

# Conhecimento profissional interdisciplinar: divergências e convergências de dois modelos

Tânia Coelho<sup>1</sup>, Helena Rocha<sup>2</sup>

ta.coelho@campus.fct.unl.pt; hcr@fct.unl.pt

<sup>1</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa, Campus de Caparica, 2829-516, Lisboa, Portugal

<sup>2</sup> CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa, Campus de Caparica, 2829-516, Lisboa, Portugal

**Pages: 316-328**

**Resumo:** Com base num estudo de abordagem interdisciplinar entre Matemática, Física e Química, exploramos as divergências e convergências nos modelos teóricos IPCK e APCK, bem como o conhecimento profissional do professor necessário para a implementação da interdisciplinaridade. A metodologia adotada é qualitativa com orientação interpretativa, utilizando estudo de caso e análise dos modelos teóricos. Os principais resultados destacam a complexidade do conhecimento profissional necessário para implementar a abordagem interdisciplinar, os desafios enfrentados pela professora em relação ao conhecimento do conteúdo e à integração interdisciplinar, bem como as diferenças entre os modelos IPCK e APCK na promoção da interdisciplinaridade.

**Palavras-chave:** interdisciplinaridade; conhecimento profissional; IPCK; APCK; matemática.

## *Interdisciplinary professional knowledge: divergences and convergences of two models*

**Abstract:** The study investigates the interdisciplinary approach between Mathematics, Physics, and Chemistry, exploring the divergences and convergences in the theoretical models IPCK and APCK, as well as the professional knowledge of the teacher necessary for implementation of interdisciplinarity. The methodology adopted is qualitative with interpretative orientation, using a case study and analysis of theoretical models. The main results highlight the complexity of the professional knowledge required to implement the interdisciplinary approach, the challenges faced by teachers regarding content knowledge and interdisciplinary integration, as well as the differences between the IPCK and APCK models in promoting interdisciplinary education.

**Keywords:** interdisciplinarity; professional knowledge; IPCK; APCK; mathematics.

## 1. Introdução

A abordagem interdisciplinar, especialmente entre Ciências e Matemática, tem sido objeto de atenção, com foco particular nas conexões práticas entre ambas as áreas disciplinares (Aguirre-Munõz et al., 2022; McHugh et al., 2018; Ríordáin et al., 2016; You, 2017). Embora a implementação da interdisciplinaridade esteja associada a benefícios como o envolvimento dos alunos, a utilização de ferramentas para resolução de problemas e uma aprendizagem mais significativa, ela também se revela desafiadora e sujeita a debates variados (Koirala & Bowman, 2003; Raynaut, 2018).

Os professores geralmente conseguem identificar conexões entre o conteúdo de Ciências e Matemática. No entanto, ao considerar as diversas competências e a sobreposição de conhecimentos necessários aos alunos neste contexto, a abordagem é tida como complexa (Zhang et al., 2015). Além disso, a dependência assimétrica entre essas áreas disciplinares é vista como um obstáculo à colaboração entre elas (Wong & Dillon, 2020). As tarefas interdisciplinares baseiam-se na análise de problemas do quotidiano, mas frequentemente carecem de uma abordagem verdadeiramente integrada (Frykholm & Glasson, 2005). Superar essa lacuna requer um conhecimento integrado, pois ambas as áreas beneficiam de uma compreensão compartilhada do mundo físico, de aplicações comuns e de uma abordagem mútua para resolver problemas complexos (Honey et al., 2014).

A literatura destaca alguns conhecimentos tidos como importantes e desafiadores na implementação dessa abordagem. O nível de conhecimento do conteúdo em áreas nas quais os professores não são especialistas pode afetar a sua confiança na elaboração de aulas integradas (Den Braber et al., 2019; Lee et al., 2013). Por outro lado, os mesmos estudos indicam que os professores de Matemática tendem a evitar experiências que promovam a interdisciplinaridade e participam menos neste tipo de abordagem do que os professores de disciplinas afins, como Física, Química ou Biologia. E que nesse sentido os professores de Matemática não familiarizados com a abordagem interdisciplinar podem ter dificuldade em conceber o que é necessário para o ensino nesse contexto e em avaliar se a sua participação é viável ou atrativa, comparando os requisitos necessários com os seus próprios conhecimentos, competências e atitudes (Den Braber et al., 2019). Destaca-se ainda a preocupação dos professores de que a interdisciplinaridade possa resultar na perda de conteúdo científico e matemático abordado em projetos comuns, assim como na exclusão de algumas práticas (Reynante et al., 2020; Wong & Dillon, 2020).

