

ANDRÉ VILAS RUIVO

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

PROBABILIDADE DE COLAPSO POR MOBILIZAÇÃO DE IMPULSO PASSIVO CONSIDERANDO A DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÂNGULO DE RESISTÊNCIA AO CORTE E A METODOLOGIA DO EUROCÓDIGO 7

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL

Universidade NOVA de Lisboa
Setembro, 2024

PROBABILIDADE DE COLAPSO POR MOBILIZAÇÃO DE IMPULSO PASSIVO CONSIDERANDO A DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÂNGULO DE RESISTÊNCIA AO CORTE E A METODOLOGIA DO EUROCÓDIGO 7

ANDRÉ VILAS RUIVO

Licenciado em Engenharia Civil

Orientador: Nuno Manuel da Costa Guerra,
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Coorientador: Armando Manuel Sequeira Nunes Antão,
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Júri:

Presidente: João Carlos Gomes Rocha de Almeida,
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Arguente: Paulo Lopes Pinto,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade de Coimbra.

Orientador: Nuno Manuel da Costa Guerra,
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Probabilidade de colapso por mobilização de impulso passivo considerando a distribuição espacial do ângulo de resistência ao corte e a metodologia do Eurocódigo 7

Copyright © André Vilas Ruivo, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa. A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização desta dissertação envolveu o apoio, direto ou indireto, de várias pessoas, às quais gostaria de manifestar o meu profundo agradecimento

Em primeiro lugar, agradeço aos meus orientadores científicos, Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra e Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão, cuja orientação foi essencial para a realização deste trabalho. A sua partilha contínua de conhecimentos, a disponibilidade constante e a amizade demonstrada foram fundamentais para o sucesso desta dissertação. As suas sugestões e correções valiosas permitiram-se melhorar significativamente o conteúdo deste trabalho. Foi um privilégio ser orientado por ambos.

Agradeço a todos os professores e funcionário do Departamento de Engenharia Civil que contribuíram de forma significativa para a minha formação ao longo destes cinco anos.

Quero ainda agradecer à Secção de Geotecnia do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa a oportunidade de trabalhar na área da geotecnia, o que despertou o meu interesse por esta área e permitiu desenvolver parte do trabalho que culmina com a apresentação desta dissertação. Quero igualmente agradecer à Secção de Geotecnia por permitir a utilização da plataforma computacional Geocluster, sem a qual seria impossível desenvolver o presente trabalho. Neste sentido quero também agradecer aos Professores Doutores Armando Manuel Sequeira Nunes Antão e Mário Vicente da Silva por disponibilizarem o software mechpy.

Aos meus colegas de curso agradeço o companheirismo, pela amizade e por todos os momentos de descontração que tornaram estes cinco anos de curso muito melhores do que alguma vez pensei. Não poderei citar todos aqueles com quem partilhei momentos quer de trabalho quer de diversão, e a quem estou bastante grato, mas gostaria de deixar um agradecimento especial ao Mateus, ao Amado, ao Pedro, ao Miguel, ao Amaral, ao Henry, ao Rafiky, ao Cação e ao Ricardo pelas constantes manifestações de companheirismo e encorajamento, bem como pelos bons momentos que passámos. Estou certo de que a amizade que construímos perdurará. Quero igualmente agradecer aos meus amigos de Rio Maior que, apesar da distância, sempre me apoiaram e sempre demonstraram a sua amizade, aceitando as minhas constantes ausências.

Por fim, a família. Ao meu pai e à minha mãe quero expressar o meu profundo agradecimento por durante os últimos anos terem proporcionado todas as condições para chegar a este dia. Aos meus irmãos agradeço por toda a força que me deram e pelas inúmeras vezes que proporcionaram momentos de divertimento e descontração. Muito obrigado por terem feito de mim aquilo que sou hoje. Agradeço à Catalina por todo o amor e carinho que partilha comigo todos os dias, bem como por ter estado o tempo todo incondicionalmente ao meu lado, principalmente nos momentos mais difíceis, fazendo sempre tudo o que podia para tornar esta etapa mais fácil.

Resumo

Determina-se a probabilidade de colapso por mobilização de impulso passivo para o caso de o valor de cálculo da ação igualar o valor de cálculo da resistência passiva, usando as Abordagens de Cálculo 1 (combinação 2) e 3 do Eurocódigo 7.

Para tal, considera-se a distribuição espacial da propriedade resistente do solo, o ângulo de resistência ao corte, e utiliza-se o programa *mechpy*, desenvolvido no DEC da FCT-NOVA, no qual os teoremas estático e cinemático da análise limite estão implementados, associados ao método dos elementos finitos. Realiza-se uma análise paramétrica para avaliar a influência na probabilidade de colapso da média do ângulo de resistência ao corte e do ângulo de atrito solo-estrutura.

Consideram-se dois procedimentos para determinar o valor característico do ângulo de resistência ao corte: um em que se admite o material bem conhecido, mas sem a realização de prospeção local, e outro em que se simula a execução de prospeção.

Conclui-se da importância de prospeção e mostra-se que mesmo no caso em que tal caracterização é realizada, nem sempre se obtém a probabilidade de colapso pretendida. Determinam-se valores mínimos do coeficiente de segurança parcial aplicado à propriedade resistente do solo que verificam tal probabilidade de colapso. Analisa-se igualmente o problema admitindo que são aplicados coeficientes à resistência (e não às propriedades resistentes) e propõem-se igualmente valores mínimos para estes coeficientes.

Palavras-Chave: Eurocódigo 7; Probabilidade de colapso; variabilidade espacial; coeficiente de segurança global

Abstract

The probability of collapse due to passive thrust mobilization is determined for the case where the design value of the action equals the design value of the passive resistance, using Design Approaches 1 (combination 2) and 3 of Eurocode 7.

The spatial distribution of the soil's strength property, the angle of shear strength, is considered, and the mechpy program, developed at DEC of FCT-NOVA, is utilized. This program implements the static and kinematic theorems of limit analysis, combined with the finite element method. A parametric analysis is carried out to assess the influence of the mean value of the shear resistance angle and the soil-structure friction angle on the probability of collapse.

Two procedures for determining the characteristic value of the shear resistance angle are considered: one assuming the material is well-known but without local surveying, and another simulating the execution of a survey.

The conclusion highlights the importance of surveying and shows that even when such characterization is performed, the desired probability of collapse is not always achieved. Minimum values for the partial safety factor applied to the soil's resistant property that satisfy the collapse probability are determined. The problem is also analyzed assuming that factors are applied to the resistance (and not to strength properties), and minimum values for these factors are also proposed.

Keywords: Eurocode 7; Probability of collapse; spatial variability; global safety factor

Índice

Agradecimentos.....	V
Resumo.....	VII
Abstract.....	IX
Índice.....	XI
Índice de figuras.....	XIII
Índice de tabelas.....	XV
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	XVII
1. Introdução.....	1
2. Revisão Bibliográfica	3
2.1. Conceitos de Análise Limite e Noções de Plasticidade	3
2.1.1. Teorema da Região Superior (TRS) ou Cinemático	3
2.1.2. Teorema da Região Inferior (TRI) ou Estático	4
2.2. Introdução à Teoria das Probabilidades	4
2.2.1. Considerações gerais	4
2.2.2. Variáveis aleatórias	4
2.2.3. Medidas de tendência central, variabilidade e associação	5
2.2.4. Distribuições probabilísticas	7
2.3. Variabilidade espacial do solo e a sua caracterização.....	8
2.3.1. Teoria dos campos aleatórios	11
2.3.2. Adequabilidade das distribuições estatísticas das propriedades geotécnicas.....	11
2.3.3. Medidas estatísticas das propriedades do solo	12
2.3.4. Métodos de simulação da variabilidade espacial do solo	13
2.3.4.1. Método de simulação Monte Carlo	14
2.3.4.2. Métodos de Redução da Variância – Método do Hipercubo Latino	14
2.4. Descrição do software <i>mechpy</i>.....	16
2.5. Eurocódigo 7 (EC7).....	17
2.5.1. Abordagens de cálculo e combinações.....	18
2.5.2. Coeficientes parciais na AC1 COMB2 e AC3	18
2.6. Valor característico dos parâmetros do solo.....	19
2.6.1. Determinação do valor característico	20

2.6.2.	Caso A com V_x assumido.....	20
2.6.3.	Caso A com V_x desconhecido	22
3.	Metodologia	23
3.1.	Descrição do problema	23
3.2.	Modelação por elementos finitos.....	24
3.3.	Aspetos particulares da modelação	25
3.4.	Cálculos homogéneos	28
3.5.	Distribuição espacial de propriedades do solo.....	32
3.6.	Determinação do valor característico.....	34
3.7.	Análise estatística e determinação da probabilidade de rotura	35
3.7.1.	Cálculo da probabilidade de rotura	36
3.8.	Caso base.....	38
4.	Análise de resultados	43
4.1.	Introdução.....	43
4.2.	Resultados obtidos das análises RFEA.....	43
4.3.	Probabilidades de colapso	50
4.3.1.	Probabilidade de colapso majorando a ação.....	56
5.	Conclusão.....	59
5.1.	Considerações finais.....	59
5.2.	Desenvolvimentos futuros.....	60
6.	Referências.....	61

Índice de figuras

Figura 2.1 – Modelo do Hipercubo latino.....	15
Figura 3.1 – Geometria do problema.	23
Figura 3.2 - Resultante de p e indicação do ângulo de atrito solo-estrutura.	23
Figura 3.3 - Modelo bidimensional.....	24
Figura 3.4 - Representação geral da malha de elementos finitos inicial (antes do refinamento) usada para o teorema da região inferior.	26
Figura 3.5 - Ampliação da zona de singularidades onde foi introduzida a fan – Limite inferior.....	27
Figura 3.6 - Representação geral da malha de elementos finitos inicial (antes do refinamento) usada para o teorema da região superior	27
Figura 3.7 - Ampliação da zona da base da parede, mostrando o nó adicional para separar a superfície lateral com restrições de deslocamentos da parede – Limite superior.	27
Figura 3.8 – Mecanismos de rotura do teorema da região superior para $\phi' = 30^\circ$, variando $\delta\phi'$	29
Figura 3.9 - Mecanismos de rotura do teorema da região superior para diferentes ângulos de resistência ao corte, mantendo constante a relação $\delta\phi' = 2/3$	30
Figura 3.10 – Exemplos de distribuição do ângulo de resistência ao corte para $\theta H = 30$ metros, $\theta V = 1$ metro, $COV = 0.1$ e ϕ' entrada = 40.....	33
Figura 3.11 – Simulação da prospeção a 1 metro da parede de contenção	34
Figura 3.12 – Exemplo do resultado da probabilidade de colapso com recurso à macro no Excel	37
Figura 3.13 - Representação gráfica do valor característico, valor médio e valores medidos na prospeção.	40
Figura 3.14 - Função cumulativa de probabilidade.....	41
Figura 4.1 – Mecanismos de rotura (UB) para as amostras 0001, 0500, 1000 e 1500 para $\phi' = 25$ e $\delta\phi' = 1,12$ e 0.	44
Figura 4.2 - Mecanismos de rotura (UB) para as amostras 0001, 0500, 1000 e 1500 para $\phi' = 35$ e $\delta\phi' = 1,12$ e 0.	45
Figura 4.3 – Diferenças entre os valores de Kp sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de Kp com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25, 30, 35$ e 40 e $\delta\phi' = 1$	47
Figura 4.4 - Diferenças entre os valores de Kp sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de Kp com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25, 30, 35$ e 40 e $\delta\phi' = 1/2$	48

Figura 4.5 - Diferenças entre os valores de K_p sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de K_p com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25, 30, 35$ e 40 e $\delta\phi' = 0$.	49
Figura 4.6 – Comparação entre os valores de K_p médios das amostras geradas com os valores obtidos nos cálculos homogêneos.	50
Figura 4.7 - Relação entre os valores de $RRFEA$ e $RFEA$ para diversos $\delta\phi'$	50
Figura 4.8 - Evolução da probabilidade de colapso, aplicando o coeficiente de segurança $\gamma\phi' = 1.25$ (a), $\gamma R = 1.50$ (b) e $\gamma R = 2.00$ (c), variando o ângulo de resistência ao corte e o ângulo de atrito solo-estrutura para a 2ª abordagem.	52
Figura 4.9 - Evolução dos coeficientes de segurança ideais $\gamma\phi'$ (a) e γR (b), associados a diferentes ângulos de resistência ao corte do solo e diferentes ângulos de atrito solo-estrutura para a 2ª abordagem, tomando como referência a probabilidade de colapso de 10^{-4} .	53
Figura 4.10 - Evolução da probabilidade de colapso, aplicando o coeficiente de segurança $\gamma\phi' = 1.25$ (a), $\gamma R = 1.50$ (b) e $\gamma R = 2.00$ (c), variando o ângulo de resistência ao corte e o ângulo de atrito solo-estrutura para a 1ª abordagem.	55
Figura 4.11 - Evolução dos coeficientes de segurança ideais $\gamma\phi'$ (a) e γR (b), associados a diferentes ângulos de resistência ao corte do solo e diferentes ângulos de atrito solo-estrutura para a 1ª abordagem, tomando como referência a probabilidade de colapso de 10^{-4} .	56

Índice de tabelas

Tabela 2.1 - Coeficientes de variação das propriedades do solo	13
Tabela 2.2 – Coeficientes parciais aplicáveis às ações.....	18
Tabela 2.3 – Coeficientes parciais aplicáveis aos parâmetros resistentes do solo.....	19
Tabela 2.4 – Coeficientes parciais aplicáveis às capacidades resistentes.....	19
Tabela 2.5 - Valores indicativos do coeficiente de variação para diferentes propriedades do solo. Adaptado de (Eurocódigo 7 - Anexo A).....	22
Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos da malha.	24
Tabela 3.2 – Parâmetros do terreno e da interface solo-parede.....	25
Tabela 3.3 – Parâmetros da parede de contenção.....	25
Tabela 3.4 – Valores do coeficiente de impulso passivo obtidos os cálculos homogêneos.....	31
Tabela 3.5 – Parâmetros de entrada para o problema padrão.....	38
Tabela 3.6 - Valores da carga de colapso obtidos pelo mechpy para o caso base.	39
Tabela 3.7 – Mecanismos de colapso obtidos dos cálculos usando o Teorema da Região Superior para as amostras 0001 a 0005	39
Tabela 3.8 – Valores de $t_{95,n-1}$, k_n e $\varphi'(k, i)$ das amostras 0001 a 0005.....	40

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

A_1, A_2 – Conjuntos 1 e 2 dos coeficientes parciais correspondentes às ações

AC_1, AC_2, AC_3 – Abordagens de cálculo 1, 2 e 3

$\mathbf{b}$ – Forças volúmicas

$COV [X, Y]$ – Covariância entre as variáveis aleatórias X e Y

CV – Coeficiente de variação das propriedades do solo

$C_z(t)$ – Função determinística de autocovariância

D – Distância da base da parede até ao substrato rígido

D – Energia dissipada por unidade de volume

E_X – Valor médio da variável X

e – Espessura da parede

$F_X^{-1}(x)$ – Inversa da função distribuição de probabilidade acumulada da variável aleatória X

$F_X(x)$ – Função de distribuição de probabilidade acumulada da variável aleatória X

H – Altura da parede de contenção

k_n – Coeficiente que depende do número de amostras

$\bar{\mathbf{L}}$ – Matriz triangular inferior

L – Comprimento da malha de elementos finitos

$\bar{\mathbf{L}}^T$ – Matriz triangular inferior transposta

$\bar{\mathbf{L}}^{-1}$ – Inversa da matriz triangular inferior

M_1, M_2 – Conjuntos 1 e 2 dos coeficientes de segurança parciais correspondentes às propriedades dos materiais

m_n – n -ésimo momento de variável aleatória

N_{95} – Parâmetro da distribuição normal, avaliado para um nível de confiança de 95% e graus de liberdade infinitos

N – Número de amostras

p – Carga distribuída

P – Matriz com dimensões $N \times K$ em que cada uma das suas K colunas é uma permutação aleatória dos valores 1 e N

R_1, R_2, R_3 – Conjuntos 1, 2 e 3 dos coeficientes parciais de segurança correspondentes às resistências

R – Matriz com dimensões $N \times K$ constituída por valores aleatórios entre 0 e 1

$R_z(t)$ – Função determinística de autocorrelação

S – Matriz com dimensões $N \times K$ com as coordenadas de cada amostra no espaço de probabilidades

$\mathbf{t}$ – Forças de fronteira

$t(x)$ – Tendência determinística da propriedade do solo

$t_{95,n-1}$ – Fator t de Student, avaliado para um nível de confiança de 95% e $(n-1)$ graus de liberdade

$\mathbf{u}^*$ - Campo de velocidades virtuais
 $u(x)$ – Variação residual da propriedade do solo
 $Var [X]$ – Variância da variável aleatória X
 $V_{x,inh}$ - Coeficiente de variação devido à variabilidade inerente
 $V_{x,quality}$ – Coeficiente de variação devido ao erro de medição
 $V_{x,trans}$ – Coeficiente de variação devido ao erro de transformação
 V_x – Coeficiente de variação do valor da variável X
 X_{mean} – Média da variável X
 x – Localização
 $\mathbf{Y}^*$ - Matriz com dimensões $N \times K$
 $\mathbf{Y}$ – Matriz com dimensões $N \times K$
 $\mathbf{Y}$ – Variáveis aleatórias normalmente distribuídas, com média zero e matriz de covariância
 $z(x)$ – Propriedade do solo no vetor de localização x
 φ' - Ângulo de resistência ao corte
 δ – Ângulo de atrito solo-estrutura
 ρ – Coeficiente de correlação
 γ_c - Coeficiente parcial aplicado à coesão
 $\gamma_{\varphi'}$ - Coeficiente parcial aplicado à tangente do ângulo de atrito interno
 γ_G – Coeficiente parcial aplicado à carga permanente
 γ_Q – Coeficiente parcial aplicado à sobrecarga
 $\gamma_{R;d}$ – Coeficiente parcial aplicado à resistência ao deslizamento de fundações superficiais e estruturas de suporte
 $\gamma_{R;e}$ – Coeficiente parcial aplicado à resistência do terreno de estruturas de suporte
 $\gamma_{R;e}$ – Coeficiente parcial aplicado à resistência do terreno de taludes
 $\gamma_{R,v}$ – Coeficiente parcial aplicado à resistência vertical de fundações superficiais e estruturas de suporte
 γ_{cu} – Coeficiente parcial aplicado à resistência ao corte não drenada
 θ_H – Comprimento de correlação espacial horizontal
 θ_V – Comprimento de correlação espacial vertical
 σ_X – Desvio-padrão da variável aleatória X
 σ_Y – Desvio-padrão da variável aleatória Y
 Ω - Domínio
 Γ – Fronteira
 Φ^{-1} – Inversa da função de probabilidade acumulada da distribuição normal padrão
 γ – Peso volúmico do solo
 ξ – Parâmetro da distribuição log-normal

$\frac{\delta}{\varphi}$ - Relação entre o ângulo de atrito solo-estrutura com o ângulo de resistência ao corte

φ'_d – Valor de cálculo do ângulo de resistência ao corte

1. Introdução

A procura contínua por melhorar o desempenho das obras, seja durante as fases de projeto e/ou construção, seja ao longo da sua vida útil, impulsionou o progresso em diversos campos da Engenharia Civil. O avanço rápido da mecânica computacional nos últimos anos possibilitou a criação de modelações mais detalhadas e o desenvolvimento de modelos de cálculo que se aproximam cada vez mais da realidade. A Geotecnia, enquanto área dedicada ao estudo dos solos, também tem acompanhado de perto estas inovações.

Normalmente, o comportamento das estruturas geotécnicas é avaliado através de análises determinísticas, assumindo-se frequentemente que o solo é homogêneo e isotrópico. Estas simplificações simplificam a análise, exigindo apenas valores representativos das propriedades do solo, os quais são normalmente obtidos por meio de ensaios in situ ou laboratoriais. Contudo, existem várias fontes de incerteza geotécnica que têm sido objeto de estudo, sendo uma das mais significativas a variabilidade inerente do solo. Embora esta variabilidade seja muitas vezes ignorada nas análises de desempenho, sabe-se que as propriedades do solo variam espacialmente. A exclusão desta variabilidade deve-se, em parte, à necessidade de rapidez nas análises de projeto e às dificuldades técnicas para a sua consideração na modelação.

Neste trabalho, será analisada a segurança de uma parede rígida em condições de rotura passiva, com foco nas incertezas geotécnicas associadas à variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte. A rotura passiva refere-se à situação em que o solo é mobilizado pela ação da estrutura, levando-a à falha. Dado que o comportamento do solo é complexo e apresenta uma variabilidade espacial significativa, torna-se essencial avaliar o impacto dessa incerteza no desempenho estrutural da parede rígida. A análise será feita de duas formas. Na primeira abordagem, utilizam-se coeficientes parciais, como estabelecido na norma NP EN 1997-1 (IPQ, 2010), para avaliar a segurança da estrutura, considerando as incertezas do comportamento do solo. Na segunda abordagem, aplica-se um coeficiente de segurança global à resistência do solo.

Em ambas as abordagens, o valor característico do solo é obtido de duas maneiras: no primeiro caso, cada amostra gerada terá o seu valor característico individual; no segundo caso, assume-se um valor característico global, ou seja, um único valor característico para toda a análise. Depois de definidas estas condições, realiza-se a análise e tratamento de dados para determinar as probabilidades de colapso da estrutura.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Conceitos de Análise Limite e Noções de Plasticidade

Na análise de estruturas com comportamento elasto-plástico, utilizam-se normalmente duas abordagens: a análise incremental e a análise limite. Este trabalho foca-se na segunda abordagem. A sua aplicação é principalmente baseada em dois teoremas: o Teorema da Região Superior (TRS) e o Teorema da Região Inferior (TRI). Sob certas condições, que serão explicadas posteriormente, é possível estabelecer um limite superior (TRS) e um limite inferior (TRI) da carga de colapso, o que indica que a solução exata se situa entre estes dois limites. Caso as soluções obtidas através do Teorema da Região Superior (TRS) sejam iguais às obtidas através do Teorema da Região Inferior, está encontrada a solução exata (Chen 1975).

2.1.1. Teorema da Região Superior (TRS) ou Cinemático

O teorema cinemático estabelece que, se para um determinado carregamento de forças exteriores existir um campo de velocidades virtuais compatível e a taxa de trabalho das forças exteriores aplicadas for igual ou superior à taxa de energia de dissipação interna, então as forças exteriores causam o colapso do sistema. Um campo de velocidades que respeite as condições de compatibilidade cinemática e cujo campo associado de taxas de deformações satisfaça a lei de escoamento associada é denominado campo de velocidades compatível.

