão na escala original $\hat{y}_{t+h}$ pode ser obtida revertendo a diferenciação, de acordo com o número de diferenciações d .

Para $d = 1$:

$$\hat{y}_{t+h} = \hat{x}_{t+h} + y_{t+h-1}$$

Para $d = 2$:

$$\hat{y}_{t+h} = \hat{x}_{t+h} + 2y_{t+h-1} - y_{t+h-2}$$

E assim por diante, para valores maiores de d .

2.2 Modelo Vetorial Autoregressivo (VAR)

A definição de um processo vetorial autoregressivo é semelhante à de um processo autoregressivo univariado.

Uma modelo vetorial autoregressivo de ordem p , designada por VAR(p) é um processo que evolui do seguinte modo: $Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t$, onde Y_t é um processo estocástico vetorial $k \times 1$, Φ_0 é um vetor $k \times 1$ de parâmetros de interseção. $\Phi_j, j = 1, \dots, p$ são matrizes de parâmetros $k \times k$ e ϵ_t é um processo vetorial de ruído branco com o pressuposto $E_{t-1}[\epsilon_t] = 0$, ou seja, não é correlacionado no tempo, tem valor esperado nulo e variância constante.

O modelo VAR permite analisar o contágio entre ativos no que diz respeito aos retornos e testar a causalidade. Tem a vantagem de não estar sujeito a questões de endogeneidade. Face aos modelos univariados permite tratar de informação determinante dos retornos de um dado ativo.

O modelo VAR é utilizado quando temos um sistema de várias séries temporais. Cada variável no sistema é modelada como uma combinação linear dos seus valores passados e dos valores passados de outras variáveis no sistema.

Um VAR(p) reduz-se a um AR(p) quando $k=1$, de tal modo que Y_t e as matrizes de coeficientes, Φ_j são escalares. O conceito de ruído branco vetorial amplia as três

características de um processo de ruído branco univariado para um vetor; apresenta média zero, possui covariância finita e não exibe correlação com seus valores anteriores. Ao contrário do ruído branco univariado, as componentes de um processo de ruído branco vetorial não são assumidas como não correlacionadas simultaneamente.

O modelo VAR mais simples é uma especificação bivariada de primeira ordem, que se define da seguinte forma:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11,1} & \phi_{12,1} \\ \phi_{21,1} & \phi_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}$$

$$y_{1,t} = \phi_{1,0} + \phi_{11,1} y_{1,t-1} + \phi_{12,1} y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}, \quad (2.2)$$

$$y_{2,t} = \phi_{2,0} + \phi_{21,1} y_{1,t-1} + \phi_{22,1} y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t}. \quad (2.3)$$

Onde cada elemento Y_t é uma função dos elementos em Y_{t-1} .

Construir previsões de uma série temporal vetorial é idêntico à construção de previsões a partir de uma única série temporal. Previsões de h-passos são construídas de forma recursiva começando com $E_t[Y_{t+1}]$, utilizando $E_t[Y_{t+1}]$ para construir $E_t[Y_{t+2}]$, e continuando até $E_t[Y_{t+h}]$.

A previsão de h-passos à frente, $\hat{Y}_{t+h|t}$, em um AR(1) é dada por:

$$E_t[Y_{t+h}] = \sum_{j=0}^{h-1} \phi_1^j \phi_0 + \phi_1^h Y_t.$$

A previsão de h-passos à frente de um VAR(1), $\hat{Y}_{t+h|t}$, tem a mesma estrutura e é dada por:

$$E_t[Y_{t+h}] = \sum_{j=0}^{h-1} \Phi_1^j \Phi_0 + \Phi_1^h Y_t.$$

Na prática, é mais simples calcular as previsões usando a forma de desvios do VAR, uma vez que esta não inclui interceção:

$$\tilde{Y}_t = \Phi_1 \tilde{Y}_{t-1} + \Phi_2 \tilde{Y}_{t-2} + \dots + \Phi_p \tilde{Y}_{t-p} + \varepsilon_t,$$

onde $\mu = (I_k - \Phi_1 - \dots - \Phi_p)^{-1} \Phi_0$ e $\tilde{Y}_t = Y_t - \mu$ tem média 0. As previsões de h-passos a partir da forma de desvios são calculadas utilizando recorrência:

$$E_t[\tilde{Y}_{t+h}] = \Phi_1 E_t[\tilde{Y}_{t+h-1}] + \Phi_2 E_t[\tilde{Y}_{t+h-2}] + \dots + \Phi_p E_t[\tilde{Y}_{t+h-p}],$$

começando em $E_t[\tilde{Y}_{t+1}]$. Utilizando a previsão de $E_t[\tilde{Y}_{t+h}]$, a previsão de h-passos à frente de Y_{t+h} é construída adicionando a média de longo prazo: $E_t[Y_{t+h}] = \mu + E_t[\tilde{Y}_{t+h}]$.

Deste modo, o modelo VAR permite: capturar a interdependência entre diferentes variáveis, por exemplo, num modelo VAR as variáveis são explicadas como uma função linear dos seus valores desfasados e dos valores desfasados de outras variáveis; analisar a causalidade isto é investigar a relação de causa e efeito, por exemplo, podemos realizar testes estatísticos para verificar se uma variável causa mudanças noutra variável; prever séries, com base nas relações identificadas pelo modelo, é possível fazer previsões sobre o comportamento futuro das variáveis; analisar choques, isto é, analisar o impacto de choques em diferentes variáveis, esta análise de choques pode fornecer *insights* valiosos sobre a dinâmica do mercado financeiro.

Quando as variáveis são cointegradas isto é, possuem uma relação de longo prazo, o VAR pode ser inadequado pois ignora essa relação. Surge o VECM (*Vector Error Correction Model*) que pode ser definido da seguinte forma:

$$\Delta y_t = D_t + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + v_t$$

onde: D_t é o vetor de constantes, $\Pi = \Pi_1 + \cdots + \Pi_p - I_n$ e $\Gamma_k = -\sum_{j=k+1}^p \Pi_j$, $k = 1, \dots, p-1$. A matriz Π é a matriz de impacto a longo prazo, dada por: $\Pi = \alpha\beta'$, onde as linhas de β' formam uma base para os vetores cointegrantes, e as colunas de α correspondem ao impacto dos vetores cointegrantes na evolução de Δy_t . As matrizes Γ_k são as matrizes de impacto de curto prazo.

2.3 Modelo ARCH

Apesar dos modelos ARMA serem eficazes na captura de padrões temporais e tendências nas séries temporais, eles têm uma limitação importante, a não consideração da volatilidade variável ao longo do tempo.

As séries de retornos são caracterizadas por mudanças rápidas e aleatórias, pelo que são consideradas muito voláteis.

A volatilidade condicional refere-se à variabilidade ou flutuação dos retornos de uma série temporal que é modelada em função das informações disponíveis até ao momento atual. Em outras palavras, a volatilidade condicional é a medida da incerteza ou risco associado aos retornos de um ativo ou variável económica num determinado período, tendo em conta as informações passadas.

Os modelos nos quais a variância da variável muda ao longo do tempo são referidos como modelos ARCH (heterocedasticidade condicional autorregressiva), e existem algumas variações.

Os modelos ARCH salientam-se por três características. Os processos ARCH são essencialmente modelos ARMA e muitas das ferramentas de análise linear de séries temporais podem ser aplicadas diretamente. Os modelos da família ARCH são fáceis de estimar, e modelos simples e parcimoniosos são capazes de fornecer descrições precisas da dinâmica da volatilidade do ativo.

O modelo ARCH completo (Engle, 1982) de ordem p relaciona o nível atual de volatilidade aos choques quadrados passados. A definição do processo ARCH de ordem p é dada por:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t \quad (2.6)$$

onde μ_t pode ser qualquer modelo adaptado para a média condicional. e_t é um processo i.i.d.(independente e identicamente distribuído) com distribuição normal padrão, ou seja, $e_t \sim N(0, 1)$.

A principal característica deste modelo é o facto de a variância do choque ε_t variar no tempo e depender de p choques passados, $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}$, através dos seus quadrado. σ_t^2 é a variância condicional no momento $t - 1$.

Todas as variáveis que determinam σ_t^2 são conhecidas no momento $t - 1$, por isso σ_t^2 está no conjunto de informações do momento $t - 1$, $\mathcal{F}_{t-1}$.

O modelo para a média condicional pode incluir desfasamentos próprios, choques (num modelo MA) ou variáveis exógenas tais como o *spread* de incumprimento ou o prémio de prazo. O modelo para a média condicional deve ser geral o suficiente para captar a dinâmica presente nos dados.

Em muitas séries financeiras, particularmente quando os retornos são medidos em intervalos curtos, de um dia a uma semana, uma média constante, por vezes assumida como 0, é suficiente.

Uma das propriedades do modelo ARCH(p) é a variância condicional, modelizada em função dos quadrados dos erros passados (resíduos).

Um modelo ARCH(p) é estacionário em termos de covariância desde que o modelo para a média condicional corresponda a um processo estacionário, por exemplo uma constante ou um processo ARMA de covariância constante e $1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p > 0$. Modelos ARCH têm a propriedade de $E[\varepsilon_t^2] = \bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p}$ desde que

$$E[\varepsilon_t^2] = E[\varepsilon_t^2 \sigma_t^2] = E[E_{t-1}[\varepsilon_t^2 \sigma_t^2]] = E[\sigma_t^2 E_{t-1}[\varepsilon_t^2]] = E[\sigma_t^2 \times 1] = E[s_t^2].$$

Utilizando autocovariâncias, as autocorrelações são dadas por,

$$\text{Corr}(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-s}^2) = (\alpha_1^s V[\varepsilon_t^2]) / V[\varepsilon_t^2] = \alpha_1^s$$

Um aspeto de interesse dos processos ARCH(p) é que as autocorrelações de ε_t^2 têm de ser positivas, caso contrário, eventualmente um choque seria suficientemente grande para forçar a variância condicional a ser negativa o que tornaria o processo mal definido. Na prática devem ser examinados os valores absolutos ($\text{Corr}(|\varepsilon_t|, |\varepsilon_{t-s}|)$) dado que os retornos financeiros têm frequentemente outliers que são exacerbados quando elevados

ao quadrado. Outro resultado interessante dos modelos ARCH é que a curtose dos choques (ε_t) é estritamente maior do que a curtose de uma normal. A curtose, k , é dada por $k = (3(1-\alpha_1^2))/(1-3\alpha_1^2) > 3$. Estas propriedades fazem dos modelos ARCH ferramentas poderosas na modelação da volatilidade condicional de séries temporais financeiras.

2.4 Modelo GARCH

Se ao modelo ARCH aumentarmos o número de defasamentos, possivelmente relevantes, o modelo ficará muito complexo, criando eventuais dificuldades na estimação, elaborada nestes modelos não lineares com Máxima Verosimilhança.

Uma generalização do modelo ARCH(p) foi proposta por Bollerslev em 1986. Neste caso, a variância da série considera além dos erros ao quadrado passados, também os valores passados da própria variância. Daí o nome do modelo ser modelo generalizado autorregressivo.

A definição do processo GARCH(p,q) é dada por:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t \quad (2.9)$$

onde μ_t pode ser qualquer modelo adaptado para a média condicional. e_t é um processo i.i.d. (independente e identicamente distribuído) com distribuição normal padrão, ou seja, $e_t \sim N(0, 1)$.

O modelo GARCH(p,q) baseia-se no modelo ARCH(p) ao qual inclui q defasamentos da variância condicional, $\sigma_{t-1}^2, \sigma_{t-2}^2, \dots, \sigma_{t-q}^2$.

Um caso particular é o modelo GARCH(1,1) que se adequa, em geral, a várias séries financeiras. Neste modelo assume-se que a média condicional é zero e $e_t \sim N(0, 1)$:

$$r_t = \varepsilon_t \quad (2.10)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t \quad (2.12)$$

O GARCH(1,1) tem um defasamento do quadrado do resíduo do modelo de regressão (termo ARCH, $q = 1$) e um defasamento da própria variância (termo GARCH, $p = 1$).

Tal como no caso do modelo ARCH(p), os coeficientes de um modelo GARCH devem ser restringidos de modo a garantir que as variâncias condicionais são uniformemente positivas. As restrições paramétricas mínimas necessárias para garantir que as variâncias

sejam sempre positivas são de difícil derivação para toda a classe de modelos GARCH(p,q). No caso do modelo GARCH(1,1) as restrições são $\omega > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ e $\beta_1 \geq 0$.

No modelo geral GARCH(p,q) a variância é $\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i - \sum_{j=1}^q \beta_j}$.

Os requisitos dos parâmetros para um modelo GARCH(1,1) ser estacionário são $1 - \alpha_1 - \beta_1 > 0$ e $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ e $\omega > 0$.

A curtose, k, de um modelo GARCH(p,q) é dada por $\frac{3(1+\alpha_1+\beta_1)(1-\alpha_1-\beta_1)}{1-2\alpha_1\beta_1-3\alpha_1^2-\beta_1^2} > 3$. Apesar de ε_t ter distribuição normal a curtose do modelo é maior do que a de uma normal, dado que este modelo é uma mistura de variâncias de normais.

2.5 Modelo DCC

O modelo GARCH(1,1) é amplamente utilizado para modelar a volatilidade condicional em séries temporais financeiras, capturando a persistência na volatilidade ao longo do tempo. No entanto, quando se trata de analisar a dinâmica da correlação entre múltiplas séries financeiras, não é a escolha mais apropriada, sendo necessário a aplicação de outros modelos.

O modelo BEKK, foi proposto originalmente por Engle e Kroner, 2000, é um modelo MGARCH que tem sido amplamente utilizado na modelização de séries temporais multivariadas. No entanto, é um modelo complexo devido ao facto de a sua estrutura requerer a estimação de muitos parâmetros, o que pode levar a dificuldades significativas na identificação e interpretação de resultados.

Por outro lado, o modelo DCC (*Dynamic Conditional Correlation*) apresenta vantagens consideráveis na modelização de volatilidade e correlação em cenários com múltiplas variáveis. A abordagem DCC permite estimar as correlações dinâmicas de forma mais flexível e eficiente, especialmente em contextos onde o número de variáveis é elevado.

Contudo, a comparação entre os modelos BEKK e DCC não é clara em termos de vantagens e desvantagens, conforme indicado por Caporin e McAleer, 2012, não está necessariamente claro que o BEKK seja superior ao DCC em todos os contextos. Pelo que, a sua escolha deve ter em conta a estrutura dos dados.

Dado o número de ativos utilizados neste trabalho a nossa escolha recaiu no modelo DCC.

O modelo DCC (*Dynamic Conditional Correlation*) foi proposto por Engle, 2002. Este modelo estende o GARCH incorporando uma equação de correlação dinâmica, permitindo que a correlação condicional entre as séries também varie ao longo do tempo.

Deste modo o modelo DCC-GARCH estima os parâmetros de correlação condicional dinâmica de modelos MGARCH nos quais as variâncias condicionais são modeladas como modelos GARCH e as covariâncias condicionais são representadas como funções não lineares das variâncias condicionais.

Os modelos MGARCH são caracterizados como modelos de regressão multivariada dinâmica em que as variâncias e covariâncias condicionais dos erros seguem uma estrutura

de média móvel autorregressiva.

O modelo DCC-GARCH, por sua vez, emprega uma combinação não linear de modelos GARCH univariados, incorporando pesos de equações cruzadas variáveis ao longo do tempo para modelar a matriz de covariância condicional dos erros. A distinção entre os modelos MGARCH reside na flexibilidade de suas especificações para a matriz de covariância condicional variável no tempo, representada por H_t .

Dentro da família de correlação condicional dos modelos MGARCH, os elementos diagonais da matriz H_t são modelados por meio de modelos GARCH univariados, enquanto os elementos fora da diagonal são modelados como funções não lineares dos termos diagonais. No caso específico do modelo DCC-GARCH, a expressão $h_{ij,t} = \rho_{ij,t} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}}$ descreve a relação, onde os termos diagonais $h_{ii,t}$ e $h_{jj,t}$ seguem processos GARCH univariados, e $\rho_{ij,t}$ segue o processo dinâmico definido pela normalização da matriz Q_t . Como $\rho_{ij,t}$ varia ao longo do tempo, esse modelo é conhecido como DCC-GARCH.

O modelo DCC-GARCH proposto por Engle, 2002, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y_t &= Cx_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= H_t^{1/2} v_t \\ H_t &= D_t^{1/2} R_t D_t^{1/2} \\ R_t &= \text{diag}(Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-1/2} \\ Q_t &= (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \bar{Q} + \lambda_1 \tilde{\varepsilon}_{t-1} \tilde{\varepsilon}_{t-1}' + \lambda_2 Q_{t-1} \end{aligned}$$

Onde:

- y_t é um vetor $m \times 1$ de variáveis dependentes.
- C é uma matriz $m \times k$ de parâmetros.
- λ_1 e λ_2 são parâmetros que regem a dinâmica das quase correlações condicionais, onde $0 \leq \lambda_1 + \lambda_2 < 1$.
- x_t é um vetor $k \times 1$ de variáveis independentes, que pode conter desfasamentos de y_t .
- $H_t^{1/2}$ é o fator de Cholesky da matriz de covariância condicional variável no tempo H_t .
- v_t é um vetor $m \times 1$ de variáveis normais, independentes e identicamente distribuídas.
- R_t é uma matriz de quase correlações condicionais,

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t} & \dots & \rho_{1m,t} \\ \rho_{12,t} & 1 & \dots & \rho_{2m,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1m,t} & \rho_{2m,t} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

- D_t é a matriz diagonal de variâncias condicionais,

$$D_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{m,t}^2 \end{bmatrix}$$

em que $\sigma_{i,t}^2$ evolui de acordo com um modelo GARCH univariado com a forma $\sigma_{i,t}^2 = s_i + \sum_{j=1}^{p_i} \alpha_j \varepsilon_{i,t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q_i} \beta_j \sigma_{i,t-j}^2$ por padrão, onde os α_j são parâmetros ARCH e os β_j são parâmetros GARCH.

- Q_t é uma matriz de covariâncias dinâmicas,

$$Q_t = \begin{bmatrix} q_{11,t} & q_{12,t} & \cdots & q_{1m,t} \\ q_{21,t} & q_{22,t} & \cdots & q_{2m,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1,t} & q_{m2,t} & \cdots & q_{mm,t} \end{bmatrix}$$

- $\tilde{\varepsilon}_t$ é um vetor $m \times 1$ de resíduos estandardizados, $D_t^{-1/2} \varepsilon_t$.
- $\overline{Q}$ é a média condicional de Q_t

Os parâmetros do modelo DCC-GARCH são estimados por máxima verosimilhança. A função de log-verosimilhança com base na distribuição normal multivariada para a observação t é

$$l_t = -0.5m \log(2\pi) - 0.5 \log\{\det(R_t)\} - \log\{\det(D_t^{1/2})\} - 0.5 \tilde{\varepsilon}_t' R_{t-1} \tilde{\varepsilon}_t,$$

onde a função verosimilhança é dada por $\sum_{t=1}^T l_t$.

Conclui-se que com o modelo DCC, além de estimar a volatilidade condicional de cada série individualmente usando o GARCH(1,1), podemos modelar a correlação condicional entre as séries, fornecendo uma visão mais abrangente e precisa da relação entre os ativos financeiros. O que é particularmente útil em análises de risco, escolha de carteira e gestão de risco, onde entender a dinâmica da correlação é essencial para tomar decisões informadas.

2.6 Carteira de variância mínima

Consideremos um mercado financeiro com n ativos financeiros com rentabilidades dadas pelas variáveis aleatórias $R_1, R_2, \dots, R_n$. Uma carteira (ou portfólio) é um vetor $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tal que $\sum_{i=1}^n x_i = 1$, onde $x_i, i = 1, \dots, n$ é a fração de riqueza investida no ativo i . A rentabilidade da carteira é a variável aleatória $R_p = x_1 R_1 + x_2 R_2 + \dots + x_n R_n$.

Rentabilidade esperada de uma carteira com n ativos:

$$E[R_p] = x_1 E[R_1] + x_2 E[R_2] + \dots + x_n E[R_n].$$

Consideremos a seguinte notação, $\sigma_i^2 = \text{var}(R_i), i = 1, \dots, n$ e $\sigma_{ij} = \text{cov}(R_i, R_j), i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, n, j \neq i$.

Variância da rentabilidade de uma carteira com n ativos: Se tivermos n ativos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_i x_j \sigma_{ij}.$$

Qual a escolha de carteira de um investidor se apenas tiver em conta a rentabilidade e a variância da carteira? Harry Markowitz (Markowitz, 1952) assume que o bem-estar do investidor aumenta com a rentabilidade esperada e diminui com o risco. Este é o racional subjacente ao conceito de carteira eficiente.

Admitindo que a rentabilidade e a variância são as únicas características relevantes de uma carteira. Uma carteira diz-se eficiente se não for possível, para o mesmo nível de risco, encontrar outra carteira com maior rentabilidade esperada, ou se para o mesmo nível de rentabilidade esperada não for possível encontrar uma carteira com menor variância.

A carteira de variância mínima é única e é solução do problema de otimização:

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_i x_j \sigma_{ij},$$

sujeito a $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

A função objetivo pode ser reescrita em forma matricial. Denotando X como o vetor co-

$$\text{luna dos pesos, } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ e } \Sigma \text{ a matriz de variância-covariância, } \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 & \cdots & \sigma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \cdots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix}$$

o problema pode escrever-se na forma:

$$\min_X X^T \Sigma X$$

sujeito a:

$$\mathbf{1}^T X = 1$$

A solução para esse problema é dada pela expressão:

$$X = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$$

onde: $\mathbf{1}$ é um vetor de uns, Σ^{-1} é a inversa da matriz de variância-covariância.

Esta expressão define os pesos da carteira de menor variância, ou de menor risco, de entre todas as carteiras que se podem construir com n ativos. É importante garantir que a matriz de variância-covariância seja definida positiva para que a inversa exista.

Determinação da solução passo a passo

A função Lagrangiana associada a este problema é dada por:

$$L(X, \lambda) = X^T \Sigma X - \lambda(1^T X - 1)$$

primeiro encontram-se as derivadas parciais de L em relação a x_i , $i = 1, \dots, n$ e λ , e igualam-se a zero:

1. Derivadas parciais em ordem a X :

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0, i = 1, \dots, n \Leftrightarrow 2\Sigma X - \lambda \mathbf{1} = 0$$

2. Derivada parcial em relação a λ :

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1^T X - 1 = 0$$

O sistema $2\Sigma X - \lambda \mathbf{1} = 0$ permite obter $\Sigma X = \frac{\lambda}{2} \mathbf{1}$

Multiplicando a equação por Σ^{-1} (supondo que Σ seja invertível), obtem-se

$$X = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}}{2} \lambda$$

De seguida, substituí-se essa solução na derivada parcial em relação a λ :

$$1^T \left(\frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}}{2} \lambda \right) - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \lambda 1^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{1^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$$

Substitui-se λ de volta no sistema $2\Sigma X - \lambda \mathbf{1}$, tem-se

$$X = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1}}{1^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$$

Concluindo-se que a solução acima é a solução para o problema de otimização dado.

2.7 Avaliação de carteira

A avaliação de carteiras é crucial para garantir que os investimentos estão alinhados com os objetivos financeiros e o perfil de risco do investidor. Através da utilização de métricas como o Rácio de *Sharpe* e o VaR, os investidores conseguem tomar decisões mais informadas, otimizando a relação entre risco e retorno e minimizando perdas.

2.7.1 Rácio de Sharpe

Seja R_f a rentabilidade de um ativo sem risco e $E(R_a)$ e σ_a a rentabilidade esperada e o desvio padrão, respetivamente, de uma carteira composta por ativos com risco designa-se por rácio de Sharpe o quociente,

$$\frac{E(R_a) - R_f}{\sigma_a}.$$

O rácio de *Sharpe* compara o prémio de risco da carteira (rentabilidade esperada da carteira menos a rentabilidade do ativo sem risco) com o seu risco, ou seja, indica o prémio de risco da carteira a por unidade de risco. Este rácio é um indicador muito utilizado na avaliação da qualidade de um investimento, quanto maior o rácio de *Sharpe* melhor será o investimento, dado que maior será o prémio de risco por unidade de risco.

2.7.2 VaR

O Valor em Risco (VaR) fornece uma estimativa da perda máxima esperada num investimento durante um período específico, para um nível de confiança pré-definido. Para calcular o VaR de uma carteira constituída por diferentes ativos, é necessário utilizar abordagens multivariadas do VaR que modelizem explicitamente a estrutura de correlação ou a estrutura de covariância entre os componentes da carteira. Existe um grande número de formas de cálculo do VaR multivariado que diferem nos seus pressupostos e têm as suas vantagens e desvantagens.

Apresentamos o processo do cálculo do VaR normal por ser o que utilizamos neste trabalho, uma vez que temos amostras grandes consideramos ser fiável.

2.7.2.1 VaR normal

O VaR com distribuição normal multivariada é a abordagem paramétrica mais utilizada dos modelos VaR multivariados. Esta abordagem assume que os retornos dos ativos da carteira tem uma distribuição normal multivariada. Sob este pressuposto, a carteira sendo uma soma ponderada dos retornos das ações também é normal e por conseguinte, para calcular o VaR da carteira apenas é necessário saber o valor esperado e a variância do retorno da carteira. Deste modo:

$VaR = -(\mu_p + \Phi^{-1}(\alpha)\sigma_p)W$, onde μ_p é o valor esperado da carteira, σ_p é o desvio padrão da carteira e Φ^{-1} é o inverso da função cumulativa de uma distribuição normal padrão, onde α é o nível de significância e W é o valor do investimento. Neste trabalho consideramos $W = 1$.

2.8 Média Móvel

A média móvel é uma ferramenta estatística amplamente utilizada no estudo de séries temporais, desempenhando um papel crucial na análise de dados financeiros. Esta técnica permite suavizar flutuações aleatórias e destacar padrões subjacentes ao longo do tempo, revelando tendências e comportamentos que podem ser fundamentais para a tomada de decisões informadas no âmbito das séries temporais financeiras.

A média móvel é calculada através da média dos valores de uma variável ao longo de um determinado número de períodos consecutivos. Este intervalo, conhecido como janela ou período de média, pode variar consoante a frequência dos dados e os objetivos

analíticos. Em séries temporais financeiras, é comum utilizar médias móveis de curto, médio e longo prazo para capturar diferentes aspectos do comportamento do mercado.