Do ponto de vista do conhecimento profissional do professor a comparação entre modelos teóricos sobre o processo interdisciplinar poderá contribuir para um maior enriquecimento do conhecimento do professor para a sua prática e capacidade de reflexão. Nesse sentido, pretendemos aprofundar conhecimento sobre dois dos modelos existentes (IPCK-Interdisciplinary Pedagogical Content Knowledge e APCK-Application and Pedagogical Content Knowledge) e caracterizar os domínios do conhecimento mobilizados por uma professora de Matemática no desenvolvimento e aplicação de tarefas de carácter interdisciplinar. Especificamente, pretendemos dar resposta às seguintes questões:

1. Quais os pontos de divergência e convergência dos modelos de conhecimento para a prática interdisciplinar?
2. Como se caracteriza o conhecimento do professor para ensinar Matemática com uma abordagem interdisciplinar com a Física e a Química?

## 2. Conhecimento profissional do professor em interdisciplinaridade

Sendo o foco desta investigação o estudo da interdisciplinaridade entre Matemática, Física e Química, é relevante questionar quais são os conhecimentos envolvidos no processo e que são necessários para a promover. São poucos os estudos que apresentem um quadro teórico abrangente à interdisciplinaridade (e.g., An, 2017; An & Tillman, 2018; Rocha, 2019). Entre eles destacam-se o estudo de Niess (2005) com o objetivo de integrar a tecnologia no ensino nas aulas de Matemática e Ciências, o estudo de An (2017) relacionando especificamente a integração de Ciências e Matemática e o estudo de Rocha (2019) numa perspetiva de conhecimento de aplicação matemática em contextos interdisciplinares. Em comum, para além duma análise integrada de mais do que uma área disciplinar, os estudos em questão focam-se nos professores em formação inicial. Neste estudo em particular, destacamos as últimas duas investigações, procurado comparar ambos os quadros teóricos numa perspetiva de conhecer semelhanças e diferenças particularizando-a ao conhecimento profissional de professores no ativo e com elevada experiência profissional, numa abordagem interdisciplinar.

Com base no modelo de PCK de Shulman (1986), An (2017) define o IPCK - *Interdisciplinary Pedagogical Content Knowledge* como um conhecimento explícito da pedagogia interdisciplinar no contexto da Matemática e Ciências. Na representação de An (2017) (Figura 1), o Conhecimento de Conteúdo da Matemática intersecta com o Conhecimento de Conteúdo sobre Ciências resultando no Conhecimento de Conteúdo Interdisciplinar (ICK), não havendo um conteúdo que se sobreponha a outro. Posteriormente, este ICK é cruzado com o Conhecimento Pedagógico, o que finalmente conduz ao IPCK. O modelo em questão é referido como a capacidade específica do professor para trabalhar a interdisciplinaridade e que inclui a compreensão da representação de conceitos utilizando temas para além das fronteiras curriculares; aplicação de métodos pedagógicos e atividades temáticas interdisciplinares na abordagem dum conteúdo com diferentes disciplinas simultaneamente; identificação de conexões de conhecimento dentro e entre disciplinas específicas; mobilização do conhecimento interdisciplinar como parte de um processo de ensino em que os alunos ligam os conhecimentos existentes em todos os currículos, enquanto apresentam esses novos conhecimentos através de contextos de várias disciplinas (An, 2017).

Por sua vez, ao investigar este tipo de articulação disciplinar, Rocha (2019) valoriza de igual forma o PCK, adotando uma conceptualização baseada no modelo TPACK de Mishra e Koehler (2006). Desenvolve o modelo APCK - *Application and Pedagogical Content Knowledge* (Figura 1), onde a Matemática assume destaque entre as Ciências devido à sua linguagem universal comum às restantes e por isso integradora *per se* (Rocha, 2019). No APCK, o Conhecimento de Aplicação e Conteúdo (ACK) está diretamente ligado à forma como é utilizada a aplicação matemática e o conteúdo num processo claro de influência recíproca. As aplicações matemáticas como atividades inseridas em

contextos reais, são referidas como promotoras na motivação dos alunos, oferecendo-lhes a oportunidade dum maior envolvimento em processos matemáticos, tais como descrever, analisar, construir ou raciocinar (Ferri & Mousoulides, 2017; Rocha 2019). A utilização de aplicações matemáticas promove uma utilização diferente do conhecimento matemático. Os tópicos já não são abordados de forma específica e organizada tal como na disciplina lecionada isoladamente, e todos os conhecimentos matemáticos dos alunos podem ser utilizados em qualquer altura (Rocha, 2019). Não sendo um conhecimento necessariamente dominado pelo professor, a autora considera importante a mudança de atitude dos professores nomeadamente no processo de reflexão e raciocínio crítico sobre a práxis.