Um campo de deformação que satisfaça o critério da região superior é chamado de campo de deformação cinematicamente admissível. O dimensionamento baseado na carga obtida a partir deste teorema não é conservador, pois o carregamento considerado está dentro da gama de carregamentos que provocam o colapso (Chen 1975).

A seguinte equação mostra o que foi referido anteriormente neste texto:

$$W_e = \int_{\Omega} \mathbf{b} \mathbf{u}^* d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{t} \mathbf{u}^* d\Gamma \quad (2.1)$$

O trabalho das tensões internas é o trabalho dissipado pela deformação plástica no material, no campo de deslocamentos do mecanismo compatível como indicado pela seguinte equação:

$$W_D = \int_{\Omega} D d\Omega \quad (2.2)$$

onde D representa a energia dissipada por unidade de volume, sendo $D = \sigma : \epsilon^p$.

2.1.2. Teorema da Região Inferior (TRI) ou Estático

O teorema estático, também conhecido como teorema da região inferior, estabelece que, se for possível encontrar, para determinado carregamento externo, um campo de tensões que seja admissível (isto é, que satisfaça todas as condições de equilíbrio tanto no interior como na fronteira do corpo, e que respeite as condições de cedência), então o corpo não entrará em colapso. O dimensionamento baseado na carga obtida através deste teorema é conservador, pois o carregamento considerado está dentro da gama de carregamentos admissíveis (Chen 1975).

2.2. Introdução à Teoria das Probabilidades

2.2.1. Considerações gerais

A teoria das probabilidades é uma ferramenta essencial para analisar a possibilidade ocorrerem eventos incertos. Assim, esta teoria, desempenha um papel fundamental na avaliação de riscos e na tomada de decisões, uma vez que lidar com os riscos associados a uma determinada atividade requer uma base sólida de informações que considere as incertezas correspondentes. Essas incertezas podem influenciar a probabilidade de ocorrerem consequências negativas (Faber 2007). Por conseguinte, considerando que na área da geotecnia existe uma variedade considerável de fontes de incerteza, a teoria das probabilidades é encarada como uma ferramenta essencial para a caracterização e gestão destas.

2.2.2. Variáveis aleatórias

Existem dois tipos de variáveis aleatórias: discretas e contínuas. As variáveis aleatórias discretas são aquelas cujo conjunto de resultados possíveis é enumerável, ou seja, consiste numa sequência de valores que podem ser contados.

Denomina-se de função de massa de probabilidade $f_X(x)$, de uma variável aleatória discreta se, para cada valor de x , forem satisfeitas as três seguintes condições:

- $0 \leq f_X(x) \leq 1$
- $\sum_{i=1}^{\infty} f_X(x) = 1$
- $P[X = x] = f_X(x)$

Uma forma alternativa de caracterizar a variável aleatória X é a função de distribuição acumulada $F_X(x)$, é definida por:

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \sum_{x_i} f_X(x_i) \quad (2.3)$$

Para uma variável aleatória discreta, a função massa de probabilidade pode ser determinada a partir da função de distribuição acumulada:

$$f_X(x_i) = F_X(x_i) - F_X(x_{i-1}) \quad (2.4)$$

Por outro lado, as variáveis aleatórias contínuas são aquelas em que o conjunto de resultados possíveis é infinito e não pode ser contado. Um exemplo disso é o ângulo de resistência ao corte do solo, pois pode assumir qualquer valor real positivo. A função de densidade de probabilidade $f_X(x)$, de uma variável aleatória contínua X é designada se as seguintes três condições forem satisfeitas (Faber 2007):

- $0 \leq f_X(x) \leq 1$ para $-\infty < x < +\infty$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx = 1$
- $P[a < X < b] = \int_a^b f_X(x)dx$

A função de distribuição acumulada, $F_X(x)$, de uma variável aleatória contínua X é definida por:

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(x)dx \quad (2.5)$$

A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua pode ser obtida a partir da correspondente função de distribuição acumulada, sendo o contrário igualmente possível, através da seguinte expressão:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.6)$$

O n -ésimo momento de uma variável aleatória contínua X é dado por:

$$m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_X(x)dx \quad (2.7)$$

2.2.3. Medidas de tendência central, variabilidade e associação

Uma variável aleatória está totalmente definida quando se conhece a sua distribuição de probabilidades. Devido à sua complexidade intrínseca, nenhum fenómeno natural é completamente caracterizado por uma distribuição de probabilidades. No entanto, estas geralmente fornecem uma fonte importante de informação sobre as variáveis que descrevem. Muitas vezes, mesmo quando se conhece a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória, o uso de medidas estatísticas pode ser útil. Estas medidas não só contêm informações relevantes sobre as variáveis em questão e são facilmente

calculáveis, mas também são de grande importância para aplicações práticas. Por essa razão, em alguns casos, as variáveis aleatórias são descritas de maneira mais simples usando medidas estatísticas (Fenton e Griffiths 2008).

A média, ou valor esperado, que corresponde ao momento de 1ª ordem, é uma das medidas estatísticas mais importantes de uma variável aleatória, pois indica a tendência central. O valor esperado de uma variável aleatória X com uma função de massa de probabilidade ou uma função de densidade de probabilidade, $f_X(x)$, para o caso de uma variável discreta ou contínua, respectivamente, é definido como:

$$\mu_X = E[X] = \begin{cases} \sum_{i=1}^{\infty} x_i f(x_i) & , \text{variável aleatória discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx & , \text{variável aleatória contínua} \end{cases} \quad (2.8)$$

A variância, dada pelo momento central de 2ª ordem, é a medida de dispersão mais conhecida sendo definida por:

$$\sigma_X^2 = Var[X] = E[(X - \mu_X)^2] = \begin{cases} \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu_X)^2 f_X(x_i) & , \text{variável aleatória discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx & , \text{variável aleatória contínua} \end{cases} \quad (2.9)$$

A variância é uma medida estatística que avalia a dispersão dos valores quadráticos, enquanto o desvio padrão é uma medida que expressa essa variabilidade nas mesmas unidades que a variável aleatória. Assim, o desvio padrão, σ_X , é obtido calculando a raiz quadrada da variância. Em vez da variância e do desvio padrão, é comum usar o coeficiente de variação, COV, como medida de variabilidade. Este coeficiente é obtido dividindo o desvio padrão, σ_X , pela média, μ_X . Esta medida permite avaliar a dispersão da variável aleatória em relação ao seu valor médio. Ao simular um fenómeno complexo, é comum utilizar duas ou mais variáveis aleatórias. A covariância é uma medida estatística que avalia a força de associação entre duas variáveis aleatórias, X e Y , com médias μ_X e μ_Y , e pode ser calculada usando a seguinte expressão (Faber 2007):

$$COV[X, Y] = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = E[XY] - E[X]E[Y] = E[XY] - \mu_X\mu_Y \quad (2.10)$$

Por último, o coeficiente de correlação é uma medida estatística valiosa para mostrar o nível de relação entre duas variáveis aleatórias. Este coeficiente revela a intensidade e a direção da correlação entre as duas variáveis. Dessa forma, o coeficiente de correlação ρ entre duas variáveis numéricas X e Y , com médias μ_X e μ_Y e desvios-padrão σ_X e σ_Y , é definido como:

$$\rho = \frac{COV[X, Y]}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y} E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (2.11)$$

Onde $COV[X, Y]$ representa a covariância entre as duas variáveis. O valor deste coeficiente pode variar de -1 a +1. Quando duas variáveis, X e Y, têm uma correlação linear perfeita, o coeficiente de correlação será +1 e -1, dependendo se Y aumenta com X ou diminui com o aumento de X, respetivamente. Quando o coeficiente de correlação é zero, significa que as variáveis não têm uma relação linear. Um valor absoluto deste coeficiente menor que um ($|\rho| < 1$) indica que a correlação linear entre as variáveis não é perfeita (Faber 2007).

2.2.4. Distribuições probabilísticas

A seleção de uma distribuição de probabilidades é crucial para modelar fenómenos naturais de forma probabilística. Esta escolha depende da natureza do problema, das características intrínsecas da distribuição e da praticidade e simplicidade que ela oferece em fases posteriores do estudo. Por conseguinte, existem distribuições mais apropriadas do que outras para descrever certos fenómenos naturais de forma probabilística. As distribuições normal, log-normal, exponencial, gama, beta, Weibull e Gumbel, são algumas das distribuições de probabilidades mais comuns na Engenharia. No contexto deste trabalho, apenas as distribuições normal, log-normal e t-student são utilizadas, sendo apresentadas apenas as características fundamentais destas distribuições. A adequação das várias distribuições aos fenómenos em análise será discutida nos capítulos seguintes. A distribuição normal é definida por uma função de densidade de probabilidade, conforme expresso pela equação seguinte:

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} dx \quad (2.12)$$

onde μ e σ são não só os parâmetros da distribuição, com $\sigma > 0$, como também a média e o desvio-padrão, respetivamente.

A distribuição log-normal é também definida por uma função de densidade de probabilidade e uma função de distribuição acumulada, conforme expresso pelas seguintes equações:

$$\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\xi^2}{2}\right) \quad (2.13)$$

$$\sigma = \exp\left(\lambda + \frac{\xi^2}{2}\right) \cdot \sqrt{\exp(\xi^2) - 1} \quad (2.14)$$

Em sentido inverso, caso não sejam conhecidos, os parâmetros da distribuição log-normal podem ser obtidos a partir da média e do desvio-padrão da variável:

$$\lambda = \ln(\mu) - \frac{1}{2}\xi^2 \quad (2.15)$$

$$\xi = \sqrt{\ln \left\{ 1 + \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \right\}} \quad (2.16)$$

2.3. Variabilidade espacial do solo e a sua caracterização

O solo é um material que se forma através da combinação de processos geológicos, ambientais, físicos e químicos. A maioria destes processos são contínuos e causam mudanças no terreno *in situ*, resultando numa variação espacial das propriedades do solo. Devido a esta variabilidade, a caracterização detalhada das propriedades do solo exige um número muito elevado de testes e medições, o que não é realista num caso real. Por isso, a caracterização do solo deve ser realizada através da aplicação de técnicas estatísticas a um número limitado de dados disponíveis (Vanmarcke 1983).

De forma simplificada, a variação espacial das propriedades do solo pode ser dividida em duas partes distintas: uma tendência determinística e uma variação residual em torno dessa tendência. Assim, a propriedade do solo $z(x)$ na localização x pode ser descrita como (Baecher e Christian 2003):

$$z(x) = t(x) + u(x) \quad (2.17)$$

onde $t(x)$ representa a tendência determinística, que fornece o valor médio da propriedade do solo, e $u(x)$ a variação residual. Esta variação corresponde à componente de flutuação da propriedade e reflete a variabilidade inerente ao solo. Assim, a tendência é descrita de forma determinística por uma equação, enquanto os resíduos são caracterizados estatisticamente como uma variável aleatória, geralmente com média zero e desvio padrão não nulo, sendo a sua variância dada por:

$$Var[u(x)] = E \left\{ (z(x) - t(x))^2 \right\} \quad (2.18)$$

As propriedades do solo conhecidas em determinados pontos permitem estimar uma tendência, enquanto as variações residuais em torno dessa tendência são tratadas estatisticamente. A caracterização estatística dos resíduos não se deve ao facto de as propriedades do solo serem aleatórias, o que claramente não são, mas sim à incerteza associada aos seus valores, resultante do número geralmente

reduzido de dados disponíveis. Neste contexto, a variância dos resíduos reflete a incerteza quanto à diferença entre a tendência interpolada e o valor real das propriedades do solo em locais não observados (Baecher e Christian 2003).

Quanto maior for o grau da tendência interpolada, menor será a variância dos resíduos. No limite, se a tendência for perfeitamente ajustada aos dados conhecidos, a variância dos resíduos será nula. No entanto, à medida que a tendência se torna mais flexível, a incerteza associada aos parâmetros estatísticos da tendência interpolada aumenta, tendendo para infinito no limite. Deve-se considerar que a utilização de polinômios de grau elevado, sem correspondência a fenômenos físicos, apenas aproxima os dados existentes, sem melhorar as previsões realizadas (Baecher e Christian 2003).

Portanto, é fácil perceber que a incerteza na estimativa da regressão que define a tendência aumenta com a diminuição do número de dados conhecidos. Deve-se reforçar que, se as propriedades do solo fossem conhecidas com detalhe em todos os pontos de um determinado local, não haveria razão para considerar que uma determinada propriedade do solo fosse descrita como a soma de uma tendência e de uma variação residual (Baecher e Christian 2003).

Segundo Baecher e Christian (2003), a estrutura espacial remanescente após a remoção da tendência frequentemente demonstra a existência de correlações entre os resíduos, indicando que os resíduos não são estatisticamente independentes. Resíduos com o mesmo sinal, positivos ou negativos, tendem a agrupar-se. Assim, sabendo que o valor do resíduo num determinado ponto é positivo, é significativo que o valor do resíduo num ponto próximo também seja positivo, sendo este fenômeno igualmente aplicável a resíduos negativos. O fenômeno de correlação espacial dos resíduos é especialmente importante porque implica que a probabilidade de encontrar zonas contínuas do terreno com propriedades mais fracas do que o esperado é maior do que seria se tal fenômeno não existisse. Esta variação espacial dos resíduos pode ser descrita pela correlação espacial, normalmente chamada de autocorrelação, por refletir a correlação de uma determinada variável com outra do mesmo tipo, separadas por uma determinada distância (Baecher e Christian 2003).

Assim, a autocorrelação é uma medida estatística que, em função da distância de separação, indica o grau de associação entre os resíduos. Este grau de associação pode ser medido por um coeficiente de correlação, que é uma medida estatística que quantifica o grau de relação entre duas variáveis em função da distância entre elas. O coeficiente de correlação ρ entre duas variáveis escalares z_1 e z_2 com médias μ_{z1} e μ_{z2} e desvios padrão σ_{z1} e σ_{z2} é dado por:

$$\rho = \frac{Cov[z_1, z_2]}{\sigma_{z1}\sigma_{z2}} = \frac{1}{\sigma_{z1}\sigma_{z2}} E[(z_1 - \mu_{z1})(z_2 - \mu_{z2})] \quad (2.19)$$

onde $Cov[z_1, z_2]$ representa a covariância entre as duas variáveis. Note-se que as variáveis z_1 e z_2 podem representar diferentes propriedades correlacionadas ou a mesma propriedade em localizações diferentes.

Com base no exposto nos parágrafos anteriores, é possível perceber que a variabilidade espacial do solo em torno de uma tendência é caracterizada pela variância e pela autocorrelação dos resíduos. Valores elevados da variância e da autocorrelação implicam, respetivamente, que o valor absoluto dos resíduos e a distância ao longo da qual a variância dos resíduos se mantém elevada são também grandes.

Importa referir que a variância e a autocorrelação dos resíduos dependem do grau da tendência ajustada aos dados. Ou seja, se, por exemplo, uma tendência linear for substituída por uma de grau superior, a variância dos resíduos e a autocorrelação tendem a diminuir. Do ponto de vista prático, a escolha do grau da equação interpolada representativa da tendência reflete a decisão de quanto da variabilidade dos dados se pretende modelar como uma função determinística do espaço e quanto se pretende analisar estatisticamente (Baecher e Christian 2003).

Esta estrutura de correlação espacial dos resíduos é descrita por uma função, conhecida como função de auto-correlação, que caracteriza a correlação entre os resíduos em duas localizações distintas, $u(x_i)$ e $u(x_{i+\tau})$, separados por um vetor de distâncias de separação τ :

$$R_z(\tau) = \frac{1}{\text{Var}[u(x)]} E[u(x_i)u(x_{i+\tau})] \quad (2.20)$$

onde $R_z(\tau)$ é a função determinística de autocorrelação da propriedade $z(\mathbf{x})$, $\text{Var}[u(x)]$ é a variância dos resíduos e $E[u(x_i)u(x_{i+\tau})]$ é a covariância dos resíduos distanciados por um vetor de distâncias de separação τ . Quanto mais próximas forem as duas localizações, mais forte será a relação entre os respetivos resíduos. Por definição, a autocorrelação de dois resíduos na mesma localização é igual a um. Inversamente, à medida que a distância entre as localizações aumenta, a associação entre os respetivos resíduos tende para zero.

A função de autocovariância, $C_z(\tau)$, é dada pela multiplicação da função de autocorrelação $R_z(\tau)$, com a variância dos resíduos, $\text{Var}[u(x)]$, isto é:

$$C_z(\tau) = E[u(x_i)u(x_{i+\tau})] \quad (2.21)$$

Entende-se que a relação entre o coeficiente de autocorrelação e a covariância é semelhante à relação entre a função de autocorrelação e a função de autocovariância, sendo que estas últimas se diferenciam das primeiras apenas por serem funções do vetor das distâncias entre pontos (Baecher e Christian 2003).

Entende-se ainda que, por definição, as funções de autocovariância e autocorrelação são simétricas e limitadas, isto é, tem-se respetivamente:

$$C_z(\tau) = C_z(\tau) \text{ e } C_z(\tau) \leq C_z(0) = \sigma^2 \quad (2.22)$$

$$R_z(\tau) = R_z(\tau) \text{ e } |R_z(\tau)| \leq 1 \quad (2.23)$$

No limite, quando os valores do vetor das distâncias absolutas entre pontos, $|\tau|$, tendem para infinito tem-se:

$$\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} \frac{C_z(\tau)}{|\tau|^{-\frac{n-1}{2}}} = 0 \quad (2.24)$$

2.3.1. Teoria dos campos aleatórios

Para introduzir a variabilidade espacial no modelo numérico utilizado no estudo de um problema geotécnico, é comum recorrer à teoria dos campos aleatórios. Esta técnica de modelação da variabilidade nas propriedades do solo foi proposta por Vanmarcke em 1983.

A teoria dos campos aleatórios baseia-se no pressuposto de que a variável espacial $\xi(z)$ é uma manifestação de um campo aleatório. Embora esta variável espacial possa representar qualquer grandeza, no contexto deste estudo ela refere-se a uma propriedade geotécnica do maciço de solo.

Como este tema não é o foco principal desta dissertação, recomenda-se a consulta da obra de Vanmarcke (1983) para um entendimento mais aprofundado sobre o assunto.

2.3.2. Adequabilidade das distribuições estatísticas das propriedades geotécnicas

Na literatura atual, as distribuições frequentemente utilizadas para modelar grandezas geotécnicas incluem as distribuições normal, log-normal, exponencial, gama e beta. A distribuição normal ou de Gauss, é a mais comum devido à aplicabilidade comprovada do teorema do limite central nesta distribuição. Este teorema afirma que variáveis resultantes da soma de um grande número de perturbações independentes tendem a seguir uma distribuição normal, independentemente das suas distribuições individuais. De acordo com Baecher e Christian (2003), o teorema do limite central fornece uma justificação teórica para o uso generalizado desta distribuição. Além disso, a distribuição normal é caracterizada pela sua simetria em relação ao valor médio e pela sua forma de sino.

A distribuição normal é a mais utilizada em problemas geotécnicos devido à comprovada aplicabilidade do teorema do limite central. Este teorema afirma que a soma de um grande número de amostras aleatórias individuais tende a seguir uma distribuição normal à medida que o número de amostras aumenta.

A distribuição log-normal, por outro lado, descreve a distribuição de uma variável cujo logaritmo é normalmente distribuído. O teorema do limite central pode ser estendido para esta distribuição, demonstrando que a aplicação do mesmo descreve uma variável formada pelo produto de perturbações independentes, especialmente quando o número de perturbações é elevado. Esta distribuição de variável é estritamente positiva, evitando assim inconsistências físicas, como valores negativos da resistência ao corte.

A distribuição exponencial é uma função com um único parâmetro, sendo por isso, uma das distribuições simples mais comuns. Segundo Baecher e Christian (2003), este tipo de distribuição é frequentemente observado em dados geométricos, mas é raro em dados relacionados com força ou deformação. Ainda segundo os mesmos autores, existem argumentos teóricos que sustentam a aplicação da distribuição exponencial a certos tipos de dados, como, por exemplo, os intervalos entre eventos aleatórios no espaço ou no tempo.

A distribuição gama, assim como a distribuição log-normal, é uma distribuição para variáveis positivas, o que a torna bastante útil para modelar grandezas estritamente positivas. A distribuição beta é outra distribuição bastante conhecida e também usada para modelar dados na área da geotecnia. Esta distribuição tem algumas características que a tornam vantajosa em relação às anteriormente descritas, como a sua flexibilidade e a capacidade de impor limites inferior e superior ao seu domínio, permitindo limitar os valores das variáveis geotécnicas a modelar. No entanto, segundo Baecher e Christian (2003), a imposição destes limites pode ser uma dificuldade adicional, uma vez que pode ser difícil definir limites para uma determinada propriedade quando os dados conhecidos sobre a mesma são escassos. A distribuição beta é especificada por quatro parâmetros, e como os dados geotécnicos conhecidos são frequentemente limitados, isso tende a aumentar a incerteza estatística, constituindo uma séria limitação ao seu uso.

Nos últimos anos, muitos investigadores estudaram o ajuste de distribuições probabilísticas às propriedades do solo. Segundo Lee et al. (1983), as distribuições normal e log-normal podem ser utilizadas para modelar a maioria dos dados geotécnicos. Por outro lado, Harr (1987) argumenta que a extremidade superior ilimitada da distribuição log-normal pode ser questionável, pois pode criar valores de propriedades geotécnicas excessivamente altos, embora a probabilidade de tal ocorrer seja muito baixa. Popescu et al. (1998) concluíram que a maioria das propriedades do solo não se ajusta bem a uma distribuição normal e que cada propriedade do solo pode ser descrita por uma distribuição probabilística diferente, dependendo do tipo de solo e da sua localização.

2.3.3. Medidas estatísticas das propriedades do solo

Para a realização de análises de fiabilidade de estruturas geotécnicas que envolvam o estudo da influência da variabilidade espacial do solo, é essencial conhecer os valores dos parâmetros de caracterização probabilística do solo. Quando a variabilidade espacial do solo é modelada através da teoria dos campos aleatórios, os parâmetros de caracterização probabilística são resumidos ao coeficiente de variação e aos comprimentos de correlação espacial vertical e horizontal, θ_V e θ_H , respetivamente. Atualmente, o conhecimento limitado desses valores é uma das principais dificuldades na aplicação de métodos de fiabilidade baseados na teoria dos campos aleatório na área da geomecânica. Estudos realizados por vários autores têm demonstrado uma variabilidade significativa das propriedades do solo, não apenas de um local para outro, mas também dentro de subdomínios geotécnicos

considerados homogêneos. Com base nesses estudos, a Tabela 2.1 apresenta os coeficientes de variação de algumas propriedades do solo (Phoon e Kulhawy 1999).

