DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA

ILDA MARIA SIMÃO MARTINS VARGAS PIRES
Licenciada em Matemática Aplicada e Computação

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

A UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA GRÁFICA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES DE PROPORCIONALIDADE DIRETA NO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

Universidade NOVA de Lisboa
Março, 2023

DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

A UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA GRÁFICA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES DE PROPORCIONALIDADE DIRETA NO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Ilda Maria Simão Martins Vargas Pires

Licenciada em Matemática Aplicada e Computação

Orientador: António Domingos,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa.

Júri:

Presidente: Doutora Helena Cristina Oitavem Fonseca da Rocha,
Professora Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa

Vogais: Doutora Paula Cristina Antunes Teixeira,
Professora no Agrupamento de Escolas João de Barros;

Doutor António Manuel Dias Domingos,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa;

Licenciada Teresa Maria Pássaro Amendoeira,
Professora no Agrupamento de Escolas Daniel Sampaio.

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

Universidade NOVA de Lisboa
Março, 2023

A utilização da calculadora gráfica no estudo das funções de proporcionalidade direta no 7.º Ano de escolaridade

Dedicatória

A todos os perseverantes, loucos para uns, imaginários ou reais, o aprender é intemporal.

Agradecimentos

A todos que, pela disponibilidade e apoio contribuíram para ser possível fazer este mestrado, em especial à minha amiga Paula que me fez acreditar no “e se…” e sempre aos meus filhos e marido, muito obrigada, de coração.

Resumo

Este trabalho é composto por duas partes concernindo à primeira parte a prática pedagógica supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, seguindo-se a apresentação da investigação em Educação Matemática realizada no contexto da prática pedagógica efetuada.

Na primeira parte é feita uma sucinta descrição das metodologias e estratégias adotadas nas turmas em que decorreu a prática pedagógica supervisionada, seguida da reflexão do trabalho realizado pela professora estagiária na componente letiva e não letiva na escola acolhedora do estágio.

A segunda parte corresponde ao trabalho de investigação em Educação Matemática, cuja motivação consistiu em saber se o uso da calculadora gráfica torna a aprendizagem da matemática mais participada e enriquecedora para os alunos. Foi seguida uma metodologia fundamentada em três estudos de caso compostos por três pares de alunos do 7.º ano de escolaridade do ensino básico, de acordo com uma abordagem de investigação de natureza qualitativa. Os resultados apresentados baseiam-se na análise dos dados obtidos na resolução de duas tarefas matemáticas, nomeadamente "A mão, uma função?" e "Queques para todos!", utilizando a observação com registo de áudio e recolha documental.

Consequentemente, este estudo pretende dar resposta a questões como o papel da calculadora gráfica na aprendizagem enquanto mediador semiótico e o papel das diferentes representações na relação dos alunos com a calculadora gráfica. Ainda através deste estudo pretendeu-se conhecer a relação dos alunos com a calculadora gráfica e, por conseguinte, caraterizar o processo de génese instrumental por parte dos alunos ao utilizar este artefacto.

Da análise das respostas dos alunos e da observação do seu comportamento e atitude nas duas tarefas propostas nesta investigação, pode-se concluir que, à medida que os alunos estão mais familiarizados com a calculadora gráfica, tornam-se mais autossuficientes e proficientes, sendo, no entanto, evidente que numa fase de instrumentalização ainda precoce não foi possível constatar uma total independência de auxílio, quer na utilização da calculadora, quer na correção de erros cometidos. Tal facto limitou a curiosidade em experimentar e explorar as funcionalidades da calculadora para lá do que foi proposto nas tarefas.

Ainda assim, observou-se que o "erro" não constituiu uma razão de desmotivação, sendo antes um elemento desafiador, o que, de certa forma, vem consubstanciar o contributo das tecnologias para a aprendizagem dos alunos.

Relativamente às questões inerentes a este estudo, foi possível concluir que a calculadora desempenhou um papel mediador nas aprendizagens dos alunos, que assim, de forma mais célere e rigorosa, estabeleceram conexões entre as diferentes representações de uma função.

Desta forma, trabalhar com a calculadora gráfica permitiu aos alunos conjeturarem que, por exemplo, na tarefa 2, sobre a proporcionalidade direta, os gráficos que traduzem a proporcionalidade direta entre duas grandezas são mais ou menos inclinados consoante a constante de proporcionalidade for maior ou menor, respetivamente.

Neste estudo verificou-se, também, uma evolução na forma como os alunos usaram a informação da calculadora ao longo da realização das tarefas. Na primeira tarefa, denominada “A mão, uma função?”, os alunos praticamente não usaram a informação da calculadora gráfica para explicarem os raciocínios que fizeram, por outro lado, na segunda tarefa, denominada “Queques para todos!”, usaram e interpretaram essa informação na explicação das respostas dadas.

Palavras-chave: calculadora gráfica, ensino básico, função de proporcionalidade direta, génese instrumental, semiótica.

Abstract

This work consists of two parts concerning the first part supervised pedagogical practice under the Master in Mathematics Teaching in the 3rd cycle of Basic Education and Secondary, presentation of research in Mathematics Education carried out in the context of pedagogical practice.

In the first part is made a brief description of the methodologies and strategies adopted in the classes in which the supervised pedagogical practice followed by the reflection of the work done by the trainee teacher in the teaching and non-teaching component in the host school of the internship.

The second part corresponds to the research work in Mathematics Education, whose motivation consisted in knowing if the use of the graphic calculator makes the learning of mathematics more participatory and enriching for students. Following a methodology based on three case studies composed of three pairs of students of the 7th grade of basic education and according to a qualitative research approach, the results presented are based onif in the analysis of the data obtained in the resolution of two mathematical tasks "The hand, a function?" and "Cupcakes for all!" using observation with audio recording and documentary collection.

Consequently, this study aims to answer questions such as the role of the graphing calculator in learning as a semiotic mediator and the role of different representations in the relationship of students with the graphing calculator. Still in this study it was intended to know the relationship of students with the graphic calculator and therefore characterize the process of instrumental genesis by the students when using this artifact.

From the analysis of students' responses and the observation of their behavior and attitude in the two tasks proposed in this investigation, it can be concluded that, as students are more familiar with the graphical calculator, they become more self-sufficient and proficiente, However, it is clear that at an early stage of instrumentalization it was not possible to establish complete independence of aid either as using the calculator or to correct errors made, limiting the curiosity to experiment and explore the functionalities of the calculator beyond what was proposed in the tasks.

Still, it was observed that the "error" was not a reason for demotivation, but challenging, which somehow embodies the contribution of technologies in students' learning.

Regarding the issues inherent in this study, it was possible to conclude that the calculator played a mediating role in students' learning, which thus more quickly and rigorously established connections between the different representations of a function.