No contexto das séries temporais financeiras, a média móvel é particularmente valiosa para identificar padrões de tendência, reversão e sazonalidade. Maior detalhe sobre Média Móvel poderá ser consultado em Sheppard, 2021.

A média móvel simples (SMA) é calculada atribuindo pesos iguais a todos os valores no período de média, isto é, $SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{t-i+1}$, onde Y_{t-i+1} representa o valor no tempo $t - i + 1$ e n é o número de períodos.

Neste trabalho, a média móvel é utilizada na abordagem histórica, no sentido de ter média e volatilidade realizada conforme Sheppard, 2021.

2.9 Ouro, diversificador ou *Hedge*

O Ouro, historicamente reconhecido como um ativo de refúgio, desempenha um papel crucial nos mercados financeiros, especialmente em períodos de incerteza e volatilidade. Sua capacidade de preservar valor em meio a crises económicas e políticas faz com que seja amplamente utilizado como uma ferramenta de proteção (*hedge*). Além disso, o Ouro é visto como um diversificador eficaz, devido à sua baixa correlação com outros ativos de risco. Neste trabalho seguindo as definições de Baur e Lucey, 2010, avaliamos o papel do Ouro utilizando a correlação entre ele e os ativos. Seguindo as metodologias de Ederington, 1979 e Kroner e Sultan, 1993 determinamos o rácio de *hedge* e o índice de eficácia de *hedge* do Ouro.

2.9.1 Rácio de *Hedge*

O rácio de *hedge*, conhecido como beta, é uma medida estatística que avalia a sensibilidade dos retornos de um ativo em relação aos retornos do ativo de refúgio. No contexto de análise financeira, esta métrica é crucial para entender como diferentes ativos se comportam perante as flutuações do mercado ou outro ativo.

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

onde:

- R_i é o retorno do ativo individual (ou setor específico do S&P 500, neste caso)
- R_m é o retorno do mercado (ou ativo, neste caso, o Ouro),
- $\text{Cov}(R_i, R_m)$ é a covariância entre os retornos do setor e do Ouro,
- $\text{Var}(R_m)$ é a variância dos retornos do Ouro.

Ao calcular o rácio de *hedge* do Ouro em relação a cada setor do S&P 500 podemos compreender a sua utilidade como instrumento de *hedge*. Um beta próximo de zero

indicará que o Ouro tem pouca ou nenhuma correlação com o setor, sugerindo que pode ser um *hedge* eficaz. Por outro lado, um beta negativo indicará que o Ouro tende a mover-se na direção oposta ao setor, reforçando o seu papel como ativo de refúgio. Um beta positivo inferior a 1 indica uma correlação moderada, fazendo do Ouro um *hedge* parcial.

Esta análise contribui para uma gestão de portfólios mais eficaz e oferece uma estratégia robusta de diversificação e proteção contra a volatilidade, evidenciando a importância do Ouro em mercados dinâmicos.

Para este cálculo utilizamos as covariâncias e variâncias condicionais obtidas através do modelo DCC-GARCH(1,1), sendo estes valores diários. Esta metodologia permite uma avaliação precisa e dinâmica das relações entre os retornos dos setores e do Ouro.

2.9.2 Índice de Eficácia de *Hedge*

O índice de eficácia determina quão eficaz é a utilização de instrumentos de *hedge* para mitigar o risco associado a um ativo subjacente. Este índice é essencial para investidores e gestores de risco que procuram minimizar a volatilidade dos seus portfólios, especialmente em mercados altamente instáveis. A eficácia de *hedge* é frequentemente calculada utilizando métodos estatísticos que avaliam a relação entre o ativo coberto e o instrumento de *hedge*. A fórmula geralmente utilizada para calcular a eficácia de *hedge* é baseada na redução da variância dos retornos do portfólio após implementação da estratégia de *hedge*. Matematicamente, a eficácia de *hedge* (*HE*) pode ser definida como:

$$HE = 1 - \frac{Var_B}{Var_A}$$

onde:

- Var_A é a variância do retorno da carteira coberta,
- Var_B é a variância do retorno da carteira não coberta.

Seguindo a literatura de Ederington, 1979 *HE* é igual ao quadrado da correlação entre cada setor e o Ouro, isto é, $HE = \rho^2$.

Um valor de *HE* próximo de 1 indica uma elevada eficácia de *hedge*, significando que a estratégia de cobertura foi eficaz na redução da variância do portfólio. Por outro lado, um valor de *HE* próximo de 0 indica baixa eficácia, sugerindo que a estratégia de *hedge* não foi bem-sucedida em reduzir a volatilidade. O índice de eficácia de *hedge* é uma ferramenta essencial para avaliar a eficiência das estratégias de cobertura utilizadas para mitigar riscos financeiros. Compreender e aplicar corretamente este índice permite aos investidores e gestores de risco otimizar as suas estratégias de *hedge*, protegendo-se eficazmente contra a volatilidade do mercado e assegurando a estabilidade dos retornos dos portfólios. Ao integrar a análise da eficácia de *hedge* nas práticas de gestão de risco, é possível alcançar uma abordagem mais robusta e adaptável às dinâmicas do mercado financeiro.

RESULTADOS

3.1 S&P 500

Como anteriormente descrito, o S&P 500 é um índice de mercado que pode ser dividido em 11 setores, os quais serão objeto de análise neste trabalho enquanto constituintes de uma carteira composta por estes e pelo Ouro. No entanto, no mercado, é possível tanto fazer um investimento individual em cada um dos setores do S&P 500, como fazer um investimento individual no próprio S&P 500. Assim, investir no S&P 500 equivale a investir um determinado peso em cada um dos setores que o compõem. Este peso não é fixo, sendo ajustado periodicamente. Em fevereiro de 2024, os pesos dos setores no índice S&P 500 eram os ilustrados na figura seguinte:

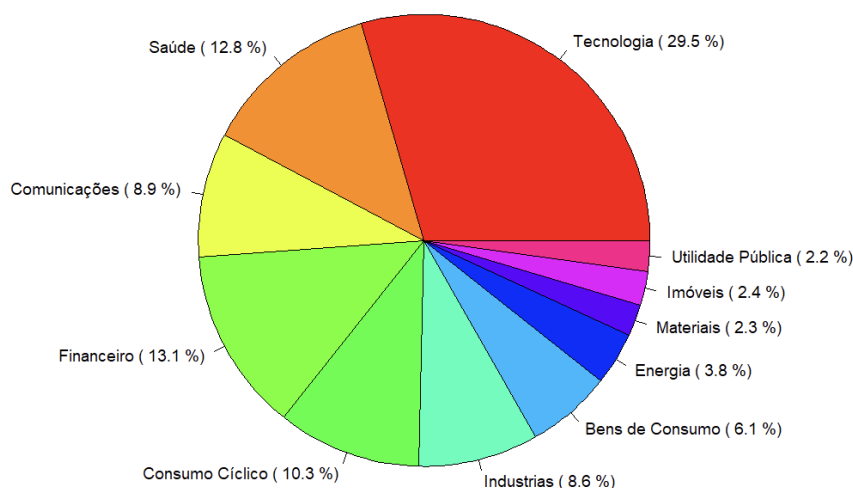


Figura 3.1: Pesos dos setores no S&P 500, Fevereiro 2024

Considerando um investimento individual no S&P 500, a carteira é a descrita de seguida. Seja X o vetor de pesos dos setores do S&P 500. Temos:

$$X = (x_{XLC}, x_{XLP}, x_{XLE}, x_{XLF}, x_{XLV}, x_{XLI}, x_{XLB}, x_{XLRE}, x_{XLU}, x_{XLK}, x_{XLY})$$

$$X = (0.089, 0.061, 0.038, 0.131, 0.128, 0.086, 0.023, 0.024, 0.022, 0.295, 0.103).$$

Considerando os retornos do S&P 500 nos dois períodos em análise, os resultados médios obtidos para a carteira descrita acima são os ilustrados na tabela 3.1. Simplificando,

os resultados obtidos na tabela que se segue foram calculados do seguinte modo:

- Valor Esperado da Carteira - Média dos retornos diários do S&P 500
- Variância da Carteira - Variância dos retornos diários do S&P 500
- Sharpe Ratio - Rácio da média com o desvio padrão dos retornos diários do S&P 500
- VaR normal (99%) - Média dos retornos diários do S&P 500 mais o desvio padrão dos retornos diários do S&P 500 multiplicado pelo valor crítico da distribuição normal inversa correspondente a 99% (o nível de confiança especificado).

	Covid	Pós-Covid
Valor Esperado da Carteira	0.001	2.19×10^{-04}
Variância da Carteira	4.79×10^{-04}	1.82×10^{-04}
Sharpe Ratio	0.026	0.019
VaR (99%)	0.050	0.031

Tabela 3.1: Tabela de Desempenho da Carteira em Diferentes Períodos

Verifica-se nas secções seguintes que os resultados obtidos no cálculo de carteiras de variância mínima diferem dos obtidos aqui. Nas secções subsequentes o ativo Ouro é contemplado nas carteiras, além do mais não restringimos vendas a descoberto pelo que os pesos dos setores do S&P 500 podem tomar valores negativos.

3.2 Dados e Estatísticas

Iniciamos esta secção aplicando a transformação $\log(p_t)$ aos p_t (preços extraído do *Yahoo Finance*), sendo que, neste trabalho, $\log$ refere-se sempre ao logaritmo neperiano. Esta transformação permite-nos suavizar p_t , especialmente em relação a valores extremos.

Começamos por estudar a presença de raiz unitária, complementando esta análise com testes sobre os retornos, $\log(p_t/p_{t-1}) \times 100$, para verificar se estes são estacionários. Analisamos também, nesta secção, a potencial existência de cointegração que, caso confirmada, indica a presença de uma tendência comum entre as séries, limitando assim a possibilidade de diversificação de risco a longo prazo.

3.2.1 Teste de raiz unitária

Iniciamos a análise dos dados pelo teste de raiz unitária.

O teste de raiz unitária é utilizado para determinar se uma série temporal é estacionária ou possui uma tendência estocástica, o que implica a não estacionariedade.

A presença de raiz unitária sugere que os choques à série temporal têm efeitos permanentes, enquanto que a ausência de uma raiz unitária indica que os choques são temporários.

Efetuamos o teste de Dickey-Fuller Aumentado (VAR). O teste têm como hipótese nula a existência de raiz unitária contra a hipótese alternativa de que a série é estacionária. Mais detalhe poderá ser encontrado em Hamilton, 1994.

Nas tabelas abaixo 3.2 e 3.3 encontram-se os resultados obtidos para o teste VAR considerando as séries definidas como $\log(p_t)$, onde p_t é o preço do ativo no momento t .

Concluimos que as séries em estudo são não estacionárias, sendo estacionárias em primeiras diferenças, isto é na forma $\log(p_t/p_{t-1}) \times 100$. Deste modo as nossas séries de interesse, as séries de retornos são estacionárias.

Séries	Teste sem constante		Teste com constante		Teste com constante e tendência	
	<i>lags</i>	<i>p-value</i>	<i>lags</i>	<i>p-value</i>	<i>lags</i>	<i>p-value</i>
Comunicações (XLC)	9	0.833	9	0.771	10	0.153
Bens de Consumo (XLP)	9	0.776	9	0.497	9	0.149
Energia (XLE)	7	0.447	7	0.050	7	0.266
Finanças (XLF)	7	0.649	7	0.301	7	0.530
Saúde (XLV)	9	0.779	9	0.408	9	0.061
Indústria (XLI)	7	0.728	9	0.509	9	0.319
Materiais (XLB)	9	0.824	9	0.785	9	0.257
Imóveis (XLRE)	9	0.635	9	0.038*	9	0.123
Utilidade Pública (XLU)	9	0.652	9	0.062	9	0.169
Tecnologia (XLK)	9	0.902	9	0.829	9	0.288
Consumo Cíclico (XLY)	9	0.855	9	0.788	9	0.303
Ouro	6	0.950	6	0.528	0	0.323

Tabela 3.2: *lags* e *p-values* do teste VAR para o período Covid

Séries	Teste sem constante		Teste com constante		Teste com constante e tendência	
	<i>lags</i>	<i>p-value</i>	<i>lags</i>	<i>p-value</i>	<i>lags</i>	<i>p-value</i>
Comunicações (XLC)	0	0.693	0	0.688	0	0.882
Bens de Consumo (XLP)	0	0.763	0	0.149	0	0.478
Energia (XLE)	0	0.979	0	0.232	0	0.255
Finanças (XLF)	0	0.814	0	0.021*	0	0.059
Saúde (XLV)	0	0.869	0	0.034*	0	0.075
Indústria (XLI)	0	0.850	0	0.046*	0	0.183
Materiais (XLB)	0	0.790	0	0.012*	0	0.068
Imóveis (XLRE)	4	0.695	4	0.342	4	0.262
Utilidade Pública (XLU)	0	0.690	0	0.136	0	0.642
Tecnologia (XLK)	0	0.861	0	0.307	0	0.577
Consumo Cíclico (XLY)	0	0.691	0	0.318	0	0.433
Ouro	6	0.672	6	0.149	6	0.266

Tabela 3.3: *lags* e *p-values* do teste VAR para o período Pós-Covid

Para as séries, onde *p-value* é inferior a 0.05, assinaladas com os valores a asterístico,

recorremos ao teste Φ_2 , conforme Dickey e Fuller, 1981, onde concluímos que o teste VAR sem constante e sem tendência é o mais fiável (isto é, as séries deverão ser *random walk*), reforçando que as séries em questão são não estacionárias.

3.2.2 Teste de cointegração

Inicialmente, verificamos a existência de cointegração entre as variáveis. Para este estudo as variáveis foram analisadas na sua forma logarítmica, isto é, $\log(p_t)$. Diz-se que duas variáveis são cointegradas quando existe uma relação de longo prazo entre as variáveis. Cointegração Bivariada: Sejam $\{x_t\}$ e $\{Y_t\}$ duas séries $I(1)$. Estas séries estão cointegradas se existir um vetor β com ambos os elementos não nulos tal que

$$\beta^\top \begin{bmatrix} x_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \beta_1 x_t - \beta_2 Y_t \sim I(0)$$

Esta definição afirma que existe uma combinação linear não trivial de x_t e Y_t que é estacionária. As relações de cointegração são definidas apenas até uma constante não nula. O objetivo de verificar a cointegração entre as variáveis para determinar uma carteira eficiente depreende-se no facto de duas variáveis cointegradas não deverem estar numa mesma carteira, pois pode não haver a possibilidade de redução do risco por diversificação. Para o estudo da cointegração aplicamos o teste de Johansen. Dadas as dimensões das amostras nos dois períodos em estudo, pelo teorema do limite central, admitimos a existência de normalidade, critério necessário à aplicação do teste. Mais detalhe sobre este teste pode ser encontrado em Hamilton, 1994.

Para o período Covid, considerando 1 desfaseamento e constante sem restrição, concluímos, pelo teste do máximo valor próprio (conforme a tabela I.1) e pelo teste do traço (conforme a tabela I.2), a existência de dois vetores cointegrantes. Prosseguimos para a modelização dos dados com um VECM, e as equações do modelo podem ser encontradas em I.5. Os resultados obtidos não foram muito claros quanto à significância dos vetores cointegrantes, uma vez que nem em todas as equações o *p-value* é inferior a 0.05 para os vetores cointegrantes. Dada a existência de dois vetores integrantes, podemos também extrair duas equações de cointegração que descrevem as relações de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis.

$$\begin{aligned} \text{XLC} &= 0.277 \cdot \text{XLE} + 0.339 \cdot \text{XLF} - 0.673 \cdot \text{XLV} - 0.299 \cdot \text{XLI} + 0.274 \cdot \text{XLB} \\ &\quad - 0.910 \cdot \text{XLRE} + 0.297 \cdot \text{XLU} - 0.226 \cdot \text{XLK} + 1.130 \cdot \text{XLY} + 0.506 \cdot \text{Ouro} \\ \text{XLP} &= -0.101 \cdot \text{XLE} + 0.055 \cdot \text{XLF} + 0.659 \cdot \text{XLV} + 0.678 \cdot \text{XLI} - 0.376 \cdot \text{XLB} \\ &\quad + 0.044 \cdot \text{XLRE} - 0.153 \cdot \text{XLU} - 0.262 \cdot \text{XLK} + 0.130 \cdot \text{XLY} + 0.238 \cdot \text{Ouro} \end{aligned}$$

A presença de coeficientes menores que 1 e a variedade de sinais nos coeficientes, das equações acima, indicam que embora haja a presença de cointegração ainda existe a possibilidade de diversificação.

No período Pós-Covid, considerando 1 desfasamento e constante sem restrição, concluímos pelo teste do máximo valor próprio (conforme a tabela I.3) e pelo teste do traço (conforme a tabela I.4), que não existem vetores cointegrantes. Portanto, não é necessário aplicar nenhum mecanismo corretor do erro.

Dado que os resultados obtidos para o período Covid não foram conclusivos, decidimos avançar também sem a aplicação de nenhum mecanismo vetor do erro, mantendo a metodologia utilizada no período Pós-Covid. Isto nos proporciona maior consistência e uniformização dos processos aplicados em cada período.

3.2.3 Retornos: Estatísticas Descritivas

A partir desta secção, estudamos os retornos, isto é, $\log(p_t/p_{t-1}) \times 100$, onde p_t é o preço do ativo no momento t .

A média e a mediana são medidas de tendência central que indicam o valor médio e o valor central dos retornos. Podemos observar que, em geral, as médias e medianas dos retornos são baixas em todos os períodos. Isso sugere que os retornos dos ativos não apresentam uma tendência clara de alta ou baixa.

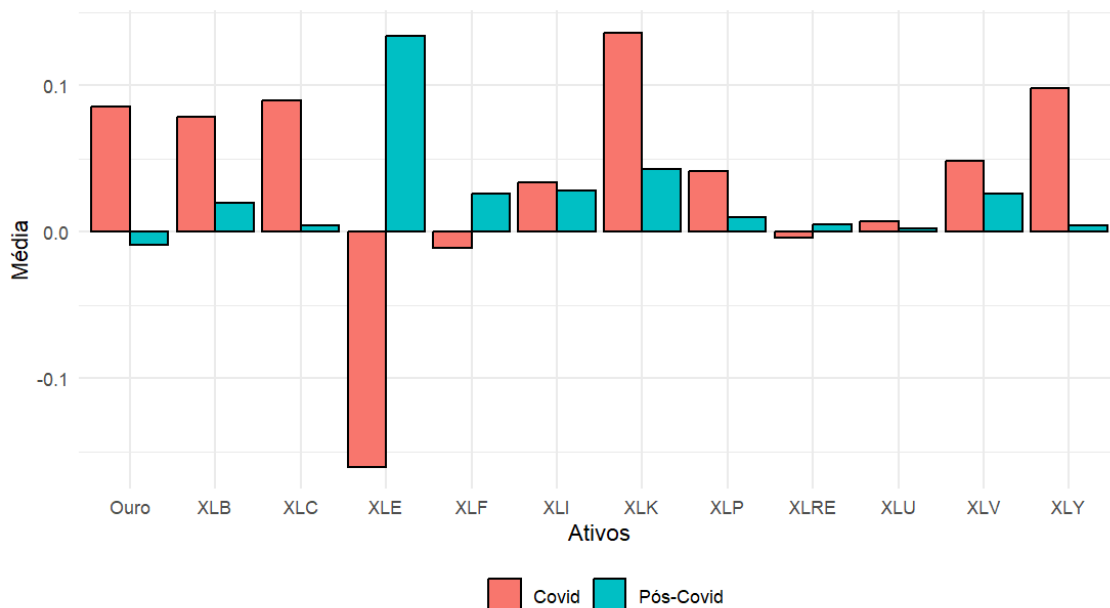


Figura 3.2: Média dos retornos dos ativos em cada período

O desvio padrão é uma medida de dispersão que indica a volatilidade dos retornos dos ativos. Podemos observar que o desvio padrão é alto em ambos os períodos, indicando que os retornos são voláteis. No entanto, o desvio padrão é mais alto durante a pandemia de Covid-19, o que sugere uma maior volatilidade dos mercados durante esse período, visível na figura 3.3.

Tendo em conta que quer o desvio padrão quer a média são influenciados pela escala de valores, analisamos o coeficiente de variação.

O coeficiente de variação, figura 3.4, é uma medida de volatilidade relativa, calculada dividindo o desvio padrão pela média. Podemos observar que o coeficiente de variação é muito alto em todos os períodos, indicando uma alta volatilidade relativa nos retornos. Isso sugere que os retornos dos ativos são altamente voláteis em relação à sua média. Note-se que não há evidência generalizada para os retornos setoriais de maior ou menor volatilidade entre os períodos.

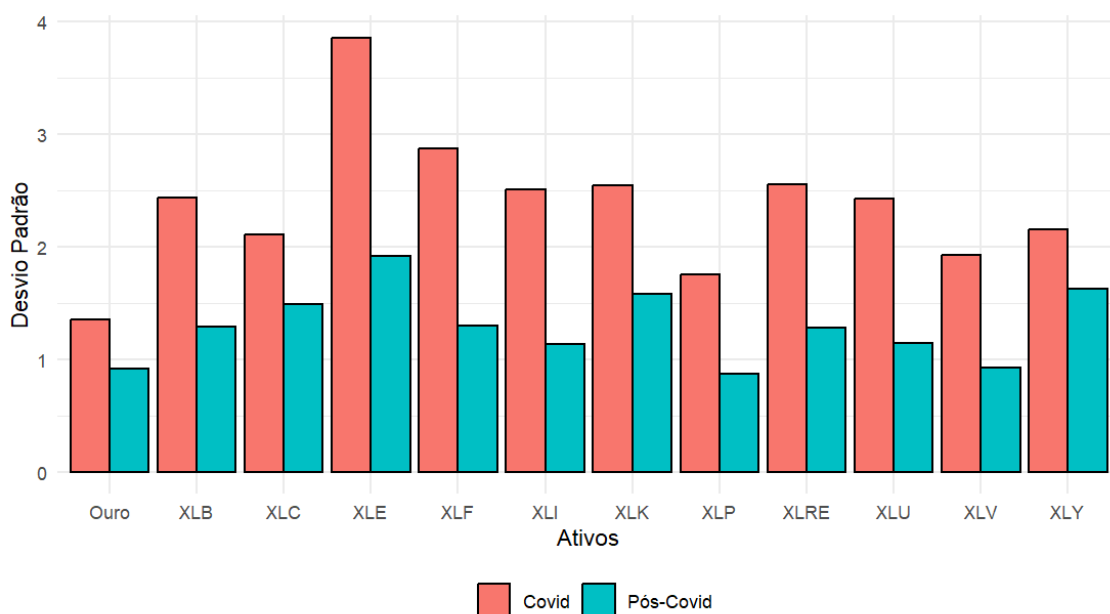


Figura 3.3: Desvio padrão dos retornos dos ativos em cada período

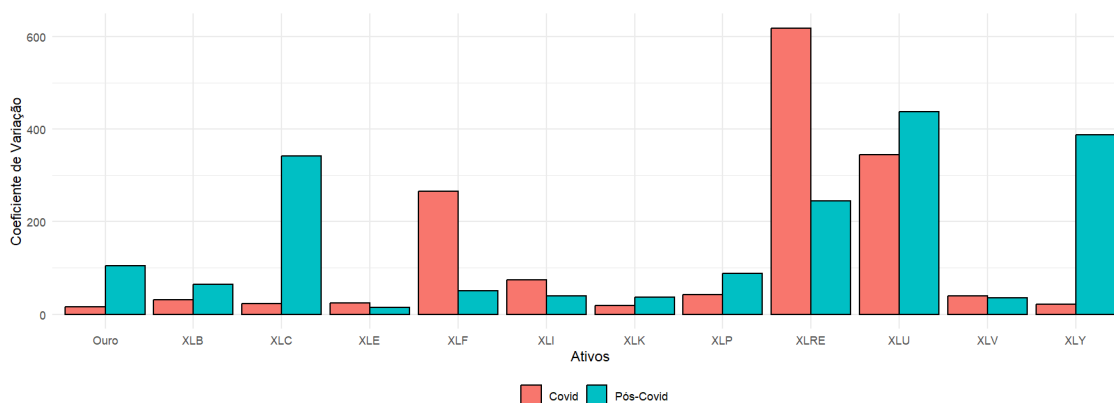


Figura 3.4: Coeficiente de variação dos retornos dos ativos em cada período

Na tabela 3.4 é possível verificar outras estatísticas descritivas das séries em cada um dos períodos.

	Covid				Pós-Covid			
	Mínimo	Máximo	Enviesamento	Excesso de Curtose	Mínimo	Máximo	Enviesamento	Excesso de Curtose
Comunicações (XLC)	-11.968	8.609	-0.949	6.966	-6.925	6.361	-0.118	1.886
Bens de Consumo (XLP)	-9.867	8.168	-0.273	8.943	-6.651	3.172	-0.747	5.407
Energia (XLE)	-22.491	14.874	-0.762	6.762	-8.635	5.497	-0.306	0.651
Finanças (XLF)	-14.745	12.360	-0.494	6.252	-4.147	4.925	-0.031	0.770
Saúde (XLV)	-10.382	7.423	-0.360	6.200	-3.716	3.016	-0.208	0.796
Indústria (XLI)	-12.041	11.913	-0.560	6.020	-3.839	4.110	-0.061	0.633
Materiais (XLB)	-11.663	11.118	-0.682	5.607	-3.984	5.387	0.052	0.710
Imóveis (XLRE)	-17.437	8.416	-1.221	9.901	-4.940	7.387	-0.060	2.226
Utilidade Pública (XLU)	-12.056	12.039	-0.076	7.506	-4.761	4.607	-0.308	1.243
Tecnologia (XLK)	-14.866	11.093	-0.662	7.521	-5.455	7.897	0.012	1.098
Consumo Cíclico (XLY)	-13.546	8.965	-1.295	9.949	-6.762	7.054	-0.303	1.298
Ouro	-5.107	5.778	-0.178	3.757	-4.718	3.107	-0.373	1.990

Tabela 3.4: Estatísticas descritivas dos retornos no período Covid e Pós-Covid

O enviesamento e o excesso de curtose são medidas de assimetria e do peso relativo das abas da distribuição dos retornos. A assimetria mostra onde se situa a maior parte das observações negativas e positivas e deste modo onde estão os valores extremos positivos e negativos. A curtose mostra a existência de maior probabilidade de valores extremos e *clustering* de observações. Podemos observar que o enviesamento é na maioria das variáveis negativo em todos os períodos, indicando uma distribuição assimétrica com uma cauda negativa. Além disso, a curtose excessiva é positiva em todos os períodos, indicando uma distribuição mais pesada nas caudas em relação a uma distribuição normal.