Tabela 2.1 - Coeficientes de variação das propriedades do solo

Propriedade	Fonte	Intervalo do CV	Valor Médio do CV
Ângulo de atrito interno	Lee et al. (1983)	0,05-0,15	0,10
<i>Areias</i>	Phoon e Kulhawy (1999)	0,05-0,11	0,09
Ângulo de atrito interno	Lee et al. (1983)	0,12-0,56	-
<i>Argilas</i>	Phoon e Kulhawy (1999)	0,10-0,50	0,21
	Phoon e Kulhawy (1999)	0,04-0,12	0,09
Resistência ao corte não drenada	Lumb (1977)	0,25-0,30	0,30
<i>Areias</i>			
Resistência ao corte não drenada	Lee et al. (1983)	0,20-0,50	0,30
<i>Argilas</i>	Phoon e Kulhawy (1999) ^a	0,18-0,42	0,32
	Phoon e Kulhawy (1999) ^b	0,06-0,80	0,32
Resistência ao corte não drenada	Phoon e Kulhawy (1999) ^c	0,11-0,49	0,22
<i>Argilas Siltosas</i>			
Resistência ao corte não drenada	Phoon e Kulhawy (1999) ^d	0,06-0,56	0,33
<i>Finos Graduados</i>			
Peso volúmico	Lumb (1977)	0,05-0,10	-
	Lee et al. (1983)	0,01-0,10	0,03

^a Ensaio triaxial consolidado isotrópico não drenado

^b Tipo de ensaio não reportado

^c Ensaio triaxial não consolidado não drenado

^d Ensaio de compressão simples

Relativamente ao comprimento de correlação espacial, a informação disponível é bastante menor quando comparada ao coeficiente de variação. Segundo Baecher e Christian (2003), o valor do comprimento de correlação espacial horizontal é de uma ordem de grandeza dez vezes superior ao comprimento de correlação vertical, o que indica que a variabilidade espacial vertical tenderá a ter uma maior influência que a correspondente horizontal. Neste trabalho serão considerados os valores de 30 metros para o comprimento de correlação horizontal e 1 metro para o coeficiente de correlação vertical.

2.3.4. Métodos de simulação da variabilidade espacial do solo

Na área da Engenharia Geotécnica, os métodos de simulação, especialmente o Método de Monte Carlo, são frequentemente combinados com técnicas de geração de campos aleatórios para permitir a modelação numérica da variabilidade espacial das propriedades do solo. O Método de Monte Carlo possibilita a avaliação estatística dos resultados obtidos, baseando-se na repetição de um determinado número de análises determinísticas, que depende do grau de precisão desejado. As variáveis aleatórias utilizadas em cada análise determinística são geradas através de várias técnicas, destacando-se o método

da Decomposição de Cholesky, o método da transformada rápida de Fourier, o método das turning-bands, e o método da subdivisão local (Fenton e Vanmarcke 1990).

Diversos autores utilizaram estes métodos para desenvolver estudos sobre a resposta probabilística de estruturas geotécnicas, considerando o comportamento estocástico do solo.

2.3.4.1. Método de simulação Monte Carlo

A aplicação do método de monte Carlo pode ser dividida nas seguintes fases:

1. Definição das n variáveis aleatórias, e respectivas funções de probabilidade, intervenientes no problema em estudo;
2. Geração das m amostras com n variáveis aleatórias;
3. Análise determinística do fenómeno simulado para cada uma das m amostras;
4. Análise estatística dos efeitos resultantes das m amostras deterministicamente avaliadas;
5. Avaliação do grau de erro dos resultados obtidos.

A determinação do número de amostras a simular é uma questão crucial na aplicação do Método de Monte Carlo. Se não for avaliado um número suficiente de amostras, os resultados podem ficar enviesados e não representar fielmente os fenómenos simulados. Portanto, é necessário que o número de amostras seja suficiente para garantir que o grau de erro seja o desejado. Este problema torna-se ainda mais crítico quando as probabilidades de ocorrência dos efeitos estudados são muito baixas. Por exemplo, a utilização de métodos de simulação puros em análises de fiabilidade, que exigem o cálculo de probabilidades de falha muito reduzidas, requer um número elevado de simulações. Isso é necessário para garantir que os valores de variância obtidos sejam aceitáveis, o que naturalmente resulta num esforço computacional muito elevado (Griffiths et al. 2006; Luo et al. 2018).

2.3.4.2. Métodos de Redução da Variância – Método do Hipercubo Latino

Frequentemente, para reduzir o elevado custo computacional associado a problemas que envolvem simulações intensivas, utilizam-se técnicas de redução da variância. Estas técnicas permitem alcançar um nível de precisão semelhante ao de um método de simulação puro, mas com um número menor de amostras, resultando numa diminuição do tempo necessário para a análise dos problemas. Uma das técnicas mais conhecidas de redução da variância é o método do Hipercubo Latino. O princípio fundamental deste método baseia-se na divisão do espaço amostral de cada variável em intervalos equiprováveis, sendo cada intervalo amostrado apenas uma vez. Desta forma, o método assegura que todo o espaço amostral é representado.

Neste trabalho, optou-se por utilizar este método em vez da combinação do método de Monte Carlo com um método de geração de variáveis aleatórias correlacionadas, como os mencionados

anteriormente. Para compreender o método, consideremos apenas duas variáveis aleatórias. Os valores a serem amostrados são selecionados aleatoriamente, conforme ilustrado na Figura 2.1.

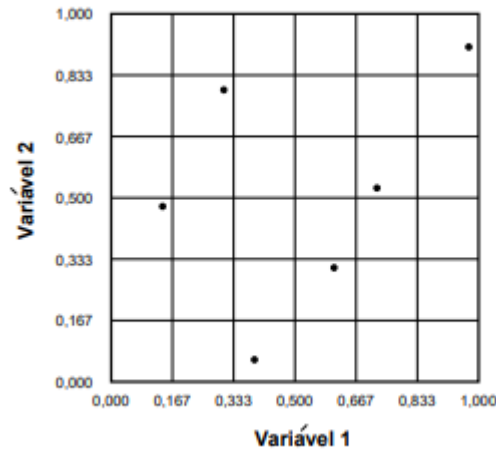


Figura 2.1 – Modelo do Hipercubo latino

A geração de amostras utilizando o método do Hipercubo Latino pode ser realizada através de uma matriz $\mathbf{P}$, com dimensões $N \times K$, onde N é o número de amostras e K o número de variáveis aleatórias. A matriz $\mathbf{P}$ é definida considerando que cada uma das suas K colunas é uma permutação aleatória dos valores de 1 a N , correspondendo ao intervalo a ser amostrado para cada variável. A seleção do valor a ser amostrado dentro de cada intervalo é feita através da definição de uma matriz $\mathbf{R}$, de igual dimensão, composta por valores aleatórios entre 0 e 1. Assim, as coordenadas de cada amostra no espaço de probabilidades são dadas por:

$$S = \frac{1}{N}(\mathbf{P} - \mathbf{R}) \quad (2.25)$$

O valor de cada variável aleatório no espaço amostral é dada por:

$$x_{ij} = F_{x_j}^{-1}(s_{ij}) \quad (2.26)$$

onde $F_{x_j}^{-1}$ representa a inversa da distribuição de probabilidades associada à variável j .

Esta metodologia, inicialmente introduzida por McKay et al. (2000), pode conduzir a correlações indesejadas entre as variáveis. Segundo Olsson et al. (2003), esta correlação pode ser minimizada com a modificação das permutações da matriz $\mathbf{P}$. Assim, num primeiro passo é definida uma matriz $\mathbf{Y}$, dada por:

$$y_{ij} = \Phi^{-1}\left(\frac{p_{ij}}{N+1}\right) \quad (2.27)$$

onde Φ^{-1} representa a inversa da função de probabilidade acumulada da distribuição normal padrão. A matriz de covariância de Y é calculada e decomposta em matrizes triangulares superior e inferior como:

$$\bar{L} \bar{L}^T = \text{Cov}(Y) \quad (2.28)$$

onde $\bar{L}$ é uma matriz triangular inferior. Uma nova matriz Y^* pode ser calculada na forma:

$$Y^* = Y \left(\bar{L}^{-1} \right) L^T \quad (2.29)$$

onde L é a matriz triangular inferior correspondente à decomposição da matriz de correlação objetivo.

Cada coluna da matriz Y^* é ordenada, sendo o ranking de cada elemento usado para construir a nova matriz P^* que, ao ser substituída na equação (2.26), permite determinar uma matriz S^* . Com base nesta última matriz, obtém-se a matriz X^* a partir da equação (2.27). Cada linha da matriz X^* corresponde a uma amostra, que será utilizada numa avaliação determinística.

Este método de amostragem proporciona melhores estimativas da médias, desvio padrão e distribuição amostral do que o Método de Monte Carlo puro, para o mesmo número de amostras. No entanto, a sua aplicação exige que o número de amostras seja superior ao número de variáveis aleatórias. Assim, quando se analisam problemas com um número muito grande de variáveis, esta limitação pode tornar-se significativa e restringir o número de variáveis aleatórias a considerar.

A correlação espacial das propriedades do solo é considerada na definição da matriz correlação objetivo, determinada com base na função de autocorrelação adotada. A partir deste método, são geradas amostras X^* com distribuição normal, média zero, desvio padrão unitário e uma determinada correlação espacial, que são usadas para modelar o campo aleatório que simula a distribuição do ângulo de resistência ao corte.

2.4. Descrição do software *mechpy*

O software *mechpy* recorre ao Método dos Elementos Finitos (MEF) e implementa de forma numérica os teoremas estático (teorema da região inferior – TRI) e cinemático (teorema da região superior – TRS) da análise limite. Este programa permite obter estimativas dos limites superior e inferior das cargas de colapso em problemas de mecânica estrutural. Desenvolvido ao longo de vários anos pelos Professores Mário Vicente da Silva e Armando Antão, o *mechpy* tem sido aplicado com sucesso numa grande diversidade de problemas geotécnicos, incluindo a análise de pressões de terra e

escavações profundas, conforme documentado em trabalhos de Vicente da Silva e Antão (2007), Nuno Deusdado (2015) e Vicente da Silva e Antão (2008)

Em diversos problemas geotécnicos, a aplicação dos teoremas de análise limite resulta num intervalo bastante restrito, aproximando-se da solução exata, que é desconhecida. De cada teorema resulta uma solução aproximada. No entanto, em certos casos, os resultados dos dois teoremas coincidem, o que permite afirmar que a solução do problema é exata.

A implementação numérica dos teoremas de análise limite utiliza um método iterativo, formulando os teoremas como problemas de otimização do campo de velocidades (TRS) ou do campo das tensões (TRI). No *mechpy*, a técnica de otimização utilizada é a *alternating direction method of multipliers* (ADMM). Este método permite que a componente não linear da otimização seja tratada ao nível do elemento finito, graças ao conjunto de aproximações locais e globais, facilitando a resolução de modelos que utilizam malhas de elementos finitos. Uma discussão completa dos métodos utilizados e da implementação numérica dos teoremas estático e cinemático pode ser encontrada em Vicente da Silva e Antão (2007) e Vicente da Silva e Antão (2008)

No presente trabalho, o uso do *mechpy* envolve a criação de malhas de elementos finitos, para o qual foi utilizado o software *GMSH*. Este processo inclui a definição da geometria do problema. Após a criação da geometria, é possível gerar uma malha usando pontos, linhas e superfícies, resultando no primeiro arquivo (.geo). Estas malhas são então convertidas para o formato de entrada no *mechpy*, onde são especificadas as condições de contorno para deslocamento e carga. Em seguida, o arquivo inicial é separado em dois arquivos, um referente aos elementos de linha (LB) e outro aos elementos de superfície (UB). Com esses arquivos, o utilizador pode realizar cálculos e obter os valores das cargas de colapso. Para visualizar graficamente os resultados, é necessário converter novamente os arquivos para o formato compatível com o software *GMSH* (.msh) (Geuzaine e Remacle 2009).

O software permite a flexibilidade na escolha das restrições de deslocamento (condições de apoio), tipos de carga aplicados e critérios de falha para descrever a resistência dos materiais. Entre os critérios disponíveis encontram-se os de Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, entre outros.

Neste trabalho, a resistência do solo será modelada com base no critério de rotura de Mohr-Coulomb.

2.5. Eurocódigo 7 (EC7)

O Eurocódigo 7 (EC7) é uma norma europeia que estabelece diretrizes para o projeto, dimensionamento e verificação de segurança das obras geotécnicas. O EC7 aborda principalmente fundações, taludes, muros de contenção, e outras estruturas relacionadas ao solo.

2.5.1. Abordagens de cálculo e combinações

O Eurocódigo 7 descreve três abordagens de cálculo para a verificação da segurança de estruturas geotécnicas, a seguir listadas e em que “+” significa “combinado com”:

Abordagem de Cálculo 1 (AC1):

Combinação 1: $A1 + M1 + R1$

Combinação 2: $A2 + M2 + R1$

Abordagem de Cálculo 2 (AC2): $A1 + M1 + R2$

Abordagem de Cálculo 3 (AC3): $(A1 \text{ ou } A2) + M2 + R3$

onde:

A representa os coeficientes parciais para as ações;

M refere-se aos coeficientes parciais para as propriedades dos materiais;

R são os coeficientes parciais para as resistências.

2.5.2. Coeficientes parciais na AC1 COMB2 e AC3

Inicialmente, a metodologia adotada neste estudo irá considerar apenas os coeficientes parciais que afetam as propriedades dos materiais, focando-se especificamente na tangente do ângulo de resistência ao corte. A ação envolvida foi considerada como permanente, e consequentemente, é afetada por um coeficiente parcial unitário. Numa etapa posterior da análise, em vez de aplicar o coeficiente parcial à tangente do ângulo de resistência ao corte, aplica-se um coeficiente diretamente à resistência.

As seguintes tabelas foram retiradas da NP EN 1997-1 (IPQ, 2010) e apresentam os coeficientes parciais de segurança aplicáveis às ações, aos parâmetros resistentes do solo e às resistências.

Tabela 2.2 – Coeficientes parciais aplicáveis às ações.

Coeficiente	Tipo	A1	A2
γ_G	Desfavorável	1.35	1.00
γ_G	Favorável	1.00	1.00
γ_Q	Desfavorável	1.50	1.30
γ_Q	Favorável	0	0

Tabela 2.3 – Coeficientes parciais aplicáveis aos parâmetros resistentes do solo.

Coeficiente	M1	M2
$\gamma_{\phi'}$	1.00	1.25
$\gamma_{c'}$	1.00	1.25
γ_{cu}	1.00	1.40

Tabela 2.4 – Coeficientes parciais aplicáveis às capacidades resistentes.

Estrutura	Resistência	Coeficiente	R1	R2	R3
Talude	Terreno	$\gamma_{R,e}$	1.00	1.10	1.00
Fundação superf./Estrut. suporte	Resist. Vert.	$\gamma_{R,v}$	1.00	1.40	1.00
Fundação superf./Estrut. suporte	Deslizamento	$\gamma_{R,h}$	1.00	1.10	1.00
Estrut. suporte	Terreno	$\gamma_{R,e}$	1.00	1.40	1.00

De acordo com o Eurocódigo 7, as propriedades resistentes do solo são minoradas através da seguinte equação:

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{\tan(\phi')}{\gamma_{\phi'}}\right) \quad (2.30)$$

onde:

ϕ' é o ângulo de resistência ao corte (valor característico);

$\gamma_{\phi'}$ é o coeficiente parcial aplicado ao ângulo de resistência ao corte.

2.6. Valor característico dos parâmetros do solo

Nesta secção, será discutida a teoria e os procedimentos para a determinação dos valores característicos das propriedades do solo, conforme delineado no Anexo A do FprEn 1997-1:2023. Este anexo fornece orientações complementares sobre a variabilidade e as incertezas das propriedades do solo, essenciais para a segurança e eficácia de projetos de engenharia geotécnica. Além disso, será apresentada a prática destes conceitos no contexto do presente trabalho.

A determinação do valor característico das propriedades do solo envolve várias fases que consideram diferentes fontes de incerteza. Estas incluem:

1. **Variabilidade Inerente:** Variabilidade natural das propriedades do solo;
2. **Erro de Medição:** Incertezas associadas aos métodos e instrumentos de medição;
3. **Erro de Transformação:** Incertezas de quando uma propriedade é inferida de outra medida, como a resistência não drenada obtida através de um ensaio SPT.

A fórmula geral para calcular o coeficiente de variação, V_x , que incorpora as incertezas anteriores é dada pela equação seguinte:

$$V_x = \sqrt{V_{x,inh}^2 + V_{x,quality}^2 + V_{x,trans}^2} \quad (2.31)$$

onde:

V_x é o coeficiente de variação do valor da propriedade observada;

$V_{x,inh}$ é o coeficiente de variação devido à variabilidade inerente;

$V_{x,quality}$ é o coeficiente de variação devido ao erro de medição;

$V_{x,trans}$ é o coeficiente de variação devido ao erro de transformação.

2.6.1. Determinação do valor característico

Para determinar o valor característico (X_k) de uma propriedade do solo, utiliza-se a seguinte equação:

$$X_k = X_{mean}[1 \pm k_n V_x] \quad (2.32)$$

onde:

X_{mean} é a média dos valores das propriedades medidas;

k_n é um coeficiente que depende do número de valores medidos (n) e do tipo de distribuição adotado;

V_x é o coeficiente de variação da propriedade do solo;

O sinal $\pm$ indica subtração quando um valor inferior é crítico e adição quando um valor superior é crítico.

Dois métodos principais são utilizados para esta finalidade: O Caso A e o Caso B. Neste trabalho, será utilizado o caso A, que se concentra na estimativa do valor médio das propriedades do solo, fornecendo uma visão geral das condições do solo no local estudado.

Por outro lado, o Caso B é utilizado para estimar valores extremos das propriedades do solo, especificamente os valores inferior (5% fractil) e superior (95% fractil).

2.6.2. Caso A com V_x assumido

Quando V_x é conhecido ou assumido, utiliza-se a equação seguinte:

$$k_n = N_{95} \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (2.33)$$

onde:

N_{95} é um parâmetro da distribuição normal, avaliado para um nível de confiança de 95% e graus de liberdade infinitos.

A Tabela 2.4, retirada da FprEN 19971:2023.TC250 Anexo A, mostra valores indicativos do coeficiente de variação para diferentes propriedades do solo.

No presente trabalho, será utilizado um coeficiente de variação de aproximadamente 10% para gerar todas as amostras. Esse valor foi escolhido com base em estudos anteriores e representa uma condição intermédia, onde se reconhece a variabilidade moderada dos solos no local estudado, mas sem extremos de variabilidade que comprometeriam a análise ou exigiriam um tratamento de dados mais rigoroso.

Tabela 2.5 - Valores indicativos do coeficiente de variação para diferentes propriedades do solo. Adaptado de (Eurocódigo 7 - Anexo A).

Solo/Tipo de Rocha	Propriedade do solo	Símbolo	Coeficiente de Variação V_x (%)
Todos os solos e rochas	Peso volúmico	γ	5-10
Solos finos	Resistência ao corte não drenada	c_u	30-50
Todos os solos e rochas	Coesão efetiva	c'_p ou c'_r	30-50
Todos os solos e rochas	Ângulo de resistência ao corte	$\tan \varphi$	5-15
Todos os solos e rochas	Resistência ao corte em caso de falha	τ_f	15-25
Todos os solos e rochas	Força compressiva não confinada	q_u	20-80
Todo o solo	Módulo de deformabilidade	E or G	20-70
Solos finos	Coeficiente de consolidação vertical ou horizontal	c_v or c_h	30-70
Todo o solo	Condutividade hidráulica	K	70-250

2.6.3. Caso A com V_x desconhecido

Quando V_x é desconhecido, utiliza-se uma fórmula alternativa que incorpora o fator t de Student como indicado na equação 2.35:

$$k_n = t_{95,n-1} \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (2.34)$$

onde, $t_{95,n-1}$ é o fator da distribuição t-student, avaliado para um nível de confiança de 95% e $(n-1)$ graus de liberdade, com n sendo o número de valores medidos a serem utilizados para calcular $\bar{X}_{\text{mean}}$.

3. Metodologia

3.1. Descrição do problema

Conforme representado esquematicamente na Figura 3.1, considerou-se uma parede rígida com altura H , espessura e , cuja base está a distância D do substrato rígido. A distância entre a parede e a fronteira da malha de elementos finitos é L .

O carregamento aplicado também está representado na Figura 3.1 e consiste numa carga distribuída triangular ao longo de toda a altura H .

Os pesos volúmicos do solo (γ) e da parede (γ_{parede}) são considerados na análise, com a parede sendo tratada como completamente rígida

A Figura 3.2 apresenta uma ampliação do carregamento ilustrado na Figura 3.1, destacando a resultante das pressões p e o ângulo de atrito solo-estrutura. Pretende-se determinar a máxima pressão p e a resultante R , fazendo um ângulo δ com a normal à parede. R é, portanto, o impulso passivo.

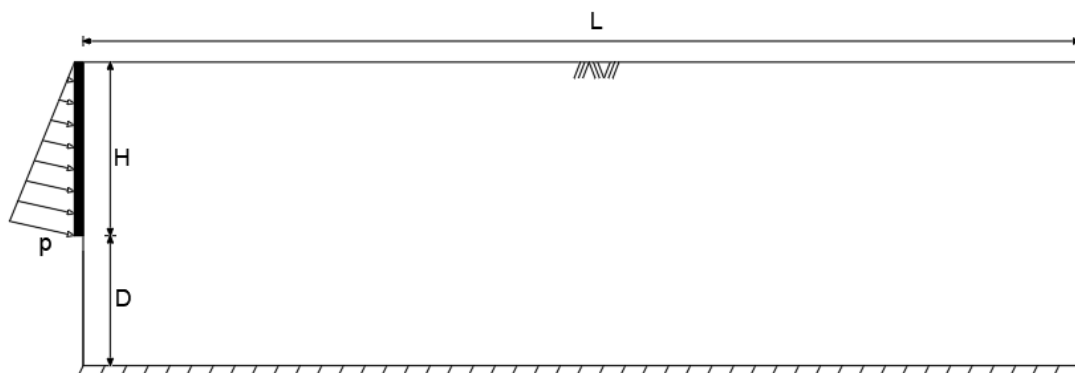


Figura 3.1 – Geometria do problema.

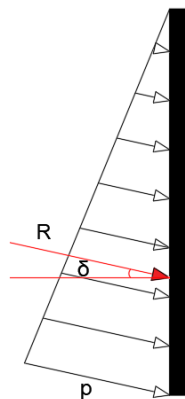


Figura 3.2 - Resultante de p e indicação do ângulo de atrito solo-estrutura.