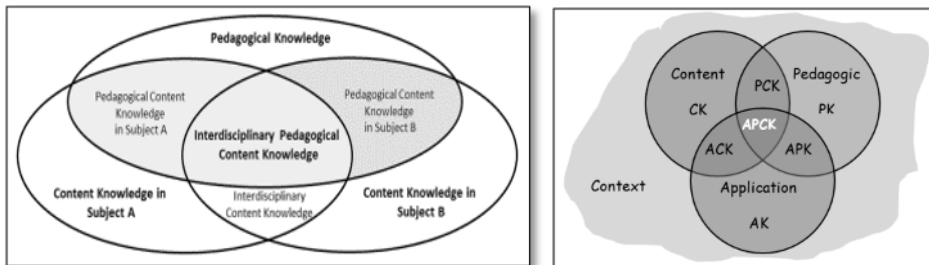


Figura 1 – Os modelos IPCK (An, 2017, p. 239) (reproduzido a preto e branco com permissão sob uma licença Creative Commons <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) e APCK (Rocha, 2019, p. 25)

### 3. Metodologia e contexto

Adota-se uma metodologia qualitativa com orientação interpretativa (Yin, 2003), baseada em estudo de caso, sobre o conhecimento profissional do professor em contexto de interdisciplinaridade envolvendo uma professora de Matemática a lecionar o ensino secundário numa perspetiva interdisciplinar com recurso à tecnologia. Os dados foram obtidos através da observação de aulas com alunos entre os 16 e os 17 anos, numa escola secundária na área da grande Lisboa, Portugal. Foram ainda realizadas entrevistas semiestruturadas ao professor, antes e após as aulas, e efetuada recolha documental. Para este estudo foi tida em consideração apenas a disciplina de Matemática, para assim conseguirmos analisar como o professor desta área integrava a interdisciplinaridade mobilizando para isso o seu conhecimento. As aulas tiveram foco em tarefas de carácter interdisciplinar entre a Matemática, a Física e a Química no estudo de funções e sua aplicação com recurso à calculadora gráfica (CG). Relativamente à análise dos dados foram tidos em consideração os conhecimentos integrantes dos modelos IPCK e APCK procurando-se conhecer semelhanças e diferenças entre os modelos e posteriormente procurando caracterizar o conhecimento profissional da professora envolvida no estudo.

### 4. Resultados obtidos

No processo de integração de interdisciplinaridade com a disciplina de Física e de Química, a professora de Matemática propõe tarefas que têm por base problemas em

situações do quotidiano (Ferri & Mousoulides, 2017). As tarefas exploram os conceitos matemáticos, a sua aplicabilidade nas disciplinas supracitadas (Frykholm & Glasson, 2005), promovendo a ablação de fronteiras entre as diferentes áreas do saber (An, 2017). Verifica-se que a professora recorre a diferentes momentos de trabalho para promover tarefas com carácter interdisciplinar, ora dando início a um tema ora no meio, *quasi* termino da análise dum conceito. Nesse sentido ao apresentar conteúdos através de múltiplos métodos está a contribuir para que os alunos estabeleçam ligações significativas dentro e entre áreas temáticas (An, 2018). A Tabela 1, de forma sumária, permite-nos ter uma noção de alguns exemplos que foram trabalhados de forma interdisciplinar na disciplina de Matemática recorrendo a conceitos de Física ou de Química.

Tarefa	Introduzida	Conteúdo de Matemática	Conteúdo de Física/Química
<i>A limonada</i>	Início do estudo	Funções racionais: Equações e inequações	Concentração
<i>O forno elétrico</i>	Meio do estudo		Temperatura, escala de temperatura
<i>A queda da pedra</i>	Início do estudo	Derivadas; Taxa média de variação e taxa de variação de uma função	Velocidade, distância percorrida, intervalo de tempo

Tabela 1 – Síntese dos conteúdos trabalhados em algumas das tarefas de carácter interdisciplinar propostas pela professora de Matemática

#### 4.1. A limonada

A Joana está a preparar um jarro de limonada utilizando exatamente 15 gramas de açúcar. A concentração de açúcar em gramas por litro é dada pela expressão, em que  $x$  representa o volume total, em litros, da limonada:  $C(x) = \frac{15}{x}$

- Calcula a concentração de açúcar se o jarro tiver 2 litros de limonada.
- Como varia a concentração de açúcar à medida que se aumenta a quantidade de limonada?