Para os investidores valores altos de curtose são sinais de alerta uma vez que um investidor pode experimentar flutuações de preços extremas, indicando risco. Note-se ainda que excesso de curtose indicia a presença de risco sistemático, nomeadamente persistência de volatilidade no sentido da modelização ARCH, i.e., volatilidade condicional, discutida adiante.

Na tabela 3.4, verifica-se que para o período Covid os valores de curtose são mais elevados que para o período Pós-Covid, reforçando a ideia de maior risco no período Covid.

A variação entre extremos, e bem assim a presença mais marcada ou não destes é demonstrada pelos valores máximo e mínimo e também pela diferença entre estes, ou seja pela amplitude dos retornos.

Em geral, os resultados das estatísticas descritivas indicam que os retornos são voláteis, assimétricos e apresentam movimentos extremos. No entanto, é importante ressaltar que as estatísticas descritivas fornecem apenas uma visão geral dos dados e não capturam todos os aspetos e nuances dos mercados financeiros.

3.2.4 Relação entre os retornos dos ativos - Modelo VAR

Após verificarmos que todas as séries em análise são estacionárias e que não há necessidade de aplicar nenhum mecanismo de correção de erro. O passo seguinte foi estudarmos o

modelo VAR que melhor modela as séries. Para tal recorremos aos critérios de informação, nomeadamente AIC e ao teste de diagnóstico para autocorrelação, o teste de *Ljung Box* para defasamentos diversos, em particular até à ordem 5.

Para o período Covid, utilizando o critério AIC, a escolha é um VAR(1). Após a aplicação do modelo analisamos a autocorrelação e verificamos que esta está presente, tendo em conta que obtivemos *p-values* inferiores a 0.05 para o teste. Deste modo, testámos um VAR(2), um VAR(3) e um VAR(4), em todos eles persistiu a existência de autocorrelação (resultados na tabela I.6). Para o período Pós-Covid, utilizando novamente o critério AIC, a escolha seria um modelo VAR(1), no entanto e há semelhança do que nos aconteceu no período Covid verificámos a existência de autocorrelação. Ao testarmos um VAR(2) a autocorrelação deixou de existir (resultados na tabela I.7).

No entanto face a estes resultados optamos, ainda que com a existência de autocorrelação, pelo VAR(1) por ser um modelo mais parcimonioso, tanto no período Covid como no período Pós-Covid. Além disso individualmente, isto é aplicando um VAR(1) univariado a cada uma das séries de retornos, considerando ordem 5 para o teste de Ljung Box, não existe para a maioria das séries autocorrelação, considerando um *p-value* de 0.05 (conforme tabelas I.8 e I.9). Sendo que o VAR univariado é o que nos tem interesse para a modelação com modelo DCC (na secção 3.3.2 do trabalho), reforçando o uso de um VAR(1) em ambos os períodos. Verificamos também que as outras especificações (VAR(2), VAR(3), VAR(4)) não convergiam ou deixavam o modelo DCC inválido, por exemplo com variâncias negativas.

A equação do modelo VAR(1) é a apresentada abaixo para cada uma das variáveis.

$$\begin{aligned} y_{x,t} = & c + \phi_1 \cdot y_{XLC_{t-1}} + \phi_2 \cdot y_{XLP_{t-1}} + \phi_3 \cdot y_{XLE_{t-1}} + \phi_4 \cdot y_{XLF_{t-1}} + \phi_5 \cdot y_{XLV_{t-1}} \\ & + \phi_6 \cdot y_{XLI_{t-1}} + \phi_7 \cdot y_{XLB_{t-1}} + \phi_8 \cdot y_{XLRE_{t-1}} + \phi_9 \cdot y_{XLU_{t-1}} + \phi_{10} \cdot y_{XLK_{t-1}} \\ & + \phi_{11} \cdot y_{XLY_{t-1}} + \phi_{12} \cdot y_{Ouro_{t-1}}, \end{aligned}$$

Onde $x = \{XLC, XLP, XLE, XLF, XLV, XLI, XLB, XLRE, XLY, XLK, XLY \text{ e } Ouro\}$.

Em anexo, podem ser encontradas as tabelas I.1 e I.2, com os coeficientes para cada uma das equações do modelo VAR(1).

Podemos ver que os retornos dos ativos, tanto no período Covid como no período Pós-Covid, exibem pouca dependência dos retornos passados de outros ativos, uma vez que existem poucas variáveis significativas, isto é com *p-value* inferior a 0.05, identificadas a negrito nas tabelas I.1 e I.2. O que mostra uma dinâmica e uma dependência em termos de *spillovers* relativamente baixa.

A causalidade de Granger é de extrema importância na previsão de resultados, pois ajuda a identificar que variáveis influenciam outras, permitindo a construção de modelos de previsão mais robustos ao incluirmos apenas as variáveis que realmente têm impacto. Além disso, ao entendermos a direção e a força das relações entre as variáveis, podemos reduzir a incerteza nas previsões. A causalidade de Granger é definida de forma negativa.

Uma variável aleatória escalar x_t não causa Granger Y_t se:

$$\mathbb{E}[Y_t | x_{t-1}, Y_{t-1}, x_{t-2}, Y_{t-2}, \dots] = \mathbb{E}[Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots].$$

Isto é, x_t não causa Granger Y_t se a previsão de Y_t for a mesma, quer seja condicionada aos valores passados de x_t ou não.

A causalidade de Granger pode ser ilustrada de forma simples num modelo VAR bivariado:

$$\begin{pmatrix} x_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11,1} & \phi_{12,1} \\ \phi_{21,1} & \phi_{22,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11,2} & \phi_{12,2} \\ \phi_{21,2} & \phi_{22,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-2} \\ Y_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix}.$$

Neste modelo, se $\phi_{21,1} = \phi_{21,2} = 0$, então x_t não causa Granger Y_t . Note-se que x_t não causar Granger Y_t não implica que Y_t não causa Granger x_t .

Uma limitação importante da causalidade de Granger é que esta não considera efeitos indiretos. Por exemplo, suponha que x_t e Y_t são ambos causados por Z_t . É provável que x_t cause Granger Y_t num modelo que omita Z_t se

$$\mathbb{E}[Y_t | Y_{t-1}, x_{t-1}, \dots] \neq \mathbb{E}[Y_t | Y_{t-1}, \dots],$$

apesar de

$$\mathbb{E}[Y_t | Y_{t-1}, Z_{t-1}, x_{t-1}, \dots] = \mathbb{E}[Y_t | Y_{t-1}, Z_{t-1}, \dots].$$

Considerando um nível de significância de 0.05, nas tabelas 3.5 e 3.6 encontram-se as variáveis com causalidade à Granger e os respetivos *p-values* obtidos no teste de causalidade à Granger.

Variáveis	<i>p-value</i>	Variáveis	<i>p-value</i>
Bens de Consumo (XLP) e Finanças (XLF)	0.020	Energia (XLE) e Consumo Cíclico (XLY)	0.034
Finanças (XLF) e Indústria (XLI)	0.045	Finanças (XLF) e Consumo Cíclico (XLY)	0.048
Saúde (XLV) e Finanças (XLF)	0.002	Saúde (XLV) e Tecnologia (XLK)	0.044
Saúde (XLV) e Consumo Cíclico (XLY)	0.016	Indústria (XLI) e Finanças (XLF)	0.014
Indústria (XLI) e Consumo Cíclico (XLY)	0.021	Materiais (XLB) e Tecnologia (XLK)	0.050
Materiais (XLB) e Consumo Cíclico (XLY)	0.001	Imóveis (XLRE) e Finanças (XLF)	0.013
Tecnologia (XLK) e Finanças (XLF)	0.018	Tecnologia (XLK) e Consumo Cíclico (XLY)	0.005
Consumo Cíclico (XLY) e Comunicações (XLC)	0.040	Consumo Cíclico (XLY) e Finanças (XLF)	0.015
Ouro e Comunicações (XLC)	0.047	Ouro e Energia (XLE)	0.003
Ouro e Consumo Cíclico (XLY)	0.018		

Tabela 3.5: Causalidade à Granger Covid

Variáveis	<i>p-value</i>
Energia (XLE) e XLB (Materiais)	0.013
XLV (Saúde) e XLP (Bens de Consumo)	0.022

Tabela 3.6: Causalidade à Granger Pós-Covid

Note-se que num VAR(1) o teste F, que estuda a dependência e o contágio entre as variáveis e o teste T, que estuda a causalidade à Granger são iguais pelo que os *p-values* indicados para a análise da autocorrelação são iguais aos encontrados nas tabelas I.1 e I.2.

3.2.5 Efeitos ARCH

Dado que pretendemos aplicar o modelo DCC-GARCH(1,1) foi nos crucial analisar a presença de feitos ARCH (Heterocedasticidade Condicional Autorregressiva). Os efeitos ARCH indicam que a variância condicional atual depende da variância condicional passada e de choques anteriores.

Para avaliar os efeitos ARCH utilizamos o Teste de Lagrange Multiplier (LM) proposto por Engle, 1982.

Foi realizado um teste univariado, aplicado a cada ativo individualmente, o teste LM avalia a presença de heteroscedasticidade condicional nos resíduos de uma regressão. Os *p-values* apresentados na tabela 3.7 inferiores ao nível de significância 0.05 indicam a presença de efeitos ARCH nos dois períodos para a maioria dos ativos.

Ativos	Covid	Pós-Covid
Comunicações	0.000	0.000
Bens de Consumo	0.000	0.068
Energia	0.002	0.000
Finanças	0.000	0.000
Saúde	0.000	0.000
Indústria	0.000	0.002
Materiais	0.000	0.003
Imóveis	0.000	0.038
Utilidade Pública	0.000	0.000
Tecnologia	0.000	0.000
Consumo Cíclico	0.000	0.000
Ouro	0.251	0.777

Tabela 3.7: *p-values* do teste ARCH univariado para o período Covid e Pós-Covid

Adicionalmente realizou-se um teste multivariado para o sistema como um todo, o teste avalia conjuntamente a presença de heteroscedasticidade condicional nos resíduos. No período Covid o *p-value* foi 0.000 e no período Pós-Covid o *p-value* foi 4.575×10^{-16} indicando uma forte evidência de efeitos ARCH. Dada a existência de efeitos ARCH nos dados em estudo prosseguimos para a aplicação dos modelos.

3.3 Composição da Carteira

Nesta secção iremos determinar carteiras de variância mínima para o período Covid e Pós-Covid, utilizando duas metodologias diferentes - Média Móvel e Modelo DCC - para a obtenção da matriz de variâncias-covariâncias e retornos esperados.

3.3.1 Utilizando Média Móvel

Os dados considerados para análise tem na sua generalidade uma periodicidade diária (semana de 5 dias), pelo que iremos considerar para a média móvel um período de 20 dias (sensivelmente um mês, considerando que cada mês têm 4 semanas).

Para determinar as carteiras de variância mínima seguimos os seguintes passos:

1. Aplicamos uma janela deslizante de 20 dias aos dados do período em análise;
2. Para cada janela de dados determinamos a matriz de variância-covariâncias e a média dos retornos diários de cada ativo.
3. Por fim, calculamos a carteira de variância mínima para cada janela de dados, bem como as medidas de desempenho (retorno da carteira, variância da carteira, rácio de Sharpe e VaR(99%))

Face ao exposto, determinamos carteiras de variância mínima diárias para os períodos em análise, representadas nas figuras 3.5 e 3.6. Notemos que ao serem necessários 20 dias para o cálculo de cada uma das carteiras, a primeira carteira determinada para cada um dos períodos acontece 20 dias após o primeiro dia do período.

Por último efetuamos uma média dos resultados dessas carteiras tendo-se obtido os resultados representados na tabela 3.9. Notemos que a média dos pesos de n carteiras é ainda uma carteira, no entanto não é uma carteira de variância mínima.

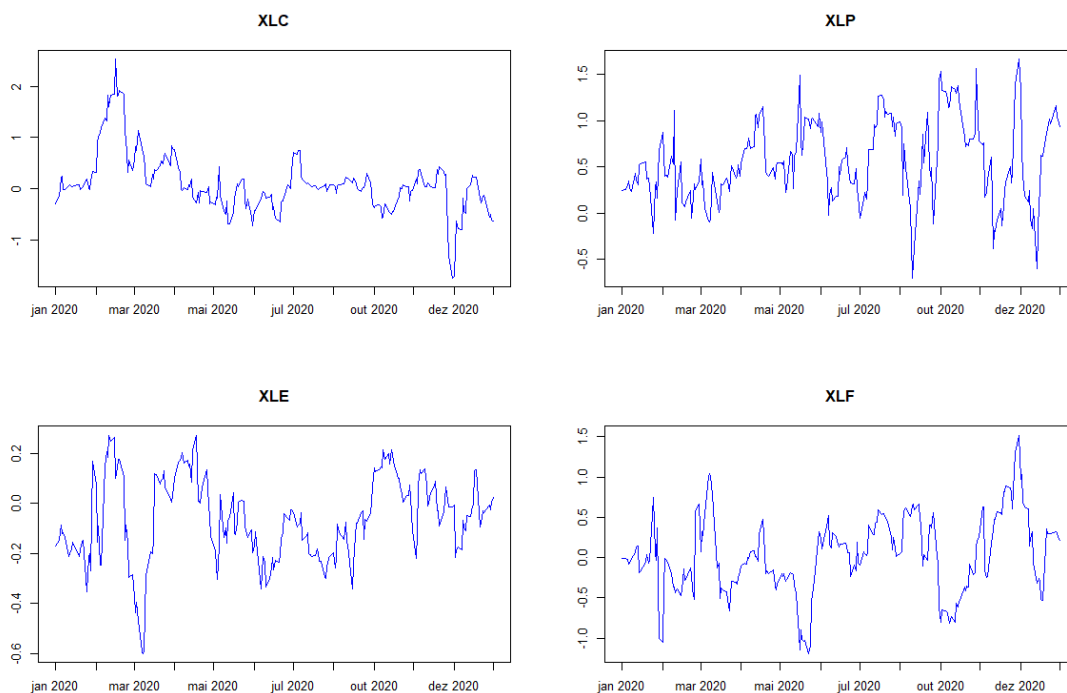
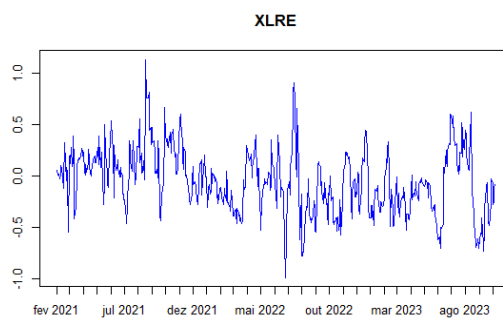
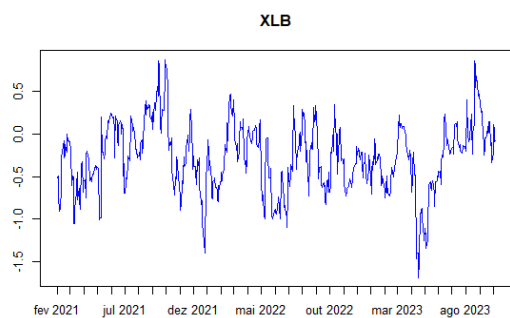
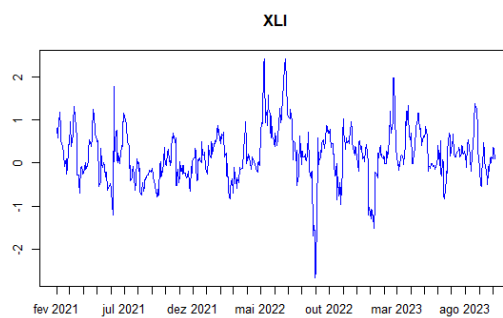
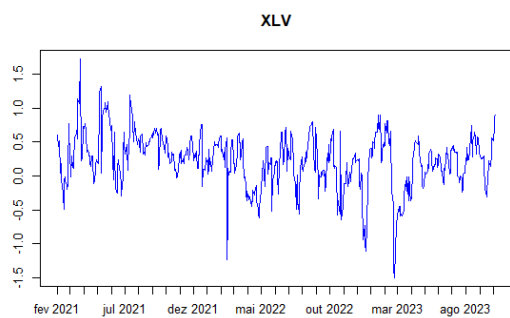
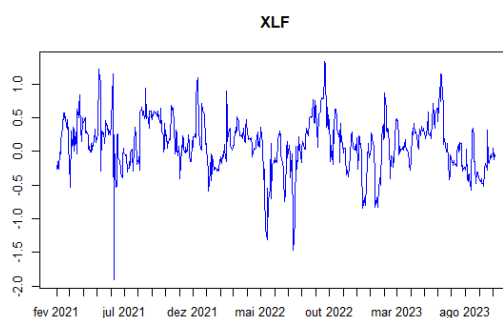
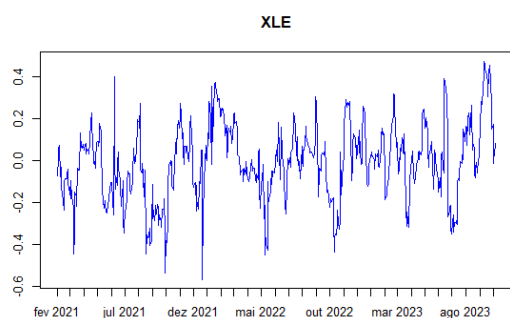
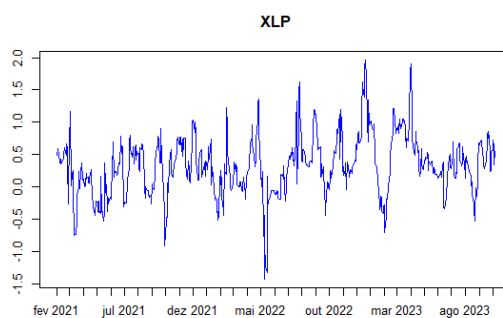
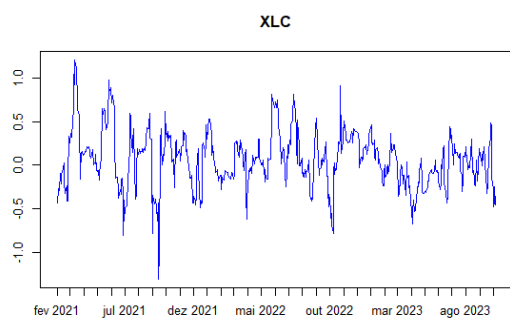




Figura 3.5: Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos

3.3. COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA



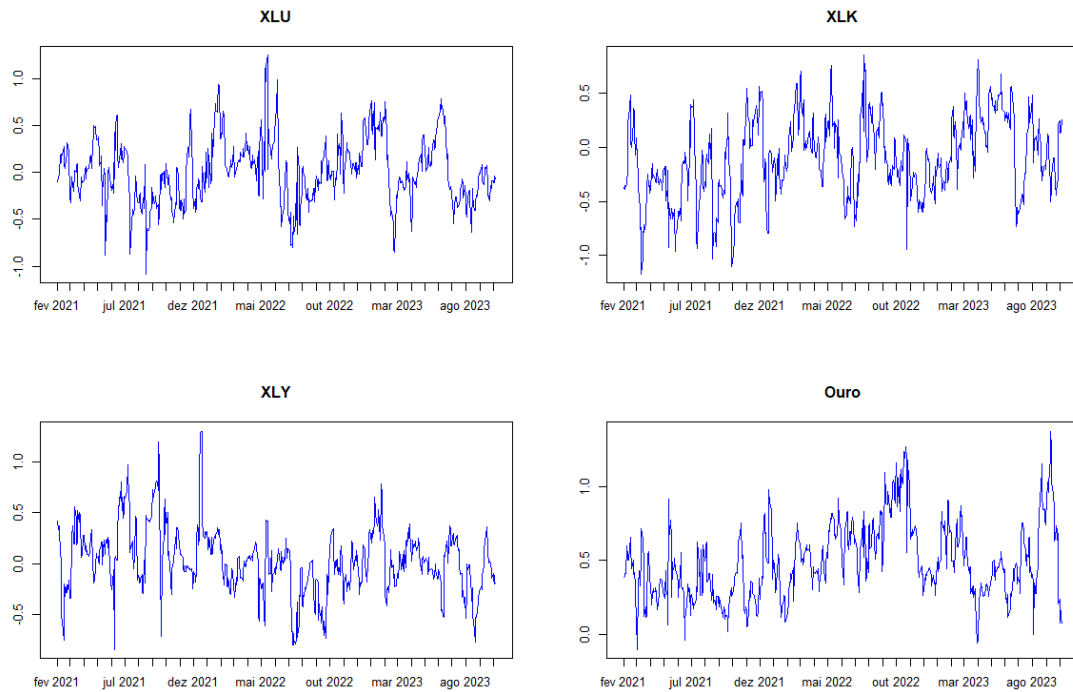


Figura 3.6: Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos Pós-Covid

	Covid	Pós-Covid
Comunicações: x_{XLC}	0.099	0.061
Bens de Consumo: x_{XLP}	0.548	0.326
Energia: x_{XLE}	-0.066	-0.007
Finanças: x_{XLF}	0.024	0.100
Saúde: x_{XLV}	0.251	0.226
Indústria: x_{XLI}	0.041	0.193
Materiais: x_{XLB}	-0.132	-0.275
Imóveis: x_{XLRE}	-0.018	-0.052
Utilidade Pública: x_{XLU}	-0.129	0.002
Tecnologia: x_{XLK}	-0.298	-0.098
Consumo Cíclico: x_{XLY}	0.216	0.028
Ouro: x_{Ouro}	0.464	0.494
Valor Esperado da Carteira	0.203	0.051
Variância da Carteira	0.248	0.122
Sharpe Ratio	0.577	0.139
VaR(99%)	0.956	0.762

Tabela 3.8: Tabela de Pesos e Desempenho Médio da Carteira no período Covid e Pós-Covid

Podemos verificar que os pesos dos ativos na carteira média variam ao longo dos diferentes períodos. Por exemplo, o setor de Bens de Consumo tem um peso de 0.548

durante a Covid e 0.326 depois da Covid. Isso indica-nos que a alocação dos ativos na carteira foi ajustada de acordo com as condições de mercado.

Além disso, o valor esperado da carteira varia de 0.203 durante a Covid e 0.051 depois da Covid. Isso indica que o desempenho da carteira foi afetado pela pandemia, com um retorno mais alto durante a Covid.

A variância da carteira, que é uma medida de risco, também é diferente nos dois períodos. Durante o período Covid é de 0.248 e no período Pós-Covid é 0.122. Isso indica que o risco da carteira é superior durante a pandemia.

O *Sharpe Ratio*, que é uma medida de retorno ajustado ao risco, também varia nos diferentes períodos. Sendo de 0.577 durante a Covid e 0.139 no período Pós-Covid. Isso indica nos que o retorno ajustado ao risco da carteira foi mais favorável durante a Covid.

Nas conclusões obtidas com estes dados, ter-se-á de ter em conta que nenhum parâmetro foi restringido em termos de sinal. O que nos permitiu, por um lado, verificar a existência de *short-selling* (venda a descoberto - estratégia de investimento em que um investidor vende um ativo que não possui, na expectativa de recomprá-lo posteriormente a um preço mais baixo, lucrando com a diferença, ou neste caso a venda de um ativo para investimento em outros ativos) e por outro lado, não resultou em resultados preliminares intuitivos na sua maioria. Além do mais não se requereu nenhum valor mínimo de retorno. O único critério utilizado foi a minimização de risco.

Podemos concluir que a carteira resultante da média das carteiras de variância mínima durante a Covid 19 apresenta um desempenho melhor em termos de retorno, no entanto apresenta também um maior risco. No pós pandemia, a carteira é mais moderada, com um retorno e risco menor.

Avaliando o peso de cada ativo na carteira em cada um dos períodos verificamos o seguinte:

- Comunicações (XLC): o peso do setor desceu ligeiramente entre os dois períodos, o que sugere nos uma diminuição ligeira na confiança neste setor, talvez devido à estabilização da procura por serviços digitais. Empresas como a META e a *Netflix* fazem parte deste setor e foram amplamente utilizadas durante o período Covid, uma vez que, devido às restrições impostas nesta altura, as pessoas tinham mais tempo para as utilizar, justificando assim a confiança neste setor.
- Bens de Consumo (XLP): Durante o período Covid, verificámos uma alocação muita alta neste setor, pois representava bens essenciais. Com a recuperação económica e o alívio das restrições essa alocação foi significativamente reduzida no período Pós-Covid.
- Energia (XLE): O peso negativo em ambos os períodos mostra nos uma postura de *short selling*, que pode estar relacionada à volatilidade e incertezas nos preços do petróleo. Contudo, embora o peso tenha permanecido negativo em ambos os períodos, a queda de -0.066 para -0.007 indica nos uma melhoria no desempenho do

setor energético que pode ter acontecido devido ao aumento da atividade económica e dos preços da energia no Pós-Covid.

- Finanças (XLF): A alocação em XLF aumentou significativamente no Pós-Covid, refletindo uma maior confiança no setor financeiro conforme a economia começou a recuperar.
- Saúde (XLV): O peso manteve-se relativamente estável (0.251 durante a Covid e 0.226 no Pós-Covid). O setor continuou a ser considerado essencial, mas a sua importância ligeiramente menor pode refletir o fim da crise de saúde imediata.
- Indústria (XLI): O peso do XLI subiu de 0.041 para 0.193, destacando o retorno da atividade industrial e a recuperação económica no pós pandemia, à medida que as cadeias de abastecimento se normalizaram.
- Materiais (XLB): O peso deste setor caiu do período Covid para o Pós-Covid, de -0.132 para -0.275, sugerindo uma visão menos favorável sobre este setor no Pós-Covid, talvez devido à volatilidade dos preços das matérias-primas.
- Imóveis (XLRE): Do período Covid para o período Pós-Covid aumentou-se a alocação negativa no setor, sugerindo uma perspetiva negativa contínua para o setor de imobiliário, possivelmente devido a mudanças nos padrões de trabalho (trabalho remoto) e à evolução do mercado de habitação.
- Utilidade Pública (XLU): A alocação no setor passou de negativa a positiva no período Pós-Covid, refletindo um aumento da confiança neste setor, possivelmente devido à sua estabilidade e previsibilidade de receitas.
- Tecnologia (XLK): Apesar de se manter negativo, o peso aumentou de -0.298 para -0.098, o que pode significar uma menor aversão ao risco em relação ao setor tecnológico. Este aumento no peso, embora ainda negativo, sugere que a perceção de risco associada ao setor pode estar diminuindo, e que os investidores estão gradualmente considerando-no menos desfavorável dentro da carteira de variância mínima.
- Consumo Cíclico (XLY): Houve uma redução no peso de XLY do período Covid para o período Pós-Covid, sugerindo que o setor foi considerado menos essencial à medida que a incerteza económica diminuiu e os consumidores se concentraram menos em bens dispendiosos.
- Ouro: Houve um ligeiro aumento do peso do ativo do período Covid para o período Pós-Covid, o peso do Ouro em ambos os períodos é bastante significativo destacando a sua importância como ativo de refúgio.