In this way, working with the graphic calculator allowed students to conjecture that, for example, in task 2, on direct proportionality, graphs that translate the direct proportionality between two quantities are more or less inclined depending on the proportionality constant is greater or lesser, respectively.

In this study, there was also an evolution in the way students used the information from the calculator during the accomplishment of the tasks. In the first task "The hand, a function?" students practically did not use the information from the graphical calculator to explain the reasoning they made, while in the second task "Cupcakes for everyone!" they used and interpreted this information in explaining the answers given.

Keywords: graphic calculator, basic education, direct proportionality function, instrumental genesis, semiotics.

Índice

Índice de tabelas

Índice de figuras

PARTE 1

Relatório de Estágio

Experiência de estágio numa Escola Secundária da margem sul do Tejo, com uma turma de 10.º ano do ensino secundário e uma turma de 7.º ano de escolaridade do ensino básico.

PRÁTICA PEDAGÓGICA SUPERVISIONADA

CAPÍTULO 1

Este capítulo introduz o relatório sobre a prática pedagógica supervisionada numa escola do distrito de Setúbal na margem sul do Tejo, realizada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.ºCiclo do Ensino Básico e no Secundário na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Neste capítulo é feita a contextualização da escola em termos de caraterização do espaço envolvente, valências lecionadas e componente humana. É feita, também, a caraterização das turmas e as formas de avaliação e autoavaliação das aprendizagens dos alunos.

1.1. Contexto escolar

1.1.1. A escola

A escola onde foi realizado este estágio é uma das 35 escolas secundárias do distrito de Setúbal, da margem sul do Tejo. Esta escola é sede de agrupamento e são lecionados o 3.º Ciclo do Ensino Básico e o Ensino Secundário. Tendo sido construída em meados dos anos 80 do século passado, o tipo do edifício é constituído por blocos quadrados. Possui um ginásio desportivo e um campo para as atividades desportivas ao ar livre. A escola insere-se numa zona tranquila afastada do bulício da cidade, tem um aspeto cuidado e limpo, com espaços verdejantes no exterior e plantas no interior. As salas de aula são equipadas com um quadro de giz, projetor e um computador ligado à internet. Os corredores das salas são decorados por trabalhos feitos pelos alunos (quadros, tapeçarias, esculturas) e nas alturas festivas (Natal, Carnaval, dias comemorativos) são expostos trabalhos igualmente dos alunos, de acordo com a temática.

Esta escola é recetiva a diversos eventos, tais como, por exemplo, feiras do livro e feiras dos minerais, promovendo o contacto mais próximo dos alunos com obras, arte, amostras e formas de cultura, enriquecendo a diversidade da aprendizagem.

O relacionamento dos discentes com os docentes e não docentes é formal, mas com a preocupação centrada nos alunos. A semana da educação física não passa despercebida pela realização de torneios desportivos entre as turmas e a participação no corta-mato do concelho, incentivando os alunos à prática desportiva regular.

Como forma de enriquecimento curricular, existem clubes ligados à ciência (ciências naturais e química) e às línguas (francês) dinamizados pelos alunos sob a orientação do professor responsável, contemplando atividades ao longo do ano letivo.

1.1.2. As turmas

A prática pedagógica supervisionada foi realizada em duas turmas: uma turma do 7.ºano do ensino básico (considerada como “turma principal” do estágio) e uma turma do 10.º ano do ensino secundário.

Ambas as turmas são constituídas por 28 alunos, sendo a turma do 7.º ano composta por 15 rapazes e 13 raparigas e a turma do 10.º ano composta por 18 rapazes e 10 raparigas. São turmas de faixas etárias diferentes e, consequentemente, com caraterísticas diferentes em termos de atitudes e comportamento. A carga horária semanal da disciplina de Matemática A na turma do 10.º ano é de 270 minutos, sendo as aulas lecionadas em blocos de 90 minutos. Na turma do 7.º ano a carga horária de Matemática é de 225 minutos semanais, distribuídos em dois blocos de 90 minutos e uma aula de 45 minutos.

A turma do 7.º ano é uma turma faladora pela sua jovialidade e energia, mas bastante cooperante quando chamados à atenção, enquanto a turma do 10.º ano, igualmente faladora, facilmente perde o foco, não respeitando muitas vezes as regras de conduta estabelecidas numa sala de aula. Por exemplo, interrompem a aula para falar entre si, pedem com frequência para sair da sala, não são pontuais e demoram algum tempo a tornar possível o início da aula. Não obstante serem alunos bem-dispostos e prestáveis, pecam por não saber estar na sala de aula. É uma turma do secundário, mas bastante imatura, o que exigiu à professora titular a implementação de várias estratégias ao longo do ano para melhorar o comportamento e a motivação dos alunos.

Nos primeiros dias de aulas, em ambas as turmas, as professoras realizaram um teste de avaliação diagnóstica para aferir sobre os conhecimentos dos alunos nesta fase do ano letivo seguida de um período de férias maior, sujeito aos esquecimentos das aprendizagens realizadas anteriormente. É expectável que, nesta fase, os estudantes manifestem algumas lacunas (fruto do período de férias) e maior inércia na forma como aplicam os conhecimentos adquiridos. Contudo, decorridas as primeiras aulas, a “máquina” fica mais oleada e o raciocínio torna-se mais rápido. Isto foi observado em ambas as turmas, sendo a correção do teste feita nas aulas seguintes, sempre com o auxílio e colaboração dos alunos convidados a participar e a expor a sua abordagem e resposta.

Assim, com este tipo de avaliação diagnóstica, foi possível fazer uma revisão de conceitos e aprendizagens essenciais ao novo ano letivo. Foi interessante observar que a correção da ficha de avaliação diagnóstica não se cingiu em responder apenas às questões, mas também permitiu desmistificar a perceção que muitos alunos têm, sobretudo os mais novos (da turma do 7.º ano), de que a divisão por um número origina sempre um valor menor, ou que a multiplicação de dois números origina sempre um valor maior. De uma forma prática e visual, a professora pegou em quatro canetas que, se as quisermos dividir por dois, obteremos dois grupos de dois ($4 \div 2 = 2$, pois $4 = 2 \times 2$). Por outro lado, se dividirmos por "metades" as quatro canetas (embora as canetas deixem de ser operacionais) o resultado será oito "metades" (veja-se $4 \div 0{,}5 = 8$, pois $4 = 8 \times 0{,}5$).