A tarefa “A limonada” surge como mote ao desenvolvimento do conceito de funções racionais. A professora tem como propósito introduzir o estudo da função racional, observação gráfica com suporte da CG assim como análise dos conceitos de domínio, contradomínio, zeros, assíntotas horizontais e verticais, tendo nesse sentido de mobilizar o seu conhecimento de aplicações de conteúdo (ACK) e assim permitir o uso de aplicações matemáticas para a análise dum conceito trabalhado na Química. Além disso, ao basear-se no conceito de concentração, a tarefa pressupõe a necessidade de a professora mobilizar o conhecimento interdisciplinar do conteúdo entre a Química e a Matemática (ICK), já que se pressupõe a integração de conteúdos e conseqüentemente o conhecimento implícito do conteúdo mobilizado por cada área do saber. A professora solicita a utilização da CG para os alunos verificarem como varia a concentração em função do volume. Promove a análise da janela de visualização, discussão de intervalos de leituras e quadrantes a ter em consideração:

Professora: Imaginem que eu queria fazer muita limonada como iria variar a concentração de açúcar em gramas por litro.

Aluno: Iria tender para zero!

Professora: E será alguma vez zero? Vejam isso graficamente, mas façam a representação gráfica neste contexto. Tenho aqui o Alex a perguntar se tem de ser no menu das sequências? O  $x$  só pode tomar números inteiros? 1, 2, 3, 4, ou pode ser 1.5? Então não pode ser números inteiros. Só vamos a esse menu se o valor de volume de limonada fosse com números inteiros. Então temos aqui de pensar se usamos sequências ou uma função real de variável real. Ainda bem que falaste disso. Isto é o que eu temia, olhem bem para o gráfico obtido, qual é o que estará certo? A calculadora é para quem sabe matemática também. Faz sentido o meu volume ser negativo? Tirem lá o 3.º quadrante. Posso ter 1.5 de volume, então também não é só números inteiros. Cuidado com o domínio no contexto real.

Nesta fase a professora mobiliza particularmente o conhecimento que combina pedagogia e conteúdo específico da disciplina de Matemática (PCK-Matemática). Este conhecimento envolve o saber como ensinar os conceitos de matemática, o incluir estratégias para explicar conceitos que possam suscitar alguma dificuldade, e o identificar bem como corrigir erros comuns dos alunos. Constatando que a concentração de açúcar vai diminuindo à medida que se aumenta a quantidade de limonada, e por isso a função aproxima-se cada vez mais de zero, a professora mobiliza o conhecimento interdisciplinar de conteúdo de Química e de Matemática (ICK) indicando que passará a ter uma solução menos concentrada. De seguida solicita que os alunos selecionem no menu da TI-Nspire o item Tabela e verifiquem o que acontece aos valores de  $y$  correspondentes a  $C(x)$ , lado a lado com o gráfico obtido.

Professora: À medida que o volume  $x$  aumenta, a função aproxima-se desta reta horizontal e que tem a condição  $y = 0$ . Dizemos, então, que a função tende para o quando  $x$  tende para  $+\infty$ , que o eixo das abcissas (reta de equação  $y = 0$ ) é assintota horizontal da curva que representa a função.

Com base nos modelos do conhecimento considerados, por um lado, conseguimos observar a mobilização de conhecimentos, onde se destaca particularmente o PCK-Matemática, já que a professora procura com recurso à CG a representação tabular e gráfica para os alunos perceberem a dinâmica da variação do volume de limonada. Por outro lado, com base no APCK a professora mobiliza o conhecimento de aplicações e conteúdo (ACK) onde procura analisar o estudo de uma função racional com base no conceito de concentração, envolvendo assim conhecimento de aplicações e de conteúdo com a disciplina de Química.

#### 4.2. O forno elétrico

Um forno elétrico a funcionar a temperatura constante sofre um corte de energia elétrica. No instante  $t=0$  (t/h), em que falha a energia, a temperatura ( $T/^\circ\text{C}$ ) do forno sofre uma alteração de acordo com a seguinte expressão: 
$$T(t) = \frac{150t + 250}{6t + 1}$$

- a. Determina a temperatura do forno no instante em que houve o corte de energia elétrica.
- b. Determina, em minutos, o tempo decorrido entre o instante do corte de energia elétrica e o instante em que a temperatura atingiu os  $75^{\circ}\text{C}$ .
- c. Determina, em minutos, quanto tempo após o corte de energia a temperatura foi inferior a  $120^{\circ}\text{C}$ .
- d. Recorre às funcionalidades da CG e, sabendo que o corte de energia elétrica ocorreu às 12h30min, determina a que horas a temperatura do forno foi de  $60^{\circ}\text{C}$ .