3.2. Modelação por elementos finitos

A Figura 3.3 apresenta a geometria do modelo no software GMSH, e mostra as condições fronteira aplicadas ao problema na conversão do ficheiro criado .gms para o *mechpy*.

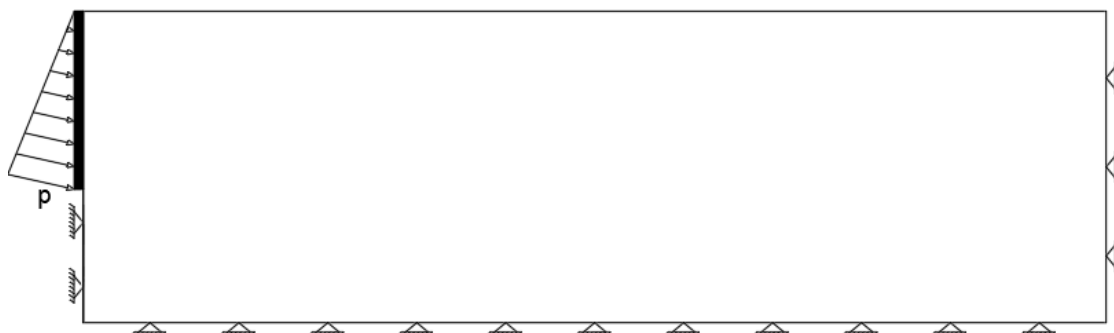


Figura 3.3 - Modelo bidimensional

Nas faces lateral esquerda, inferior (estrato rígido) e lateral direita do solo, tanto os deslocamentos verticais como os horizontais estão restritos. A face superior não possui restrições. O software *mechpy* permite a consideração de carregamentos fixos e variáveis. Assim, o carregamento na parede foi considerado variável (live load), enquanto que o peso volúmico do solo foi considerado fixo (dead load). Impostas as condições limite, atribuição dos materiais e carregamentos o programa, calcula as estimativas de p que leva o solo ao colapso.

No software GMSH, foi criada uma malha de elementos triangulares com dimensões definidas pelo utilizador, conforme ilustrada na Figura 3.3. Posteriormente, no software *mechpy*, a malha final utilizada nos cálculos é derivada dessa malha triangular, mas com um número de elementos mais elevado, num processo de refinamento automático.

As Tabelas 3.1 a 3.3 indicam os parâmetros de entrada utilizados no *mechpy* ao longo de toda a modelação neste trabalho. Varia-se apenas o ângulo de resistência ao corte e do ângulo de atrito solo-estrutura para análise dos diferentes cenários.

Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos da malha.

Parâmetros	Valores (m)
H	4.00
D	3.00
L	21.00

Admitiu-se que o terreno é formado por um solo arenoso, com comportamento drenado, cujos parâmetros estão indicados na Tabela 3.2

Tabela 3.2 – Parâmetros do terreno e da interface solo-parede.

Parâmetros	Valores
Modelo	Mohr-Coulomb
c'	0 kPa
γ (dead load)	2 kN/m ³
ϕ' (°)	Variável
δ (°)	Variável

Tabela 3.3 – Parâmetros da parede de contenção.

Parâmetros	Valores
Modelo	Rígida
Espessura (m)	0.20

3.3. Aspectos particulares da modelação

Durante a modelação do modelo bidimensional, foram necessários pequenos ajustes nas malhas de elementos finitos utilizadas para o teorema da região inferior e teorema da região superior, a fim de resolver problemas específicos de convergência e movimentação da parede.

No modelo utilizado para o teorema da região inferior, foi necessário modelar uma “*fan*” (Figuras 3.4 e 3.5). A modelação da “*fan*” (Lyamin et al. 2005), tem como objetivo lidar com pontos singulares no campo de tensões. Especificamente, devido a uma mudança brusca nas condições de contorno, passando de um suporte rígido (parede), para o solo circundante, a “*fan*” é utilizada para gerar uma malha adaptativa em torno de pontos onde as tensões são mais elevadas. Essas singularidades causam uma transição rápida das tensões numa direção circunferencial em torno do ponto singular. Uma fan de

elementos finitos é importante pois permite a rotação rápida das tensões principais através de saltos consecutivos nas componentes tangenciais da tensão ao longo de cada descontinuidade. Este arranjo resulta em diferenças significativas nas tensões verticais em lados opostos do ponto singular, o que melhora a precisão da análise numérica. A modelação da fan é crucial para obter resultados precisos na análise do teorema da região inferior, especialmente em problemas onde as singularidades são pronunciadas (Lyamin et al. 2005).

Para o modelo utilizado nos cálculos do teorema da região superior, também se verificaram problemas na superfície de contacto entre a parede e o solo. Verificou-se que a restrição imposta na face lateral esquerda do solo estava a impedir a parede de se mover corretamente, o que afetava a precisão dos resultados. Para mitigar este problema, recorreu-se à introdução de um nó adicional que não é visível na Figura 3.6, mas está indicado na ampliação da Figura 3.7. A distância considerada foi de 0.025m. Este ajuste permitiu que a parede se movimentasse conforme o esperado.

As diferenças nos modelos podem ser observadas nas Figuras 3.4 a 3.7 onde é possível ver a implementação da “fan” nas malhas de elementos finitos do modelo do teorema da região inferior e a distância ajustada no modelo do teorema da região superior.

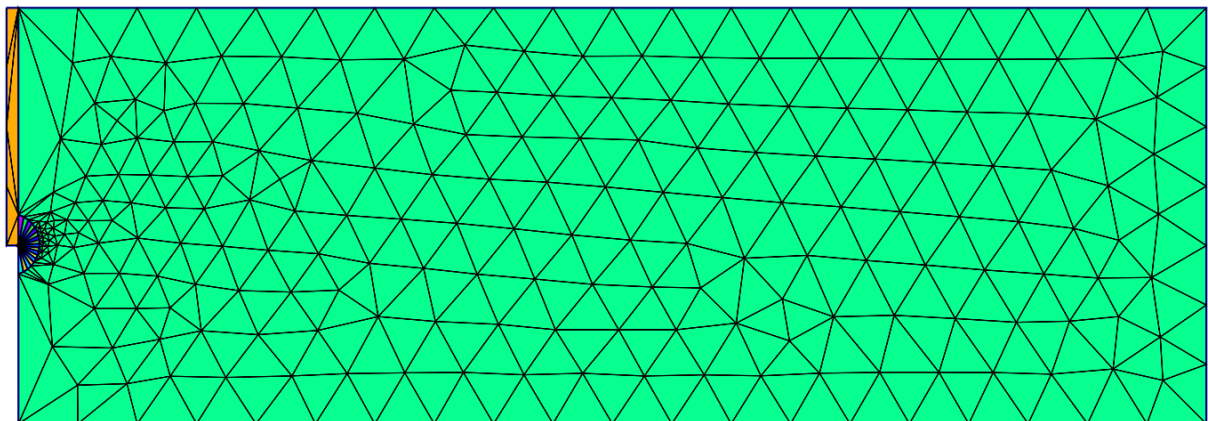


Figura 3.4 - Representação geral da malha de elementos finitos inicial (antes do refinamento) usada para o teorema da região inferior.

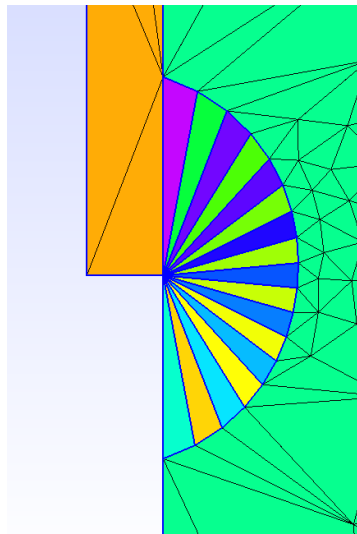


Figura 3.5 - Ampliação da zona de singularidades onde foi introduzida a *fan* – Limite inferior

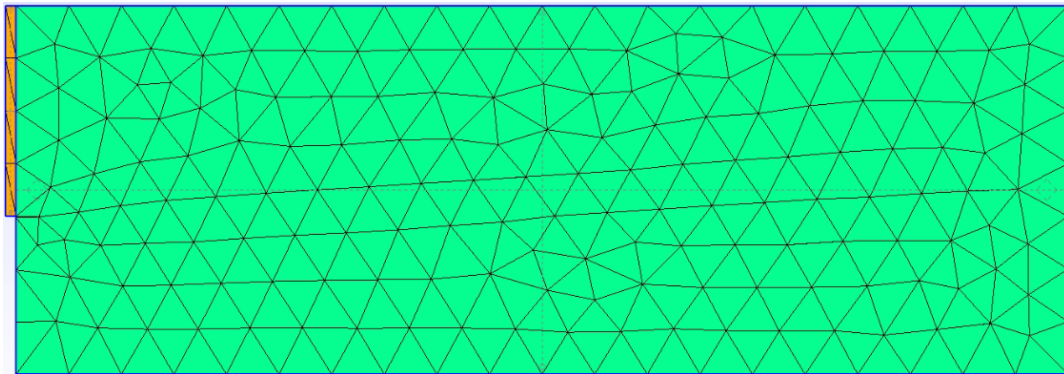


Figura 3.6 - Representação geral da malha de elementos finitos inicial (antes do refinamento) usada para o teorema da região superior

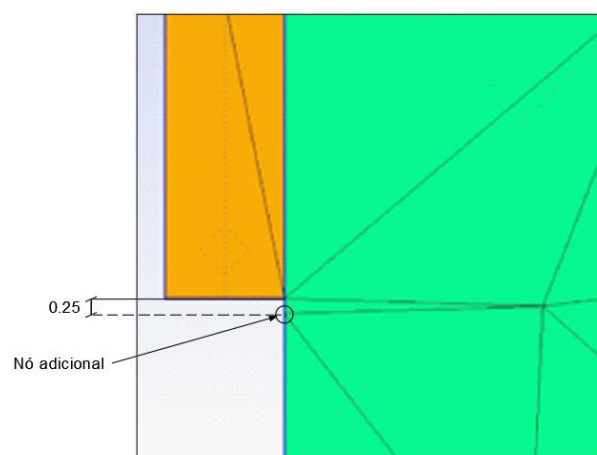


Figura 3.7 - Ampliação da zona da base da parede, mostrando o nó adicional para separar a superfície lateral com restrições de deslocamentos da parede – Limite superior.

3.4. Cálculos homogêneos

Optou-se por realizar, inicialmente, cálculos homogêneos sem considerar a variabilidade espacial do ângulo de atrito solo-estrutura. Esta abordagem teve como principal objetivo verificar se a modelação estava a funcionar corretamente, assegurando que os valores calculados para os limites superior e inferior convergiam, o que é fundamental para validar a fiabilidade do modelo. Além disso, os mesmos serviram como referência para determinar os coeficientes de impulso passivo correspondentes a cada combinação de ângulo de resistência ao corte e ângulo de atrito solo-estrutura. Estes coeficientes foram, posteriormente, utilizados no dimensionamento.

Desta forma, assegura-se que o comportamento do modelo estava em conformidade com as expectativas antes de avançar para análises mais complexas, que incluíam a variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte. As seguintes figuras apresentam exemplos de mecanismos de rotura obtidos nos resultados homogêneos para diferentes condições de ângulo de resistência ao corte e ângulo de atrito solo-estrutura. Primeiramente, a Figura 3.8 exhibe exemplos de mecanismos de rotura, (teorema da região superior), para um $\phi' = 30^\circ$, considerando diferentes valores para o ângulo de atrito solo-estrutura. De seguida, a Figura 3.9 mostra, para um valor fixo do ângulo de atrito solo-estrutura, exemplos de mecanismos de rotura para diferentes ângulos de resistência ao corte.

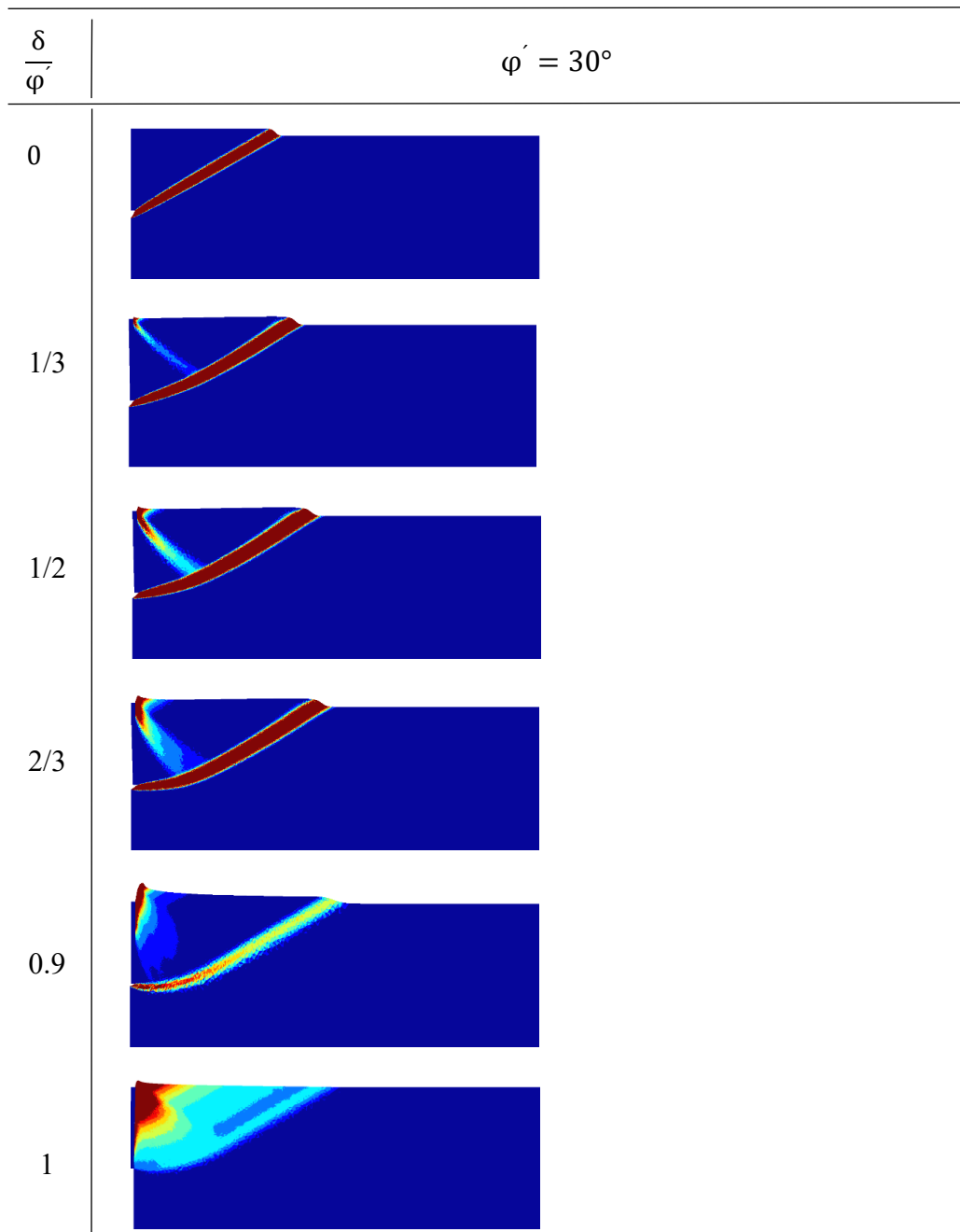


Figura 3.8 – Mecanismos de rotura do teorema da região superior para $\varphi' = 30^\circ$, variando $\frac{\delta}{\varphi'}$.

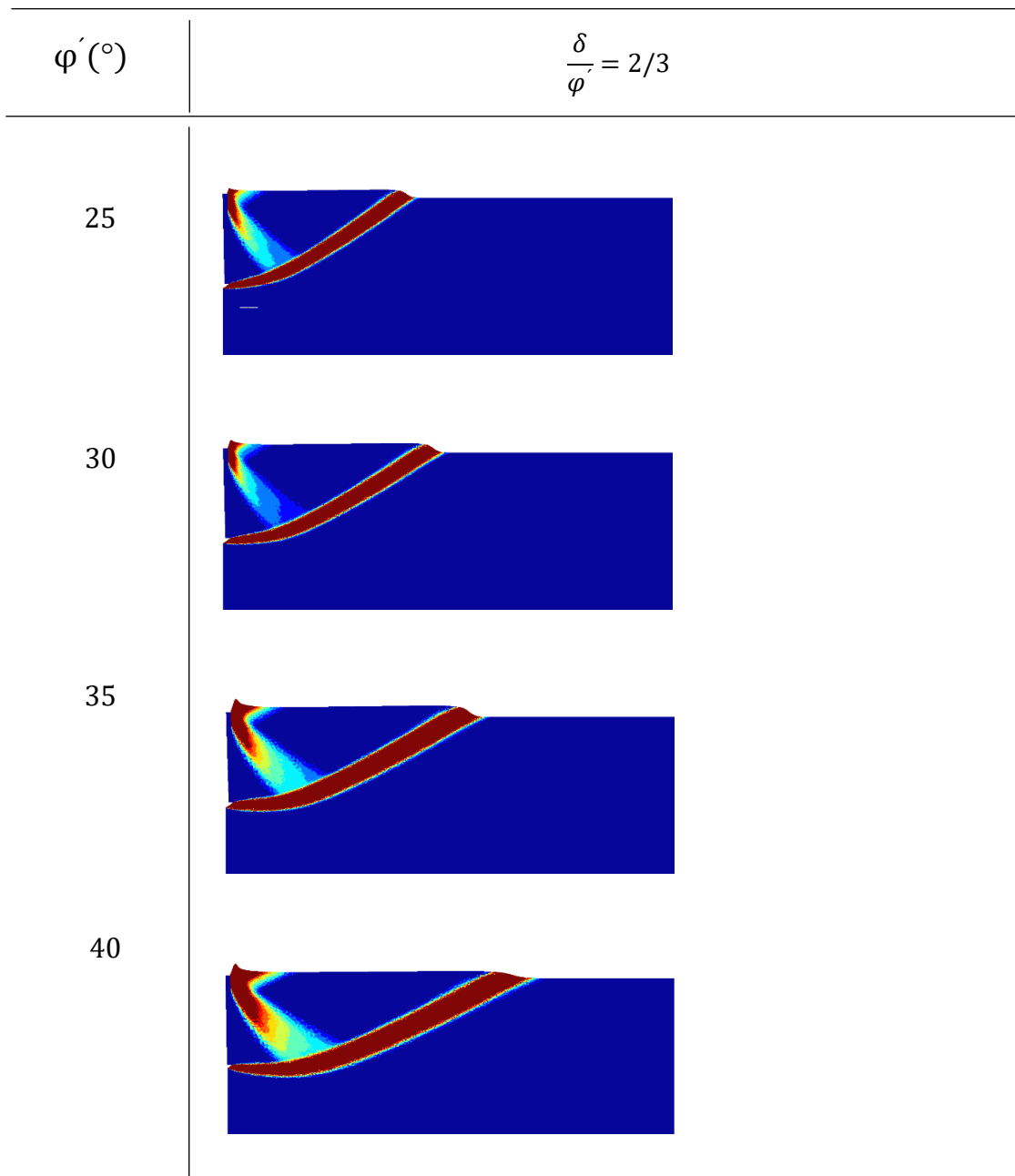


Figura 3.9 - Mecanismos de rotura do teorema da região superior para diferentes ângulos de resistência ao corte, mantendo constante a relação $\frac{\delta}{\phi'} = 2/3$

Para validar os resultados, comparam-se os coeficientes de impulso passivo obtidos com os de Caquot e Kérisel (1948), os resultados apresentados na Tabela 3.4 mostra uma forte semelhança com os valores históricos de Caquot e Kérisel (1948), o que indica que a modelação implementada é fiável. Esta correspondência valida a metodologia utilizada e confirma que o modelo está pronto para ser aplicado em análises mais complexas. Com a validação da Tabela 3.4, é possível avançar para os cálculos seguintes, incluindo a variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte.

Para obter os valores apresentados na tabela, considerou-se a média entre os resultados das cargas de colapso obtidos pelos métodos de Upper-Bound (UB) e Lower-Bound (LB) até o valor de $\frac{\delta}{\phi'} = 0.9$.

Para o valor de $\frac{\delta}{\phi} = 1$, utilizou-se apenas o valor do UB, uma vez que, neste caso, não foi possível obter a convergência de resultados entre os dois métodos. Esta abordagem assegura a consistência dos resultados até o limite em que ambos os métodos fornecem resultados comparáveis.

Tabela 3.4 – Valores do coeficiente de impulso passivo obtidos os cálculos homogêneos.

	δ/ϕ'											
	Presente trabalho	Caquot Kérisel	Presente trabalho	Caquot Kérisel	Presente trabalho	Caquot Kérisel	Presente trabalho	Caquot Kérisel	Presente trabalho	Caquot Kérisel	Presente trabalho	Caquot Kérisel
$\phi' (^{\circ})$	0		1/3		1/2		2/3		0.9		1	
15	1.70	1.70	1.89	1.89	1.98	N/A	2.07	2.08	2.19	N/A	2.22	2.27
16	1.76	-	1.98	-	2.09	-	2.19	-	2.32	-	2.36	-
17	1.83	-	2.07	-	2.20	-	2.31	-	2.47	-	2.51	-
18	1.90	-	2.17	-	2.31	-	2.45	-	2.63	-	2.67	-
19	1.97	-	2.28	-	2.44	-	2.59	-	2.80	-	2.85	-
20	2.04	2.05	2.39	2.40	2.57	2.55	2.75	2.75	2.99	N/A	3.05	3.10
21	2.12	-	2.51	-	2.72	-	2.92	-	3.20	-	3.27	-
22	2.20	-	2.64	-	2.87	-	3.10	-	3.42	-	3.50	-
23	2.29	-	2.78	-	3.04	-	3.30	-	3.67	-	3.77	-
24	2.38	-	2.92	-	3.22	-	3.52	-	3.94	-	4.05	-
25	2.47	2.45	3.08	3.10	3.41	3.40	3.76	3.70	4.24	N/A	4.37	4.40
26	2.57	-	3.24	-	3.62	-	4.01	-	4.57	-	4.72	-
27	2.67	-	3.42	-	3.85	-	4.29	-	4.94	-	5.11	-
28	2.78	-	3.61	-	4.09	-	4.60	-	5.34	-	5.54	-
29	2.89	-	3.82	-	4.36	-	4.94	-	5.79	-	6.02	-
30	3.01	3.00	4.04	4.03	4.65	4.63	5.31	5.30	6.29	N/A	6.56	6.50
31	3.13	-	4.28	-	4.97	-	5.73	-	6.85	-	7.17	-
32	3.27	-	4.54	-	5.32	-	6.19	-	7.48	-	7.85	-
33	3.40	-	4.82	-	5.71	-	6.70	-	8.19	-	8.62	-
34	3.55	-	5.13	-	6.13	-	7.26	-	8.99	-	9.49	-
35	3.70	3.70	5.46	5.40	6.60	6.50	7.90	8.00	9.90	N/A	10.4	10.5
36	3.87	-	5.83	-	7.11	-	8.60	-	10.9	-	11.6	-
37	4.04	-	6.22	-	7.68	-	9.39	-	12.1	-	12.9	-
38	4.23	-	6.66	-	8.32	-	10.3	-	13.4	-	14.3	-
39	4.42	-	7.13	-	9.03	-	11.3	-	15.0	-	16.1	-
40	4.62	4.60	7.66	7.60	9.81	9.60	12.4	12.0	16.8	N/A	18.1	18.0
41	4.84	-	8.23	-	10.7	-	13.7	-	18.8	-	20.4	-
42	5.08	-	8.88	-	11.7	-	15.2	-	21.3	-	23.2	-
43	5.32	-	9.58	-	12.8	-	17.0	-	24.1	-	26.4	-
44	5.59	-	10.3	-	14.1	-	19.0	-	27.5	-	30.3	-
45	5.87	5.80	11.26	11.00	15.6	15.0	21.4	20.0	31.6	N/A	34.8	35.0

3.5. Distribuição espacial de propriedades do solo

Recorreu-se a uma malha estatística para modelar a distribuição das propriedades do solo, em particular o ângulo de resistência ao corte. A malha foi construída com número total de elementos 60x35, totalizando 2100 elementos. Por sua vez, foram geradas 2101 amostras para cada ângulo de resistência ao corte e ângulo de atrito solo-estrutura.