Ainda neste período, são definidas as regras de funcionamento de sala de aula, onde, por exemplo, quando a professora fala, os alunos devem ouvir e aguardar a sua vez para falar colocando o dedo no ar. Relativamente à forma de apresentar uma resposta, é dito que, embora seja uma disciplina onde prevalecem os cálculos que suportam a resolução de um problema, deve ser dada uma resposta completa, contendo a informação sobre a questão em causa. Por exemplo, num exercício em que se pretenda determinar o saldo final de uma conta bancária, sabendo que ocorreram determinados movimentos de receitas e despesas, a resposta deverá ser do tipo: "o saldo final da conta é ... (valor apurado na resolução).

Igualmente neste período inicial, também na turma do 10.º ano foi dada atenção à gestão dos comportamentos adequados em sala de aula no que respeita a manter o silêncio e uma postura adequada. Estes alunos parecem ser menos motivados e facilmente se dispersam com conversas paralelas com os colegas do lado. Nesta fase inicial (e ao longo do ano letivo como se veio a constatar) a professora teve de adotar algumas estratégias para melhorar a dinâmica de sala de aula e motivar os alunos. Assim, numa das primeiras aulas, enquanto verificava os trabalhos de casa individualmente, registava quem não tinha feito e, de acordo com o perfil do aluno, falava com ele sobre como devia mudar ou melhorar a atitude que tinha durante a aula. Em simultâneo, os alunos que, por estarem menos interessados e consequentemente mais distraídos ou dispersos, corrigiam os trabalhos de casa no quadro, um de cada vez, conforme indicado pela professora. Foi uma forma de os alunos, por um lado, se aperceberem de que, sem trabalho e sem responsabilidade, as dificuldades não desaparecem e, por outro lado, com a ajuda da professora aprenderam realmente como fazer.

Para um aluno em que as aprendizagens fazem sentido, é seguramente mais interessante a aula. Portanto, o professor tem de ter a consciência da necessidade e do esforço de cativar os alunos para a vontade de aprender, já que essa vontade germina a partir do momento em que o aluno entende e aprende efetivamente. Repare-se que a vontade de aprender depende dos pequenos sucessos e o empenho constante do aluno, alimentado pelo incentivo e apoio do professor.

Melhorar a comunicação em matemática, com a terminologia e simbologia adequada, é uma preocupação constante e presente nas aulas. Por exemplo, como devem fazer a indicação de um cálculo auxiliar, tanto nas aulas como nos testes e exames, quando se abandona a expressão inicial, evitando a sobrecarga de cálculo e escrita, válidos e representados por “C.A.”. Trata-se de uma forma de organizar um raciocínio, tornando-o mais claro e, digamos, mais elegante (turma do 10.º ano).

Atualmente, as ferramentas de trabalho numa sala de aula não se devem cingir ao manual e ao caderno diário. Em ambas as turmas, as professoras procuram sempre que possível desfrutar das novas tecnologias como aplicações de telemóvel (por exemplo, o *milage+*, o *moodle* e o *classroom* através do *e-mail i*nstitucional dos alunos). Se, por um lado, as novas tecnologias sensibilizam e vão ao encontro do perfil dos jovens, por outro lado, dispensam a impressão e gasto de papel e outros consumíveis, tornando a escola mais sustentável e amiga do ambiente.

Salienta-se também o quão importante é o diálogo com os alunos, não só para perceber até onde vai a sua curiosidade e conhecimento, como também para promover a partilha do mesmo com os colegas. Por exemplo, numa abordagem aos conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, a professora do 7.º ano questionou se conheciam mais algum conjunto e, surpreendentemente, uma aluna abordou o conjunto $\mathbb{R}$ (não verbalizando a terminologia de conjunto dos números reais, apenas $\mathbb{R}$) e o “conjunto $\mathbb{I}$", referindo-se ao conjunto dos números complexos, $\mathbb{C}$. Ainda nesta abordagem aos conjuntos numéricos, no contexto das operações com os números racionais (com sinais iguais ou diferentes), foi referido as dizimas: finitas e infinitas periódicas e não periódicas.

Creio que foi bastante enriquecedor e interessante comunicar matemática através deste diálogo, donde, a espontaneidade dos temas, obviamente não dispersiva nem extensa, contribui para um maior compromisso e participação do aluno nas aprendizagens. Esta abordagem aos novos conteúdos e o tentar perceber o que os alunos já conhecem ou sabem sobre o assunto, foi seguida pelas duas professoras nas suas turmas, permitindo o envolvimento dos alunos através da partilha dos seus conhecimentos e inquietações e também proporcionar um ambiente descontraído e aberto.

Relativamente à turma do 10.º ano, a participação dos alunos não foi inicialmente a desejável, mas notou-se que veio francamente a melhorar ao longo do ano letivo. Tal ocorreu sobretudo devido ao trabalho e esforço da professora, que tentou manter o equilíbrio entre o ensinar/aprender sempre com o foco no aluno, direcionando-o na participação ativa das suas aprendizagens.

1.1.3. Avaliação formativa e avaliação sumativa

O ano letivo está organizado por semestres: o 1.º Semestre com início a 15 de setembro de 2021 e termo a 1 de fevereiro de 2022 (com pausas letivas do Natal e das avaliações intercalares) e o 2.º Semestre com início a 7 de fevereiro e termo a 15 de junho de 2022 (com pausas letivas do Carnaval, Páscoa e avaliações intercalares).

A avaliação formativa foi contínua e regular ao longo do ano letivo, contemplando a realização de fichas de trabalho elaboradas em grupo ou individualmente, promovendo o desenvolvimento de trabalho autónomo e permitindo obter informações sobre o desenvolvimento das aprendizagens, das competências/capacidades desenvolvidas, das dificuldades e das fragilidades sentidas, com vista à adequação de processos e estratégias. No final de cada conteúdo lecionado e antes de iniciar o estudo do conteúdo seguinte, eram feitas, normalmente, fichas formativas de verificação e consolidação de conhecimentos. Estas fichas incluíam as soluções das questões, permitindo ao aluno realizá-las de forma autónoma com a segurança de estar no caminho certo. Estas fichas formativas, foram corrigidas na aula (7.º ano) ou foi apenas efetuada a correção no quadro, pela professora, das questões que suscitaram dúvidas aos alunos (10.º ano). Assim, as fichas formativas também tiveram um papel de autoavaliação e orientação sobre o que cada aluno deveria melhorar antes do momento final da avaliação sumativa.

A avaliação sumativa no 7.º ano do ensino básico, no final de cada semestre, é expressa numa escala de 1 a 5 e incide nas capacidades e competências desenvolvidas pelo aluno ao longo do ano letivo, nos seguintes domínios de aprendizagem: conhecimento de factos, conceitos e procedimentos, raciocínio matemático e capacidade de resolução de problemas, designado abreviadamente por D1, com uma ponderação na nota final de 80%, e pelo domínio designado por D2, concernente à capacidade de comunicação matemática, completando a avaliação final do aluno no semestre.