A tarefa do forno elétrico baseia-se nos conhecimentos físicos associados à temperatura, noção de escalas, unidades e conversão de unidades. A interdisciplinaridade é passível de ser observada na problematização do enunciado relacionando-o com o dia a dia. Nesse sentido, tem carácter interdisciplinar com foco na aplicação matemática. A professora na análise da tarefa mobiliza o conhecimento de aplicação e conteúdo (ACK) de acordo com o modelo de Rocha (2019), pressupondo-se assim a mobilização integrada entre os conteúdos e como os mesmos são aplicados em diferentes contextos. Segundo o modelo de An (2017), a professora ao trabalhar os conceitos de Física abordados na tarefa, mobiliza o conhecimento de conteúdo de Física (CK-Física). No processo de resolução da tarefa, a professora depara-se com algumas dificuldades sentidas pelos alunos na interpretação e resolução da mesma:

Professora: Faz sentido um resultado de temperatura de 60 graus antes do corte? As vossas mãos quando utilizam o forno devem utilizá-lo com temperaturas acima dos 100 graus. Neste tipo de tarefas, temos primeiro de equacionar o problema, ler com atenção os dados, e depois trabalhar com a calculadora. Tenham em atenção que devem ter em consideração se os tempos que estão a trabalhar estão nas unidades pretendidas.

Ao ultrapassar a dificuldade sentida, a professora mobilizou o conhecimento pedagógico de conteúdo (PCK) procurando com uma explicação mais personalizada contribuir para que o aluno conseguisse compreender o problema. A professora revela cuidado em ajudar os alunos na interpretação da aplicação da matemática, assim como na resolução da tarefa. Quando os alunos começam a utilizar a CG, a professora verifica dificuldades no seu uso, em particular, na escolha da variável  $t$  em vez de  $x$  e no ajuste da janela de visualização:

Professora: Olhem, as máquinas estão em função da variável  $x$ . Quando colocam na máquina a função tal como no enunciado, com o  $t$  de tempo, ela interpreta-o como uma constante em vez de olhar para ela como uma variável. Tenham isso em atenção, o  $t$  é apenas em contexto do problema. Na CG têm de recorrer ao  $x$ , senão ela não o interpreta. Meninos, então? Olhem bem a vossa janela de visualização! Faz sentido trabalhar com o eixo negativo na leitura dos tempos. Meus amigos, o tempo é sempre positivo!

Ao analisar as resoluções dos alunos a professora mobiliza o seu conhecimento de tecnologia que deverá ser associado ao conhecimento do uso da tecnologia utilizada assim como do conhecimento matemático aplicado a uma situação real. Ou seja, a professora procura ultrapassar a dificuldade sentida pelos alunos recorrendo ao seu

conhecimento de aplicações e conteúdo (ACK) segundo Rocha (2019). Por outro lado, ao indicar que a temperatura nunca poderia ser negativa e, portanto, não se poderia analisar graficamente o segundo quadrante no gráfico representado na CG, associa os conceitos quer físico quer matemático no uso de tecnologia e mobiliza o conhecimento de conteúdo interdisciplinar (ICK) de acordo com An (2017).

Numa última análise constata-se que a dependência entre os conceitos é assimétrica sendo mais trabalhada a área de Matemática do que a da Física (Wong & Dillon, 2020). Podendo tal facto estar relacionado com o nível de conhecimento do conteúdo em Física no qual a professora não é considerada especialista (Den Braber et al., 2019; Lee et al., 2013).

### 4.3.A queda da pedra

Suponhamos que deixamos cair uma pedra do cimo de uma torre.

A expressão  $d(t) = 5t^2$  relaciona a distância  $d$  (metros) que a pedra percorre com o tempo de queda  $t$  (segundos).

A pedra demora 5 segundos a atingir o solo.

1. Representa graficamente a função no intervalo  $[0, 5]$ .
2. Qual a velocidade média da pedra?
3. Representa novamente a função e a seguir traça a reta que passa pelos pontos  $(0, 0)$  e  $(5, 125)$ .
4. Determina o declive da reta e compara com a taxa média de variação.
5. Qual é a maior? A velocidade média durante os primeiros dois segundos ou durante os dois últimos segundos?

Nesta tarefa a professora procura desenvolver o conceito de taxa média de variação e taxa de variação de uma função, integrando-os com o conceito de velocidade média e instantânea da disciplina de Física. Tal como na primeira tarefa este exemplo serve de introdução e desenvolvimento do conceito matemático integrando um conjunto mais vasto de tarefas, onde a professora procura chegar à definição e análise da dedução das expressões de taxa média de variação e taxa de variação de uma função e assim introduzir o conceito de derivada de uma função. Baseando-se no conceito de velocidade trabalhado em Física, a professora trabalha-o do ponto de vista matemático. De destacar que os conceitos são analisados em momentos distintos do ciclo de ensino, fruto das assimetrias do currículo entre a Física e a Matemática (Coelho & Rocha, 2022). Na tarefa, a professora ao promover a utilização de diferentes funcionalidades da CG no desenvolvimento do raciocínio mobiliza do ponto de vista interdisciplinar o conhecimento interdisciplinar de conteúdo (ICK) e para além disso como o conceito é aplicado em termos do problema em análise mobiliza o conhecimento de aplicações e conteúdo (ACK).