Com base nos resultados obtidos, podemos inferir que durante o período Covid, a carteira de variância mínima, composta pelos setores do índice S&P 500 e o Ouro, têm

uma postura defensiva com maior alocação no setor de Bens de Consumo e Ouro. O que resultou num alto valor esperado e num bom desempenho ajustado ao risco (*Sharpe Ratio* alto), apesar de uma maior variância.

No período Pós-Covid, a carteira apresenta maior diversificação com aumentos nos pesos dos setores por exemplo, Finanças e Indústria e uma leve redução nos ativos defensivos como o setor de Bens de Consumo, o que resultou numa menor variância e menor valor esperado, assim como num *Sharpe Ratio* mais baixo. Estes resultados mostram-nos que a carteira de variância mínima pode não ser a melhor escolha para o período Pós-Covid (período de recuperação económica).

3.3.2 Utilizando o Modelo DCC

Para determinar carteiras de variância mínima, é essencial conhecer a matriz de variância-covariâncias. Para tal, procedemos à modelação dos dados de cada um dos períodos utilizando o modelo DCC-GARCH(1,1). Os coeficientes do modelo podem ser encontrados em anexo, nas tabelas I.10 e I.11.

Dessa modelação retiramos as matrizes diárias de variâncias-covariâncias e os retornos estimados de cada ativo.

Notemos que as estimativas reportadas para o modelo DCC e a recursão usada na previsão das covariâncias, na secção 3.5.2.4 refere-se aos resíduos não estandardizados, embora na explicitação do modelo, na secção 2.5 tenha sido referida a versão com resíduos estandardizados.

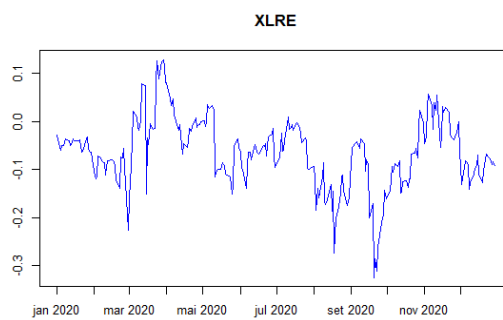
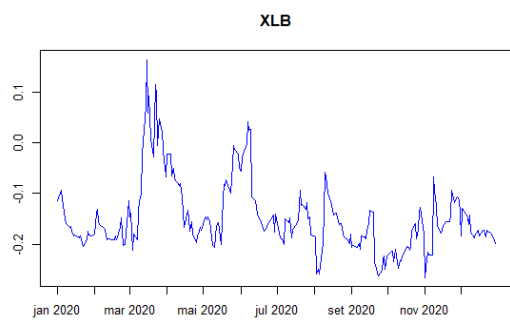
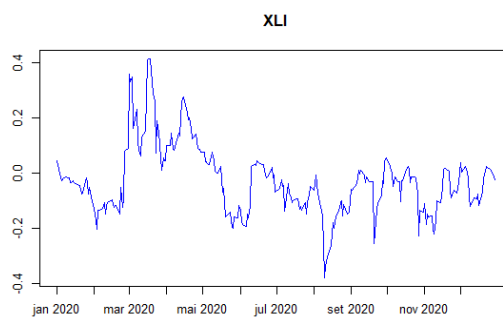
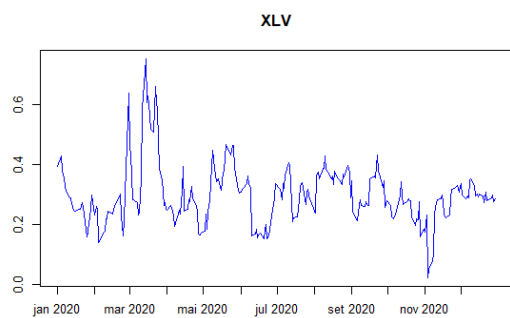
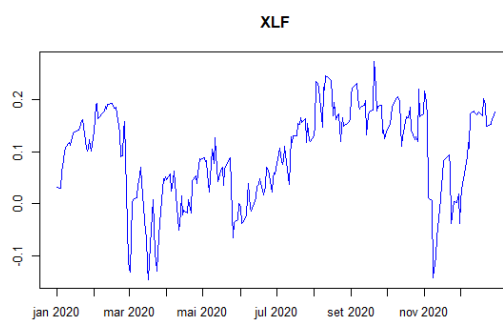
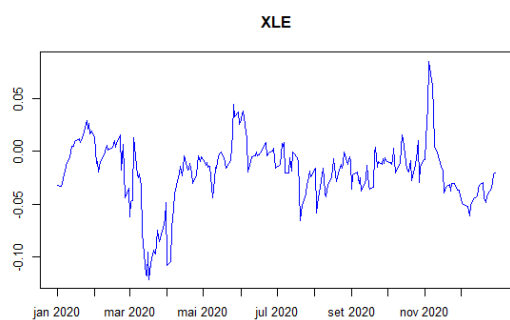
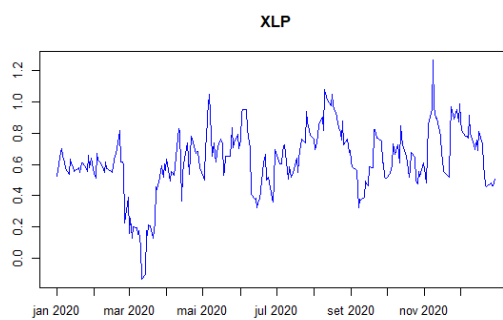
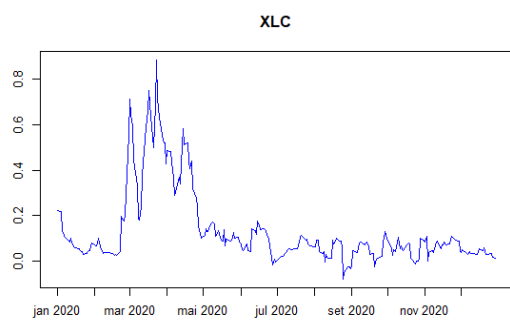
Além da modelação das variâncias e covariâncias, aplicamos o modelo VAR(1) irrestrito, conforme indicado e analisado na secção 3.2.4, para modelizar as médias dos retornos dos ativos. Estas estimativas dos retornos são utilizadas para calcular o desempenho das carteiras de variância mínima determinadas nesta secção.¹

Com os dados extraídos determinamos a carteira de variância mínima para cada dia, bem como as medidas de desempenho (retorno da carteira, variância da carteira, Rácio de *Sharpe* e VaR (99%).

Nas figuras 3.7 e 3.8 encontram-se os pesos diários de cada ativo nas carteiras de variância mínima.

¹Além dos *softwares* mencionados anteriormente, utilizamos o software RATS para verificação/confirmação dos resultados desta secção

CAPÍTULO 3. RESULTADOS



3.3. COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA

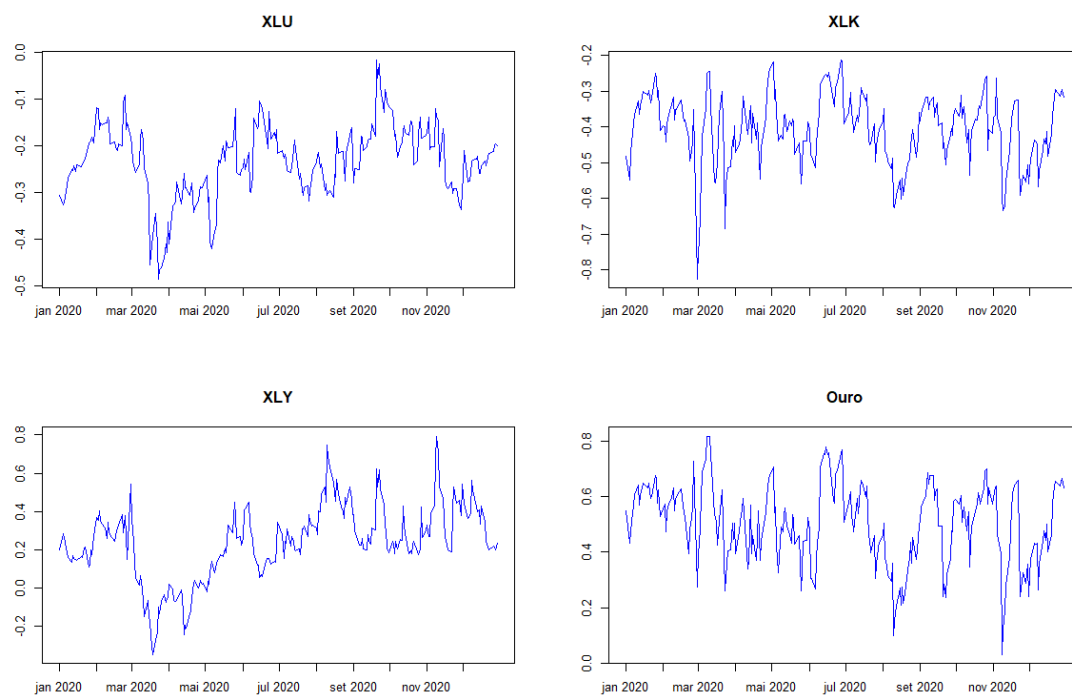
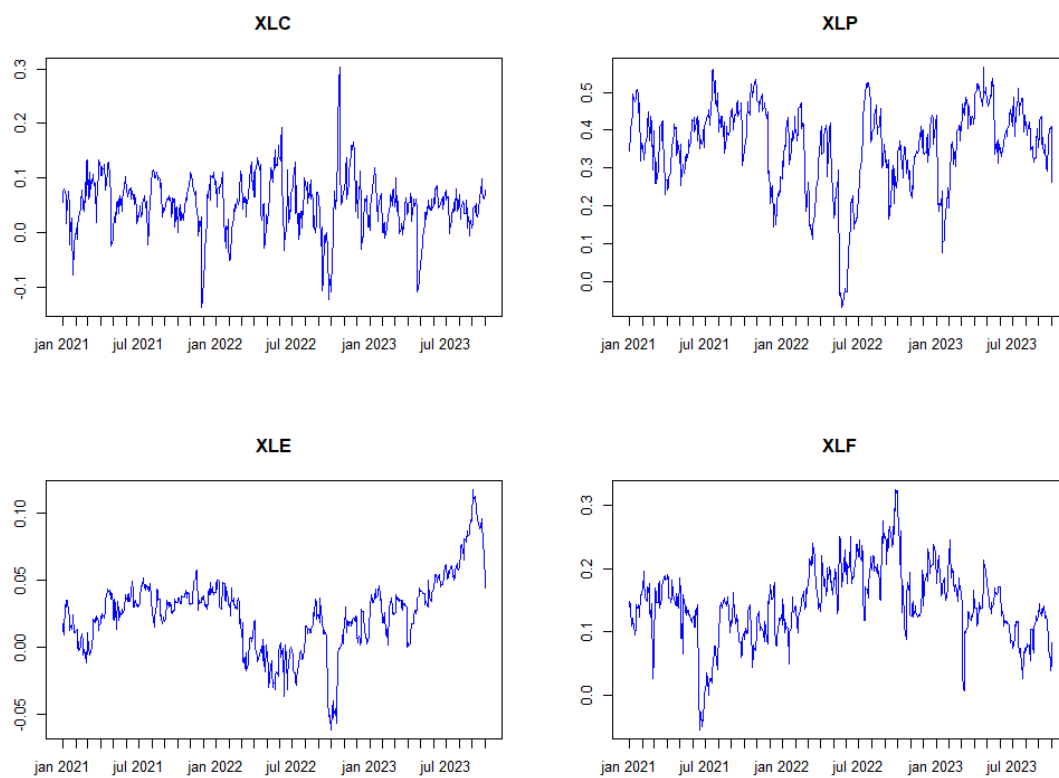


Figura 3.7: Composição das Carteiras Covid: Peso dos Ativos



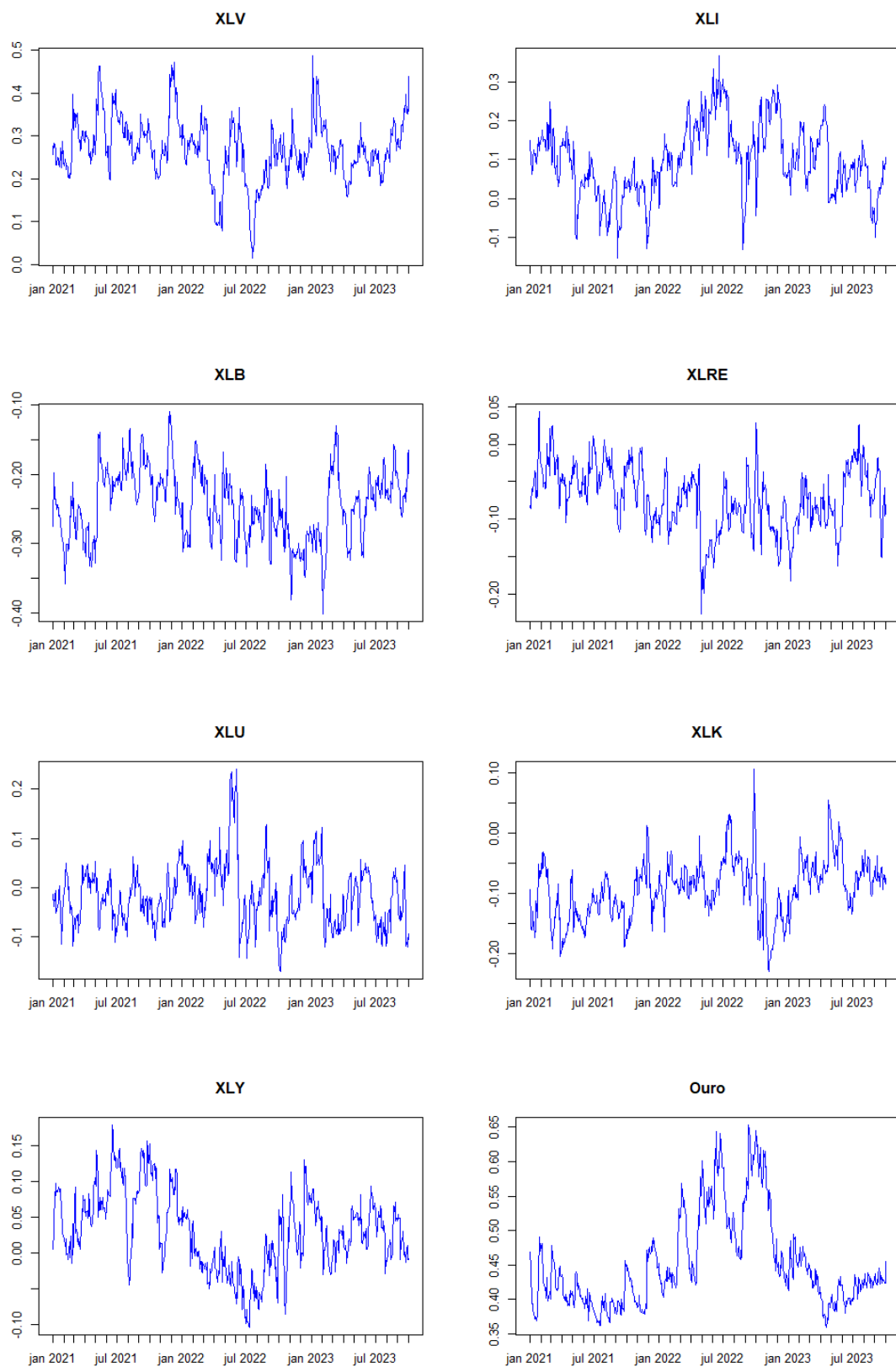


Figura 3.8: Composição das Carteiras Pós-Covid: Peso dos Ativos

	Covid	Pós-Covid
Comunicações: x_{XLC}	0.135	0.053
Bens de Consumo: x_{XLP}	0.630	0.358
Energia: x_{XLE}	-0.019	0.025
Finanças: x_{XLF}	0.094	0.143
Saúde: x_{XLV}	0.297	0.270
Indústria: x_{XLI}	-0.028	0.097
Materiais: x_{XLB}	-0.147	-0.245
Imóveis: x_{XLRE}	-0.066	-0.072
Utilidade Pública: x_{XLU}	-0.233	-0.018
Tecnologia: x_{XLK}	-0.407	-0.093
Consumo Cíclico: x_{XLY}	0.240	0.030
Ouro: x_{Ouro}	0.503	0.452
Valor Esperado da Carteira	0.039	0.007
Variância da Carteira	0.884	0.327
Sharpe Ratio	0.038	0.012
VaR(99%)	2.148	1.323

Tabela 3.9: Tabela de Pesos e Desempenho da Carteira em Diferentes Períodos

Na tabela 3.9, encontra-se a média dos pesos de cada ativo e a média dos desempenhos das carteiras de variância mínima para cada um dos períodos.

As conclusões que retiramos aos resultados dos pesos obtidos para a carteira de variância mínima utilizando os dados obtidos pelo Modelo DCC são semelhantes às retiradas utilizando a Média Móvel. Contudo, verificamos para ambos os períodos que o *Sharpe Ratio* das carteiras obtidas por Média Móvel são mais elevados, do que os do modelo DCC. Concluindo que o método histórico para constituição de carteiras de variância mínima teve uma melhor performance face ao uso da abordagem DCC.

Durante a pandemia, o ativo com maior peso na carteira foi o setor de Bens de Consumo, seguido pelo Ouro. Estes ativos são tradicionalmente considerados mais seguros em tempos de crise.

No período Pós-Covid, o setor Bens de Consumo diminui assim como o Ouro, o que nos indica uma mudança na estratégia da carteira, refletindo possivelmente a percepção de menor risco no mercado.

Algumas das alterações de pesos mais significativas do período Covid para o período Pós-Covid foram nos setores Comunicações, Materiais e Consumo Cíclico que reduziram os seus pesos e o setor Indústria que teve um aumento significativo mostrando uma recuperação ou maior confiança neste setor.

O valor esperado da carteira caiu de 0.039 durante a pandemia para 0.007 no período Pós-Covid o que indica uma expectativa de retorno menor no período pós-crise.

A variância da carteira, a medida de risco, diminuiu de 0.884 para 0.327, sugerindo uma menor volatilidade e, portanto, menor risco no período Pós-Covid.

O *Sharpe Ratio*, que mede o retorno ajustado pelo risco, também caiu de 0.041 para

0.012, refletindo a menor expectativa de retorno em relação ao risco assumido no período Pós-Covid. O VaR (*Value at Risk*) a 99%, que indica a perda máxima esperada com 99% de confiança, melhorou de 2.148 para 1.323, o que também aponta para um menor risco no período Pós-Covid.

A análise revela uma mudança na estratégia da carteira entre os dois períodos, com uma redução geral nos níveis de risco e retorno esperado no período Pós-Covid. A diminuição na variância e no VaR sugere que o ambiente de mercado se tornou menos volátil e, possivelmente, menos incerto após a fase mais aguda da pandemia. No entanto, a redução no *Sharpe Ratio* indica que, embora o risco seja menor, a compensação em termos de retorno também diminuiu, a carteira de variância mínima tornou-se mais desinteressante.

Estas mudanças podem refletir uma maior confiança na recuperação económica e uma diminuição na aversão ao risco, levando a uma reavaliação das alocações em setores mais dinâmicos e com maior potencial de crescimento à medida que a economia se estabiliza.

3.4 Papel do Ouro

O Ouro é frequentemente considerado uma reserva de valor e um ativo de refúgio. Nesta subsecção, analisamos de que forma o Ouro se difere dos restantes ativos em análise.

3.4.0.1 Correlação Incondicional

A Correlação de *Pearson*, mede a relação linear entre duas variáveis. Isto significa que a correlação de *Pearson* avalia se há uma relação linear entre as duas variáveis e em caso afirmativo, qual é a força e a direção dessa relação. Numa relação linear, à medida que os valores de uma variável aumentam, os valores da outra variável aumentam (relação diretamente proporcional) ou diminuem (relação inversamente proporcional) de forma consistente.

A correlação de *Pearson* quantifica essa relação linear indicando se ela é forte (próxima de -1 ou 1), ou fraca (próxima de 0). Contudo, a correlação de *Pearson* mede apenas a relação linear e não indica outros tipos de relações que possam existir entre as variáveis.

Nas figuras que se seguem estão representadas numa escala a cores as correlações de *Pearson* entre os ativos no período Covid e Pós-Covid.

Considerando as figura 3.9 e 3.10, no período Covid, verificamos que os setores do S&P 500 estão significativamente correlacionados, isso poderá justificar-se dado o período de crise vivido, todos os setores estavam a ser afetados pelo mesmo choque no mercado. A correlação obtida entre o Ouro e os setores S&P 500 têm um valor positivo. Considerando o período Pós-Covid a correlação entre o Ouro e os setores S&P 500 permanece positiva. Verifica-se, portanto, se seguirmos a literatura de Baur e Lucey, 2010 a possibilidade de diversificação do risco utilizando o Ouro nos períodos Covid e Pós-Covid.

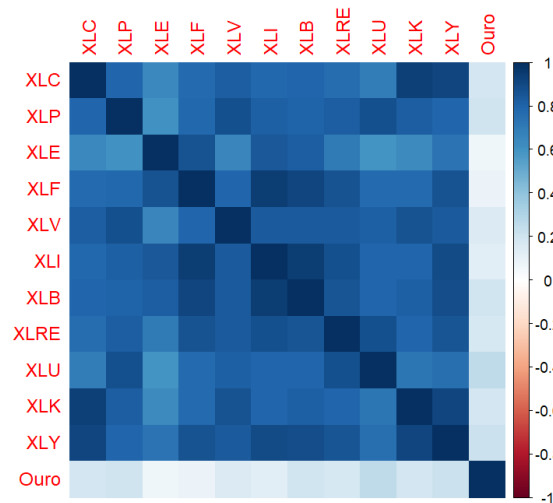


Figura 3.9: Correlação dos retornos dos ativos no período Covid

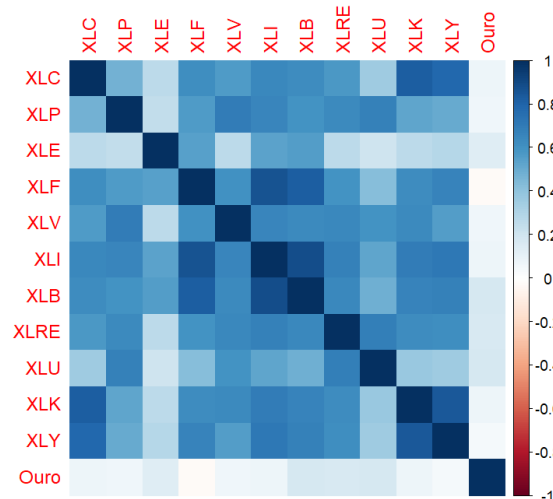


Figura 3.10: Correlação dos retornos dos ativos no período Pós-Covid

3.4.0.2 Correlação Condicional

A correlação condicional é uma extensão do conceito de correlação padrão, considerando a dependência entre variáveis aleatórias sob diferentes contextos ou condições. Por outras palavras, a correlação entre duas variáveis pode variar dependendo do contexto ou das condições específicas observadas em outras variáveis.

Na figura 3.11 encontra-se um gráfico ilustrativo das correlações condicionais entre cada setor do S&P 500 e o Ouro obtidas através do modelo DCC.

Analisando a figura 3.11 verificamos que os valores das correlações dos ativos com o Ouro são na sua maioria positivas concluindo-se, portanto, se seguirmos a literatura de Baur e Lucey, 2010 que o Ouro atua no período Covid como diversificador. No dia 16 de março de 2020, a correlação do Ouro com o setor Finanças foi negativa, assim como no dia 24 de março a correlação do Ouro com os setores Bens de Consumo, Energia, Finanças, Saúde, Indústria, Materiais e Imóveis. No dia 20 de abril de 2020 a correlação do Ouro com

o setor Energia foi negativa. Nos dias 10, 11 e 12 de novembro a correlação do Ouro com os setores Energia e Finanças foi negativa. Nos dias 13, 25 e 27 de novembro a correlação do Ouro com o setor Energia foi negativa. Seguindo a literatura de Baur e Lucey, 2010 e considerando o Covid como um período de crise podemos concluir que o Ouro teve o papel de refúgio nesses dias para os setores referidos.

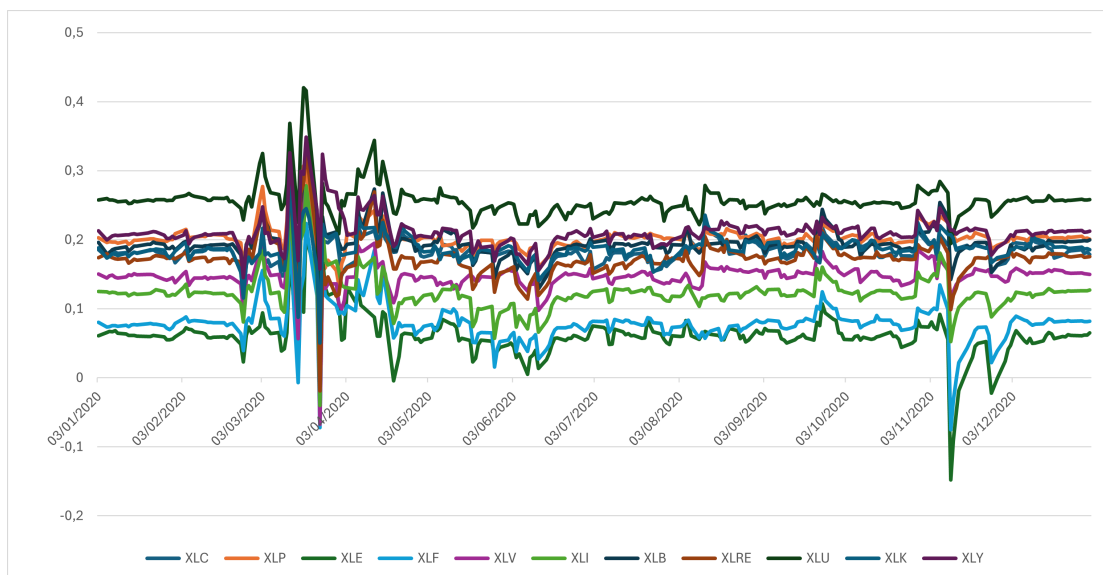


Figura 3.11: Correlação Condicional dos Ativos com o Ouro no Período Covid

Na figura 3.12 encontram-se ilustradas as correlações condicionais obtidas através do modelo DCC para cada uma das séries com o Ouro no período Pós-Covid.