No 10.º ano do ensino secundário, os alunos ainda são avaliados num terceiro domínio de aprendizagem relacionado com a história da matemática, designado por D3, que enquadra no ponto de vista da matemática os conteúdos abordados, valorizando o papel da matemática no desenvolvimento de outras ciências. Assim, neste nível de ensino, a avaliação sumativa dos alunos é expressa numa escala de 1 a 20 e incide, tal como no ensino básico, nas capacidades e competências desenvolvidas pelos alunos ao longo do ano letivo nestes três domínios, com uma ponderação de

75%, 20% e 5%, respetivamente, na nota do semestre. A nota final no segundo semestre resulta da média aritmética das notas obtidas em cada semestre.

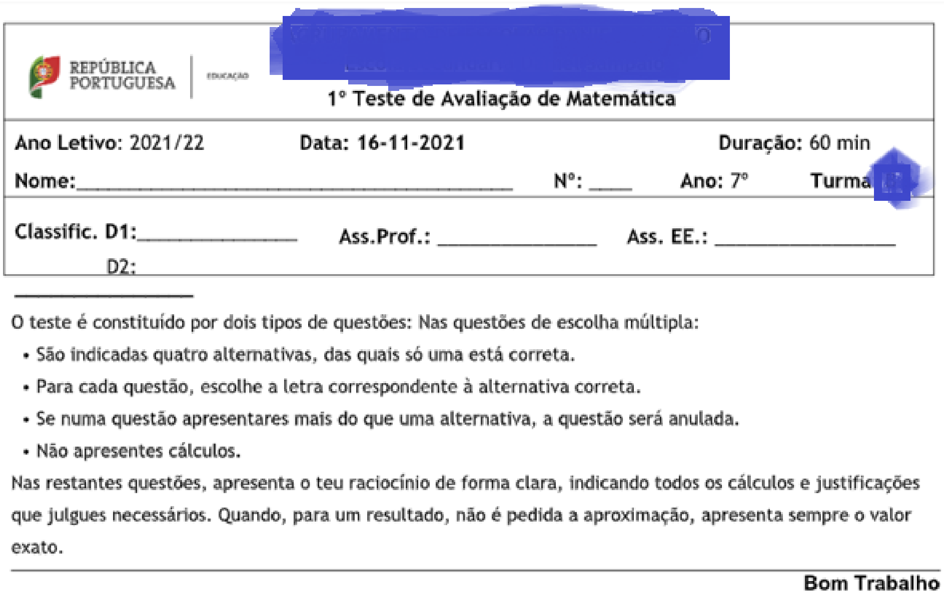
Os instrumentos de avaliação sumativa foram diversificados nas duas turmas e consistiram em fichas de avaliação (orais/escritas), questões-aulas, trabalhos de pesquisa, tarefas de exploração, trabalhos de projeto e observação direta.

Os elementos de avaliação sumativa no 10.º ano foram realizados em folhas de "teste" adquiridas na papelaria da escola e, eventualmente, algumas questões-aula e fichas formativas poderiam ser resolvidas no próprio enunciado.

No 3.º ciclo os alunos realizam o teste na folha do enunciado com um formato padronizado constituído por cabeçalho, corpo do teste e cotações. Do cabeçalho da folha de rosto do teste faz parte a identificação do aluno, momento da avaliação, duração e classificação. Na folha de rosto há, também, um conjunto de notas informativas acerca dos tipos de questões e quais os objetivos de desempenho pretendidos antes da realização do mesmo. A informação termina com a indicação de "Bom trabalho", voto de confiança e incentivo positivo.

A classificação final dos elementos de avaliação sumativa (testes e questões-aula) é indicada no cabeçalho e está dividida pelos domínios de aprendizagem D1 e D2 atrás referidos, conforme expresso na figura 1 seguinte.

Figura 1 Exemplo de cabeçalho de um teste de avaliação do 7.º ano



REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO

[redacted]

1º Teste de Avaliação de Matemática

Ano Letivo: 2021/22 Data: 16-11-2021 Duração: 60 min

Nome:______________________ Nº: ____ Ano: 7º Turma [redacted]

Classific. D1:__________ Ass.Prof.: __________ Ass. EE.: __________

D2: __________

O teste é constituído por dois tipos de questões: Nas questões de escolha múltipla:

- São indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Para cada questão, escolhe a letra correspondente à alternativa correta.
- Se numa questão apresentares mais do que uma alternativa, a questão será anulada.
- Não apresentes cálculos.

Nas restantes questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações que julgues necessários. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

Bom Trabalho

A cotação de cada questão dos diferentes domínios de aprendizagem nos elementos de avaliação sumativa, faz parte do enunciado dos mesmos e é indicada no final do enunciado., conforme expresso na figura 2.

Figura 2 Exemplo da cotação das questões de um teste sumativo

Questão	1.1	1.2	1.3	2.	3.	4.	5.	6a		6b		7.	8	9.1	9.2	9.3	9.4	10.1	10.2	Total
Domínio	D1	D1	D1	D2	D1	D2	D2	D1	D2	D1	D2	D2	D1	D1	D1	D1	D1	D1	D1	
Cotação	2	5	5	4	12	4	4	3	2	3	2	4	18	4	5	6	5	6	6	100

1.1.4. Critérios de correção

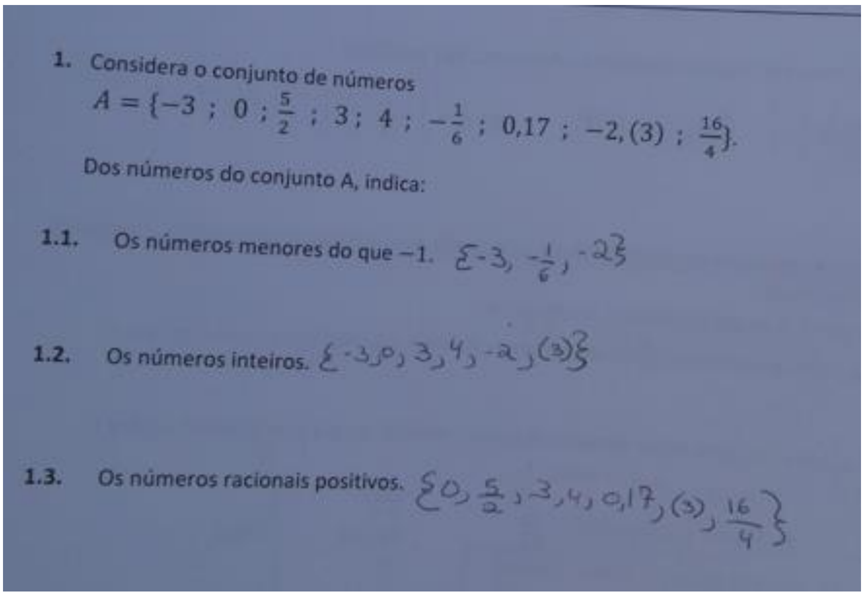
No âmbito deste estágio, a professora estagiária corrigiu e classificou um elemento de avaliação sumativa na turma do 7.º ano (1.º teste de avaliação realizado em 16 de novembro de 2021), de acordo com os critérios de correção que elaborou e discutiu com a professora titular. Este teste teve a duração de 60 minutos, incidindo sobre o conteúdo de aprendizagem números e operações com números racionais, sendo constituído por 10 questões com algumas alíneas e incluindo quatro questões de escolha múltipla.