O comprimento de correlação espacial é definido como a distância ao longo da qual as propriedades de um material permanecem correlacionadas. Por outras palavras, indica a extensão espacial em que uma propriedade, como por exemplo o ângulo de resistência ao corte, mantém uma relação consistente com as suas vizinhas.

Na geotecnia, a informação sobre o comprimento de correlação espacial é frequentemente mais limitada em comparação com outros parâmetros, como o coeficiente de variação. No entanto, segundo Baecher e Christian (2003), existe uma distinção importante entre os comprimentos de correlação espacial nas direções vertical e horizontal. O comprimento de correlação horizontal tende a ser uma ordem de grandeza superior ao comprimento de correlação vertical.

Esta diferença indica que as propriedades do solo apresentam maior continuidade ao longo da horizontal do que na vertical, o que sugere que a variabilidade espacial vertical terá uma influência mais significativa nos projetos geotécnicos. Em termos práticos, isto implica que, ao modelar o solo com uma malha estatística, a precisão na caracterização das propriedades ao longo da profundidade (direção vertical) é especialmente crucial, pois as mudanças abruptas são mais prováveis nesta direção.

Ao considerar esta relação na aplicação da malha estatística, foi essencial ajustar o tamanho dos elementos para refletir adequadamente as diferenças nos comprimentos de correlação. Dimensões de elementos menores na direção vertical são necessários para captar a variabilidade mais acentuada, enquanto dimensões de elementos maiores podem ser utilizados na direção horizontal, onde as propriedades tendem a ser mais homogêneas ao longo de distâncias maiores.

Na Figura 3.10 está representada a malha estatística utilizada e diversos exemplos de distribuições espaciais das propriedades do solo, ilustrando a variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte em várias amostras geradas.

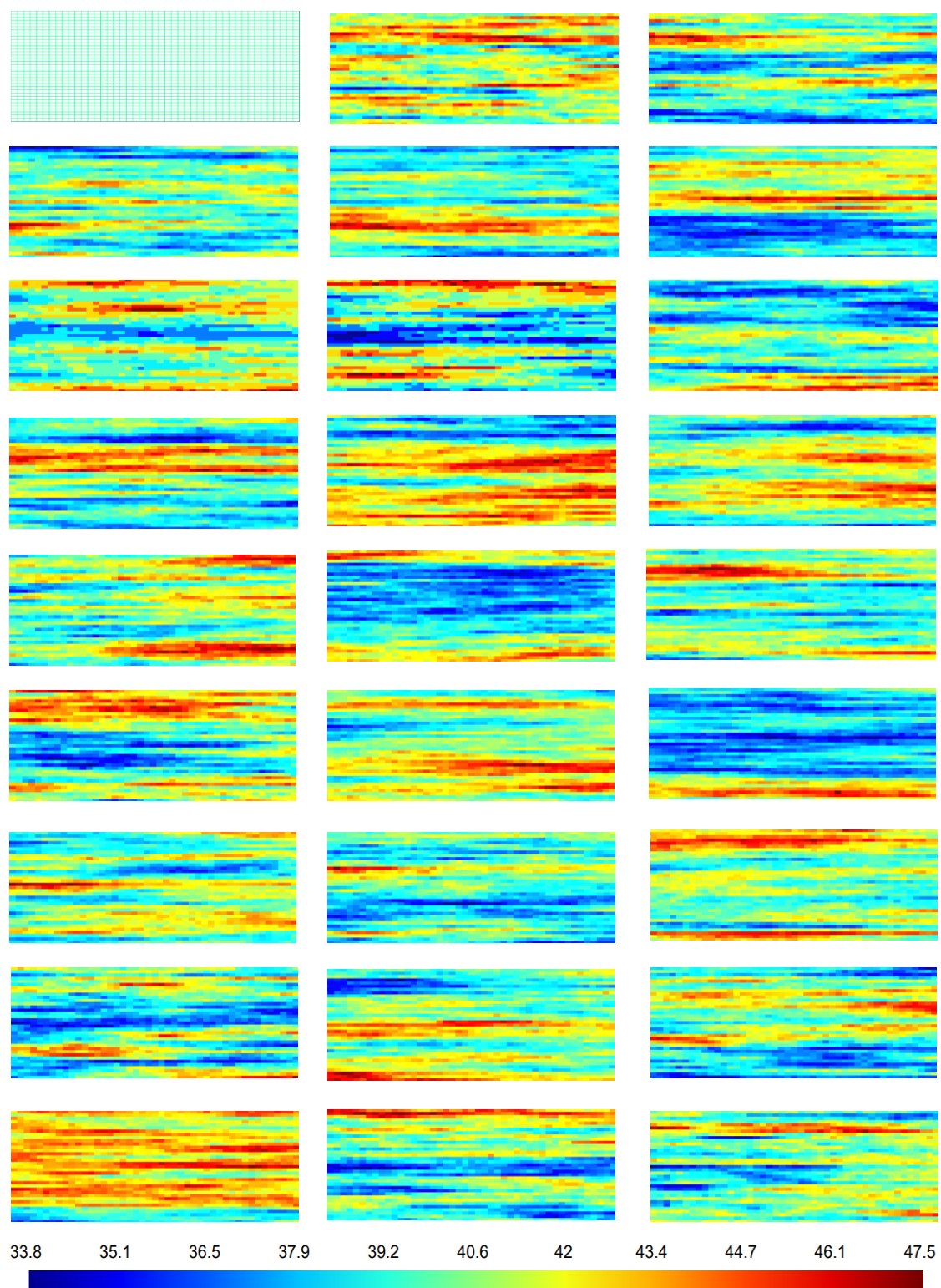


Figura 3.10 – Exemplos de distribuição do ângulo de resistência ao corte para $\theta_H = 30$ metros, $\theta_V = 1$ metro, $COV = 0.1$ e $\varphi'_{entrada} = 40^\circ$

3.6. Determinação do valor característico

Neste trabalho, foram utilizados dois tipos de valores característicos para a análise da resistência ao corte do solo. O primeiro tipo de valor característico é o valor característico global, que assume um único valor de resistência ao corte para todas as amostras geradas. Este primeiro assume que a formação geotécnica na qual o impulso passivo se irá mobilizar se encontra bem caracterizada, mas que não houve caracterização específica no local concreto em estudo.

O segundo considera um valor característico diferente para cada uma das 2101 amostras geradas para cada caso. Nesta abordagem, cada amostra tem o seu próprio valor característico.

Neste caso, o processo de determinação do valor característico inicia-se com a recolha de dados sobre as propriedades do solo. Neste trabalho, foi simulada a realização da prospeção ao longo de uma vertical a 1 metro da parede (Figura 3.11), e considerando que não havia erros de caracterização, isto é, que os valores atribuídos aos elementos da malha estatística eram exatamente os que a caracterização obtinha.

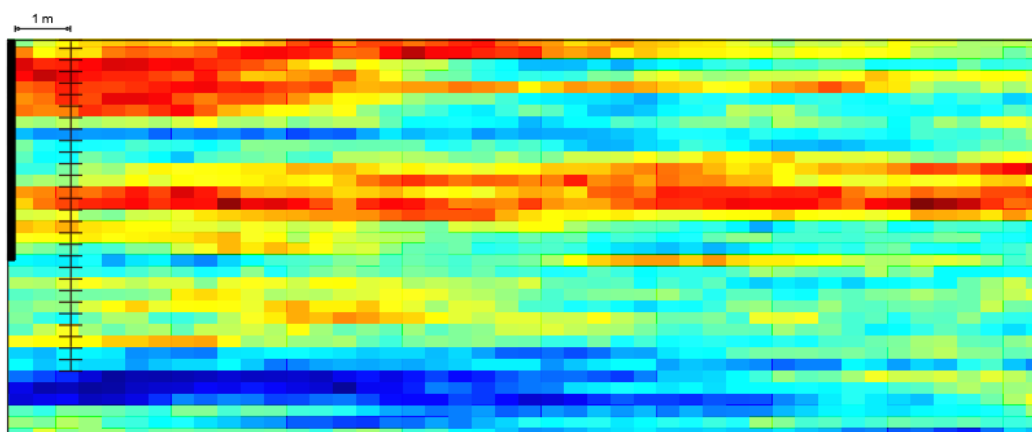


Figura 3.11 – Simulação da prospeção a 1 metro da parede de contenção

Após a recolha de dados, procede-se à sua análise estatística. Os dados obtidos são analisados para calcular estatísticas descritivas como a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

Nesta segunda abordagem foram realizadas duas análises distintas para determinar o valor característico do ângulo de resistência ao corte. Na primeira análise, utilizou-se uma amostra de 30 valores ($n=30$), enquanto na segunda foi considerada uma amostra menor, composta por 10 valores ($n=10$).

O valor característico é então determinado como um percentil específico da distribuição de probabilidade dos dados coletados.

Estes casos estão detalhados na Secção 2.6, onde são descritos os métodos estatísticos aplicados para a determinação dos valores característicos em cada abordagem.

3.7. Análise estatística e determinação da probabilidade de rotura

Para garantir que as ações sejam inferiores à resistência disponível, o dimensionamento baseou-se na equação 3.1:

$$F_{Gd} \leq I_{pd} \quad (3.1)$$

Para o dimensionamento de F_G considera-se a seguinte equação, onde:

$$F_{Gd} = I_{pd} = R_{pd} = \frac{1}{2} K_{pd} \gamma H^2 \frac{1}{\gamma_{R,e}} \quad (3.2)$$

$$F_{Gd} = \gamma_G F_G = R_{pd} \quad (3.3)$$

onde:

K_{pd} é o coeficiente de impulso passivo, determinado a partir dos valores de cálculo ϕ'_d e δ_d ;

γ é o peso volúmico do solo;

H é a altura da parede;

$\frac{1}{\gamma_{R,e}}$ é o fator de segurança aplicado à resistência.

F_G é afetada pela seguinte perturbação estatística:

$$F_{G,i} \times (1 + N(0,1) \times COV) \quad (3.4)$$

onde:

- $N(0,1)$ se refere a uma variável aleatória que segue uma distribuição normal (gaussiana) com média 0 e desvio padrão 1. Isso significa que o valor $N(0,1)$ varia aleatoriamente em torno de 0, com a maioria dos valores ficando dentro de uma amplitude de ± 1 , mas com possibilidade de valores mais extremos em função da causa da distribuição normal.
- COV se refere ao coeficiente de variação do peso volúmico do solo.
- $(1 + N(0,1) \times COV)$ tem a função de modificar a carga F_G , aplicando uma variação aleatória proporcional ao COV . O termo $1 + N(0,1) \times COV$ significa que a carga F_G será multiplicada por um fator que, na média, será igual a 1 (sem alteração), mas com variações que refletem a incerteza na estimativa da carga.

Ao aplicar a perturbação $(1 + N(0,1) \times COV)$, a fórmula simula diferentes cenários possíveis, nos quais a carga F_G pode variar aleatoriamente em torno do seu valor nominal, o que ajuda a verificar se a estrutura será robusta ou poderá colapsar sob variações inesperadas de carga.

O objetivo dessa perturbação é ter em conta a incerteza associada à carga F_G . Na prática, nenhum valor de carga ou resistência é completamente exato, e existem sempre variações devidas a erros de medição, mudanças no material, ou condições reais de operação. A inclusão dessa perturbação garante que o cálculo considere essas possíveis variações, tornando o modelo mais robusto e realista na avaliação do colapso.

De modo a verificar se existe efetivamente o colapso da estrutura, utiliza-se a seguinte verificação:

$$Se \ M_i = R_{RFEA,i} - F_{G,i}(1 + N(0,1) \times COV) < 0 \rightarrow Existe \ colapso \quad (3.5)$$

onde:

$R_{RFEA,i}$ é a resultante das cargas de colapso obtidas no *mechpy*.

3.7.1. Cálculo da probabilidade de rotura

Para calcular a probabilidade de rotura da estrutura, podem ser utilizadas duas abordagens:

1. Aproximação através de uma distribuição normal:

- Após calcular as margens M_i , para as 2101 amostras, obtém-se a média e o desvio padrão dessas margens.
- Considerando que as margens M_i seguem uma distribuição normal, é possível utilizar esses dois parâmetros (média e desvio padrão) para estimar a probabilidade de colapso. Isto é feito analisando a probabilidade de a margem M_i ser menor do que 0, o que representa uma rotura.

2. Contagem simples das roturas

- Uma forma mais direta de obter a probabilidade de colapso é contar o número de amostras em que a margem M_i é negativa (ou seja, onde ocorre colapso)
- A probabilidade de colapso é então calculada como a razão entre o número de amostras com $M_i < 0$ e o número total de amostras (2101). Ou seja, divide-se o número de roturas pelo número total de amostras.

$$P(rotura) = \frac{\text{Número de amostras com } M_i < 0}{2101} \quad (3.6)$$

Ambas as metodologias permitem determinar de uma forma robusta a probabilidade de colapso da estrutura.

A perturbação $1 + N(0,1) \times COV$, já explicada anteriormente, gera números aleatórios a cada iteração devido ao termo $N(0,1)$, que representa uma variável aleatória com distribuição normal. Devido a esta variabilidade aleatória, era necessário realizar várias simulações para obter uma estimativa estável da probabilidade de colapso. Assim, foi criada uma macro VBA que executa repetidamente o cálculo da margem M_i , de forma a atingir uma convergência no valor da probabilidade de colapso.

A macro desenvolvida executa uma série de cálculos repetidos para calcular a média da margem M_i , ao longo de várias iterações. O objetivo é verificar se existe colapso, através da comparação da margem com valor menor que 0. O processo é executado um grande número de vezes (pode ser 100, 500 ou até 1000), de modo a atingir um valor estável para a probabilidade de rotura.

Em cada iteração, a macro executa as seguintes instruções:

1. Recalcula os valores da margem M_i , somando os resultados.
2. Calcula a média das margens obtidas em todas as iterações anteriores.
3. Atualiza os resultados na folha de cálculo, mostrando a média da margem e permitindo avaliar a convergência do cálculo.

Este processo é repetido até que os valores obtidos estabilizem, ou seja, até que se atinja uma convergência para o valor da probabilidade de rutura. A pausa de 1 segundo entre as iterações permite que o utilizador acompanhe a evolução dos cálculos em tempo real.

Na Figura 3.12 é possível verificar os resultados da macro em gráfico Excel para 500 iterações.

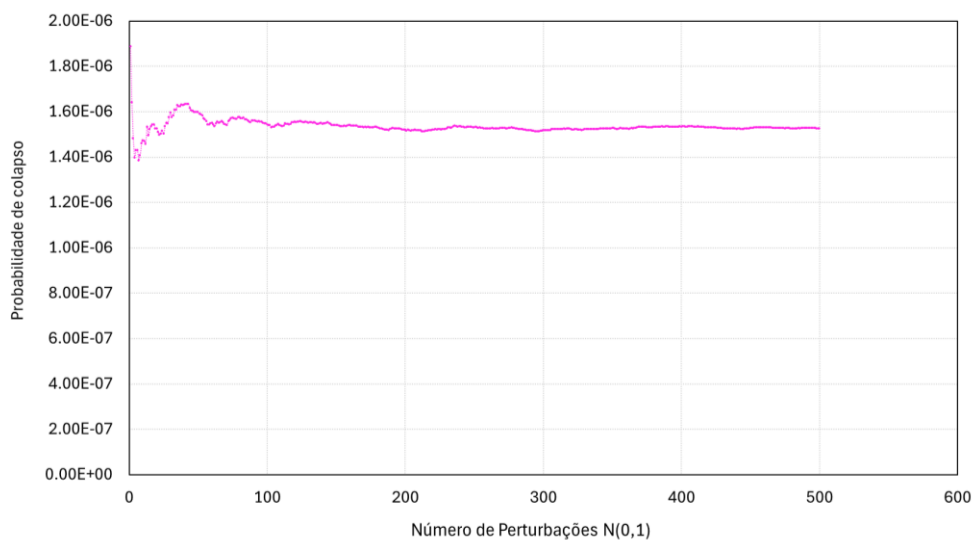


Figura 3.12 – Exemplo do resultado da probabilidade de colapso com recurso à macro no Excel

3.8. Caso base

Tal como visto nas secções 3.1 a 3.7, o procedimento adotado pode ser resumido na seguinte sequência:

1. Modelação do problema e definição da malha de elementos finitos;
2. Definição da malha estatística (constituída por K elementos) e da estrutura de correlação espacial;
3. Cálculo das N cargas de colapso, correspondentes às N amostras, usando o programa *mechpy*;
4. Determinação do valor característico do ângulo de resistência ao corte;
5. Análise estatística e determinação da probabilidade de rotura.

Apresenta-se em seguida o resultado da aplicação deste procedimento a um caso-base, a que corresponde os parâmetros indicados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Parâmetros de entrada para o problema padrão.

Parâmetros	Valores
φ'	35°
δ/φ'	1/3
c'	0 kPa
γ (dead load)	2 kN/m ³
COV	0.1
θ_H	30m
θ_V	1m

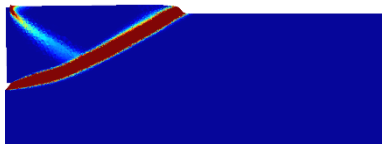
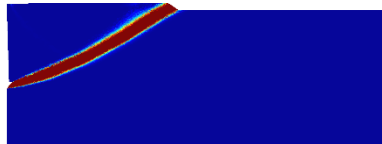
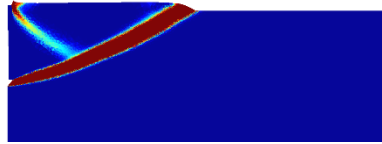
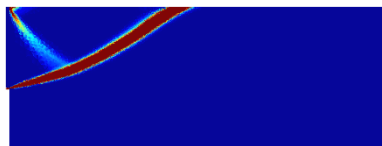
Com base nestes parâmetros, foram geradas 2101 amostras. Para 5 destas amostras apresenta-se na Tabela 3.6 os valores das cargas de colapso, p . Para cada amostra, foram obtidos os valores limite inferior (LB) e superior (UB), além da diferença percentual entre esses limites. Observa-se na Tabela 3.6, que os valores das cargas de colapso variam de amostra para amostra, refletindo a distribuição probabilística dos parâmetros do solo.

Tabela 3.6 - Valores da carga de colapso obtidos pelo *mechpy* para o caso base.

Amostra	LB (kN/m ²)	UB (kN/m ²)	Gap(%)
0001	41.6134	42.6301	1.21
0002	39.7675	40.5057	0.92
0003	39.6319	40.3613	0.91
0004	44.4852	45.5464	1.17
0005	41.5071	42.3579	1.01

Na Tabela 3.7 estão representados alguns mecanismos de colapso para as mesmas amostras.

Tabela 3.7 – Mecanismos de colapso obtidos dos cálculos usando o Teorema da Região Superior para as amostras 0001 a 0005

Amostras	$\varphi' = 35^\circ \quad \frac{\delta}{\varphi'} = 1/3$	
0001 e 0002		
0003 e 0004		
0005		

A Tabela 3.8 apresenta os valores médios, desvios padrão e os valores característicos obtidos para o ângulo de resistência ao corte (φ') das amostras 0001 a 0005. Para cada amostra, o valor característico foi calculado utilizando o valor da média, o desvio padrão e o fator kn, considerando a distribuição t-student com 95% de confiança. Estes valores foram obtidos com base em 30 valores medidos durante a prospeção. Os valores característicos variam entre 33.5° e 35.5°, refletindo a variabilidade das propriedades do solo entre as diferentes amostras

Tabela 3.8 – Valores de $t_{95,n-1}$, k_n e $\phi'(k, i)$ das amostras 0001 a 0005.

Amostra	0001	0002	0003	0004	0005
Média ϕ'_m	34.3	34.6	34.7	36.3	34.5
Desvio Padrão ($\sigma_{\phi'}$)	2.5	1.6	2.9	2.5	2.0
$t_{95,n-1}$	1.699				
k_n	310				
Valor característico $\phi'(k, i)$	33.5	34.1	33.8	35.5	33.8
$\phi'_d (\gamma_{\phi'} = 1.25)$	27.9	28.4	28.2	29.7	28.2

A Figura 3.13 ilustra a distribuição do ângulo de resistência ao corte em função da profundidade (z) em resultado da simulação da prospeção, para a amostra 0001, assim como o valor médio e o valor característico. No gráfico, os pontos pretos representam os valores medidos a diferentes profundidades, enquanto que as linhas verticais indicam o valor médio e o valor característico.