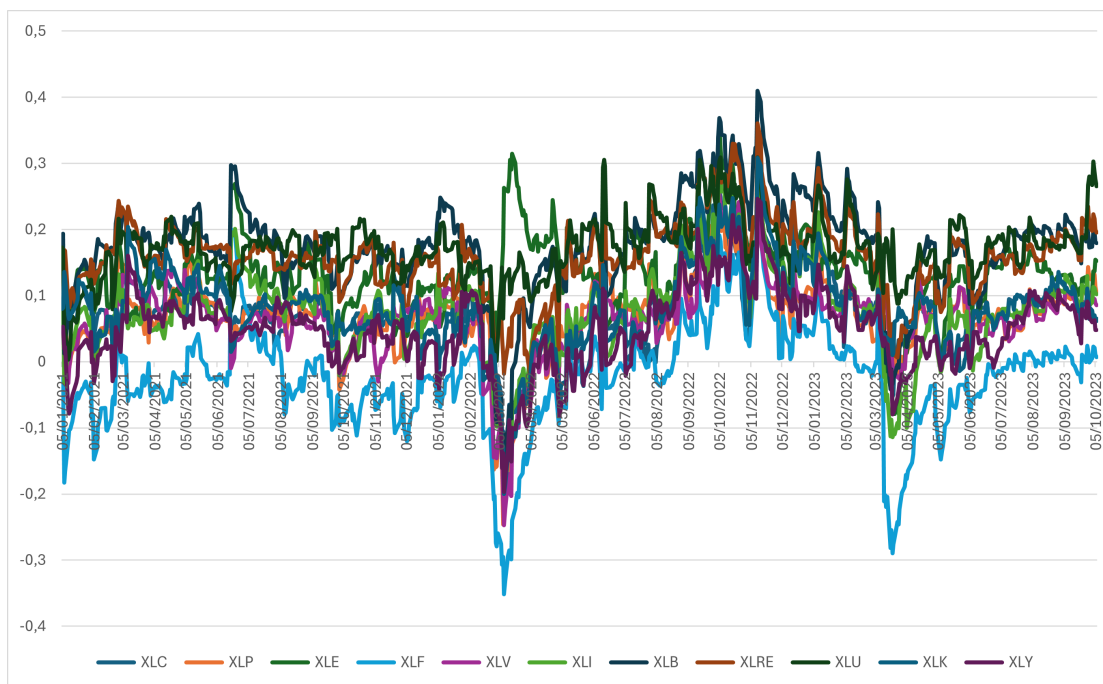


Figura 3.12: Correlação Condicional dos Ativos com o Ouro no Período Pós-Covid

Analisando a figura 3.12 verificamos que os valores das correlações dos ativos com o Ouro são na sua maioria positivas, exceto para o setor Finanças concluindo-se, portanto, se seguirmos a literatura de Baur e Lucey, 2010 que o Ouro atua no período Pós-Covid, na generalidade dos setores como diversificador. Para o caso do setor Financeiro o Ouro atua como um ativo de cobertura, na maioria do período considerado. Na imagem verifica-se que de meados de fevereiro a junho de 2022 o Ouro desempenhou um papel de ativo de cobertura para os setores Comunicações, Finanças, Saúde, Bens de Consumo, Indústria, Materiais, Tecnologia e Consumo Cíclico. Esta situação poderá estar relacionada com o início da guerra na Ucrânia, sendo que para esse acontecimento, uma vez que se trata de uma crise o Ouro atuou como ativo de refúgio. Entre março e abril de 2023 verifica-se que a correlação dos setores Indústria, Finanças, Materiais, Bens de Consumo, Energia, Saúde e Consumo Cíclico com o Ouro é negativa pelo que neste período o Ouro atuou como um ativo de cobertura. Esta situação poderá estar relacionada com o colapso do Silicon Valley Bank e do Signature Bank em março de 2023. Também em março de 2023, a Reserva Federal dos EUA decidiu subir a taxa de juro de referência em 25 pontos base. A Rússia é um dos maiores produtores mundiais de petróleo e gás natural, as sanções impostas pelos países ocidentais, juntamente com a interrupção das exportações russas, causaram aumentos significativos nos preços da energia. A Ucrânia e a Rússia são grandes produtores de trigo e outros grãos. A guerra interrompeu a produção e exportação de grãos, levando a preocupações sobre a segurança alimentar global o que resultou no aumentos dos preços dos alimentos.

3.4.0.3 Rácio de *Hedge*

O rácio de *hedge*, ou beta, mede a sensibilidade dos retornos de um ativo em relação ao ativo de *hedge*. Para este cálculo utilizamos as covariâncias e variâncias condicionais obtidas através do modelo DCC-GARCH(1,1), aplicado na secção 3.3.2.

Analisando os gráficos da figura 3.13 verificamos que a maioria dos setores exibe β 's relativamente baixos, variando entre 0.1 e 0.4 (maioritariamente dos dias), o que sugere uma correlação moderada entre o Ouro e esses setores, significando que o Ouro tem um impacto limitado como *hedge* para os setores do S&P 500. Há picos significativos nos valores de β em torno de abril de 2020, o que pode indicar um período em que o Ouro foi usado com um *hedge*.

Concluimos que a eficácia do *hedge* não é constante. Notemos que a eficácia do *hedge* varia dependendo da volatilidade e correlação específica de cada setor com o Ouro.

Analisando os gráficos da figura 3.14 verificamos que antes de 2022, os valores de beta são relativamente estáveis, com poucas flutuações, sugerindo uma relação menos variável entre o Ouro e os setores durante este período.

Setores como Finanças, Comunicações e Consumo Cíclico apresentam valores β negativos ou próximos de zero em vários momentos, sugerindo que o Ouro pode ter atuado como um ativo de refúgio nestes setores durante alguns períodos de tempo, movendo-se

em direção oposta a estes setores.

Concluimos que de forma geral, tanto para o período Covid como para o período Pós-Covid o Ouro serviu como um *hedge* parcial para a maioria dos setores do S&P 500.



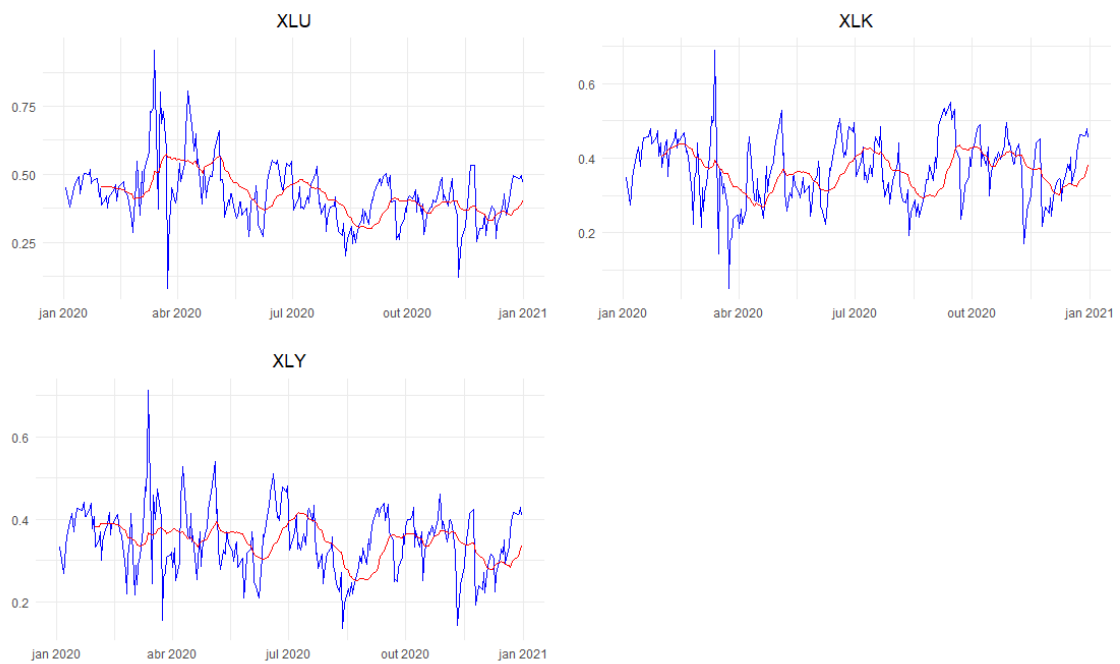


Figura 3.13: Beta relativo ao Ouro para cada um dos ativos no período Covid, a azul o beta a vermelho a média móvel com 20 dias do beta





Figura 3.14: Beta relativo ao Ouro para cada um dos ativos no período Pós-Covid, a azul o beta, a vermelho a média móvel com 20 dias do beta

3.4.0.4 Índice de Eficácia de *Hedge*

O índice de eficácia de *hedge* é uma métrica fundamental que avalia o quão eficiente uma estratégia de *hedge* é na redução do risco de um portfólio, medindo a capacidade de um instrumento de proteção em minimizar a volatilidade dos retornos financeiros.

Analisando os diversos gráficos da figura 3.15 verificamos que todos os setores apresentam picos significativos entre março e abril de 2020, correspondentes possivelmente a um maior impacto da pandemia. Isso indica que as estratégias de *hedge* foram eficazes em responder à volatilidade quando comparadas com as restantes observações, notemos que os valores são sempre próximos de zero indicando que o *hedge* é pouco significativo. Após os picos iniciais, há uma redução gradual na eficácia do *hedge* o que pode refletir a adaptação dos mercados às novas condições da pandemia.

Analisando os diversos gráficos da figura 3.16 verificamos que todos os setores apresentam picos significativos em determinados momentos, isso indica nos que as estratégias de *hedge* foram particularmente eficazes. A magnitude e a frequência dos picos do HE variam de setor para setor. Notemos que à semelhança do registado no período Covid, os valores de HE registados são próximos de zero, indicando que o *hedge* do Ouro com cada um dos setores não é significativo.

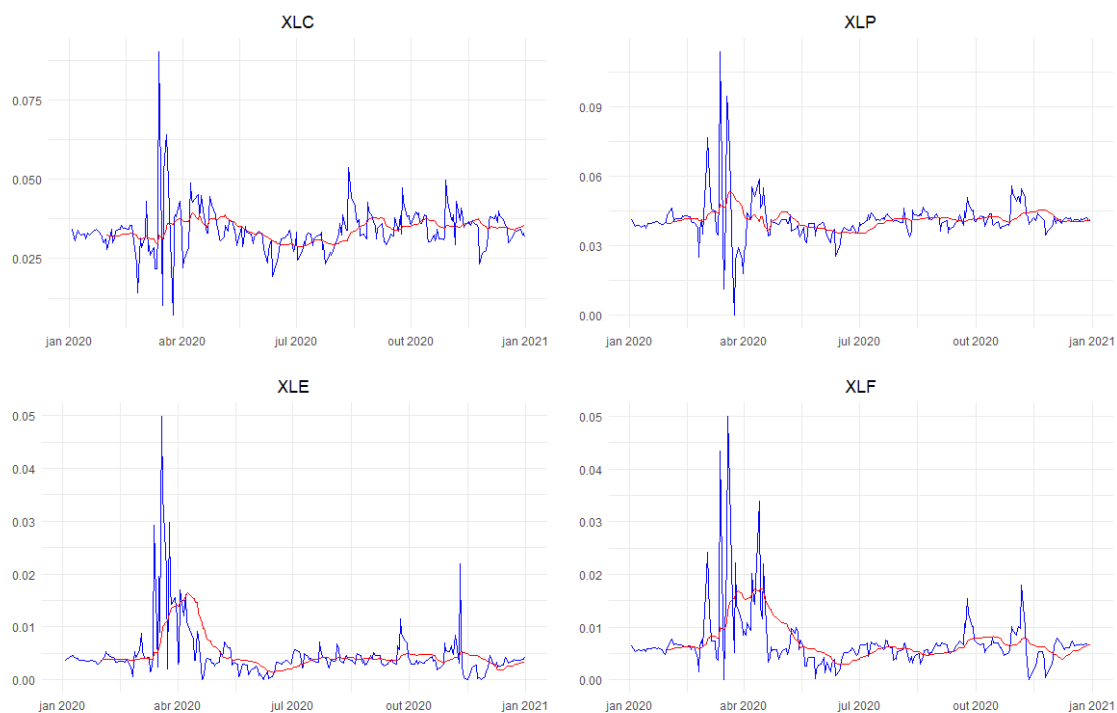
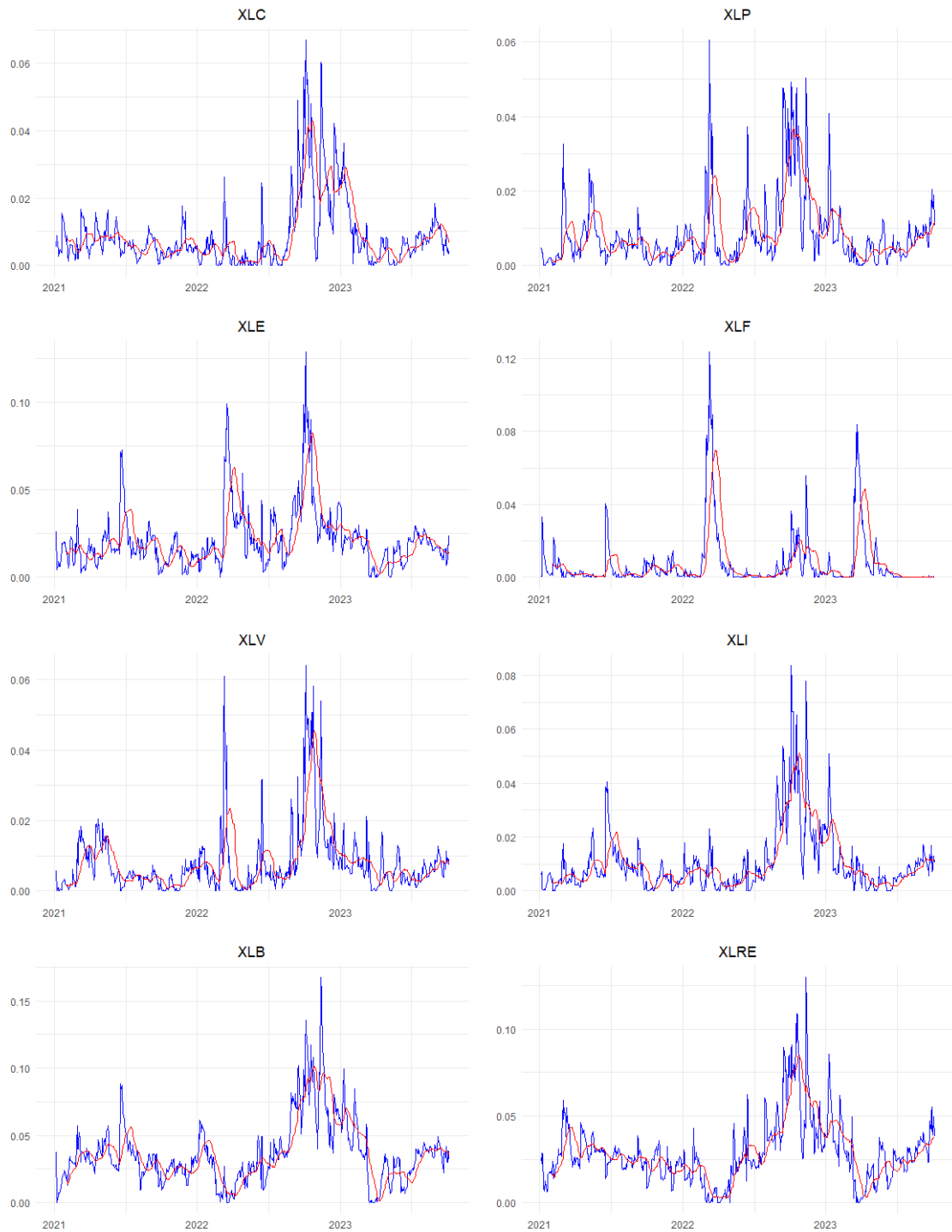




Figura 3.15: HE para cada um dos ativos no período Covid, a azul os dados diários e a vermelho a média móvel(20 dias) do HE



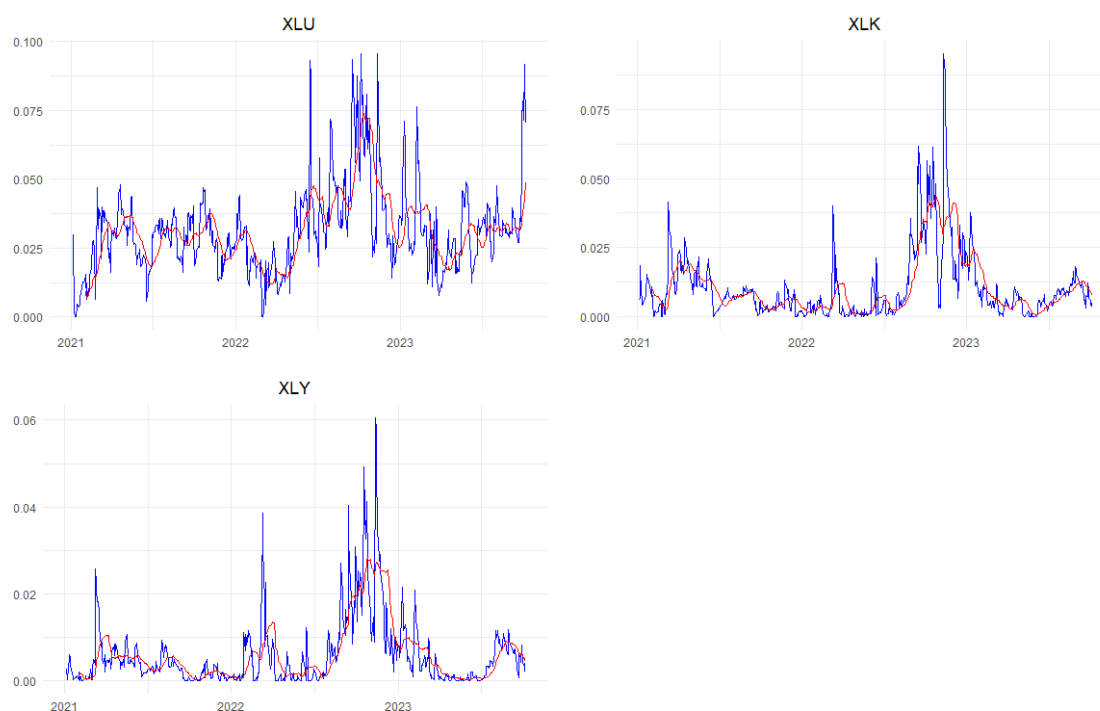


Figura 3.16: HE para cada um dos ativos no período Pós-Covid, a azul os dados diários e a vermelho a média móvel(20 dias) do HE

3.5 Previsão

A previsão de resultados com base em dados históricos é uma prática essencial em diversas áreas desde a economia e finanças até à gestão de operações e saúde pública. No contexto deste trabalho iremos realizar dois tipos de previsão, a previsão de retornos e consequente estimação de carteiras e a previsão de pesos da carteira. Na primeira utilizamos os retornos passados das séries para estimarmos os retornos futuros, utilizando o modelo VAR. Após a estimação dos retornos, determinamos a matriz de variância-covariâncias e por último a carteira de variância mínima conforme elaborado na secção 3.3.1. Na segunda prevemos os pesos da carteira utilizando os pesos anteriormente determinados para carteiras de variância mínima, utilizando o modelo ARIMA e o modelo DCC.

Para melhor entendimento da metodologia/modelos utilizados na previsão poderá consultar Enders, 2014.

3.5.1 Previsão de Retornos

Na gestão de carteiras, a previsão de retornos dos ativos é crucial para a tomada de decisões informadas.

Os modelos Vetoriais Autorregressivos (VAR) são especialmente úteis neste contexto, pois permitem a previsão de retornos de múltiplos ativos simultaneamente, capturando as interdependências entre eles. Estas previsões podem ser utilizadas para selecionar carteiras

ótimas, nomeadamente carteiras de risco mínimo, que é o contexto deste trabalho.

Utilizando como dados históricos os retornos calculados tendo por base os preços diários dos ativos extraídos do *Yahoo Finance*, elaborámos duas abordagens de previsão de retornos com modelo VAR(1), previsão geral e previsão *one step ahead*. A utilização de um modelo VAR(1) deve-se aos resultados anteriormente recolhidos na secção 3.2.4 .

Uma vez obtidas as previsões dos retornos, estas são utilizadas para construir carteiras de variância mínima conforme efetuado na secção 3.3.1.

3.5.1.1 Previsão Geral

Nesta abordagem, ajustamos um modelo VAR(1) a toda a série temporal dos retornos dos ativos do período Pós-Covid (de 1 de janeiro de 2021 a 6 de outubro de 2023) e utilizamos o modelo para fazer as previsões para um horizonte futuro, até 31 de dezembro de 2023 (contabilizando que os dados do *Yahoo Finance* não são de semanas de 7 dias, elaborámos uma previsão de 58 observações). Esta abordagem é mais simples, no entanto assume que as relações entre as variáveis são constantes.

Após aplicarmos um modelo VAR(1) aos retornos do período Pós-Covid e definindo como horizonte futuro 58 observações, obtivemos os resultados ilustrados na figura que se segue.

Os resultados mostram que, após algumas previsões, os valores estabilizam para todas as variáveis. Este comportamento pode ser explicado pela convergência do sistema definido pelo modelo VAR(1), no caso do modelo ser pouco dinâmico.

O pouco dinamismo sugere que os choques externos têm um efeito temporário, retornando a série a um estado de equilíbrio. Dado que a estabilização ocorre muito rapidamente não utilizamos estes resultados para determinar a composição de uma carteira. Efetuamos a determinação da composição de uma carteira usando os resultados da previsão na secção que se segue, 3.5.1.2.

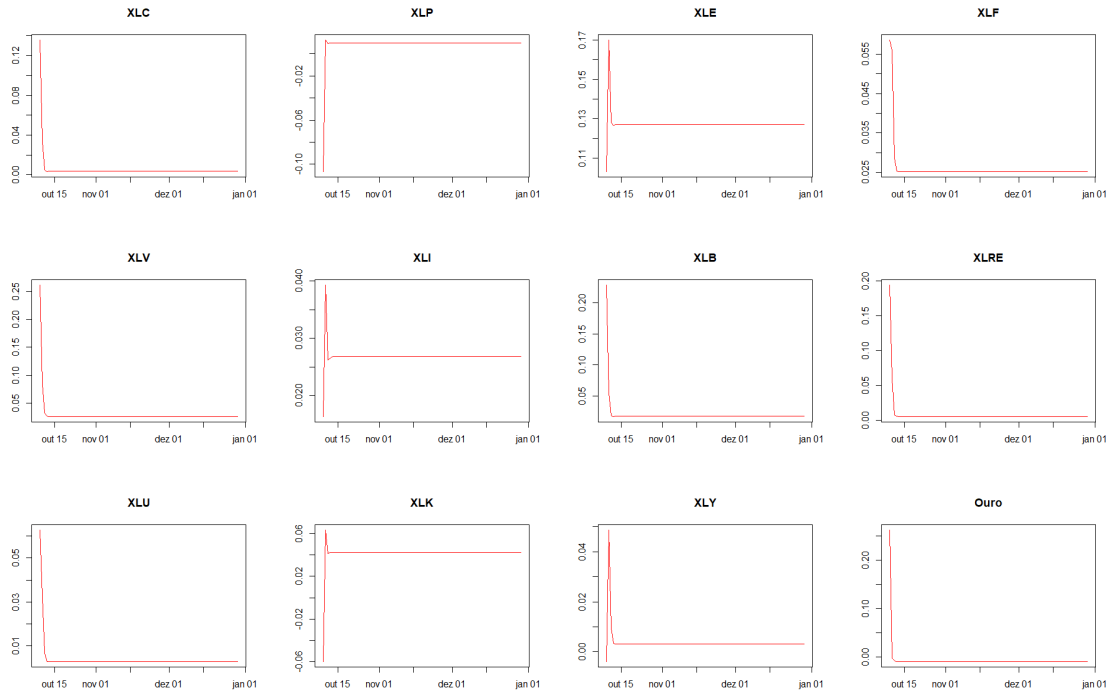


Figura 3.17: Retornos Previstos

3.5.1.2 Previsão *one step ahead*

A previsão com janela deslizante é uma técnica mais avançada, aplicando o modelo VAR(1) às diferentes janelas dados, permite que sejam adaptadas mudanças nas relações entre as variáveis, potencialmente resultando em previsões mais precisas em ambientes voláteis.

Utilizando os retornos, como anteriormente indicado, $\log\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \times 100\%$, onde p_t é o preço do ativo no momento t , desde o dia 1 de janeiro de 2021 a 31 de dezembro de 2023. Aplicamos aos retornos numa janela deslizante o modelo VAR(1) de forma a prever a observação seguinte. Isto é, o período Pós-Covid foi definido neste trabalho como sendo de dia 1 de janeiro de 2021 a 6 de outubro de 2023, para prever a observação seguinte (dia 7 de outubro de 2023) aplicamos um modelo VAR(1) aos retornos do dia 1 de janeiro de 2021 a 6 de outubro de 2023. Para fazer a previsão seguinte (dia 8 de outubro de 2023) foram utilizados os dados de dia 2 de janeiro de 2021 a 7 de outubro de 2023. E assim sucessivamente. Sendo que o dia 7 de outubro usado para prever o dia 8 de outubro foi o dia 7 real (extraído do *Yahoo Finance*) e não o valor que previmos. Elaboramos a previsão até ao dia 31 de dezembro de 2023.