Elaborar os critérios de correção para cada elemento de avaliação sumativa é uma forma organizada e coerente de classificar, minimizando discrepâncias de resultados para testes respondidos de forma análoga, considerando as diferentes formas de abordagem e raciocínio por um lado e os níveis de desempenho alcançados. Nos Anexos A1 e A2 ao presente relatório são apresentados, respetivamente, o enunciado do 1.º teste de avaliação e os correspondentes critérios de correção.

Assim, na questão 1 (Figura 3), subdividida em três alíneas, pretendia-se avaliar o conhecimento dos conjuntos numéricos relativamente aos seus elementos.

Na alínea 1.2. faltou ao aluno considerar $\frac{16}{4}$ como número inteiro, para ter a cotação total. Verificou-se que a dízima infinita periódica -2,(3) foi confundida com dois números distintos: -2 e 3.

Figura 3 1.º teste sumativo - Questão 1 - resposta


1. Considera o conjunto de números
$A = \{-3\ ;\ 0\ ;\ \frac{5}{2}\ ;\ 3;\ 4\ ;\ -\frac{1}{6}\ ;\ 0{,}17\ ;\ -2,(3)\ ;\ \frac{16}{4}\}$.
Dos números do conjunto A, indica:
1.1. Os números menores do que −1. $\{-3, -\frac{1}{6}, -2\}$
1.2. Os números inteiros. $\{-3, 0, 3, 4, -2, (3)\}$
1.3. Os números racionais positivos. $\{0, \frac{5}{2}, 3, 4, 0{,}17, (3), \frac{16}{4}\}$

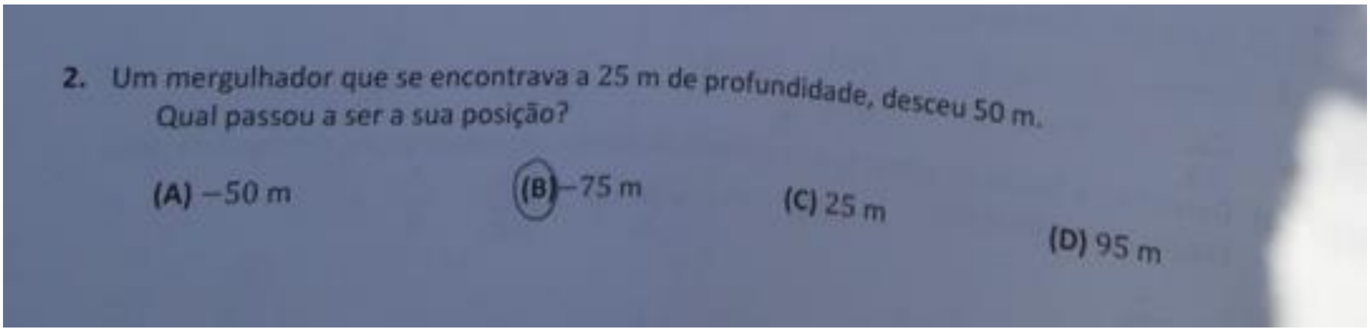
Segundo os critérios estabelecidos na Tabela 1 abaixo, o aluno obteve as seguintes classificações nestas três alíneas da questão 1.

Tabela 1 1.º teste sumativo - Questão 1 - critérios de correção e classificação

Questão	1.1	1.2	1.3	Proposta de resolução	Critério de correção
Domínio	D1	D1	D1	1.1. R: -3 e -2,(3)	1 ponto para cada valor correto
cotação	2	5	5	1.2. R: $-3;\ 0;\ 3;\ 4;\frac{16}{4}$	1 ponto para cada valor correto
classificação	2	4	5	1.3. R: $0{,}17;\frac{5}{2};\ 3;\ 4;\frac{16}{4}$	1 ponto para cada valor correto

Na questão 2 (Figura 4), o aluno selecionou (rodeando) corretamente apenas uma das opções, logo alcançou a cotação total (conforme indicado na Tabela 2 abaixo).

Figura 4 1.º teste sumativo - Questão 2 – resposta


2. Um mergulhador que se encontrava a 25 m de profundidade, desceu 50 m.
Qual passou a ser a sua posição?

(A) −50 m (B) −75 m (C) 25 m (D) 95 m

Tabela 2 1.º teste sumativo - Questão 2 - critério de correção e classificação

Questão	2	Proposta de resolução	Critério de correção
Domínio	D2	-25 + (-50) = - 75 R: B) -75 m	4 pontos (opção B) 0 pontos em resposta errada ou mais do que uma resposta.
cotação	4		
classificação	4		

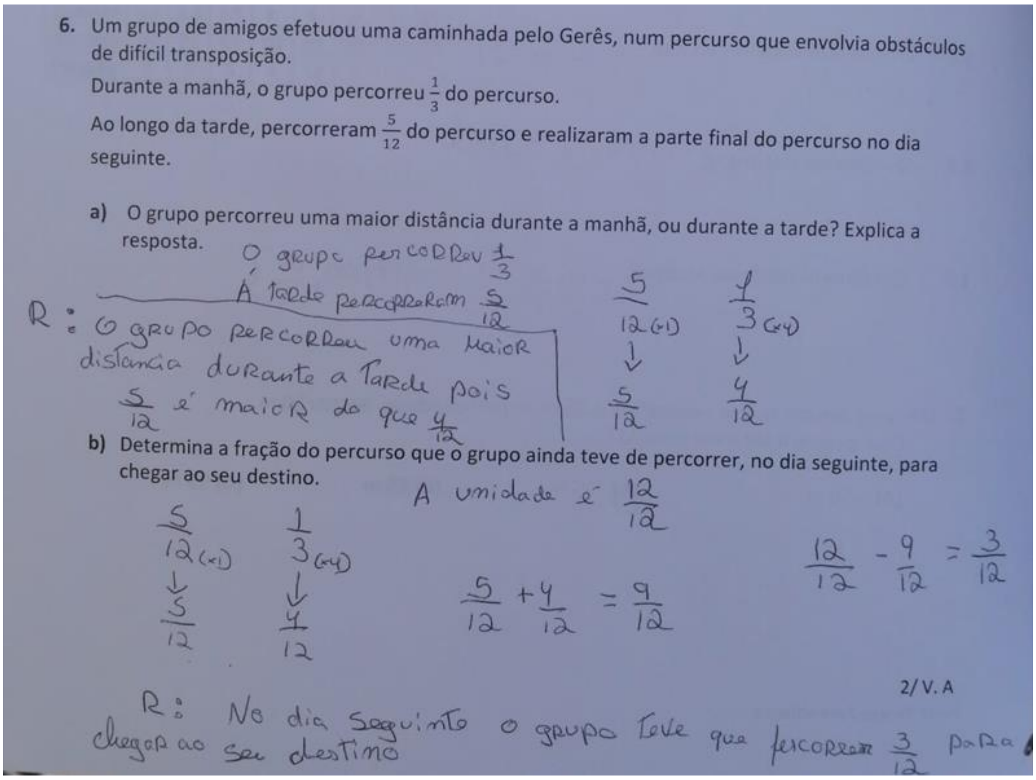
Por as questões 3, 4, 5 e 7 serem de escolha múltipla, apenas é indicada a classificação obtida na Tabela 3 abaixo (os critérios de correção destas questões encontram-se no Anexo A2).