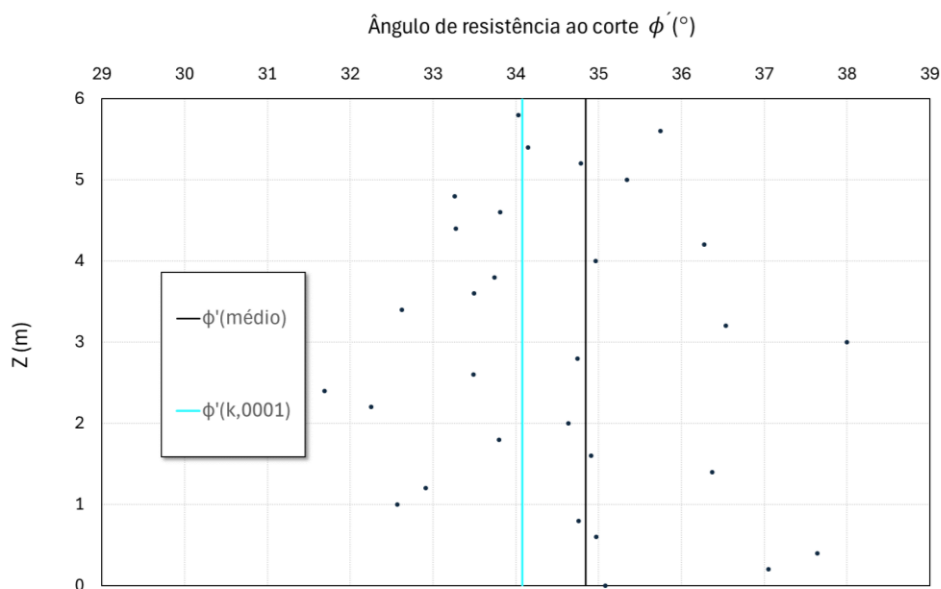


Figura 3.13 - Representação gráfica do valor característico, valor médio e valores medidos na prospeção.

A margem é determinada de acordo com o seguinte procedimento (exemplo da amostra 0001):

1. Cálculo da componente horizontal da força resultante ($R_{RFEA,H}$)

$$R_{RFEA,H} = \frac{1 \times 4}{2} p = 2p \Leftrightarrow R_H = 2 \times 42.12 = 84.24 \text{ kN/m}$$

2. Cálculo da força resultante (R_{RFEA})

$$R_{RFEA} = \frac{2p}{\cos(\delta)} = R_{RFEA} = \frac{84.24}{\cos\left(\frac{1}{3} \times 35\right)} = 86.02 \text{ kN/m}$$

3. Cálculo da resistência

$$F_{Gd} = I_{pd} = R_{pd} = \frac{1}{2} K_{pd} \gamma H^2 \frac{1}{\gamma_{R,e}} = \frac{1}{2} \times 3.59 \times 2 \times 4^2 \times 1 = 57.42 \text{ kN/m}$$

4. Cálculo final da margem (M_i)

$$\begin{aligned} M_i &= R_{RFEA} - F_{Gd}(1 + N(0,1) \times COV) = \\ &= 86.02 - 57.42 \times (1 + 2.64 \times 0.1) = 13.45 > 0 \end{aligned}$$

Como a margem $M_i > 0$, conclui-se que não ocorre colapso.

Com base nos valores das margens M , determinadas para todas as amostras, determina-se a média e o desvio-padrão e aproxima-se estes resultados através de uma distribuição normal (Figura 3.14) onde a linha preta representa a curva teórica ou ajustada da função cumulativa de probabilidade, derivada de uma distribuição normal e a linha amarela representa os dados obtidos para as margens de segurança ou valores experimentais acumulados, derivados das observações reais. A probabilidade de $M < 0$ é dada pelo valor desta função quando $M = 0$, ou seja, neste caso, cerca de 10^{-4} .

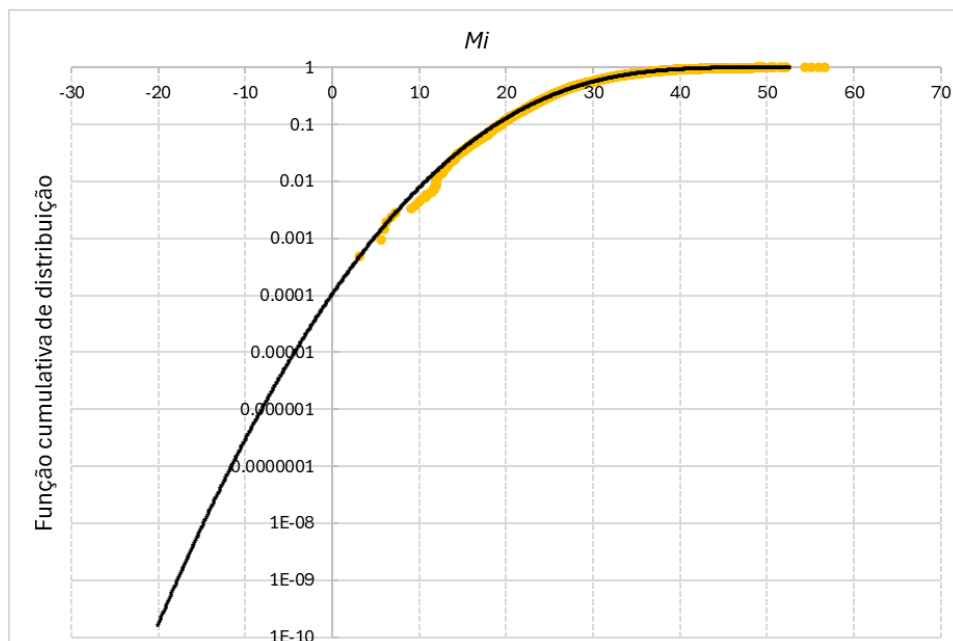


Figura 3.14 - Função cumulativa de probabilidade.

4. Análise de resultados

4.1. Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados do estudo paramétrico efetuado, tendo como base o caso base descrito no capítulo anterior.

Os parâmetros que foram alvo do estudo paramétrico foram os seguintes:

- Ângulo de resistência ao corte $\varphi' = \{25^\circ; 30^\circ; 35^\circ; 40^\circ\}$
- Ângulo de atrito solo-estrutura $\frac{\delta}{\varphi} = \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 0.9; 1\right\}$
- Número de valores retirados da simulação de prospeção

Pretende-se avaliar a influência desses fatores na probabilidade colapso.

4.2. Resultados obtidos das análises RFEA

As Figuras seguintes ilustram a evolução do mecanismo de rotura (UB) para diferentes amostras: 0001, 0500, 1000 e 1500. Os resultados de cada amostra são dispostos em função da distribuição espacial de φ' e da relação $\frac{\delta}{\varphi}$, variando entre os casos simulados.

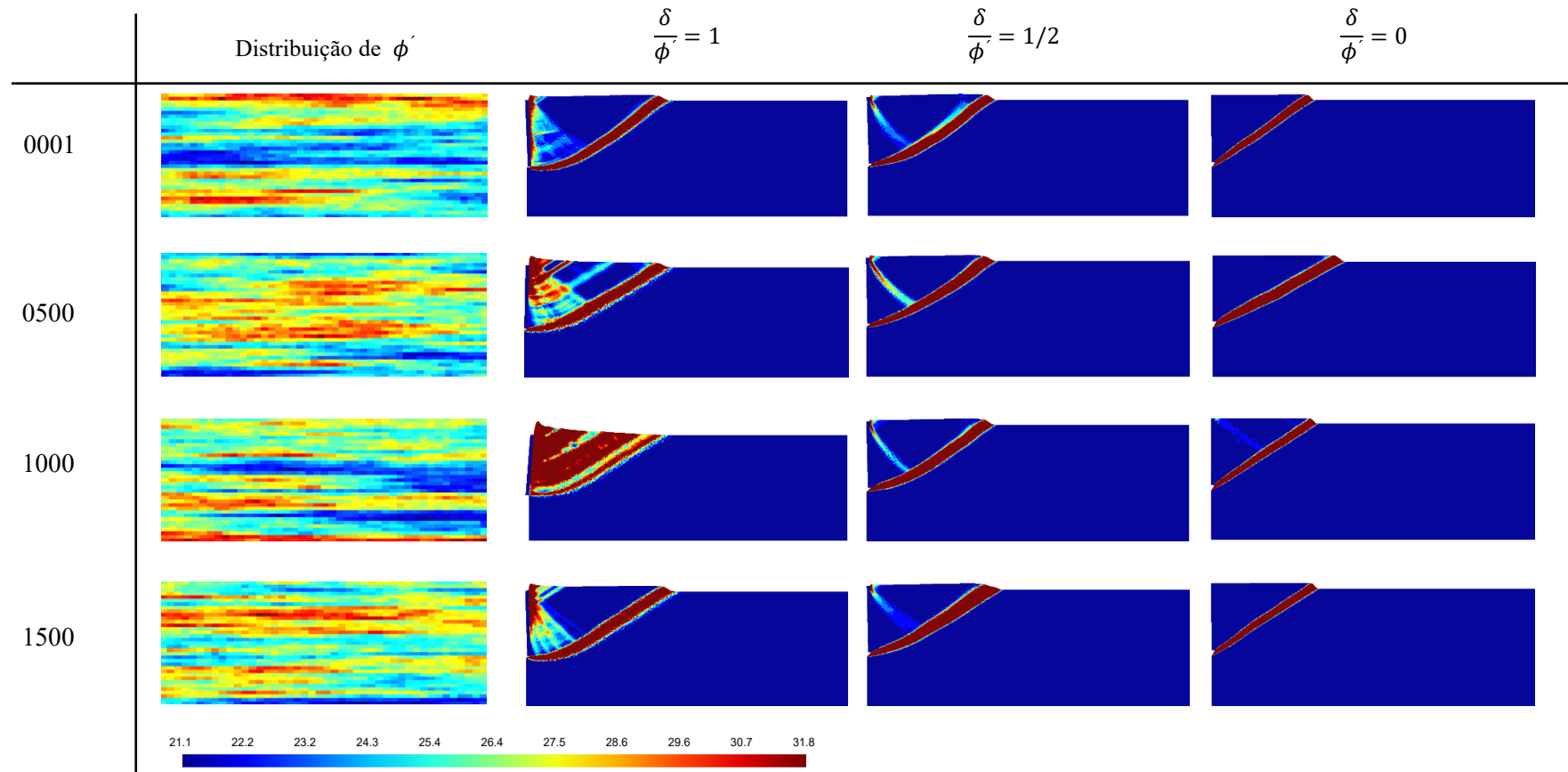


Figura 4.1 – Mecanismos de rotura (UB) para as amostras 0001, 0500, 1000 e 1500 para $\phi' = 25^\circ$ e $\frac{\delta}{\phi'} = 1, \frac{1}{2}$ e 0

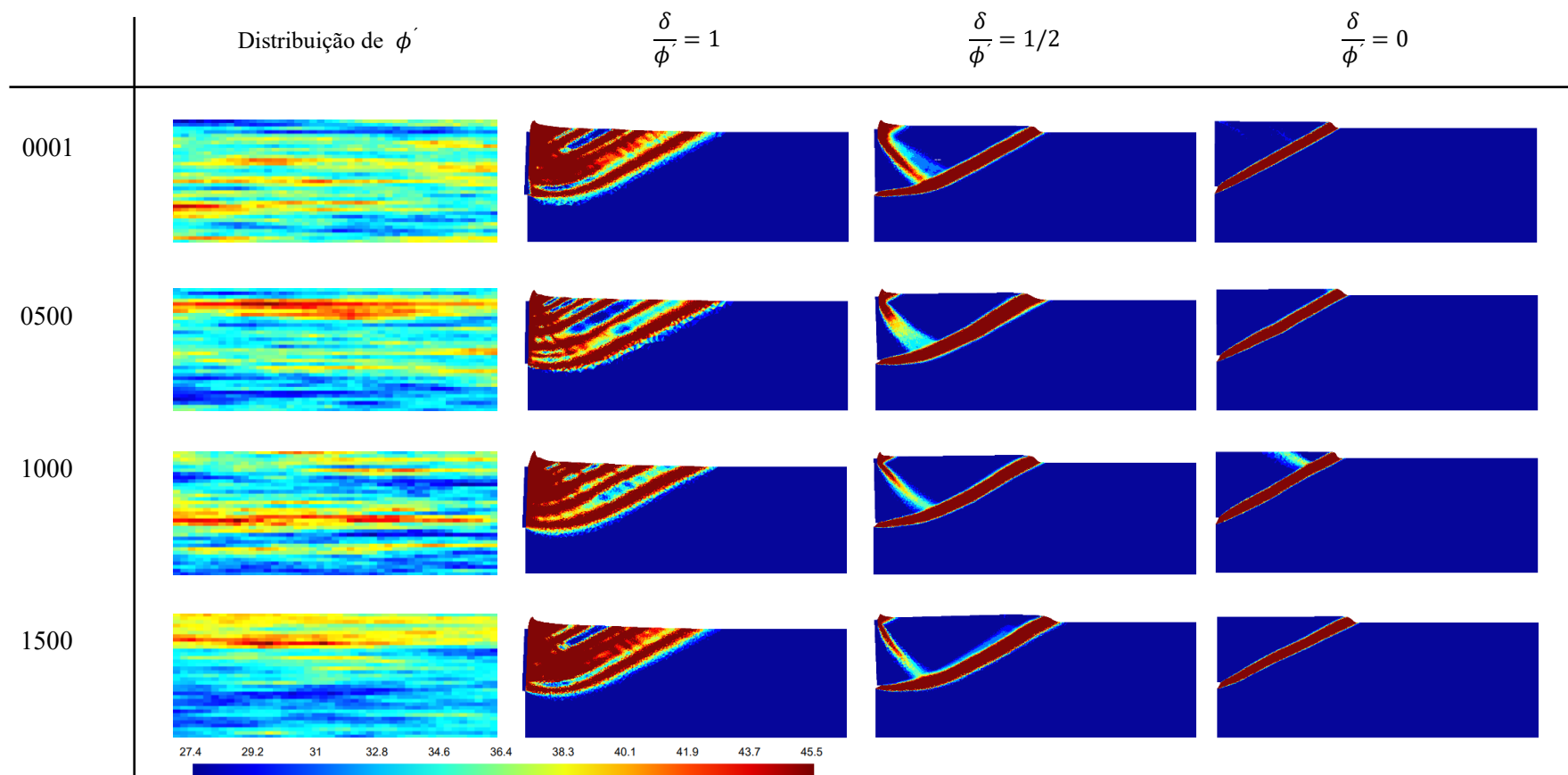


Figura 4.2 - Mecanismos de rotura (UB) para as amostras 0001, 0500, 1000 e 1500 para $\phi' = 35^\circ$ e $\frac{\delta}{\phi'} = 1, \frac{1}{2}$ e 0.

As Figuras 4.3 a 4.5 ilustram a dispersão dos valores de Kp obtidos para 2101 amostras, considerando a variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte φ' , em comparação com os valores de Kp obtidos para o caso de solo homogêneo. Como esperado, os valores das amostras variam em torno da linha que indica o resultado dos homogêneos, tanto acima como abaixo, refletindo o efeito da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte φ' , com, no entanto, valores das amostras globalmente abaixo dos valores do caso homogêneo.

Para os maiores valores de φ' , observa-se uma dispersão mais pronunciada dos valores de Kp , com oscilações que se afastam mais do valor homogêneo, tanto para cima como para baixo. Isso reflete uma maior sensibilidade dos valores de Kp à variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte quando este é mais elevado. Por outro lado, para os menores valores de φ' , as oscilações são consideravelmente menores, mantendo-se mais próximas do valor homogêneo e indicando uma menor influência da variabilidade espacial neste caso.

A Figura 4.6 resume e complementa as análises apresentadas nas Figuras 4.3 a 4.5, comparando diretamente os valores médios de Kp das amostras, com os resultados dos solos homogêneos. É possível observar que, conforme o ângulo de resistência ao corte φ' aumenta, há uma tendência de maior discrepância entre os valores médios das amostras e os valores homogêneos. Para $\varphi' = 40$ por exemplo, os valores médios de Kp das amostras apresentam uma elevação significativa em relação ao valor homogêneo correspondente. Este comportamento já foi observado nas Figuras 4.3 a 4.5, que mostravam que a dispersão dos valores de Kp se torna mais pronunciada com φ' mais elevado.

A linha vermelha, que representa $\frac{\delta}{\varphi} = 1$, indica que para amostras com um ângulo de atrito solo-estrutura δ , o valor de Kp é mais sensível à variabilidade espacial de φ' . Por outro lado, a linha azul, que corresponde a $\frac{\delta}{\varphi} = 0$, mantém-se mais estável, demonstrando uma menor variação em relação ao cálculo homogêneo.

A Figura 4.7 representa a relação entre os valores de $Kp_{Amostras}$ e $Kp_{Homogêneos}$, comparando a razão entre esses resultados em função de diferentes valores de $\frac{\delta}{\varphi}$. A tendência geral é clara: considerar a variabilidade conduz a resultados médios menores do que os obtidos com os valores homogêneos.

Desta forma, este gráfico reforça a conclusão de que a consideração da variabilidade espacial tem um impacto significativa nos resultados, especialmente em casos onde φ' e $\frac{\delta}{\varphi}$ são maiores, com os valores médios das amostras mostrando-se consistentemente inferiores aos homogêneos. Em qualquer caso, faz-se notar que as relações de Kp são sempre superiores a 0.91, ou seja, bastante próximos da unidade.

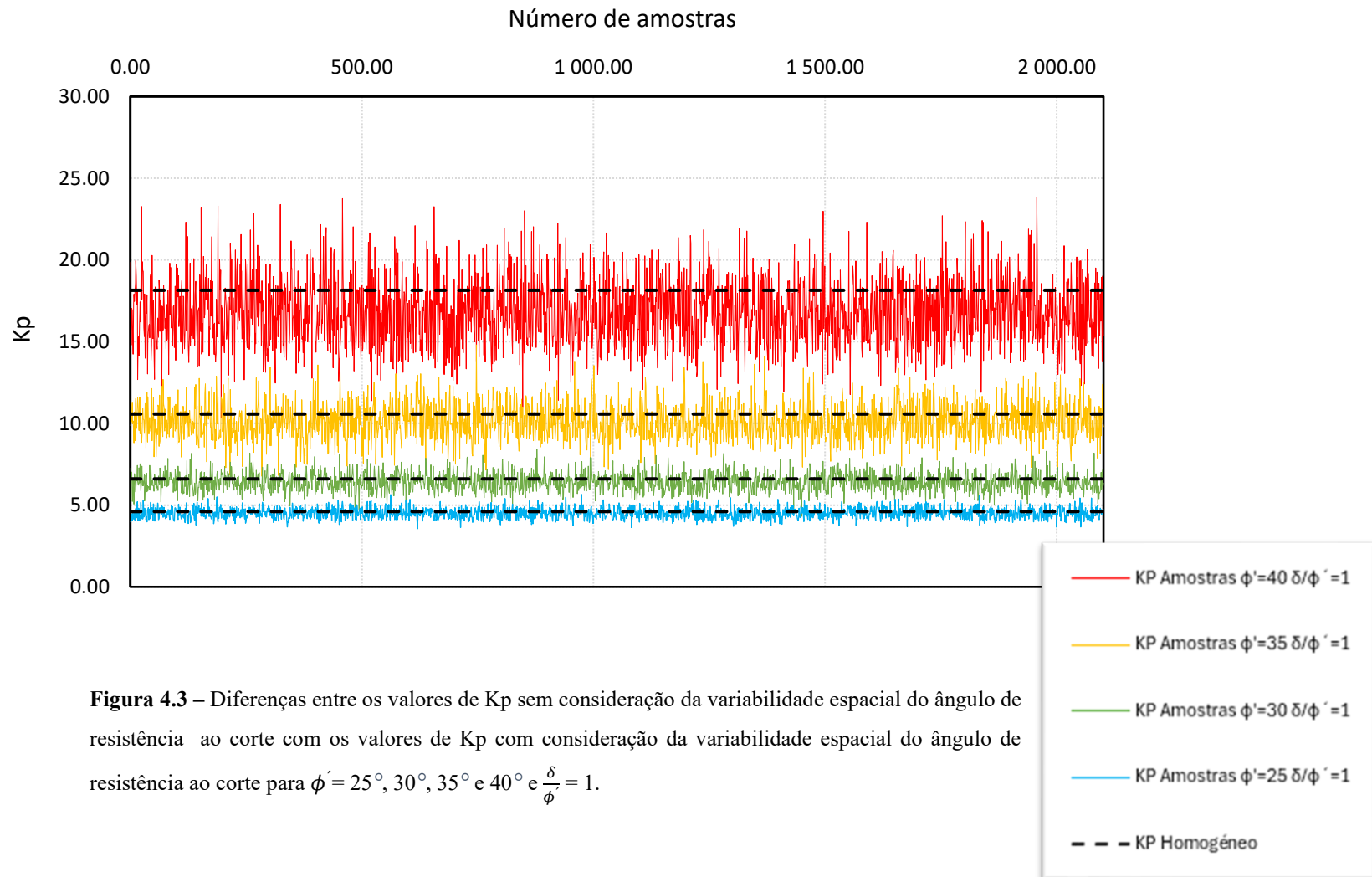


Figura 4.3 – Diferenças entre os valores de Kp sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de Kp com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ e 40° e $\frac{\delta}{\phi'} = 1$.