Obtivemos os resultados apresentados na figura 3.18.

Com os resultados dos retornos obtidos construímos as carteiras de variância mínima diárias, representadas na figura 3.19. Notemos que ao aplicarmos a média móvel de 20 dias aos retornos previstos, a primeira carteira a ser determinada é 20 dias após o primeiro retorno previsto. Motivo pelo qual o eixo dos x na figura 3.18 inicia em outubro e na figura

3.19 inicia em novembro.

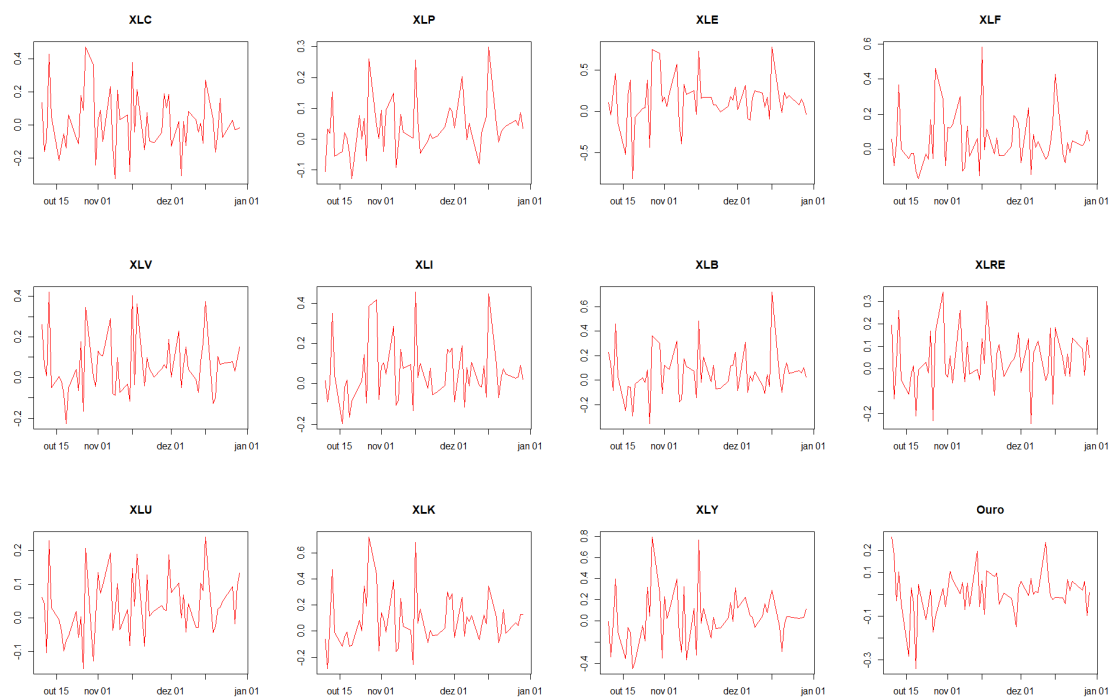


Figura 3.18: Retorno Previsto dos Ativos

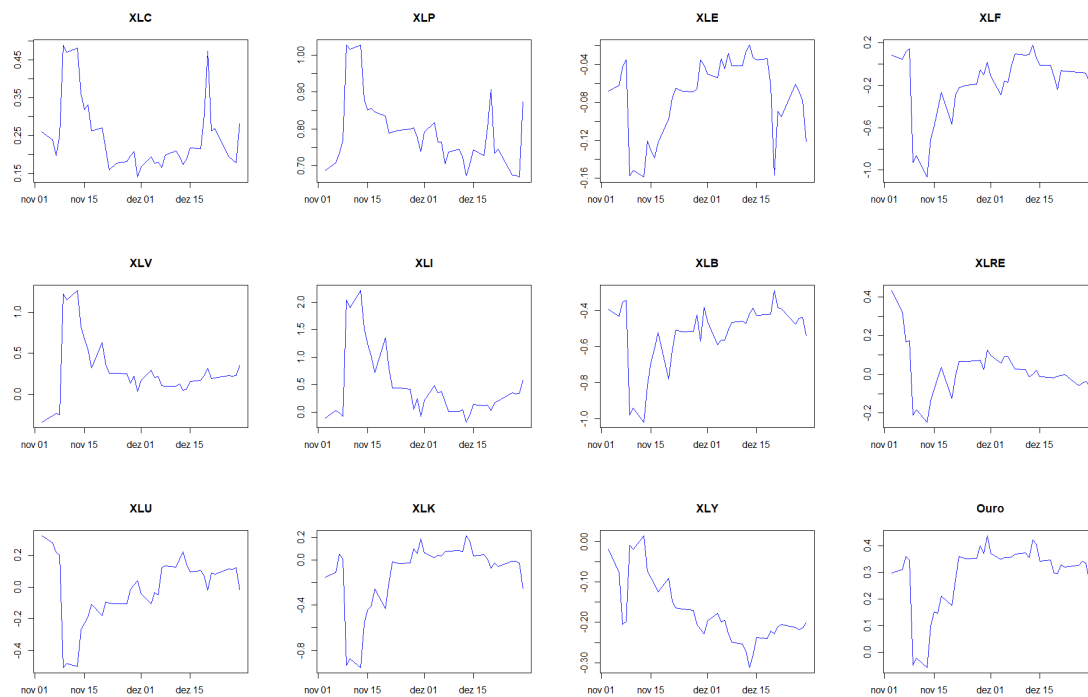


Figura 3.19: Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos

Por último efetuamos uma média dos pesos dos ativos em cada carteira de variância mínima e uma média do desempenho de cada uma das carteiras de variância mínima previstas e obtivemos os resultados representados nas tabelas abaixo.

Ativo	Peso	Ativo	Peso
Comunicações (XLC)	0.247	Bens de Consumo (XLP)	0.787
Energia (XLE)	-0.074	Finanças (XLF)	-0.185
Saúde (XLV)	0.278	Indústria (XLI)	0.461
Materiais (XLB)	-0.527	Imóveis (XLRE)	0.019
Utilidade Pública (XLU)	-0.010	Tecnologia (XLK)	-0.115
Consumo Cíclico (XLY)	-0.175	Ouro	0.294

Tabela 3.10: Média dos pesos previstos para cada ativo

Valor Esperado da Carteira	0.013
Variância da Carteira	6.252×10^{-05}
Sharpe Ratio	1.882
VaR(99%)	0.005

Tabela 3.11: Média do Desempenho das Carteiras previstas

3.5.2 Previsão de Pesos

A previsão dos pesos de ativos em carteiras é uma tarefa crucial na gestão de portfólios, principalmente para antecipar mudanças e ajustar as estratégias de investimento de acordo com as condições de mercado previstas.

Utilizar modelos ARIMA para esta finalidade é uma abordagem robusta dada a sua capacidade de capturar e prever padrões temporais complexos nos dados financeiros. O processo geral de prever os pesos dos ativos numa carteira envolve os seguintes passos:

1. Recolha de dados históricos: Recolha de dados históricos dos pesos dos ativos na carteira.
2. Teste de estacionaridade: Verificação se a série é estacionária utilizando por exemplo o teste de Dickey-Fuller aumentado. Este resultado é tido em conta no passo seguinte sendo a ordem d do modelo ARIMA selecionado de modo a que a série se torne estacionária.
3. Ajuste do modelo ARIMA: ajustar o modelo ARIMA mais adequado para cada série de pesos dos ativos.

Ajustar um modelo ARIMA envolve selecionar as ordens p , d e q . A escolha de p e q foi realizada com uso à abordagem Box-Jenkins, recorrendo às funções de autocorrelação e autocorrelação parcial bem como ao critério de informação Akaike (AIC). A escolha obedeceu em última análise à minimização do critério AIC, este critério penaliza a complexidade do modelo, ajudando a evitar o sobreajuste. Após

ajustar um modelo ARIMA, é crucial verificar a adequação do modelo. O teste de Ljung-Box é utilizado para avaliar se há autocorrelação significativa nos resíduos do modelo. Um p -value maior que 0.05 indica que os resíduos são aleatórios e que o modelo ajustado é adequado.

4. Previsão: Utilizando o modelo ajustado, prever os pesos futuros dos ativos na carteira.

Após prevermos os pesos dos ativos utilizando o modelo ARIMA, é essencial normalizar essas previsões para garantirmos que a soma dos pesos seja igual a 1. A normalização assegura que as alocações de ativos na carteira respeitem as restrições de alocação de investimento.

Utilizando como dados os resultados obtidos na secção 3.3.1. Elaboramos 3 abordagens de previsão com modelos ARIMA, previsão geral, previsão *one step ahead* e previsão *one step ahead* com modelo constante.

3.5.2.1 Previsão Geral

Nesta abordagem, ajustamos um único modelo ARIMA a cada uma das séries de pesos dos ativos determinados na secção 3.3.1 e que podem ser observados na figura 3.6.

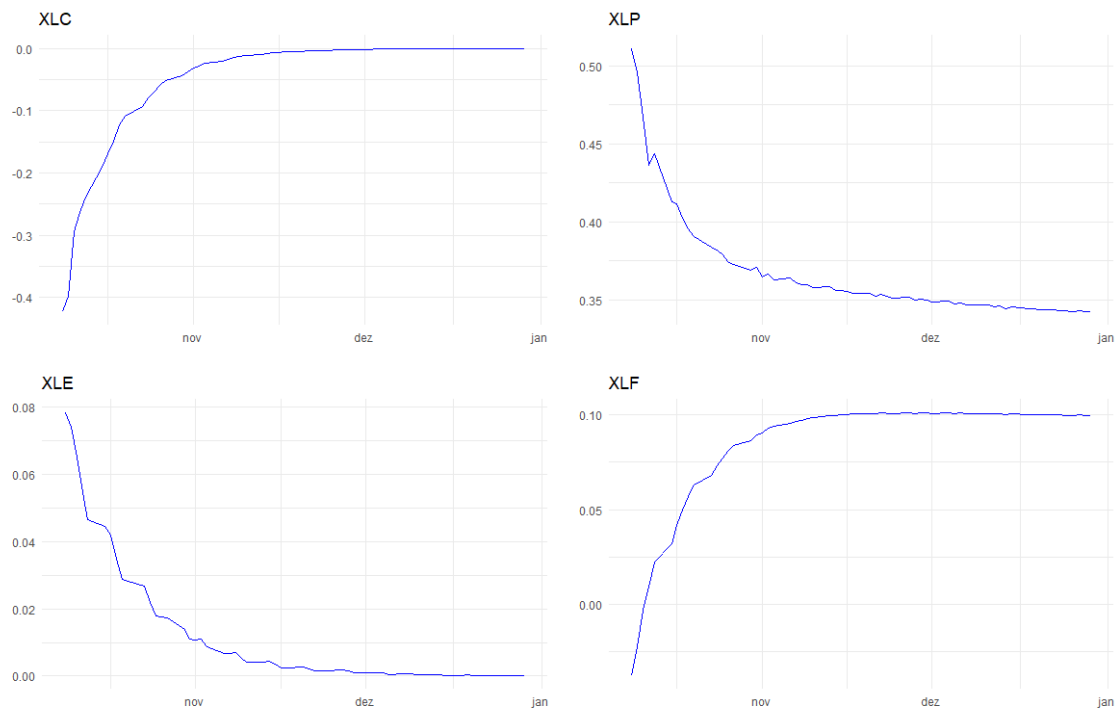
Série de pesos	p -value teste VAR	ARIMA (p,d,q)	p -value teste Ljung-Box
Comunicações (XLC)	<0.01	ARIMA (3,0,2)	0.865
Bens de Consumo (XLP)	<0.01	ARIMA (4,0,1)	0.812
Energia (XLE)	<0.01	ARIMA (3,0,2)	0.865
Finanças (XLF)	<0.01	ARIMA (2,0,2)	0.344
Saúde (XLV)	<0.01	ARIMA (1,0,2)	0.306
Indústria (XLI)	<0.01	ARIMA (2,0,1)	0.720
Materiais (XLB)	<0.01	ARIMA (1,0,0)	0.443
Imóveis (XLRE)	<0.01	ARIMA (1,0,0)	0.567
Utilidade Pública (XLU)	<0.01	ARIMA (3,0,2)	0.875
Tecnologia (XLK)	<0.01	ARIMA (1,0,0)	0.575
Consumo Cíclico (XLY)	<0.01	ARIMA (1,0,3)	0.816
Ouro	<0.01	ARIMA (2,0,1)	0.438

Tabela 3.12: Resultados dos testes VAR e Ljung-Box para diferentes séries de pesos e modelo ARIMA selecionado

Os resultados que obtivemos e que são ilustrados na tabela 3.12 indicam nos que, todas as séries de pesos são estacionárias uma vez que o p -value do teste VAR é inferior a 0.05 em todas elas (o valor indicado é < 0.01 dado que o sistema determinou para todas as séries valores de p -value muito pequenos). Este resultado é reforçado pelo modelo ARIMA selecionado para cada uma das séries ter $d = 0$, os modelos ARIMA foram selecionados com base no critério AIC. Por último o p -value obtido para o teste Ljung-Box (sempre superior a 0.05) indica nos que o modelo ARIMA selecionado para cada uma das

séries parece capturar bem a estrutura de dependência temporal da série, não existindo autocorrelação significativa nos resíduos.

Após ajustarmos o modelo a cada uma das séries efetuámos a previsão de 58 dias, o equivalente a estimar-mos até dia 31 de dezembro conforme explicado na secção anterior. De seguida procedemos à normalização dos valores previstos a fim de construirmos uma carteira diária. Os resultados que obtivemos encontram-se na figura 3.20. Notemos que embora a previsão seja feita com carteiras de variância mínima as carteiras previstas não o são, ou pelo menos não existem garantias que o sejam.



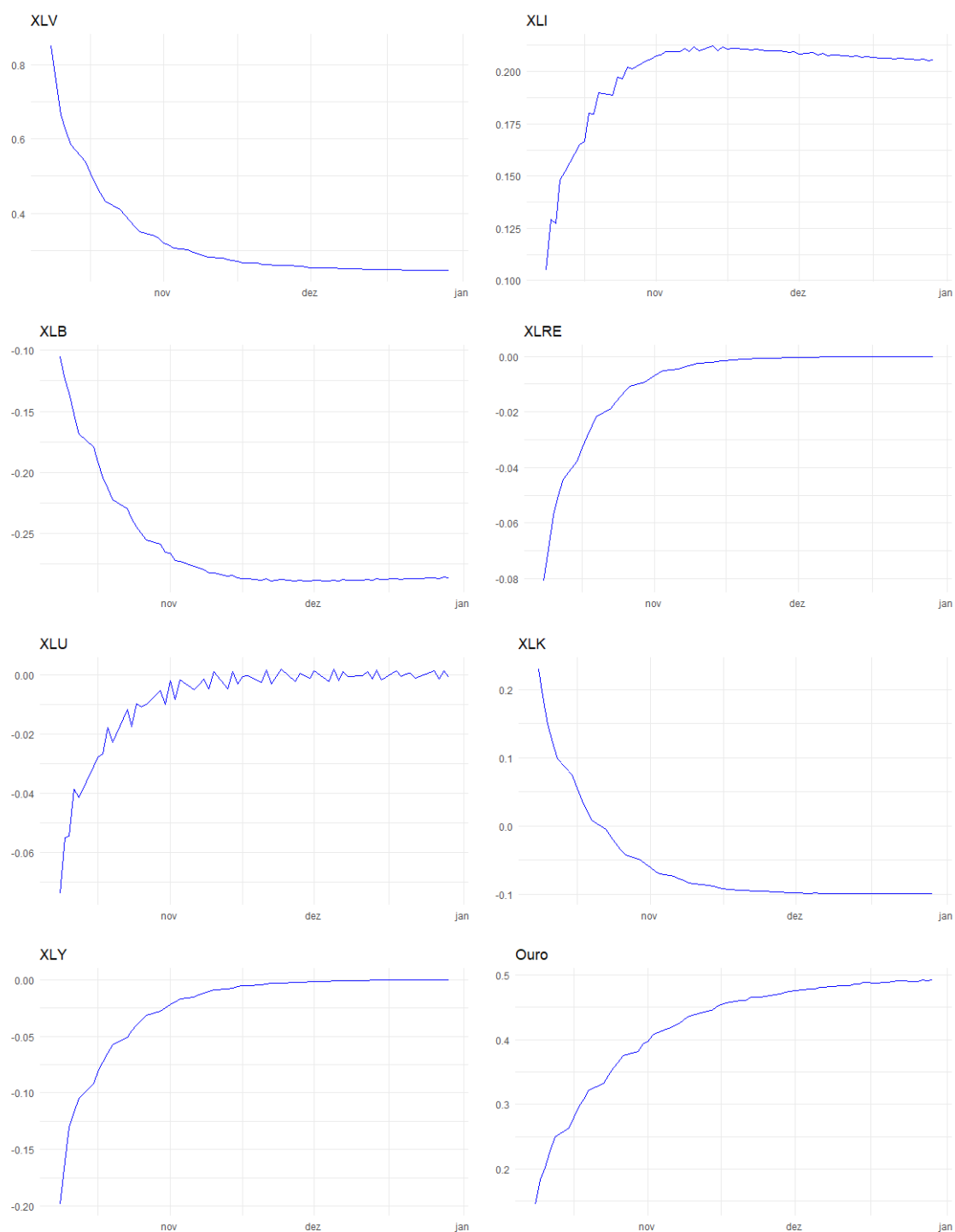


Figura 3.20: Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos

Verificamos que cada uma das séries de pesos converge para um determinado valor rapidamente. A média dos pesos previstos para cada um dos ativos é a indicada na tabela abaixo.

Ativo	Peso	Ativo	Peso
Comunicações (XLC)	-0.052	Bens de Consumo (XLP)	0.369
Energia (XLE)	0.012	Finanças (XLF)	0.083
Saúde (XLV)	0.332	Indústria (XLI)	0.198
Materiais (XLB)	-0.261	Imóveis (XLRE)	-0.010
Utilidade Pública (XLU)	-0.009	Tecnologia (XLK)	-0.052
Consumo Cíclico (XLY)	-0.026	Ouro	0.415

Tabela 3.13: Média dos pesos previstos para cada ativo

Utilizando os valores reais dos retornos diários, apresentamos na tabela abaixo o desempenho médio das carteiras previstas.

Valor Esperado da Carteira	0.129
Variância da Carteira	0.340
<i>Sharpe Ratio</i>	0.221
VaR(99%)	1.227

Tabela 3.14: Média do Desempenho das Carteiras previstas

3.5.2.2 Previsão *one step ahead*

A previsão *one step ahead* envolve ajustar o modelo ARIMA em janelas móveis ao longo do tempo. Para esse efeito, estendemos a metodologia da secção 3.3.1 até ao final do ano de 2023, isto é utilizando os retornos até 31 de dezembro de 2023 procedemos ao cálculo das carteiras de variância mínima pela metodologia da Média Móvel. Esta abordagem permite que o modelo se adapte a mudanças estruturais na série temporal. A cada novo ponto de dados, o modelo é reavaliado e ajustado, proporcionando previsões mais precisas e adaptativas. Este método é comumente utilizado para séries que podem apresentar variações de regime ao longo do tempo, como o caso dos pesos dos ativos numa carteira de variância mínima que são ajustados periodicamente conforme o retorno e desvio padrão do ativo. Face ao exposto, para prevermos o dia 7 de outubro utilizámos os pesos determinados para cada ativo do dia 1 de janeiro de 2021 a 6 de dezembro de 2023, para prevermos o dia 8 usámos os pesos do dia 2 de janeiro de 2021 a 7 de outubro de 2023 e assim sucessivamente. Notemos que o dia 7 utilizado na previsão do dia 8 é o dia 7 real (calculado com base nos preços extraídos do *Yahoo Finance*) e não o previsto.

Na figura 3.21 encontram-se os resultados obtidos para a previsão do peso de cada setor, já considerando o processo de normalização dos resultados após a previsão com o modelo ARIMA.

A média dos pesos previstos para cada um dos ativos é a indicada na tabela abaixo.

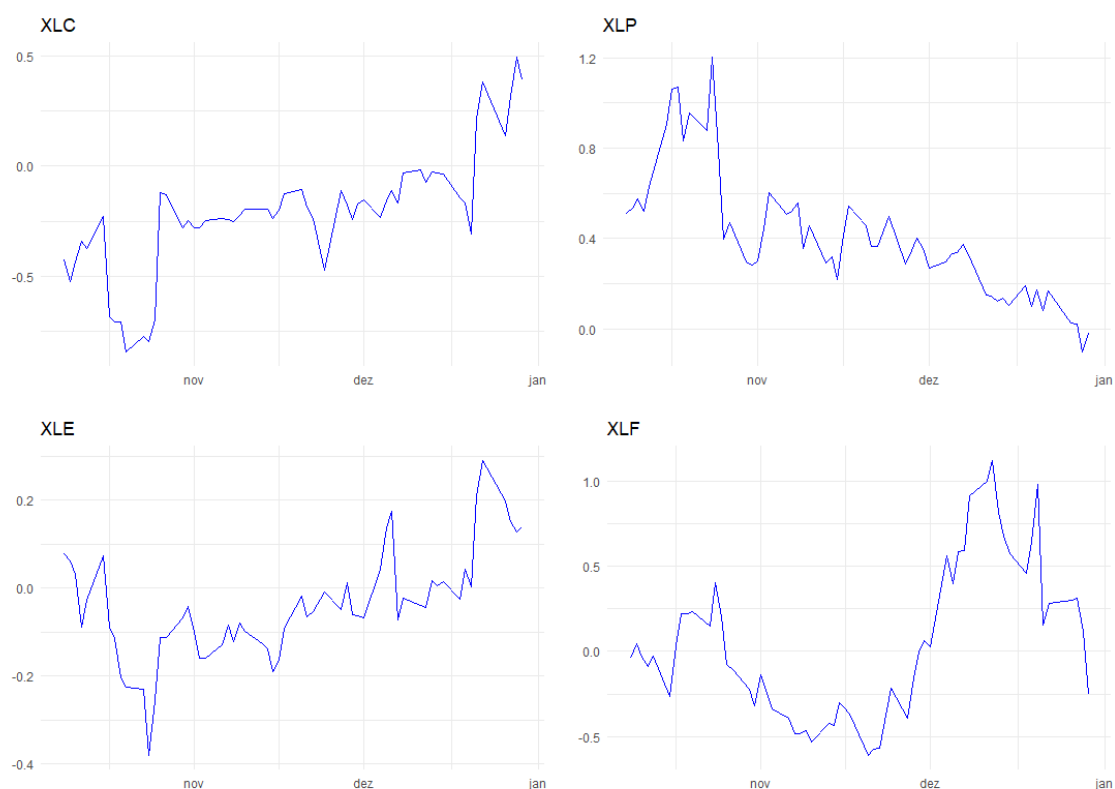
Ativo	Peso	Ativo	Peso
Comunicações (XLC)	-0.218	Bens de Consumo (XLP)	0.409
Energia (XLE)	-0.041	Finanças (XLF)	0.054
Saúde (XLV)	0.317	Indústria (XLI)	0.425
Materiais (XLB)	-0.282	Imóveis (XLRE)	0.031
Utilidade Pública (XLU)	-0.107	Tecnologia (XLK)	0.468
Consumo Cíclico (XLY)	-0.322	Ouro	0.264

Tabela 3.15: Média dos pesos previstos para cada ativo

Utilizando os valores reais dos retornos diários, apresentamos na tabela 3.16 o desempenho médio das carteiras previstas.

Valor Esperado da Carteira	0.186
Variância da Carteira	0.647
Sharpe Ratio	0.231
VaR(99%)	1.685

Tabela 3.16: Média do Desempenho das Carteiras previstas



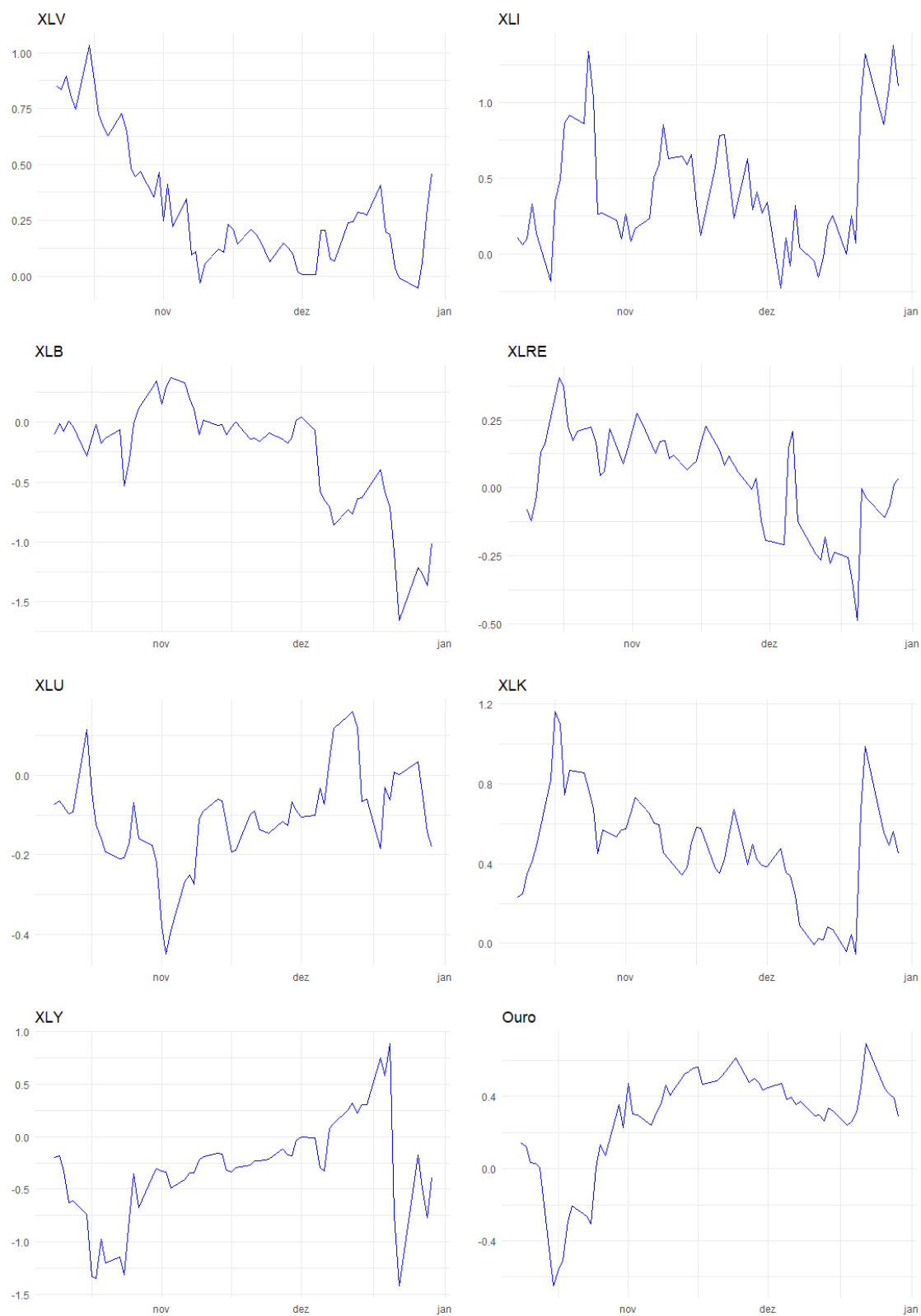


Figura 3.21: Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos

3.5.2.3 Previsão *one step ahead* - Modelo Constante para Todo o Período

Nesta abordagem, um único modelo ARIMA é ajustado no início do período de análise a cada uma das séries e é utilizado para fazer previsões ao longo de todo o período de tempo. Da mesma forma que na previsão *one step ahead* os dados vão sendo alterados em janelas móveis ao longo do tempo. Embora seja uma abordagem simples, esta abordagem poderá não capturar mudanças dinâmicas nos dados ao longo do tempo. Os modelos ARIMA associados a cada uma das séries são os utilizados na subsecção 3.5.2.1 e ilustrados na tabela 3.12. De um modo mais simplificado, este processo é semelhante ao elaborado na subsecção anterior 3.5.2.2 mas, em vez de ajustarmos um modelo ARIMA a cada série, em cada janela deslizante, usamos sempre o mesmo modelo, que foi o definido para a primeira janela de dados.