Tabela 3 1.º teste sumativo - Questões 3; 4; 5 e 7 – classificação

Questão	3	4	5	7
Domínio	**D1**	**D2**	**D2**	**D2**
cotação	**12**	**4**	**4**	**4**
classificação	12	0	0	4

Na questão 6 alínea a) (Figura 5 abaixo), o aluno optou por reescrever a informação relevante do enunciado e, a partir daí, estabelecer a relação de ordem entre as dua frações envolvidas para dar resposta à questão. Na alínea b) desta questão, o aluno mostrou compreender o significado da unidade como a soma das partes em que foi dividida para obter a parte em falta, respondendo em conformidade.

Figura 5 1.º teste sumativo – Questão 6 – resposta



6. Um grupo de amigos efetuou uma caminhada pelo Gerês, num percurso que envolvia obstáculos de difícil transposição.
Durante a manhã, o grupo percorreu $\frac{1}{3}$ do percurso.
Ao longo da tarde, percorreram $\frac{5}{12}$ do percurso e realizaram a parte final do percurso no dia seguinte.

a) O grupo percorreu uma maior distância durante a manhã, ou durante a tarde? Explica a resposta.

O grupo percorreu $\frac{1}{3}$
A tarde percorreram $\frac{5}{12}$

R: O grupo percorreu uma maior distância durante a tarde pois $\frac{5}{12}$ é maior do que $\frac{4}{12}$

$\frac{5}{12}_{(\times 1)} \rightarrow \frac{5}{12}$ $\quad$ $\frac{1}{3}_{(\times 4)} \rightarrow \frac{4}{12}$

b) Determina a fração do percurso que o grupo ainda teve de percorrer, no dia seguinte, para chegar ao seu destino.

A unidade é $\frac{12}{12}$

$\frac{5}{12}_{(\times 1)} \rightarrow \frac{5}{12}$ $\quad$ $\frac{1}{3}_{(\times 4)} \rightarrow \frac{4}{12}$

$\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12}$

$\frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12}$

2/ V. A

R: No dia seguinte o grupo teve que percorrer $\frac{3}{12}$ para chegar ao seu destino

A Tabela 4 abaixo indica o critério de correção e classificação desta questão que foi alcançada no seu todo.

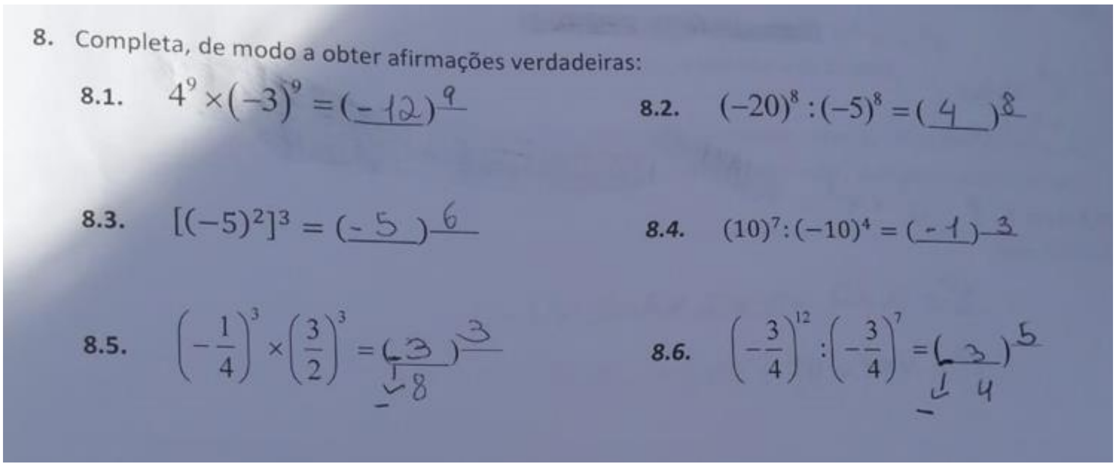
Tabela 4 1.º teste sumativo - Questão 6.a. e 6.b - critério de correção e classificação

Questão	6a			
Domínio	**D1**	**D2**	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	**3**	**2**	**1ª etapa** reduz ao mesmo numerador e obtém as frações equivalentes $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} e \frac{5}{12}$ **2ªetapa** compara as duas frações e conclui que $\frac{5}{12} > \frac{1}{3}$ Responde R: O grupo percorreu um maior percurso ao longo da tarde nesse dia (ou semelhante).	1ª etapa (3 pontos D1); 2ª etapa (2 pontos D2) ; erro de cálculo ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
classificação	3	2		

Questão	6b			
Domínio	**D1**	**D2**	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	**3**	**2**	**1ª etapa** determina o percurso realizado no 1.º dia $\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}$ **2ª etapa** determina o percurso que falta percorrer $\frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ **3ª etapa:** R: No dia seguinte o grupo teve de percorrer $\frac{3}{12}$ (ou equivalente) do percurso para chegar ao seu destino.	1ª etapa (3 pontos D1) 2ª e 3ª etapas (2 pontos D2); Considera apenas o percurso realizado num dos períodos (tarde ou manhã) e responde em conformidade (penalização 1 ponto D2); erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
classificação	3	2		

A questão 8 (Figura 6 abaixo) consiste em completar as igualdades entre as expressões numéricas, usando as regras operatórias da potenciação. O aluno conseguiu realizar esta questão quase na totalidade com sucesso. Ainda assim, na alínea 8.4., o aluno comete o erro de dividir as bases e subtrair os expoentes simultaneamente na mesma operação.