Professora: Ora toda a gente sabe calcular o declive da reta. Então o declive vai ser a diferença entre as imagens que não é mais do que a diferença entre duas distâncias percorridas, e a diferença entre os valores do tempo percorrido. Isto não é mais do que...

Aluno: Mas isso é o que fazemos também na física! É a velocidade!

De seguida os alunos são desafiados a determinar a velocidade que a pedra tem no instante em que completa dois segundos de queda, ou seja, a velocidade instantânea nesse momento, com recurso à CG:

Professora: Ao calcular a velocidade média no intervalo  $[2; 2,1]$ , verificam que dá...

Alunos: 20,5.

Professora: Pois. Agora repitam o cálculo para intervalos de tempo menores. Quanto menor for a amplitude do intervalo, melhor será a aproximação. Já viram? O valor da velocidade média tende para 20. Ao número 20 chamamos derivada da função no ponto de abcissa  $x=2$ , ou a taxa de variação da função no ponto de abcissa  $x=2$ . E escreve-se  $f'(2) = 20$ . Graficamente a derivada da função no ponto  $x=2$  é o declive da recta tangente ao gráfico da função no ponto de abcissa  $x=2$ , ou seja, a velocidade instantânea da pedra.

No processo de análise da tarefa, a professora reforça a utilização da GC para que através das representações algébrica e gráfica os alunos percebam que a velocidade média ao tender para 20, está a indicar a taxa de variação da função nesse ponto ou seja a velocidade instantânea. Ora do ponto de vista interdisciplinar constatamos a mobilização integradora de todos os conhecimentos implícitos no modelo interdisciplinar IPCK através da fusão do conceito em si, por outro lado analisando a questão em termos da aplicabilidade do conceito constatamos a mobilização integradora do APCK e com isso a mobilização de um conceito que integra as duas disciplinas, mas onde a Matemática assume o destaque.

A tarefa desenvolvida pela professora contrapõe a análise de Reynante et al. (2020) e Wong & Dillon (2020), a professora ao propor a interligação de conceitos assume que é uma mais valia este processo de aproximação não resultando numa perda de conteúdo científico e matemático, mas de reforço sobre o mesmo e da sua aplicabilidade em problemas do quotidiano, de análise dum conceito de Física baseado na observação da variação de deslocamento em ordem ao tempo.

## 5. Conclusões

### 5.1. Pontos de convergência e divergência dos modelos de conhecimento para a prática interdisciplinar

Os modelos em estudo reconhecem a importância da interdisciplinaridade na educação, destacando a necessidade de integrar conhecimentos de diferentes áreas para promover uma aprendizagem mais significativa. No entanto, divergem em termos de ênfase e abordagem.

Tendo em conta o estudo de caso da professora de Matemática e mediante as tarefas que propõe aos seus alunos, o modelo IPCK, proposto por An (2017), enfatiza a interseção entre os conhecimentos de conteúdo de Matemática, e as restantes áreas do saber com que trabalha de forma interdisciplinar, a Física e a Química, resultando num conhecimento interdisciplinar específico para a prática pedagógica. Por sua vez, ao analisarmos o modelo APCK desenvolvido por Rocha (2019), destaca-se a aplicação

prática dos conhecimentos matemáticos nos contextos interdisciplinares propostos pela professora, dando ênfase à Matemática como uma ferramenta integradora.

Ao mobilizar os conhecimentos implícitos no IPCK da professora, esta realça compreensão dos conceitos através de atividades temáticas interdisciplinares, e ao analisarmos os conhecimentos mobilizados pela professora através do APCK destaca-se a utilização de aplicações matemáticas em situações reais para promover uma compreensão mais profunda dos conteúdos a lecionar. Nesse sentido os pontos de convergência residem na importância que cada modelo atribui ao processo de interdisciplinaridade, especificamente aos conhecimentos de conteúdo e formas de os integrar, enquanto as divergências estão na ênfase e na abordagem específica de cada modelo para a implementação da integração dos conteúdos.

Na Tabela 2 procuramos sintetizar de forma sumária os pontos de convergência e divergência identificados com base nas tarefas desenvolvidas e aplicadas em sala de aula pela professora de Matemática.

	Convergência	Divergência
IPCK	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conhecimento pedagógico dos professores no processo de aprendizagem dos alunos.</li> <li>- Conhecimento substancial dos conceitos em estudo.</li> <li>- Conhecimento das conexões entre diferentes áreas disciplinares e como usar essas conexões para desenvolver atividades de aprendizagem.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Envolve trabalhar com considerações interdisciplinares e entender como aplicar métodos pedagógicos em várias disciplinas simultaneamente.</li> </ul>
APCK	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Processo de ensino envolve mais do que apenas conhecimento específico da disciplina e requer estratégias pedagógicas que possam envolver os alunos e facilitar a aprendizagem.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trata especificamente do uso de aplicações matemáticas e o seu impacto tanto no conhecimento de conteúdo quanto nas abordagens pedagógicas na educação matemática.</li> </ul>

Tabela 2 – Pontos de convergência e divergência entre os modelos IPCK e APCK

## 5.2. Caracterização do conhecimento do professor para ensinar Matemática com uma abordagem interdisciplinar

A professora de Matemática em contexto interdisciplinar revela mobilização de diferentes conhecimentos necessários à sua prática.