Os resultados normalizados da previsão para cada série são apresentados na figura 3.22.

Utilizando os valores reais dos retornos diários, apresentamos na tabela 3.17 o desempenho médio das carteiras previstas.

Valor Esperado da Carteira	0.184
Variância da Carteira	0.625
Sharpe Ratio	0.233
VaR(99%)	1.655

Tabela 3.17: Média do Desempenho das Carteiras previstas

A média dos pesos previstos para cada um dos ativos é a indicada na tabela 3.18.

Ativo	Peso	Ativo	Peso
Comunicações (XLC)	-0.211	Bens de Consumo (XLP)	0.402
Energia (XLE)	-0.039	Finanças (XLF)	0.059
Saúde (XLV)	0.315	Indústria (XLI)	0.423
Materiais (XLB)	-0.286	Imóveis (XLRE)	0.029
Utilidade Pública (XLU)	-0.107	Tecnologia (XLK)	0.446
Consumo Cíclico (XLY)	-0.309	Ouro	0.276

Tabela 3.18: Média dos pesos previstos para cada ativo

CAPÍTULO 3. RESULTADOS



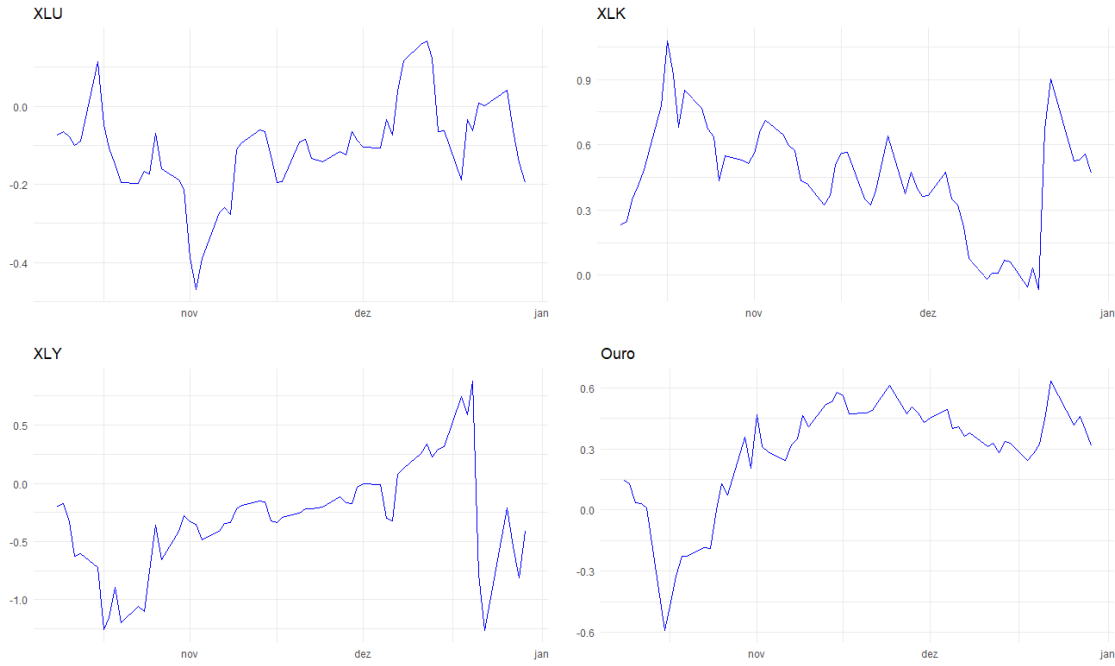


Figura 3.22: Composição das Carteiras - Pesos dos Ativos

Comparando a previsão geral (subsecção 3.5.2.1) com a previsão *one step ahead* (subsecção 3.5.2.2) podemos inferir que a previsão *one step ahead* fornece melhores estimativas para os períodos mais recentes, dado que o modelo é atualizado continuamente. As diferenças nos pesos previstos refletem as mudanças na dinâmica dos ativos ao longo do tempo. Comparando a previsão *one step ahead* (subsecção 3.5.2.2) com a previsão *one step ahead* utilizando sempre o mesmo modelo (subsecção 3.5.2.3), os pesos previstos, tabelas 3.15 e 3.18, bem como as medidas de desempenho, tabelas 3.16 e 3.17 apresentam alterações ligeiras, pelo que o ajuste do modelo ARIMA a cada janela deslizando não foi justificado para os dados em causa. Contudo, ao não se ajustar o modelo ARIMA a cada janela de dados podemos não capturar mudanças dinâmicas ao longo do tempo.

3.5.2.4 Utilizando o Modelo DCC

Utilizando os valores obtidos, na modelação do modelo DCC, aquando da obtenção dos resultados da secção 3.3.2, é possível estimar as variâncias-covariâncias, valores únicos necessários à determinação da carteira de variância mínima para cada momento t . Para tal, utilizámos a seguinte fórmula

$$E_t[R_{t+r}] = \sum_{i=0}^{r-2} (1 - \alpha - \beta) \bar{R} (\alpha + \beta)^i + (\alpha + \beta)^{r-1} R_{t+1}$$

$$E_t[D_{t+r}] = \sum_{i=0}^{r-2} (1 - A - B) \bar{D} (A + B)^i + (\alpha + \beta)^{r-1} D_{t+1}$$

$$E_t[H_{t+r}] = E_t[D_{t+r}]^{1/2} E_t[R_{t+r}] E_t[D_{t+r}]^{1/2}$$

Onde:

- $E_t[R_{t+r}]$ é a expectativa condicional do valor futuro de R no tempo $t + r$, dada a informação disponível no tempo t .
- $E_t[D_{t+r}]$ é a expectativa condicional do valor futuro de D no tempo $t + r$, dada a informação disponível no tempo t .
- α e β são parâmetros do modelo DCC.
- A e B são matrizes diagonais com os valores A e B do modelo DCC de cada ativo, respetivamente, indicados na tabela I.11.
- $\bar{R}$ é a matriz de correlação média.
- $\bar{D}$ é a matriz de variâncias média.
- R_{t+1} é a matriz de correlações no tempo $t + 1$.
- D_{t+1} é a matriz de variâncias no tempo $t + 1$.

$\alpha = 0.021$ e $\beta = 0.880$ são os valores listados no modelo DCC para o período Pós-Covid e que pode ser encontrado em anexo na tabela I.11. Após a previsão da matriz de variâncias-covariâncias (a matriz H) para cada t , determinámos a carteira de variância mínima. Sendo que obtivemos os resultados representados na figura 3.23. É possível verificarmos que após algum tempo os pesos de cada ativo convergem.

A média dos pesos previstos para cada um dos ativos é a indicada na tabela 3.19.

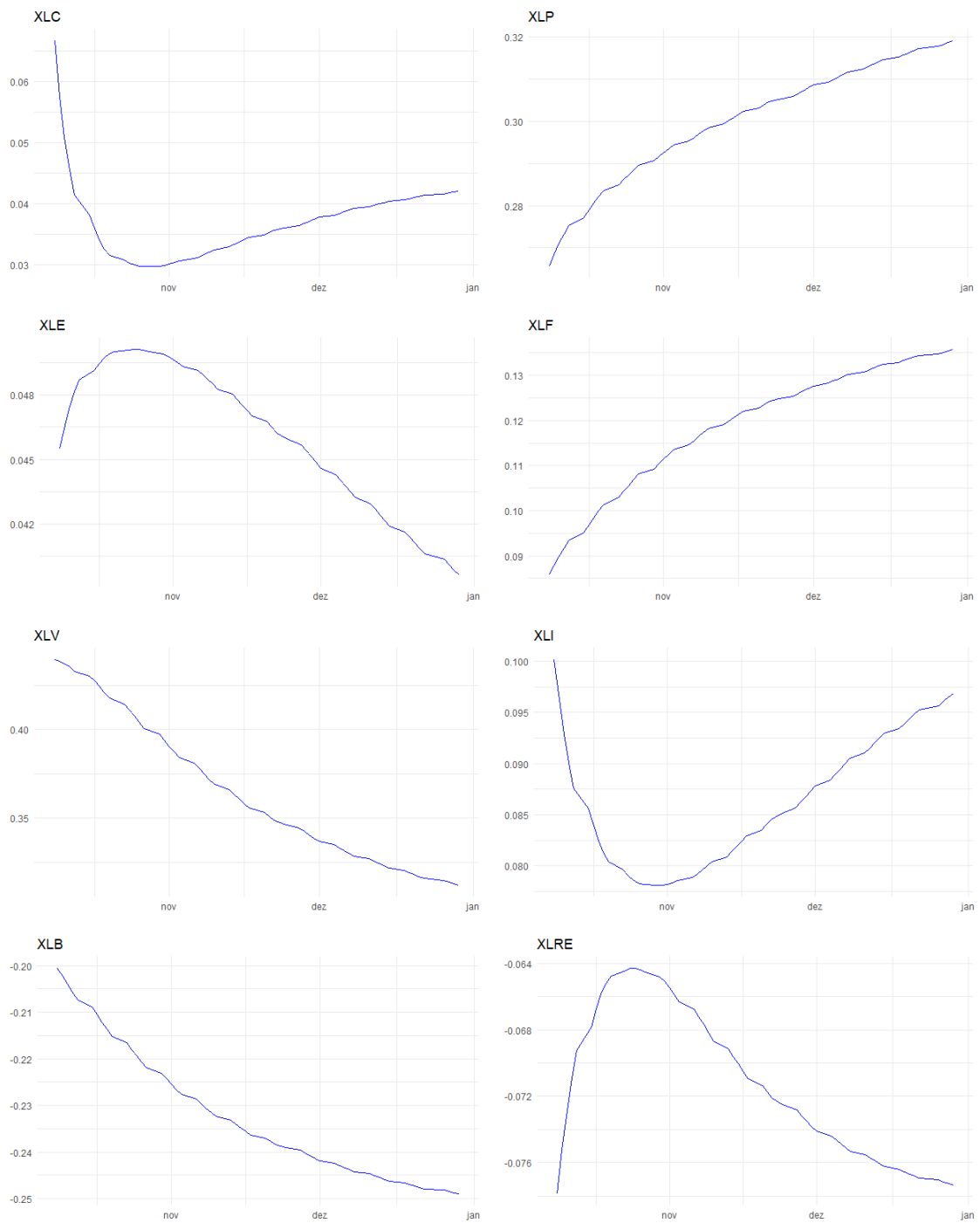
Ativo	Peso	Ativo	Peso
Comunicações (XLC)	0.037	Bens de Consumo (XLP)	0.300
Energia (XLE)	0.046	Finanças (XLF)	0.128
Saúde (XLV)	0.366	Indústria (XLI)	0.986
Materiais (XLB)	-0.232	Imóveis (XLRE)	-0.071
Utilidade Pública (XLU)	-0.061	Tecnologia (XLK)	-0.091
Consumo Cíclico (XLY)	0.026	Ouro	0.477

Tabela 3.19: Média dos pesos previstos para cada ativo

Utilizando os valores reais dos retornos diários, apresentamos na tabela 3.20 o desempenho médio das carteiras previstas.

Valor Esperado da Carteira	0.126
Variância da Carteira	0.321
Sharpe Ratio	0.222
VaR(99%)	1.626

Tabela 3.20: Média do Desempenho das Carteiras previstas



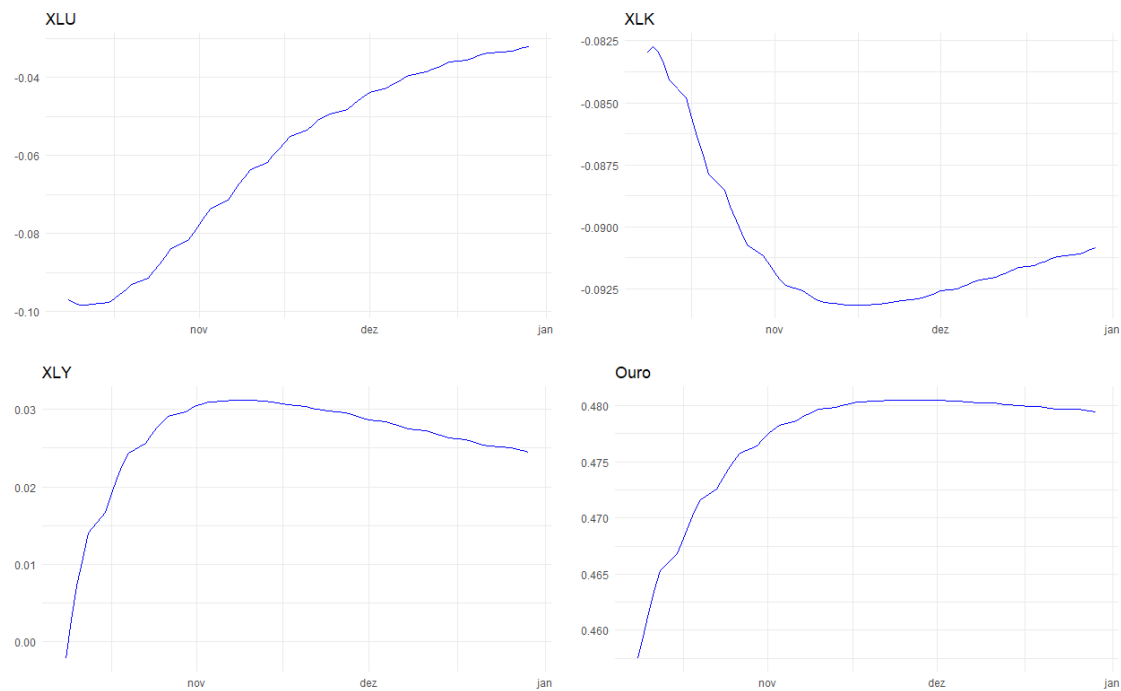


Figura 3.23: Pesos de cada ativo na carteira de variância mínima no tempo t

Ao analisarmos os resultados registados na tabela 3.19, podemos concluir que as previsões não se diferem dos resultados reais registados na tabela 3.9 no período Pós-Covid e que utilizámos como base para a previsão, na medida em que o Ouro manteve-se um dos setores com maior peso na carteira e os setores Materiais, Imóveis, Utilidade Pública e Tecnologia mantiveram o seu peso negativo.

Comparando as metodologias usadas para a previsão de pesos, podemos concluir, que o modelo DCC foi o que apresentou melhor desempenho ao analisarmos o VaR(99%), pois foi o que obteve menor valor.

CONCLUSÃO

A análise das carteiras de variância mínima durante os períodos de Covid e Pós-Covid, utilizando as metodologias de Média Móvel e Modelo DCC, revela importantes *insights* sobre a evolução da estratégia de alocação de ativos e as condições de mercado em diferentes fases.

Durante o período Covid, as carteiras apresentaram uma postura defensiva, com elevada alocação em setores considerados mais seguros, como Bens de Consumo (XLP) e Ouro. Isso reflete a aversão ao risco predominante em tempos de elevada incerteza. A performance da carteira foi caracterizada por um retorno esperado mais elevado, mas também por um risco maior, evidenciado por uma variância superior. O *Sharpe Ratio* mais alto durante este período sugere que, apesar do aumento do risco, a carteira conseguiu compensar esse risco com retornos mais elevados, destacando a eficácia da estratégia defensiva.

No período Pós-Covid, observamos uma mudança significativa na alocação dos ativos, com uma redução no peso de setores defensivos como Bens de Consumo (XLP) e Ouro, e um aumento na diversificação com maior alocação em setores como Finanças (XLF) e Indústria (XLI). Esta transição reflete uma maior confiança na recuperação econômica e uma menor percepção de risco. No entanto, essa mudança também resultou em um menor retorno esperado e um *Sharpe Ratio* mais baixo, indicando que, embora o risco tenha diminuído, a recompensa pelo risco também foi reduzida. Isso sugere que a carteira de variância mínima se tornou menos atrativa em termos de retorno ajustado ao risco no período Pós-Covid.

Comparando as duas metodologias, os resultados são consistentes em termos de tendências gerais, embora haja variações nos níveis exatos de risco e retorno. A Média Móvel apresentou uma estratégia de alocação mais estática, enquanto o Modelo DCC, ao capturar as dinâmicas de correlação ao longo do tempo, forneceu uma estratégia de alocação mais adaptativa. Em ambos os casos, a carteira durante a Covid demonstrou um desempenho superior em termos de retorno ajustado ao risco, enquanto no período Pós-Covid, a carteira se tornou mais conservadora, refletindo um ambiente de mercado mais estável, porém com menores oportunidades de retorno, constatando-se que carteiras

de variância mínima são pouco atrativas para o período Pós-Covid.

Este estudo sublinha a importância de monitorizar e ajustar as alocações de ativos conforme a evolução das condições económicas, por forma otimizar a relação entre risco e retorno.

Ademais, este estudo analisou o papel do Ouro como ativo de refúgio e diversificação de risco em períodos de crise e estabilidade relativa, especificamente durante os períodos Covid e Pós-Covid. A nossa análise centrou-se em várias métricas, incluindo a correlação incondicional e condicional, o índice de *hedge* (beta), e o índice de eficácia de *hedge* (HE).

Através da correlação incondicional, verificámos que o Ouro apresenta uma correlação positiva moderada com a maioria dos setores do S&P 500 tanto no período Covid quanto no Pós-Covid, o que sugere que, de modo geral, o Ouro pode não ser o melhor ativo de refúgio absoluto. No entanto, a correlação condicional revelou que, em determinados momentos de crise aguda, como o início da pandemia e eventos específicos como o colapso do Silicon Valley Bank, o Ouro desempenhou o papel de ativo de refúgio para vários setores, especialmente quando as correlações se tornaram negativas.

O índice de *hedge* (beta) indicou que, embora o Ouro tenha servido como um *hedge* parcial para a maioria dos setores do S&P 500, a sua eficácia variou entre setores.

Finalmente, o índice de eficácia de *hedge* (HE) indicou que, embora o Ouro tenha tido momentos de eficácia como *hedge*, especialmente no início da pandemia, a sua eficácia global foi relativamente baixa, com valores de HE próximos de zero para a maioria dos setores. Isto sugere que, apesar de o Ouro ser um ativo importante para a diversificação de portfólios, a sua capacidade de atuar como um *hedge* eficiente contra riscos de mercado, especialmente em períodos de elevada volatilidade, é limitada.

Em suma, o Ouro demonstrou ser um ativo de diversificação útil, com eficácia variável como *hedge*, dependendo do setor e do período analisado. Durante a pandemia de Covid-19, o Ouro atuou como um ativo de refúgio temporário para certos setores, mas de forma geral, a sua utilidade como um *hedge* completo e consistente foi limitada. Portanto, ao considerar o Ouro como parte de uma estratégia de gestão de risco, os investidores devem estar cientes das suas limitações e complementá-lo com outras estratégias e ativos para obter uma proteção mais robusta contra a volatilidade do mercado.

Neste trabalho, foram exploradas duas abordagens distintas para a previsão de retornos de ativos utilizando modelos VAR(1): a Previsão Geral e a Previsão *one step ahead*. A Previsão Geral, embora mais simples, demonstrou a limitação de assumir relações constantes entre variáveis ao longo do tempo, resultando em previsões que rapidamente estabilizam e, portanto, são menos úteis em contextos de elevada volatilidade. Por outro lado, a Previsão *one step ahead*, que utiliza uma janela deslizante, permitiu captar as mudanças nas relações entre os retornos dos ativos, oferecendo previsões mais ajustadas à realidade dinâmica dos mercados financeiros.

A análise da composição das carteiras de variância mínima, baseada nas previsões *one step ahead*, revelou a importância de adaptar continuamente as alocações de ativos em resposta às variações de mercado. As carteiras previstas, construídas com base na

aplicação de uma média móvel de 20 dias sobre os retornos previstos, apresentaram um bom desempenho, com um *Sharpe Ratio* de 1.882, indicando uma relação risco-retorno favorável.

Em termos de alocação média dos ativos nas carteiras, observamos uma predominância de certos setores, com destaque para os pesos positivos em setores defensivos como XLP (Bens de Consumo) e Ouro, enquanto outros setores como XLF (Finanças) apresentaram pesos negativos, refletindo uma expectativa de menor desempenho futuro.

Por fim, este estudo confirma a utilidade dos modelos VAR na previsão de retornos para a construção de carteiras ótimas, ao mesmo tempo que destaca a necessidade de modelos que sejam flexíveis o suficiente para captar as mudanças nas dinâmicas de mercado. A técnica de previsão *one step ahead* mostrou-se particularmente eficaz neste sentido, fornecendo um caminho promissor para gestores de carteiras que buscam otimizar retornos em ambientes financeiros voláteis.

Neste trabalho foram ainda exploradas diferentes abordagens para a previsão dos pesos dos ativos, utilizando modelos ARIMA e o modelo DCC. A previsão dos pesos dos ativos é uma etapa essencial na gestão de portfólios, pois permite ajustar as alocações de acordo com as condições de mercado futuras, visando minimizar os riscos e otimizar os retornos. Foram desenvolvidas três abordagens distintas utilizando modelos ARIMA, previsão Geral, previsão *one step ahead* e previsão *one step ahead* com modelo constante.

Na previsão geral verificamos que os pesos de cada ativo tendem a convergir rapidamente para valores estáveis, concluindo que esta abordagem pode não capturar bem mudanças dinâmicas nos pesos ao longo do tempo. Na previsão *one step ahead* os resultados indicam que a previsão, comparando com a previsão geral, pode fornecer estimativas mais precisas para os períodos mais recentes, pois o modelo é continuamente atualizado. Por último na previsão *one step ahead* com o modelo constante para todo o período os resultados foram semelhantes à abordagem anterior, concluindo-se que para os dados em análise não foi relevante o ajuste do modelo ARIMA para cada janela deslizante de dados.

O modelo DCC foi utilizado para prever as matrizes de variâncias-covariâncias ao longo do tempo, que foram depois utilizadas para determinar as carteiras de variância mínima. Os resultados mostraram que, após algum tempo, os pesos de cada ativo convergem para valores específicos, indicando uma estabilização da carteira. Esta abordagem permite capturar a correlação dinâmica entre os ativos, o que pode ser uma vantagem significativa em ambientes de mercado voláteis.

De acordo com este estudo podemos concluir que, num cenário de mercado em constante mudança, a previsão *one step ahead* com modelos ARIMA atualizados frequentemente ou a utilização do modelo DCC pode proporcionar uma vantagem significativa na gestão de carteiras, garantindo alocações de ativos mais adaptativas e consequentemente com melhores resultados.

Em resumo, o trabalho reforça a importância da escolha adequada dos modelos e metodologias na previsão de retornos e pesos de ativos, destacando a necessidade de considerar a natureza dos dados e o contexto de aplicação. As metodologias discutidas

forneem uma base sólida para a tomada de decisões informadas na gestão de portfólios, com potencial de serem aplicadas em contextos reais para otimização de carteiras e melhoria do desempenho financeiro.

Num trabalho futuro poder-se-á considerar a restrição de sinal nos pesos da carteira de variância mínima, isto é, não permitir a existência de *short-selling*. Por outro lado seria interessante considerar-se outro tipo de carteira eficiente, dado a carteira de variância mínima pressupor investidores muito avessos ao risco. Poder-se-á também considerar a implementação de variáveis *dummy* para verificação do risco da carteira ser inferior no período Covid, tal inclusão permite explorar se a quebra estrutural é sobretudo no processo da média, da variância ou da correlação e em que parâmetros incide mais. Associado a esta análise está o estudo sobre o momento da quebra estrutural, assumindo que é desconhecido e quantas quebras devemos considerar. A escolha de outros ativos poderá também ser um possível trabalho futuro. Além dos ativos podemos considerar questões como a assimetria, o que significa utilizar outros modelos, como por exemplo o EGARCH (*Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic*) para os processos da variância (no âmbito do modelo DCC).