Figura 6 1.º teste sumativo - Questão 8 - resposta


8. Completa, de modo a obter afirmações verdadeiras:

8.1. $4^9 \times (-3)^9 = (-12)^9$

8.2. $(-20)^8 : (-5)^8 = (4)^8$

8.3. $[(-5)^2]^3 = (-5)^6$

8.4. $(10)^7 : (-10)^4 = (-1)^3$

8.5. $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{-8}\right)^3$

8.6. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{12} : \left(-\frac{3}{4}\right)^7 = \left(\frac{3}{-4}\right)^5$

A classificação desta questão, segundo o critério de correção, encontra-se detalhada na tabela 5.

Tabela 5 1.º teste sumativo - Questão 8 - critério de correção e classificação

Questão	**8**	Proposta de resolução	Critério de correção
Domínio	**D1**	**8.1.** $(-12)^9$ **8.2.** 4^8 **8.3.** $(-5)^6$ **8.4.** $(10)^3$ **8.5.** $\left(-\frac{3}{8}\right)^3$ **8.6.** $\left(-\frac{3}{4}\right)^5$	3 pontos por cada resposta correta; erro de cálculo, erro no sinal ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
cotação	**18**		
classificação	15		

A questão 9 subdividia-se em quatro alíneas: alíneas 9.1; 9.2; 9.3 e 9.4. e consistia em simplificar as expressões numéricas com potências. Na questão 9.1. (Figura 7 abaixo), o aluno prioriza a divisão de duas potências com a mesma base, no entanto soma as bases e os expoentes, quando se trata de uma soma de potências no passo seguinte, não alcançando a totalidade da cotação (Tabela 6 abaixo).

Figura 7 1.º teste sumativo - Questão 9.1. - Resposta

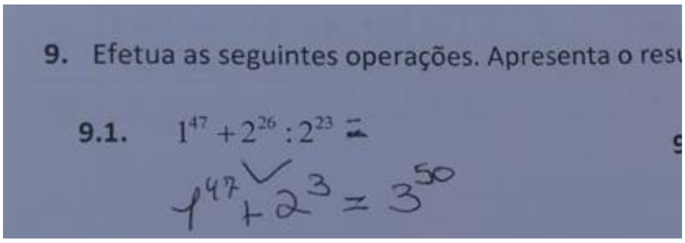


Tabela 6 1.º teste sumativo - Questão 9.1. – Critério de correção e classificação

Questão	9.1.		
Domínio	D1	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	4	$\boxed{\textbf{9.1. } 1^{47} + 2^{26} : 2^{23} = 1 + 2^{3} = 1 + 8 = 9}$ **1ªetapa:** Respeita a prioridade das potências e aplica a regra do quociente de potências com a mesma base. **2ªetapa:** calcula $1^{47} = 1$ **3ªetapa**: calcula a soma e obtém o resultado 9.	1ª etapa (2 pontos); 2ª etapa (1 ponto); 3ª etapa (1 ponto); erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
classificação	2		

Na questão 9.2. (Figura 8 abaixo), o aluno priorizou a operação entre parênteses (diferença entre dois números fracionários), mas não realizou a operação propriamente dita de forma correta. Contudo, desempenha a etapa final, realizando o produto entre as frações e tornando irredutível o resultado obtido. Assim, obtém a classificação de 3 pontos percentuais nesta questão (conforme Tabela 7 abaixo).

Figura 8 1.º teste sumativo - Questão 9.2. – Resposta

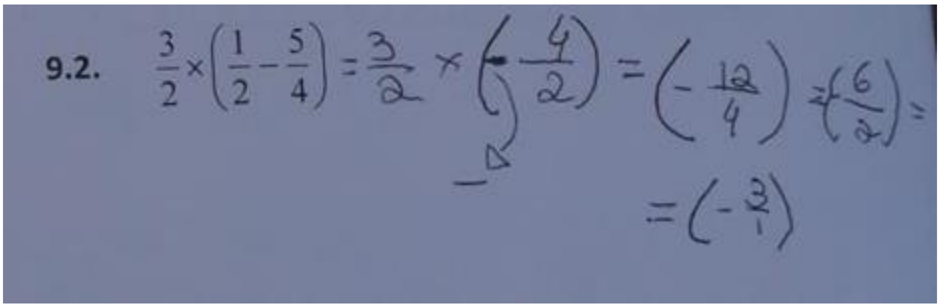


Tabela 7 1.º teste sumativo - Questão 9.2. – Critério de correção e classificação

Questão	9.2.		
Domínio	**D1**	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	**5**	**9.2.** $\frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{4}\right)=\frac{3}{2}\times\left(\frac{2}{4}-\frac{5}{4}\right)=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{9}{8}$ **1ªetapa:** Respeita a prioridade dos parenteses e reduz ao mesmo denominador. **2ªetapa:** calcula $\frac{2}{4}-\frac{5}{4}$ e obtém $-\frac{3}{4}$ **3ªetapa:** calcula o produto e obtém $-\frac{9}{8}$ (fração irredutível)	1ª etapa (2 pontos) 2ª etapa (2 pontos) 3ª etapa (1 pontos) erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
classificação	3		

Na questão 9.3. (Figura 9 abaixo), o aluno priorizou a operação entre parênteses (diferença entre dois números, sendo um deles representado na forma de fração), mas não realizou a operação propriamente dita de forma correta. Realiza o produto e a soma, respeitando as prioridades das operações, contudo não é feito corretamente a última operação, pelo que não se considera alcançado com sucesso esta etapa de desempenho. Assim, obtém a classificação de 1 ponto percentual nesta questão (conforme Tabela 8 abaixo).