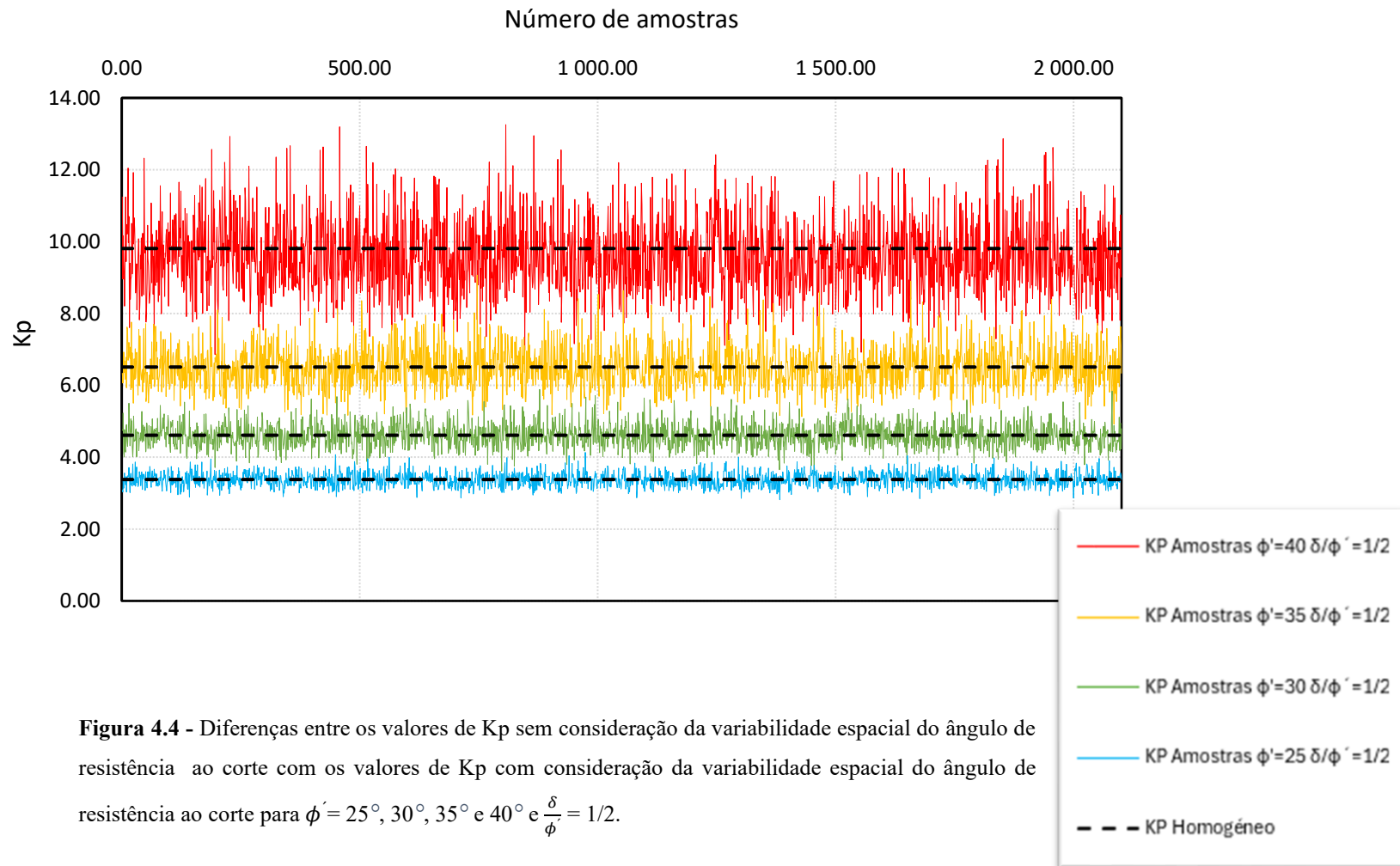


Figura 4.4 - Diferenças entre os valores de Kp sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de Kp com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ e 40° e $\frac{\delta}{\phi'} = 1/2$.

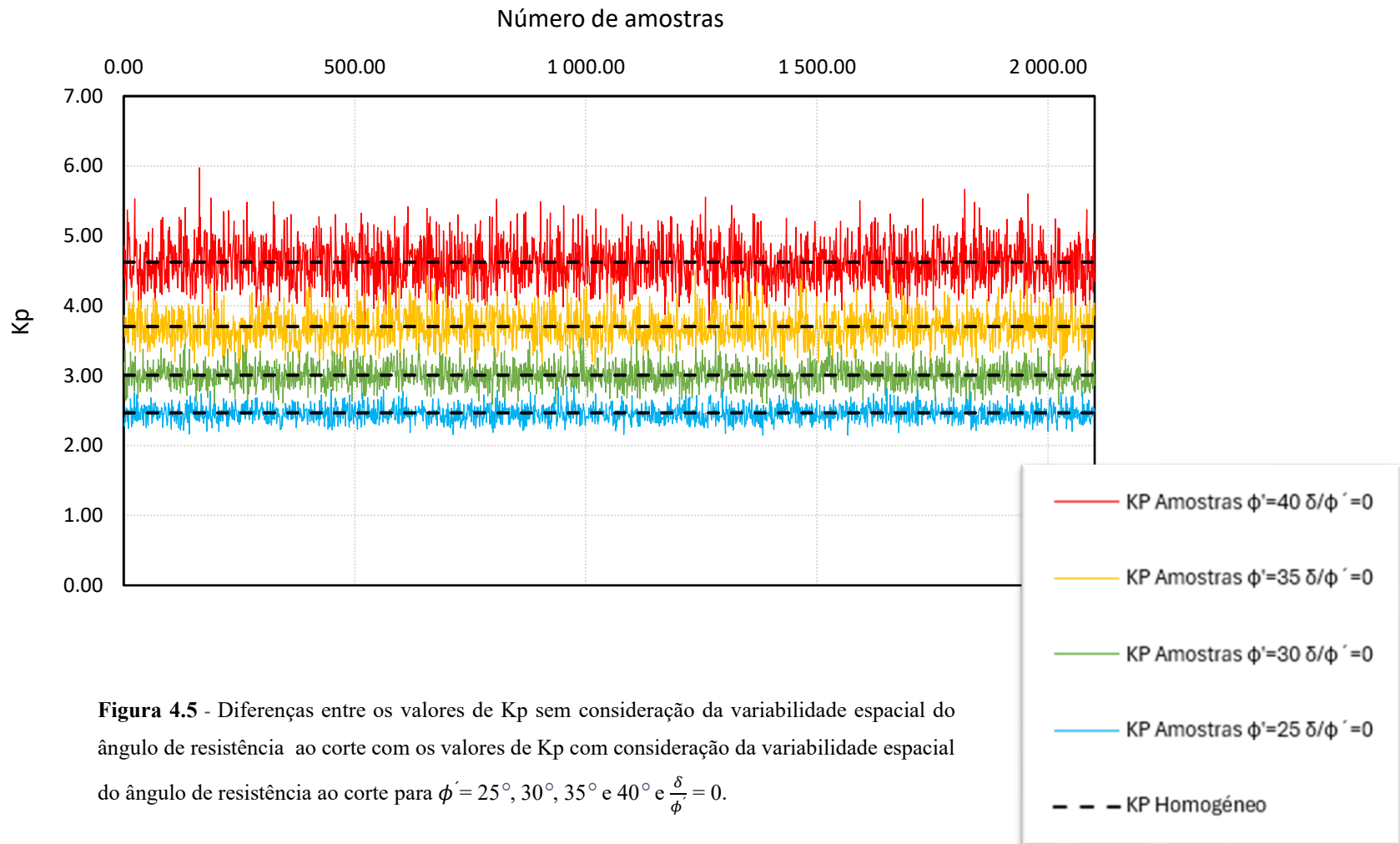


Figura 4.5 - Diferenças entre os valores de K_p sem consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte com os valores de K_p com consideração da variabilidade espacial do ângulo de resistência ao corte para $\phi' = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ e 40° e $\frac{\delta}{\phi'} = 0$.

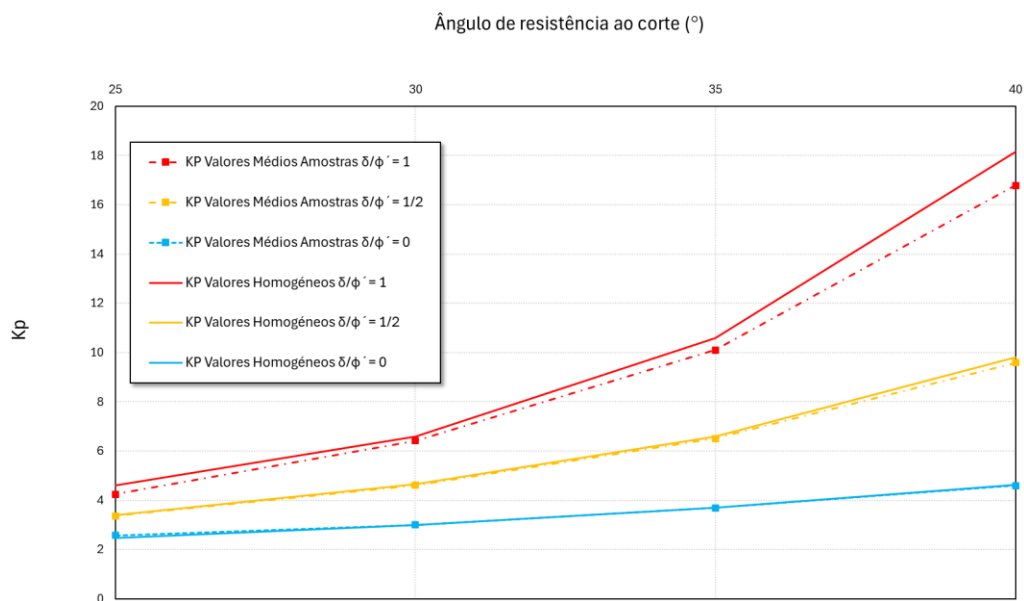


Figura 4.6 – Comparação entre os valores de K_p médios das amostras geradas com os valores obtidos nos cálculos homogêneos.

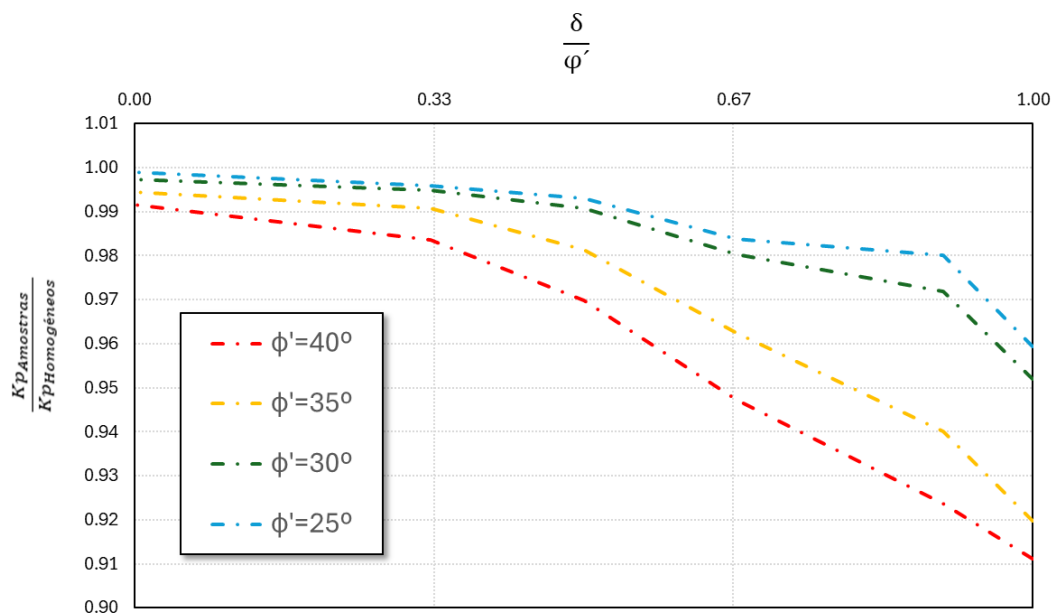


Figura 4.7 - Relação entre os valores de R_{FEA} e R_{FEA} para diversos $\frac{\delta}{\varphi}$.

4.3. Probabilidades de colapso

Nas Figuras 4.8 e 4.9 apresenta-se a evolução da relação entre a probabilidade de colapso, o ângulo de atrito solo-estrutura e a evolução dos diferentes coeficientes de segurança utilizados no presente

trabalho para um valor característico resultante da simulação da caracterização de cada amostra (2ª Abordagem).

Na Figura 4.8 (a) observa-se que a probabilidade de colapso diminui à medida que a razão $\frac{\delta}{\varphi}$ aumenta. Além disso, nota-se que:

- Para $n = 10$, a probabilidade de colapso é mais baixa em comparação a $n = 30$.
- Verifica-se que para ângulos de resistência ao corte φ' mais elevados a probabilidade de colapso é menor.

Nas Figuras 4.8 (b) e 4.8 (c), onde se estuda a evolução do coeficiente de segurança global, observa-se que a probabilidade de colapso aumenta à medida que a razão $\frac{\delta}{\varphi}$ aumenta. Além disso, nota-se que:

- Tal como na Figura 4.8 (a), para $n = 10$, a probabilidade de colapso é mais baixa em comparação a $n = 30$
- Verifica-se que para ângulos de resistência ao corte φ' mais elevados a probabilidade de colapso é mais elevada.

A Figura 4.9 (a) apresenta a evolução do coeficiente de segurança ideal $\gamma_{\varphi'}$. O EC7 sugere um valor de 1.25 para o coeficiente de segurança. Contudo, ao analisar os resultados, é possível observar que, em muitos casos, esse valor não é suficiente para garantir uma probabilidade de colapso menor do que 10^{-4} , especialmente para menores valores de φ' e $\frac{\delta}{\varphi}$.

Observações:

- O coeficiente $\gamma_{\varphi'}$ começa acima de 1.25 para várias combinações de φ' e $\frac{\delta}{\varphi}$.
- Com o aumento de $\frac{\delta}{\varphi}$, o coeficiente de segurança do EC7 diminui, por vezes, próximo ou abaixo do valor recomendado de 1.25. Por outro lado, o coeficiente de segurança global aumenta com o aumento de $\frac{\delta}{\varphi}$.

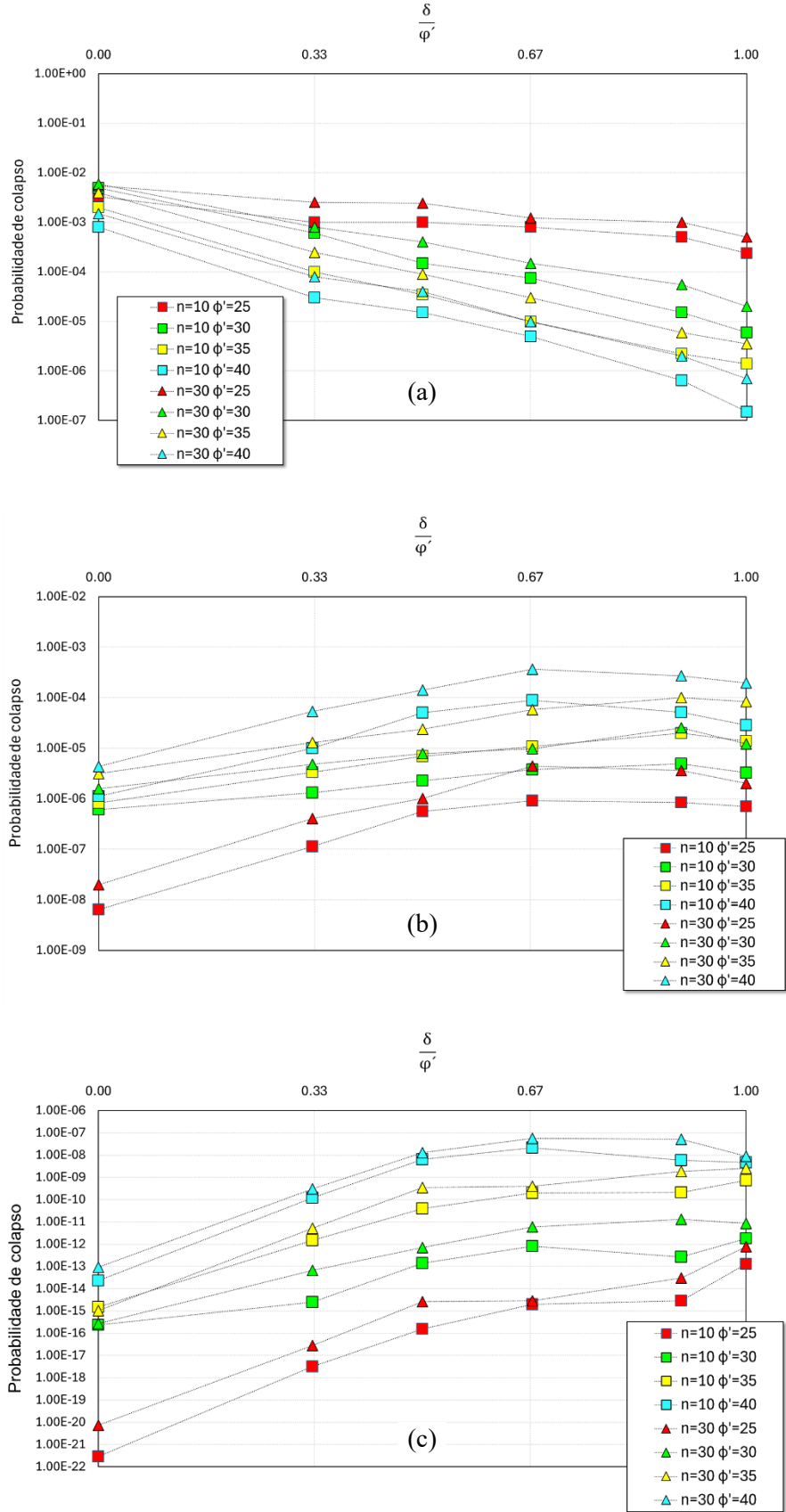


Figura 4.8 - Evolução da probabilidade de colapso, aplicando o coeficiente de segurança $\gamma_{\phi'} = 1.25$ (a), $\gamma_R = 1.50$ (b) e $\gamma_R = 2.00$ (c), variando o ângulo de resistência ao corte e o ângulo de atrito solo-estrutura para a 2ª abordagem.

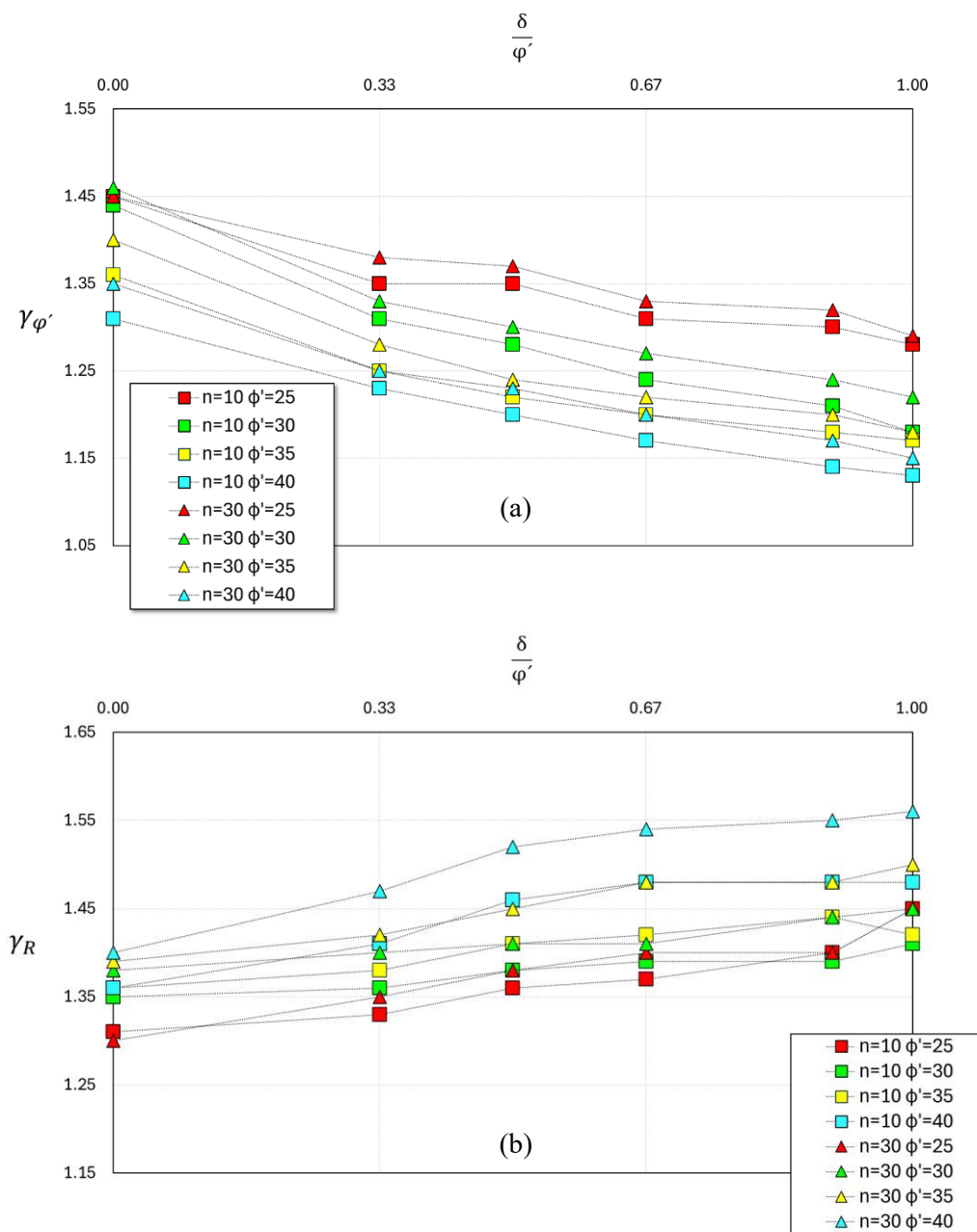


Figura 4.9 - Evolução dos coeficientes de segurança ideais $\gamma_{\phi'}$ (a) e γ_R (b), associados a diferentes ângulos de resistência ao corte do solo e diferentes ângulos de atrito solo-estrutura para a 2ª abordagem, tomando como referência a probabilidade de colapso de 10^{-4} .

Posteriormente, nas Figuras 4.10 e 4.11 apresenta-se a evolução da relação entre a probabilidade de colapso, o ângulo de atrito solo-estrutura (δ) e a evolução dos diferentes coeficientes de segurança utilizados neste trabalho para um valor característico global do ângulo de resistência ao corte ϕ' (1ª Abordagem).

Na análise da Abordagem 1, onde foi utilizado um único valor de ângulo de resistência ao corte ϕ' para todas as amostras, as tendências observadas foram similares às da Abordagem 2. No entanto, os resultados indicam que as condições foram mais críticas na abordagem 1, com:

1. Probabilidade de colapso superiores: Ao trabalhar com um único valor de φ' , as probabilidades de colapso aumentaram em comparação com a abordagem 2, onde foi considerado um valor de φ' para cada amostra.
2. Coeficientes de segurança ideais mais elevados: Para manter uma probabilidade de colapso inferior a 10^{-4} , os coeficientes de segurança na Abordagem 1 precisaram de ser mais elevados do que na Abordagem 2.