Na tarefa da limonada a professora utiliza um problema do quotidiano para introduzir o estudo de funções racionais, integrando conceitos de Matemática e Química. Mobiliza o seu conhecimento interdisciplinar entre Matemática e Química (ICK) ao abordar a concentração de açúcar na limonada. Além disso, demonstra conhecimento pedagógico de conteúdo ao orientar os alunos na interpretação do problema e na utilização da calculadora gráfica (CG) para visualizar a variação da concentração em função do volume. A professora destaca a importância de considerar um problema real ao definir o domínio da função e interpretação dos resultados.

Na análise da tarefa do forno elétrico, a professora utiliza um problema relacionado à temperatura de um forno elétrico para integrar conceitos de Matemática e Física. Mobiliza o seu conhecimento de aplicação e conteúdo (ACK) ao abordar a relação entre

a expressão matemática de cálculo de temperatura e os conceitos físicos inerentes. A professora ao enfrentar dificuldades manifestadas pelos alunos na interpretação do problema e na utilização da calculadora gráfica, mobiliza o seu conhecimento pedagógico de conteúdo (PCK) para oferecer explicações personalizadas e corrigir erros comuns no processo de aplicação do conceito matemático. Além disso, ela destaca a importância de aplicar os conteúdos a trabalhar em contextos reais promovendo a resolução de problemas com recurso à tecnologia.

Na última tarefa, a professora integra conceitos de Matemática e Física ao explorar a queda de uma pedra e relaciona com funções quadráticas, conceito de velocidade média e velocidade instantânea. Estes últimos dois conceitos são trabalhados relacionando-os com os conceitos de taxa média de variação e taxa de variação de uma função, conceitos que são desenvolvidos com recurso a um conceito já trabalhado nas aulas de Física mas que aqui se explora como uma aplicação matemática a ter em consideração (ACK).

Ao abordar a relação entre taxa média de variação e velocidade média, conectando conceitos matemáticos e físicos a professora mobiliza o seu conhecimento interdisciplinar de conteúdo (ICK). A professora ao aplicar um conceito matemático em contexto de Física ultrapassa as fronteiras disciplinares culminando na integração de conteúdos, sendo quase impercetível constatar onde começa ou acaba o conhecimento matemático e físico. Assim, promove uma abordagem integrada do modelo IPCK ao fundir os conceitos de Matemática e Física no desenvolvimento da tarefa. Para além disso, ao analisarmos a aplicação matemática num contexto onde se trabalha o conceito físico de velocidade a professora mobiliza o seu APCK, promovendo uma abordagem integrativa entre disciplinas. A Matemática, devido à sua linguagem universal comum às restantes áreas das Ciências e por isso integradora por si só, assume-se como conteúdo dominante permitindo à professora desenvolver uma tarefa capaz de interpretar questões que os alunos enfrentam na área da Física.

## 6. Considerações finais

A interdisciplinaridade na disciplina de Matemática, no ensino secundário, revela-se pontual, por norma enquadrada no desenvolvimento de tarefas complementares ao próprio processo de ensino. Além disso, um eventual trabalho colaborativo entre os professores de Matemática, e os de Física e Química poderá revelar mais informações sobre como são mobilizados os seus conhecimentos na abordagem interdisciplinar, permitindo estudar se existem diferenças entre as áreas de ciências e matemática na mobilização desses mesmos conhecimentos. Assim, os resultados aqui apresentados exigem uma análise comparativa com as práticas interdisciplinares promovidas pelos professores de Física e Química, situação que aqui não analisamos e que poderá enriquecer o estudo do conhecimento necessário para uma abordagem interdisciplinar.

## Agradecimentos

Este trabalho é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia que financiou o projeto TecTeachers (2022.03892.PTDC).