BIBLIOGRAFIA

- Abakah, E. J. A., Caporale, G. M., & Gil-Alana, L. A. (2023). The impact of containment measures and monetary and fiscal responses on US financial markets during the COVID-19 pandemic. *Heliyon*, 9(5), e15422. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e15422> (ver p. 11).
- Assaf, A., Mokni, K., & Youssef, M. (2023). COVID-19 and information flow between cryptocurrencies, and conventional financial assets. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 89, 73–81. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.qref.2023.02.010> (ver p. 11).
- Bai, L., Wei, Y., Wei, G., Li, X., & Zhang, S. (2021). Infectious disease pandemic and permanent volatility of international stock markets: A long-term perspective. *Finance Research Letters*, 40, 101709. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101709> (ver p. 4).
- Baur, D. G., & Lucey, B. M. (2010). Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold. *Financial Review*, 45(2), 217–229. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.2010.00244.x> (ver pp. 3, 28, 52–55).
- Baur, D. G., & McDermott, T. K. (2010). Is gold a safe haven? International evidence [New Contributions to Retail Payments: Conference at Norges Bank (Central Bank of Norway) 14–15 November 2008]. *Journal of Banking Finance*, 34(8), 1886–1898. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2009.12.008> (ver p. 3).
- Bauwens, L., Laurent, S., & Rombouts, J. V. K. (2006). Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21(1), 79–109. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/jae.842> (ver p. 14).
- Best, M. J., & Grauer, R. R. (2015). On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational Results. *The Review of Financial Studies*, 4(2), 315–342. <https://doi.org/10.1093/rfs/4.2.315> (ver p. 2).
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2005, janeiro). *Investments*. (Ver p. 2).
- Bredin, D., Conlon, T., & Potì, V. (2015). Does gold glitter in the long-run? Gold as a hedge and safe haven across time and investment horizon. *International Review of Financial*

- Analysis*, 41, 320–328. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.irfa.2015.01.010> (ver p. 3).
- Brock, W., Lakonishok, J., & LeBaron, B. (1992). Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(5), 1731–1764. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04681.x> (ver p. 5).
- Caporin, M., & McAleer, M. (2012). Model Selection and Testing of Conditional and Stochastic Volatility Models. Em L. Bauwens, C. Hafner & S. Laurent (Eds.), *Volatility Models and Their Applications* (pp. 199–221). John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118272039.ch8> (ver p. 22).
- Cipollini, F., Gallo, G. M., & Palandri, A. (2021). A dynamic conditional approach to forecasting portfolio weights. *International Journal of Forecasting*, 37(3), 1111–1126. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.12.002> (ver p. 5).
- Curto, J. D., & Serrasqueiro, P. (2022). The impact of COVID-19 on SP500 sector indices and FATANG stocks volatility: An expanded APARCH model. *Finance Research Letters*, 46, 102247. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102247> (ver p. 4).
- Dickey, D., & Fuller, W. (1981). The Likelihood Ratio Statistics For Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Econometrica*, 49, 1057–72. <https://doi.org/10.2307/1912517> (ver p. 34).
- Dooley, M., & Hutchison, M. (2009). Transmission of the U.S. subprime crisis to emerging markets: Evidence on the decoupling–recoupling hypothesis [The Global Financial Crisis: Causes, Threats and Opportunities]. *Journal of International Money and Finance*, 28(8), 1331–1349. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2009.08.004> (ver p. 4).
- Ederington, L. H. (1979). The Hedging Performance of the New Futures Markets. *The Journal of Finance*, 34(1), 157–170. Obtido 2024-06-24, de <http://www.jstor.org/stable/2327150> (ver pp. 3, 28, 29).
- Enders, W. (2014). *APPLIED ECONOMETRIC TIME SERIES*. John Wiley Sons, Inc. (Ver pp. 14, 62).
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007. Obtido 2024-12-12, de <http://www.jstor.org/stable/1912773> (ver pp. 20, 40).
- Engle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business and Economic Statistics*. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1198/073500102288618487> (ver p. 22).
- Engle, R., & Kroner, K. (2000). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, 122–150. <https://doi.org/10.1017/S0266466600009063> (ver p. 22).
- Golosnoy, V., & Gribisch, B. (2022). Modeling and forecasting realized portfolio weights. *Journal of Banking Finance*, 138, 106404. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2022.106404> (ver p. 5).
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. (Ver pp. 14, 33, 34).

- Haroon, O., & Rizvi, S. A. R. (2020). COVID-19: Media coverage and financial markets behavior—A sectoral inquiry. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 27, 100343. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jbef.2020.100343> (ver p. 4).
- Huang, C.-f., & Litzenberger, R. H. (1988). *Foundations for Financial Economics*. North-Holland. (Ver p. 14).
- Jagannathan, R., & Ma, T. (2002, maio). *Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps* (Working Paper N.º 8922). National Bureau of Economic Research. <https://doi.org/10.3386/w8922> (ver p. 2).
- Kroner, K. F., & Sultan, J. (1993). Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(4), 535–551. Obtido 2024-09-23, de <http://www.jstor.org/stable/2331164> (ver pp. 3, 28).
- LeBaron, B. (1999). Technical trading rule profitability and foreign exchange intervention. *Journal of International Economics*, 49(1), 125–143. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-1996\(98\)00061-0](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-1996(98)00061-0) (ver p. 5).
- Lourenço, J. M. (2021). *The NOVAthesis L^AT_EX Template User's Manual*. NOVA University Lisbon. <https://github.com/joaomlourenco/novathesis/raw/main/template.pdf> (ver p. i).
- Lucey, B., & Li, S. (2014). What precious metals act as safe havens, and when? Some US evidence. *Applied Economics Letters*, 22, 35–45. <https://doi.org/10.1080/13504851.2014.920471> (ver p. 3).
- Markowitz, H. (1952). PORTFOLIO SELECTION*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> (ver pp. 1, 2, 25).
- Merton, R. C. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 8(4), 323–361. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-405X\(80\)90007-0](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0304-405X(80)90007-0) (ver p. 2).
- Neely, C. (1998). Technical Analysis and the Profitability of U.S. Foreign Exchange Intervention. *Review*, 80, 3–17. <https://doi.org/10.20955/r.80.3-18> (ver p. 5).
- Organização Pan-Americana da Saúde. (2020). *Histórico da pandemia de COVID-19* [Accessed: 2024-01-10]. <https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19> (ver p. 11).
- Shehzad, K., Xiaoxing, L., & Kazouz, H. (2020). COVID-19's disasters are perilous than Global Financial Crisis: A rumor or fact? *Finance Research Letters*, 36, 101669. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101669> (ver p. 4).
- Sheppard, K. (2021). *Financial Econometric Notes*. University of Oxford. (Ver pp. 14, 28).

ANEXO 1

Nesta secção apresentam-se alguns resultados que ajudaram na análise dos dados e dos resultados.

Ordem	Valor Próprio	Teste Lmax	<i>p-value</i>
0	0.315	95.466	[0.000]
1	0.267	78.381	[0.005]
2	0.196	54.872	[0.315]

Tabela I.1: Resultados do Teste de Johansen Covid - Máximo valor próprio

Ordem	Teste do Traço	<i>p-value</i>
0	401.380	[0.000]
1	305.920	[0.011]
2	227.530	[0.216]

Tabela I.2: Resultados do Teste de Johansen Covid - Traço (corrigido de acordo o tamanho de amostra)

Ordem	Valor Próprio	Teste Lmax	<i>p-value</i>
0	55.494	[0.827]	

Tabela I.3: Resultados do Teste de Johansen Pós-Covid - Máximo valor próprio

Ordem	Teste do Traço	<i>p-value</i>
0	271.920	[0.920]

Tabela I.4: Resultados do Teste de Johansen Pós-Covid - Traço (corrigido de acordo o tamanho de amostra)

Equação	Coefficiente	Erro padrão	Razão t	p-value
XLC				
Constante	-0.309	0.088	-3.514	0.001***
EC1	-0.210	0.046	-4.589	0.000***
EC2	-0.096	0.100	-0.959	0.339
XLP				
Constante	-0.379	0.073	-5.226	0.000***
EC1	-0.124	0.038	-3.287	0.001***
EC2	-0.269	0.083	-3.262	0.001***
XLE				
Constante	-0.397	0.167	-2.377	0.018**
EC1	-0.161	0.087	-1.851	0.065*
EC2	-0.245	0.190	-1.286	0.200
XLF				
Constante	-0.397	0.122	-3.242	0.001***
EC1	-0.189	0.064	-2.970	0.003***
EC2	-0.213	0.139	-1.534	0.126
XLV				
Constante	-0.265	0.080	-3.330	0.001***
EC1	-0.212	0.041	-5.123	0.000***
EC2	-0.045	0.091	-0.502	0.616
XLI				
Constante	-0.347	0.105	-3.314	0.001***
EC1	-0.249	0.054	-4.587	0.000***
EC2	-0.091	0.119	-0.763	0.446
XLB				
Constante	-0.279	0.104	-2.690	0.008***
EC1	-0.179	0.054	-3.314	0.001***
EC2	-0.099	0.118	-0.837	0.403
XLRE				
Constante	-0.479	0.103	-4.626	0.000***
EC1	-0.297	0.054	-5.517	0.000***
EC2	-0.179	0.118	-1.523	0.129
XLU				
Constante	-0.472	0.100	-4.722	0.000***
EC1	-0.224	0.052	-4.316	0.000***
EC2	-0.255	0.114	-2.240	0.026**
XLK				
Constante	-0.432	0.105	-4.097	0.000***
EC1	-0.245	0.055	-4.474	0.000***
EC2	-0.189	0.120	-1.575	0.116
XLY				
Constante	-0.201	0.090	-2.238	0.026**
EC1	-0.235	0.047	-5.024	0.000***
EC2	0.049	0.102	0.481	0.631
Ouro				
Constante	0.113	0.059	1.932	0.055*
EC1	-0.053	0.030	-1.732	0.085*
EC2	0.182	0.067	2.727	0.007***

Tabela I.5: Resultados VECM de cada equação Covid

	Rao F	Distribuição Approx.	p-valor
VAR(1)			
<i>Lag 1</i>	1.364	F(144, 1859)	0.004
<i>Lag 2</i>	1.534	F(288, 2221)	0.000
<i>Lag 3</i>	1.640	F(432, 2219)	0.000
<i>Lag 4</i>	1.545	F(576, 2131)	0.000
<i>Lag 5</i>	1.431	F(720, 2013)	0.000
VAR(2)			
<i>Lag 1</i>	1.682	F(144, 1747)	0.000
<i>Lag 2</i>	1.664	F(288, 2081)	0.000
<i>Lag 3</i>	1.560	F(432, 2071)	0.000
<i>Lag 4</i>	1.416	F(576, 1979)	0.000
<i>Lag 5</i>	1.343	F(720, 1860)	0.000
VAR(3)			
<i>Lag 1</i>	1.660	F(144, 1636)	0.000
<i>Lag 2</i>	1.462	F(288, 1941)	0.000
<i>Lag 3</i>	1.309	F(432, 1923)	0.000
<i>Lag 4</i>	1.226	F(576, 1828)	0.001
<i>Lag 5</i>	1.202	F(720, 1707)	0.002
VAR(4)			
<i>Lag 1</i>	1.198	F(144, 1525)	0.063
<i>Lag 2</i>	1.119	F(288, 1801)	0.099
<i>Lag 3</i>	1.056	F(432, 1774)	0.229
<i>Lag 4</i>	1.057	F(576, 1676)	0.204
<i>Lag 5</i>	1.054	F(720, 1554)	0.204

Tabela I.6: Teste de Ljung-Box para autocorrelação até a ordem 5 para VAR(1), VAR(2), VAR(3) e VAR(4) Covid

	Rao F	Distribuição Approx.	p-valor
VAR(1)			
<i>Lag 1</i>	1.402	F(144, 5642)	0.001
<i>Lag 2</i>	1.362	F(288, 6981)	0.000
<i>Lag 3</i>	1.278	F(432, 7260)	0.000
<i>Lag 4</i>	1.193	F(576, 7281)	0.002
<i>Lag 5</i>	1.122	F(720, 7218)	0.017
VAR(2)			
<i>Lag 1</i>	1.102	F(144, 5530)	0.195
<i>Lag 2</i>	1.206	F(288, 6841)	0.011
<i>Lag 3</i>	1.116	F(432, 7112)	0.053
<i>Lag 4</i>	1.083	F(576, 7130)	0.090
<i>Lag 5</i>	1.069	F(720, 7065)	0.109

Tabela I.7: Teste de Ljung-Box para autocorrelação até a ordem 5 para VAR(1) e VAR(2) Pós-Covid

Setor	Q(5)	Significância (Chi-Squared(5))
XLC	4.347	0.501
XLP	10.598	0.060
XLE	3.204	0.669
XLF	4.684	0.456
XLV	8.011	0.156
XLI	4.050	0.542
XLB	5.918	0.314
XLRE	9.386	0.095
XLU	16.009	0.007
XLK	3.996	0.550
XLY	5.091	0.405
Ouro	6.265	0.281

Tabela I.8: Resultados do teste de Ljung-Box VAR(1) univariado Covid

Setor	Q(5)	Significância (Chi-Squared(5))
XLC	5.605	0.347
XLP	3.417	0.636
XLE	0.983	0.964
XLF	0.182	0.999
XLV	3.520	0.620
XLI	1.961	0.855
XLB	1.075	0.956
XLRE	9.922	0.077
XLU	6.294	0.279
XLK	7.263	0.202
XLY	2.242	0.815
Ouro	7.354	0.196

Tabela I.9: Resultados do teste de Ljung-Box VAR(1) univariado Pós-Covid

Variável	constante	XLC_1	XLP_1	XLE_1	XLF_1	XLV_1	XLI_1	XLB_1	XLRE_1	XLU_1	XLK_1	XLY_1	Ouro_1
XLC	0,079 (0,523)	-0,515 (0,005)	-0,148 (0,425)	-0,007 (0,913)	-0,377 (0,012)	-0,117 (0,478)	0,168 (0,404)	0,005 (0,978)	0,080 (0,553)	-0,020 (0,878)	-0,123 (0,448)	0,726 (0,001)	0,038 (0,705)
XLP	0,059 (0,577)	-0,242 (0,127)	0,048 (0,765)	0,028 (0,641)	-0,303 (0,020)	-0,079 (0,576)	0,340 (0,052)	-0,065 (0,655)	0,048 (0,682)	-0,025 (0,825)	-0,128 (0,360)	0,143 (0,443)	0,038 (0,662)
XLE	-0,207 (0,384)	-0,084 (0,814)	-0,323 (0,367)	-0,077 (0,561)	-0,416 (0,151)	-0,471 (0,140)	0,343 (0,378)	0,329 (0,310)	0,094 (0,718)	-0,212 (0,404)	-0,445 (0,156)	0,885 (0,034)	0,090 (0,642)
XLF	-0,032 (0,853)	-0,167 (0,511)	-0,359 (0,162)	-0,057 (0,547)	-0,611 (0,004)	-0,401 (0,080)	0,561 (0,045)	0,151 (0,516)	0,202 (0,280)	-0,038 (0,835)	-0,282 (0,210)	0,592 (0,048)	0,058 (0,677)
XLV	0,046 (0,687)	-0,193 (0,258)	0,145 (0,401)	0,017 (0,795)	-0,443 (0,002)	-0,292 (0,057)	0,305 (0,103)	0,072 (0,646)	0,044 (0,724)	-0,002 (0,989)	-0,305 (0,044)	0,483 (0,016)	0,058 (0,533)
XLI	0,017 (0,912)	-0,329 (0,143)	-0,172 (0,449)	0,006 (0,941)	-0,453 (0,014)	-0,306 (0,130)	0,455 (0,066)	0,018 (0,932)	0,120 (0,469)	-0,074 (0,644)	-0,199 (0,318)	0,610 (0,021)	0,152 (0,217)
XLB	0,069 (0,637)	-0,295 (0,176)	-0,167 (0,449)	-0,038 (0,645)	-0,325 (0,069)	-0,145 (0,458)	0,192 (0,424)	0,028 (0,887)	0,065 (0,683)	-0,030 (0,849)	-0,380 (0,050)	0,841 (0,001)	0,0592 (0,619)
XLRE	-0,015 (0,923)	-0,357 (0,119)	-0,261 (0,258)	0,012 (0,890)	-0,465 (0,013)	-0,142 (0,490)	0,468 (0,063)	-0,024 (0,907)	0,089 (0,598)	0,030 (0,853)	-0,226 (0,265)	0,524 (0,051)	0,195 (0,119)
XLU	0,007 (0,962)	-0,332 (0,131)	0,201 (0,365)	0,027 (0,745)	-0,472 (0,009)	-0,162 (0,411)	0,487 (0,044)	-0,021 (0,917)	0,096 (0,553)	-0,130 (0,410)	-0,300 (0,122)	0,396 (0,124)	0,155 (0,196)
XLK	0,126 (0,389)	-0,405 (0,065)	-0,142 (0,522)	-0,018 (0,830)	-0,425 (0,018)	-0,159 (0,419)	0,298 (0,216)	-0,044 (0,825)	0,012 (0,942)	-0,019 (0,903)	-0,257 (0,184)	0,723 (0,005)	0,129 (0,280)
XLY	0,076 (0,546)	-0,387 (0,040)	-0,187 (0,324)	-0,006 (0,926)	-0,373 (0,015)	-0,131 (0,437)	0,224 (0,276)	-0,003 (0,985)	0,019 (0,888)	-0,012 (0,929)	-0,222 (0,180)	0,772 (0,001)	0,158 (0,123)
Ouro	0,095 (0,266)	-0,253 (0,047)	0,191 (0,136)	0,142 (0,003)	-0,139 (0,180)	0,023 (0,837)	-0,190 (0,172)	-0,079 (0,496)	0,134 (0,152)	-0,162 (0,076)	-0,034 (0,763)	0,355 (0,018)	0,026 (0,706)

Figura I.1: Coeficientes da equação do VAR(1) no período Covid, entre parêntesis encontram-se os *p-values* e a negrito os valores significativos

Variável	constante	XLC_1	XLP_1	XLE_1	XLF_1	XLV_1	XLI_1	XLB_1	XLRE_1	XLU_1	XLK_1	XLY_1	Ouro_1
XLC	0,007 (0,900)	-0,029 (0,689)	-0,141 (0,188)	-0,023 (0,554)	-0,037 (0,706)	-0,110 (0,275)	-0,147 (0,282)	0,201 (0,054)	0,064 (0,404)	0,060 (0,449)	0,117 (0,147)	-0,060 (0,407)	-0,015 (0,820)
XLP	0,013 (0,692)	-0,015 (0,723)	0,028 (0,652)	-0,014 (0,525)	-0,026 (0,654)	-0,058 (0,331)	0,011 (0,894)	0,021 (0,731)	0,077 (0,087)	-0,027 (0,556)	-0,015 (0,750)	0,010 (0,815)	0,012 (0,766)
XLE	0,137 (0,061)	0,026 (0,777)	-0,106 (0,441)	-0,045 (0,355)	-0,067 (0,593)	-0,173 (0,182)	0,005 (0,977)	0,331 (0,013)	0,051 (0,603)	-0,025 (0,803)	-0,087 (0,404)	0,045 (0,633)	-0,065 (0,452)
XLF	0,029 (0,559)	-0,044 (0,478)	-0,091 (0,334)	-0,014 (0,674)	-0,017 (0,845)	-0,089 (0,314)	-0,107 (0,372)	0,140 (0,125)	0,075 (0,262)	0,032 (0,647)	0,043 (0,540)	0,031 (0,629)	0,019 (0,754)
XLV	0,030 (0,397)	0,009 (0,839)	-0,154 (0,022)	-0,032 (0,185)	0,005 (0,931)	0,015 (0,813)	-0,019 (0,827)	0,064 (0,327)	0,068 (0,152)	0,053 (0,279)	-0,004 (0,945)	-0,022 (0,634)	0,019 (0,652)
XLI	0,032 (0,461)	-0,024 (0,654)	-0,063 (0,437)	-0,025 (0,385)	-0,027 (0,713)	-0,125 (0,102)	-0,072 (0,486)	0,130 (0,100)	0,067 (0,249)	-0,005 (0,928)	0,053 (0,387)	0,019 (0,731)	0,011 (0,829)
XLB	0,020 (0,688)	0,006 (0,917)	-0,148 (0,111)	-0,020 (0,539)	-0,069 (0,409)	-0,076 (0,386)	0,039 (0,743)	0,105 (0,242)	0,084 (0,204)	-0,005 (0,946)	0,047 (0,502)	-0,025 (0,686)	0,025 (0,674)
XLRE	0,012 (0,806)	0,007 (0,916)	-0,095 (0,305)	-0,059 (0,074)	-0,008 (0,923)	-0,004 (0,967)	-0,044 (0,709)	0,130 (0,148)	0,015 (0,824)	-0,016 (0,814)	0,043 (0,537)	-0,010 (0,872)	0,060 (0,307)
XLU	0,002 (0,961)	-0,004 (0,935)	-0,063 (0,449)	-0,008 (0,783)	0,031 (0,676)	0,014 (0,853)	-0,034 (0,746)	0,011 (0,893)	0,097 (0,100)	-0,039 (0,519)	0,043 (0,495)	-0,056 (0,321)	0,015 (0,779)
XLK	0,055 (0,364)	-0,047 (0,536)	-0,072 (0,531)	-0,067 (0,098)	0,013 (0,903)	-0,153 (0,154)	-0,149 (0,307)	0,158 (0,154)	0,087 (0,286)	0,062 (0,460)	0,021 (0,806)	0,021 (0,788)	0,000 (0,995)
XLY	0,010 (0,871)	-0,107 (0,170)	-0,129 (0,271)	-0,060 (0,150)	-0,039 (0,710)	-0,015 (0,892)	-0,129 (0,387)	0,213 (0,061)	0,110 (0,186)	0,054 (0,527)	0,055 (0,534)	-0,005 (0,951)	-0,063 (0,392)
Ouro	-0,012 (0,723)	0,017 (0,698)	-0,103 (0,120)	0,005 (0,833)	-0,074 (0,214)	0,037 (0,546)	0,111 (0,186)	0,028 (0,664)	-0,021 (0,652)	0,050 (0,302)	0,011 (0,824)	-0,013 (0,769)	-0,059 (0,156)

Figura I.2: Coeficientes da equação do VAR(1) no período Pós-Covid, entre parêntesis encontram-se os *p-values* e a negrito os valores significativos

Variável	Valor	Erro Padrão	Estatística	Valor-p
C(XLC)	0.489	0.137	3.578	0.000
C(XLP)	0.283	0.072	3.915	0.000
C(XLE)	0.900	0.354	2.544	0.011
C(XLF)	0.551	0.175	3.139	0.002
C(XLV)	0.376	0.112	3.375	0.001
C(XLI)	0.500	0.181	2.758	0.006
C(XLB)	0.479	0.140	3.420	0.001
C(XLRE)	0.591	0.207	2.851	0.004
C(XLU)	0.395	0.088	4.502	0.000
C(XLK)	0.728	0.207	3.523	0.000
C(XLY)	0.321	0.105	3.054	0.002
C(Ouro)	0.198	0.053	3.736	0.000
A(XLC)	0.067	0.018	3.748	0.000
A(XLP)	0.117	0.023	5.022	0.000
A(XLE)	0.140	0.041	3.379	0.001
A(XLF)	0.108	0.024	4.584	0.000
A(XLV)	0.098	0.025	3.887	0.000
A(XLI)	0.087	0.021	4.143	0.000
A(XLB)	0.080	0.019	4.226	0.000
A(XLRE)	0.113	0.028	4.018	0.000
A(XLU)	0.121	0.019	6.538	0.000
A(XLK)	0.071	0.019	3.659	0.000
A(XLY)	0.069	0.016	4.425	0.000
A(Ouro)	0.297	0.056	5.312	0.000
B(XLC)	0.827	0.041	20.128	0.000
B(XLP)	0.782	0.044	17.592	0.000
B(XLE)	0.831	0.041	20.350	0.000
B(XLF)	0.834	0.039	21.273	0.000
B(XLV)	0.808	0.048	16.722	0.000
B(XLI)	0.843	0.045	18.592	0.000
B(XLB)	0.850	0.035	24.067	0.000
B(XLRE)	0.807	0.055	14.806	0.000
B(XLU)	0.809	0.030	27.423	0.000
B(XLK)	0.817	0.045	18.133	0.000
B(XLY)	0.867	0.035	24.882	0.000
B(Ouro)	0.632	0.043	14.734	0.000
DCC(1)	0.019	0.007	2.650	0.008
DCC(2)	0.705	0.137	5.149	0.000

Tabela I.10: Modelo DCC no período Covid

Variável	Valor	Erro Padrão	Estatística	Valor-p
C(XLC)	0.264	0.092	2.870	0.004
C(XLP)	0.041	0.013	3.197	0.001
C(XLE)	0.035	0.023	1.524	0.128
C(XLF)	0.133	0.070	1.884	0.060
C(XLV)	0.026	0.012	2.175	0.030
C(XLI)	0.117	0.061	1.936	0.053
C(XLB)	0.057	0.030	1.927	0.054
C(XLRE)	0.076	0.031	2.419	0.016
C(XLU)	0.091	0.027	3.389	0.001
C(XLK)	0.157	0.052	3.017	0.003
C(XLY)	0.114	0.012	9.535	0.000
C(Ouro)	0.016	0.020	0.784	0.433
A(XLC)	0.093	0.026	3.524	0.000
A(XLP)	0.054	0.013	4.110	0.000
A(XLE)	0.028	0.008	3.584	0.000
A(XLF)	0.033	0.012	2.815	0.005
A(XLV)	0.025	0.009	2.814	0.005
A(XLI)	0.041	0.015	2.701	0.007
A(XLB)	0.021	0.008	2.801	0.005
A(XLRE)	0.046	0.014	3.443	0.001
A(XLU)	0.075	0.014	5.218	0.000
A(XLK)	0.051	0.014	3.743	0.000
A(XLY)	0.048	0.005	10.301	0.000
A(Ouro)	0.009	0.008	1.192	0.233
B(XLC)	0.791	0.061	13.050	0.000
B(XLP)	0.891	0.026	34.171	0.000
B(XLE)	0.962	0.011	90.579	0.000
B(XLF)	0.885	0.052	17.118	0.000
B(XLV)	0.944	0.021	44.950	0.000
B(XLI)	0.869	0.059	14.767	0.000
B(XLB)	0.943	0.025	38.412	0.000
B(XLRE)	0.907	0.030	30.295	0.000
B(XLU)	0.855	0.031	27.483	0.000
B(XLK)	0.885	0.032	28.073	0.000
B(XLY)	0.907	0.004	210.288	0.00
B(Ouro)	0.971	0.027	36.215	0.000
DCC(1)	0.021	0.003	6.199	0.000
DCC(2)	0.880	0.032	27.563	0.000

Tabela I.11: Modelo DCC no período Pós-Covid





2024 Minimizção de risco e investimento: período Covid e Pós-Covid

Maria Infante