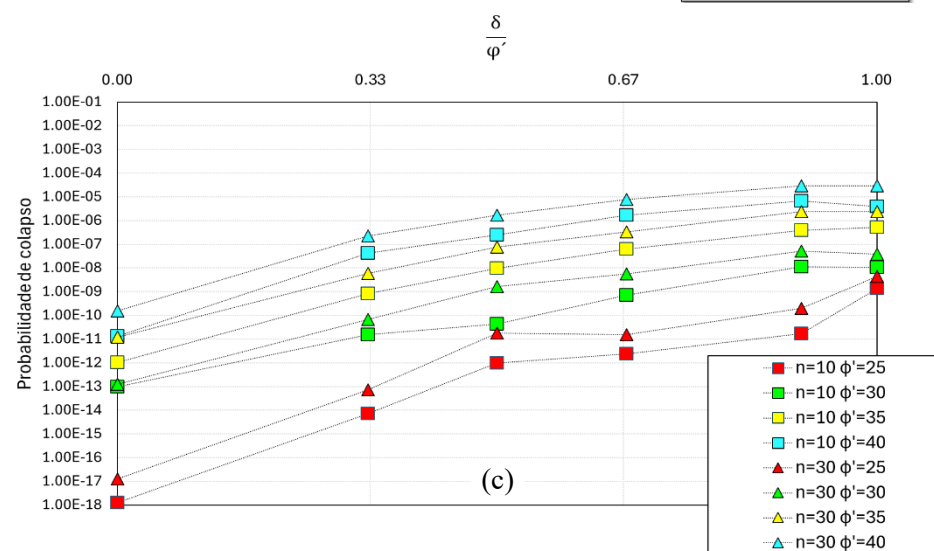
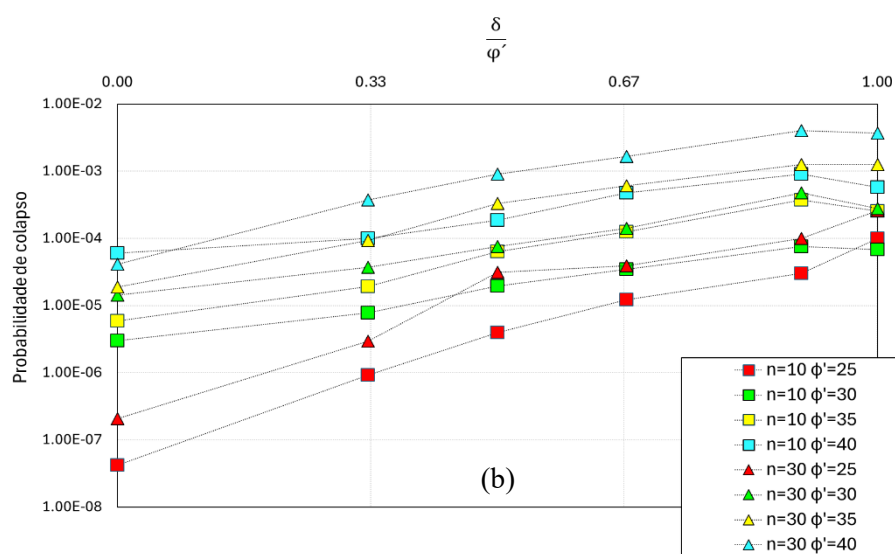
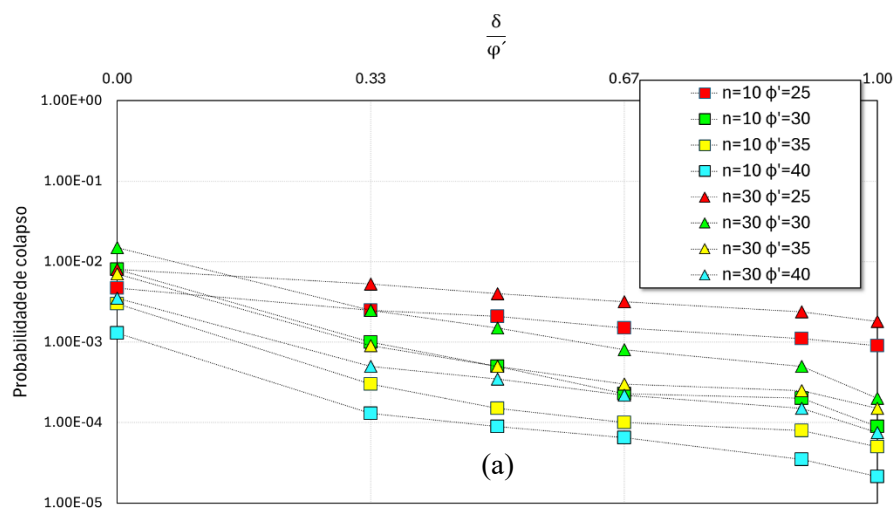


Figura 4.10 - Evolução da probabilidade de colapso, aplicando o coeficiente de segurança $\gamma_{\varphi'} = 1.25$ (a), $\gamma_R = 1.50$ (b) e $\gamma_R = 2.00$ (c), variando o ângulo de resistência ao corte e o ângulo de atrito solo-estrutura para a 1ª abordagem.

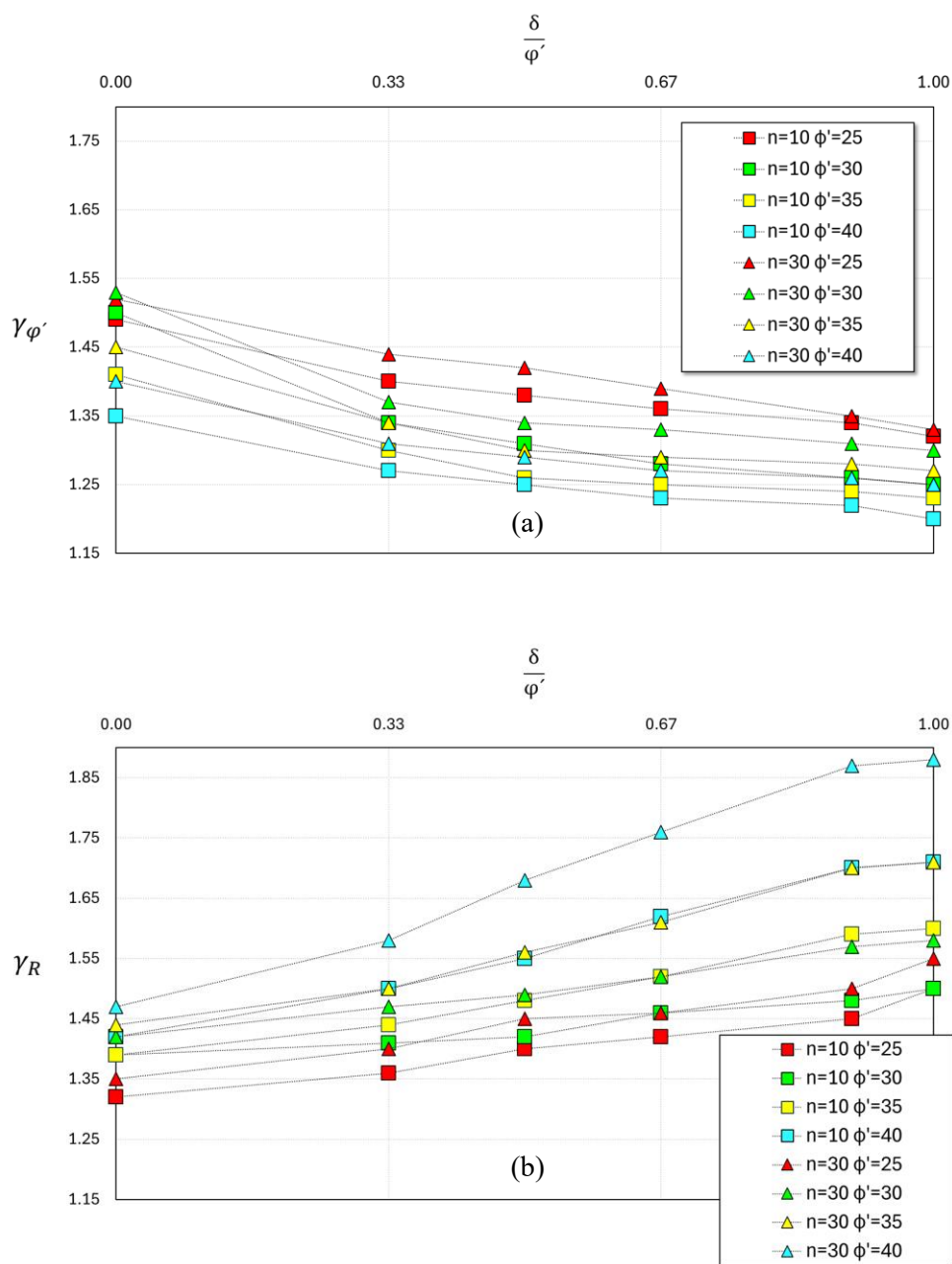


Figura 4.11 - Evolução dos coeficientes de segurança ideais $\gamma_{\phi'}$ (a) e γ_R (b), associados a diferentes ângulos de resistência ao corte do solo e diferentes ângulos de atrito solo-estrutura para a 1ª abordagem, tomando como referência a probabilidade de colapso de 10^{-4} .

4.3.1. Probabilidade de colapso majorando a ação

A análise anterior baseou-se no pressuposto de que a ação considerada era permanente e não majorada. No entanto, em muitas situações práticas, observa-se que a mobilização do impulso passivo é causada pela aplicação à estrutura (nomeadamente uma estrutura de suporte) de impulsos ativos.

Nos casos em que as ações horizontais (ou sub-horizontais) são impulsos ativos, estas são, na realidade majoradas, mesmo que o coeficiente parcial que as afeta seja unitário. Essa majoração decorre

do facto de os coeficientes de impulso serem calculados com base em parâmetros de resistência minorados ϕ'_d e $\frac{\delta}{\phi'}$, o que majora valores da ação.

A complexidade do problema, embora aparente, simplifica-se consideravelmente quando se assume que o solo responsável pelo impulso ativo é o mesmo que mobiliza o impulso passivo. Sob essa premissa, a consideração da ação pode ser expressa como $\gamma_a \times F$ onde o fator de majoração γ_a é dado pela relação $\frac{K_{ad}}{K_a}$. A título ilustrativo, a figura 4.12 mostra os coeficientes γ_a correspondentes aos casos de $\phi' = 25^\circ; 30^\circ; 35^\circ$ e 40° , para várias relações $\frac{\delta}{\phi'}$.

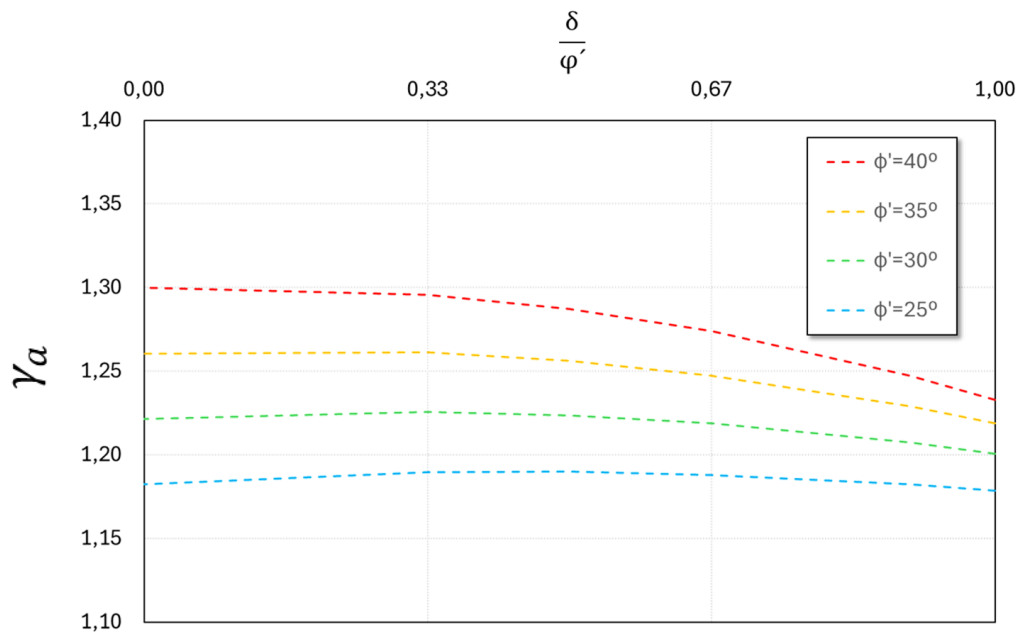


Figura 4.12 – Coeficientes γ_a utilizados para cada caso de ângulo de resistência ao corte e ângulo de atrito solo-estrutura

Considerando, assim, o dimensionamento, verifica-se que as probabilidades de colapso com este coeficiente de segurança aplicado à ação são significativamente menores, evidenciando uma redução nos riscos associados ao comportamento do sistema analisado. Estas probabilidades de rotura são apresentadas na Figura 4.13.

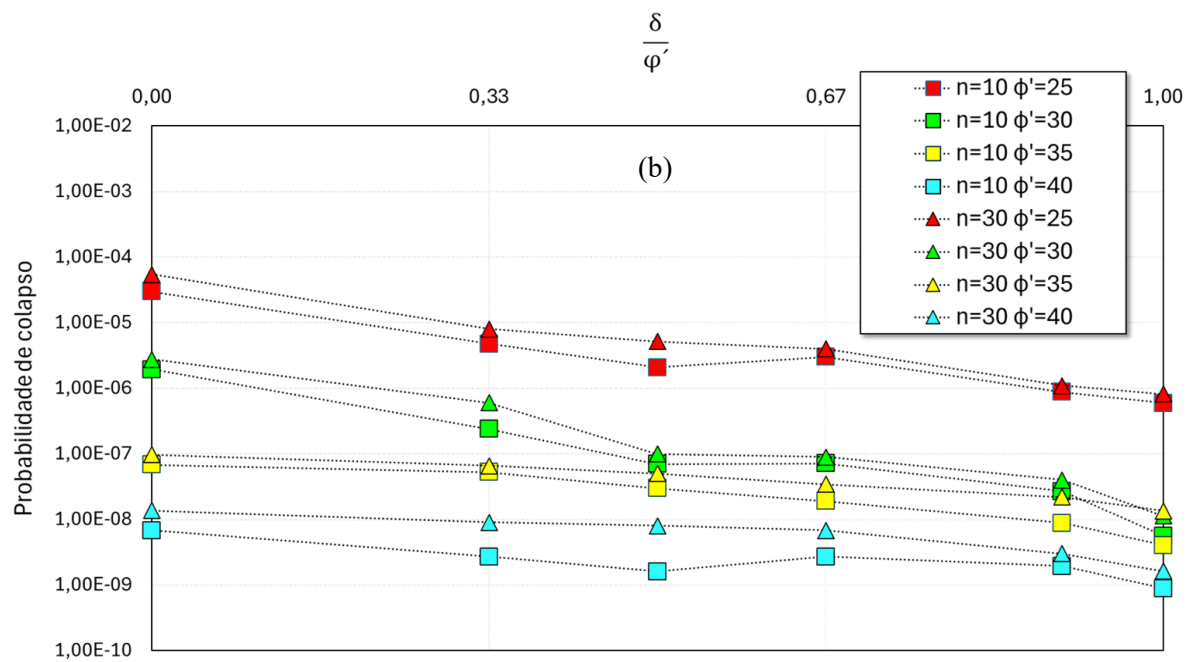
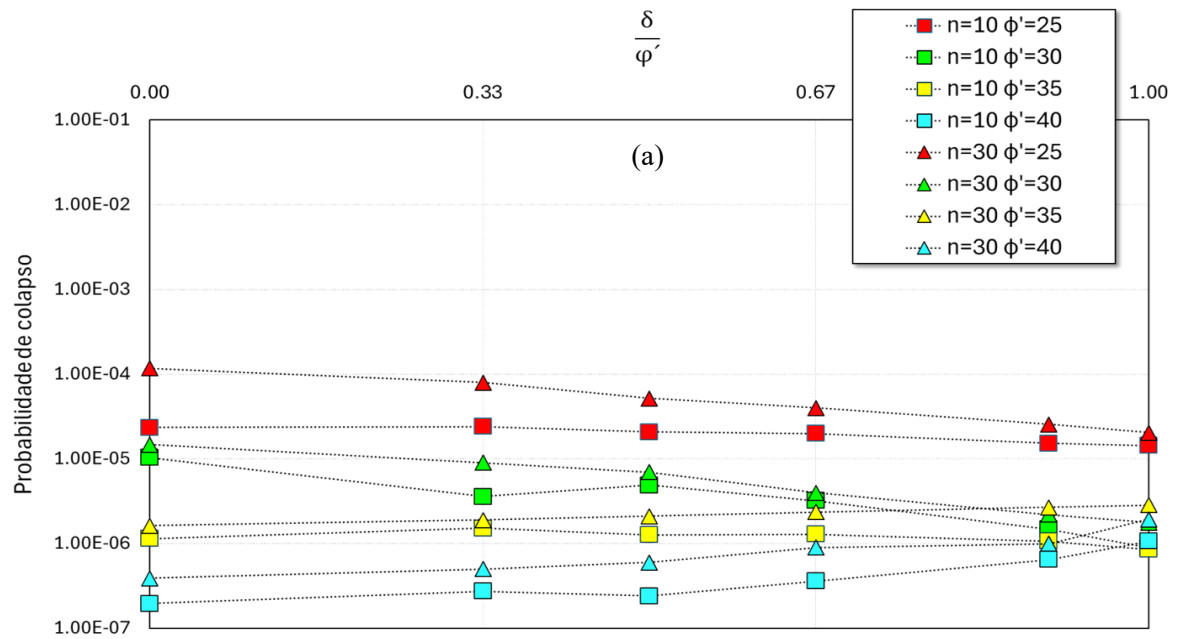


Figura 4.13 - Probabilidades de colapso para os coeficientes γ_a para a abordagem 1 e 2, (a) e (b) respetivamente.

5. Conclusão

5.1. Considerações finais

As análises realizadas no trabalho mostram que a probabilidade de colapso é influenciada pelas diferentes abordagens utilizadas no cálculo. Especificamente, observa-se que na Abordagem 1 os valores obtidos para a probabilidade de colapso são significativamente maiores do que os observados na Abordagem 2, evidenciando que a escolha do método de determinação do valor característico tem um impacto direto na avaliação de segurança. Este resultado destaca a importância da realização de prospeção no local exato do talude.

Admitindo que a ação é permanente e não majorada, o coeficiente de segurança adotado $\gamma_{\phi} = 1.25$, mostrou-se insuficiente para garantir que a probabilidade de colapso seja menor ou igual a 10^{-4} , o que indica que esse valor não é adequado para atender aos critérios de fiabilidade considerados no trabalho. Foi identificado que um coeficiente de segurança na faixa de $\gamma_{\phi} \in [1.4; 1.5]$ é necessário para assegurar que a probabilidade de colapso esteja dentro dos limites aceitáveis de segurança ($P_f \leq 10^{-4}$).

Por outro lado, admitindo que a ação é um impulso ativo e, portanto, indiretamente majorada pela relação $\frac{K_{ad}}{K_a}$, os resultados demonstraram que a fiabilidade desejada é assegurada, ou seja, atende à exigência $P_f \leq 10^{-4}$.

5.2. Desenvolvimentos futuros

Como futuras linhas de investigação, há dois pontos principais que podem ser explorados para complementar e ampliar os resultados obtidos neste trabalho:

1. Introdução de variação nos valores retirados da simulação de prospecção na Abordagem 2: No presente estudo, considerou-se que a prospecção forneceria valores exatamente iguais aos das malhas estatísticas, sem qualquer incerteza associada a esse processo. No entanto, na prática, a prospecção apresenta variações e incertezas inerentes aos métodos de obtenção de parâmetros do solo. Assim, um desenvolvimento futuro relevante seria a introdução de uma variação nos valores da prospecção, simulando as incertezas que frequentemente ocorrem na realidade. Esta abordagem permitiria avaliar o impacto dessas incertezas na probabilidade de colapso e nos coeficientes de segurança, conduzindo a uma análise mais próxima do cenário real e possibilitando a definição de margens de segurança mais fiáveis.
2. Estudo completo considerando o impulso ativo e passivo em estruturas: Neste trabalho, o foco da análise foi exclusivamente no impulso passivo, o que representa apenas uma parte do comportamento das estruturas de suporte frente às ações do solo. Para uma compreensão mais abrangente e para fornecer diretrizes mais completas para o dimensionamento e análise de estruturas, seria importante uma análise conjunta da estrutura de suporte, incluindo todas as ações, e em particular incluindo o impulso ativo.

6. Referências

- Baecher, G. B. , J. T. C.** (2005). Reliability and statistics in geotechnical engineering.
- Baecher, G. B., Christian, J. T.** (2003). Reliability and statistics in geotechnical engineering. *John Wiley and Sons*.
- Chen, W. F.** (1975). Limit Analysis and Soil Plasticity. *Developments in Geotechnical Engineering* 7.
- Deusdado, N., Antão, A. N., Vicente da Silva, M., Guerra, N. M. C.** (2015). Determinação de impulsos de terras através de implementação numérica dos teoremas estático e cinemático. *CMNE 2015, Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia*.
- EN 1997-1: Eurocode 7: Geotechnical design - Part 1: General rules.* (2004). .
- Faber, M. H.** (2007). Risk and Safety in Civil, Surveying and Environmental Engineering. *Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology, Zurich*.
- Fenton, G. A., Griffiths, D. V.** (2008). Risk Assessment in Geotechnical Engineering. *John Wiley and Sons, New York*.
- Fenton, G. A., Vanmarcke, E. H.** (1990). Simulation of random fields via local average subdivision. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(8), 1733-1749.
- Geuzaine, C., Remacle, J. F.** (2009). Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *Int J Numer Methods Eng*, **79(11)**, 1309–1331.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A., Ziemann, H. R.** (2006). Seeking out failure: The Random Finite Element Method (RFEM) in probabilistic geotechnical analysis. *GeoCongress 2006: Geotechnical Engineering in the Information Technology Age*.
- Harr, M. E.** (1987). Reliability based design in civil engineering. *McGraw Hill, London, New York*.
- Lee, I. K., White, W. , Ingles, O. G.** (1983). *Geotechnical Engineering*. Pitman, London.
- Luo, Z., Li, Y., Zhou, S., Di, H.** (2018). Effects of vertical spatial variability on supported excavations in sands considering multiple geotechnical and structural failure modes. *Comput Geotech*, **95**, 16–29.
- Lyamin, A. V., Sloan, S. W., Krabbenhøft, K., Hjiaj, M.** (2005). Lower bound limit analysis with adaptive remeshing. *Int J Numer Methods Eng*, **63(14)**, 1961–1974.
- McKay, M. D., Beckman, R. J., Conover, W. J.** (2000). A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, **42(1)**, 55–61.
- Phoon, K. K., Kulhawy, F. H.** (1999). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*.
- Popescu, R., Prevost, J. H., Deodatis, G.** (1998). (1998). Spatial variability of soil properties: two case studies. Geotechnical earthquake engineering and soil dynamics. *Seattle, Geotechnical Special Publication(75):568–579. ASCE*.

- Vanmarcke, E. (1983).** (1983). Random Fields: Analysis and Synthesis. MIT Press, Cambridge Massachusetts, Londres, Inglaterra.
- Vicente da Silva, M., Antão, A. N. (2007).** A non-linear programming method approach for upper bound limit analysis. *Int J Numer Methods Eng*, **72(10)**, 1192–1218.
- Vicente da Silva, M., Antão, A. N. (2008).** Upper bound limit analysis with a parallel mixed finite element formulation. *Int J Solids Struct*, **45(22–23)**, 5788–5804.