## Referências

- An, S. A. (2017). Preservice teachers' knowledge of interdisciplinary pedagogy: The case of elementary mathematics–science integrated lessons. *ZDM Mathematics Education*, 49(2), 237–248. <https://doi.org/10.1007/11858-016-0821-9>
- An, S. A., & Tillman, D. A. (2018). Preservice teachers' pedagogical use of "Gerrymandering" to integrate social studies and mathematics. *Journal of Mathematics Education*, 11(3), 33–53. <https://doi.org/10.26711/007577152790031>
- Baxter, J. A., Ruzicka, A., Beghetto, R. A., & Livelybrooks, D. (2014). Professional development strategically connecting mathematics and science: the impact on teachers' confidence and practice. *School Science and Mathematics*, 114(3), 102–113. <https://doi.org/10.1111/ssm.12060>
- Coelho, T., & Rocha, H. (2022). A interdisciplinaridade em contexto de integração da tecnologia: o conhecimento profissional de professores de matemática e de físico-química. In A. Rodrigues, A. Domingos, A. P. Canavarro, H. Martins, L. Serrazina, & P. Teixeira (Eds.), *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática – EIEM 2022: Desenvolvimento curricular* (pp. 346-349). SPIEM - Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Costa, M. (2019). Promover o desenvolvimento profissional de professores através da integração curricular das STEM. PhD. <https://run.unl.pt/handle/10362/91581>.
- Den Braber, N., Krüger, J., Mazereeuw, M., Kuiper, W. (2019). Mathematics in an interdisciplinary STEM course (NLT) in the Netherlands. In B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R. Borromeo Ferri & P. Drake (Eds.), *Interdisciplinary Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6>
- Ferri, R., & Mousoulides, N. (2017). Mathematical modelling as a prototype for interdisciplinary mathematics education? - Theoretical reflections. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of CERME 10* (pp. 900-907). ERME.
- Frykholm, J. A., & Glasson, G. E. (2005). Connecting science and mathematics instruction: Pedagogical context knowledge for teachers. *School Science and Mathematics*, 105(3), 127–141. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2005.tb18047.x>
- Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, A. (2014). *STEM integration in K-12. Status, prospects, and an agenda for research*. National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/18612>
- Koirala, H. P., & Bowman, J. K. (2003). Preparing middle level preservice teachers to integrate mathematics and science: Problems and possibilities. *School Science and Mathematics*, 103(3), 145–154. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2003.tb18231.x>
- McHugh, L., Kelly, A. M., & Burghardt, M. D. (2018). Professional development for a middle school mathematics-infused science curriculum. *Journal of Science Teacher Education*, 29(8), 804–828. <https://doi.org/10.1080/1046560X.2018.1514825>

- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Raynaut, C. (2018). Paradoxos e ambiguidades na ideia de interdisciplinaridade. *Desenvolvimento e Meio Ambiente*, 47, 13-48. <https://doi.org/10.5380/dma.v47i0.62428>
- Reynante, B. M., Selbach-Allen, M. E., & Pimentel, D. R. (2020). Exploring the promises and perils of integrated STEM through disciplinary practices and epistemologies. *Science & Education*, 29(4), 785-903. <https://doi.org/10.1007/11191-020-00121-x>
- Ríordáin, M. N., Johnston, J., & Walshe, G. (2016). Making mathematics and science integration happen: Key aspects of practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(2), 233-255. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1078001>
- Rocha, H. (2019). Interdisciplinary tasks: Pre-service teachers' choices and approaches. In L. Leite, E. Oldham, L. Carvalho, A.S. Afonso, F. Viseu, L. Dourado & M. H. Martinho (Eds.), *Proceedings of the ATEE Winter Conference 'Science and mathematics education in the 21st century* (pp. 82-93). ATEE and CIED.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Viseu, F., & Rocha, H. (2020). Interdisciplinary technological approaches from a mathematics education point of view. In L. Leite, E. Oldham, A. Afonso, F. Viseu, L. Dourado, & H. Martinho (Eds.), *Science and mathematics education for 21st century citizens: challenges and ways forward* (pp. 209-229). Nova Science Publishers.
- Weinberg, A., & McMeeking, L. (2017). Toward meaningful interdisciplinary education: High school teachers' views of mathematics and science integration. *School Science and Mathematics*, 117(5), 204-213. <https://doi.org/10.1111/ssm.12224>
- Wong, V., & Dillon, J. (2020). Crossing the boundaries: Collaborations between mathematics and science departments in English secondary (high) schools. *Research in Science & Technological Education*, 38(4), 396-416. <https://doi.org/10.1080/02635143.2019.1636024>
- Yin, R.K. (2003). *Case study research: Design and methods* (4th edition). Sage Publications.
- You, H. S. (2017). Why teach science with an interdisciplinary approach: History, trends, and conceptual frameworks. *Journal of Education and Learning*, 6(4), 66-77. <https://doi.org/10.5539/jel.v6n4p66>
- Zhang, D., Orrill, C., & Campbell, T. (2015). Using the mixture Rasch model to explore knowledge resources students invoke in mathematics and science assessments. *School Science and Mathematics*, 115(7), 356-365. <https://doi.org/10.1111/ssm.12135>