Figura 9 1.º teste sumativo - Questão 9.3. – Resposta

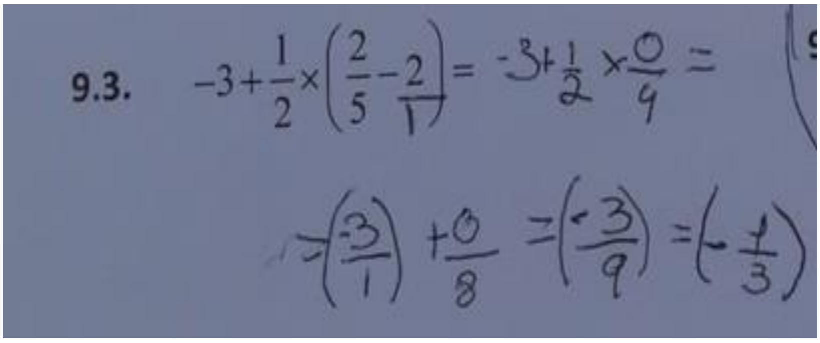


Tabela 8 1.º teste sumativo - Questão 9.3. – Critério de correção e classificação

Questão	9.3.		
Domínio	D1	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	5	**9.3.** $-3+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{5}-2\right)=-3+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{5}-\frac{10}{5}\right)=-3+\frac{1}{2}\times\left(-\frac{8}{5}\right)=-3-\frac{8}{10}=-\frac{30}{10}-\frac{8}{10}=-\frac{38}{10}=-\frac{19}{5}$ **1ªetapa**: Respeita a prioridade dos parenteses e reduz ao mesmo denominador. **2ªetapa**: calcula $\frac{2}{5}-\frac{10}{5}$ e obtém $-\frac{8}{5}$ **3ªetapa:** prioriza a multiplicação **4ª etapa** reduz ao mesmo denominador para efetuar a soma **5ªetapa** obtém $-\frac{38}{10}$ **6ª etapa** torna a fração irredutível e obtém $-\frac{19}{5}$	1 ponto para cada etapa concretizada; erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
classificação	1		

Finalmente, na questão 9.4 (Figura 10 abaixo), o aluno priorizou a operação entre parênteses e realiza o produto, respeitando as prioridades das operações, contudo não é feito corretamente a diferença de números fracionários obtida (redução ao mesmo denominador e consequente operação entre os numeradores), pelo que não se considera alcançado com sucesso esta etapa de desempenho. Assim, obtém a classificação de 3 pontos percentuais nesta questão (conforme Tabela 9 abaixo).

Figura 10 1.º teste sumativo - Questão 9.4. – Resposta

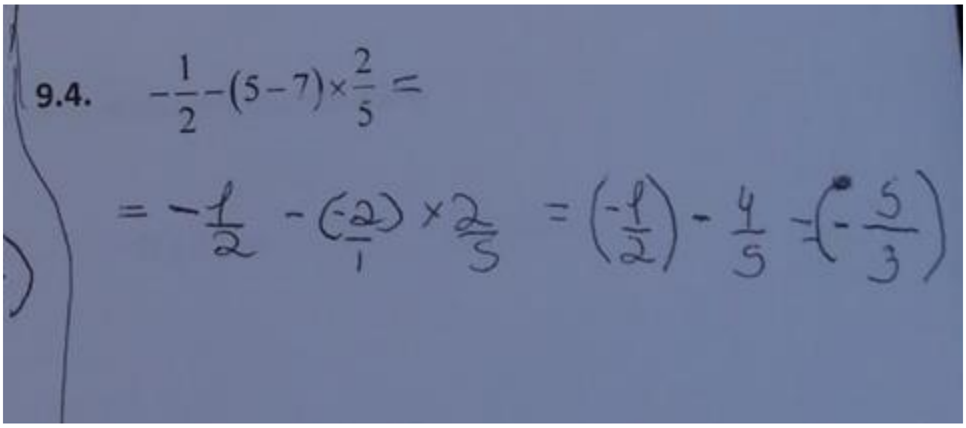
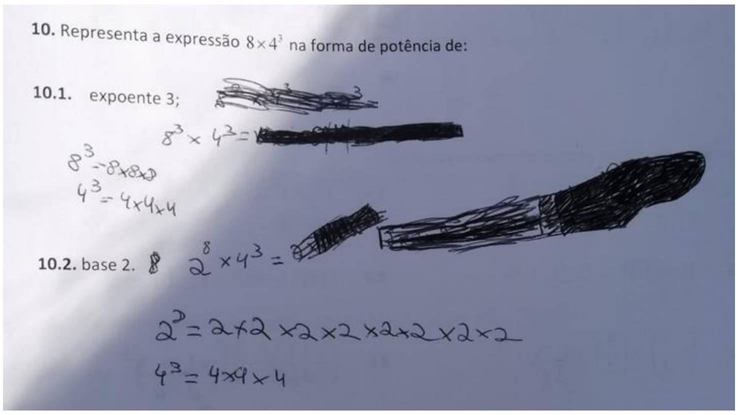


Tabela 9 1.º teste sumativo - Questão 9.4. – Critério de correção e classificação

Questão	9.4.		
Domínio	**D1**	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	**5**	$-\frac{1}{2}-(5-7)\times\frac{2}{5}=-\frac{1}{2}-(-2)\times\frac{2}{5}=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=-\frac{5}{10}+\frac{8}{10}=\frac{3}{10}$ **1ªetapa**: Respeita a prioridade dos parenteses e obtém -2 **2 etapa:** simplifica a escrita e obtém $-(-2) = 2$ 3**ªetapa**: Prioriza a multiplicação e obtém $-\frac{4}{5}$ 4**ªetapa:** reduz ao mesmo denominador para efetuar a soma 5**ªetapa** obtém $\frac{3}{10}$	1 ponto para cada etapa concretizada; erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
classificação	3		

A última questão do teste consistia em escrever o produto de dois números na forma de uma potência de expoente 3 (questão 10.1) e numa potência de base 2 (questão 10.2), conforme indicado na Figura 11 abaixo. Na questão 10.1, o aluno não conseguiu transformar 8 numa potência 2^3 e considera que $8^3 = 8$. Na questão 10.2, por sua vez, entende que 8 pode ser escrito como 2^8. As respostas dadas na questão 10 evidenciam que o aluno sabe que uma potência traduz o produto do mesmo fator (base) num número de vezes igual ao valor do expoente ($8^3 = 8 \times 8 \times 8$, por exemplo), mas entende que escrever 8 numa potência de expoente 3, é 8^3, evidenciando que desconhece tratar-se de valores diferentes.

Figura 11 1.º teste sumativo - Questão 10. – Resposta



A classificação do aluno nesta questão encontra-se na Tabela 10, conforme os critérios aí definidos.

Tabela 10 1.º teste sumativo – Questão 10.1. e 10.2. – Critério de correção e classificação

Questão	10.1 e 10.2.		
Domínio	D1	Proposta de resolução	Critério de correção
cotação	6+6	**1ªetapa** $8 \times 4^3 = 2^3 \times 4^3$ **2ªetapa** obtém 8^3	1ª etapa (5 pontos) 2ª etapa (1 pontos) .
classificação	0	**1ªetapa** $8 \times 4^3 = 2^3 \times (2^2)^3$ **2ªetapa** obtém $2^3 \times 2^6$ **3ª etapa** obtém 2^9	1ª etapa (3 pontos) 2ª etapa (2 pontos) 3ª etapa (1 ponto) ; erro de cálculo ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).

Na Tabela 11 encontra-se a classificação total do teste deste aluno de acordo com os critérios de correção estabelecidos.

Tabela 11 1.º teste sumativo - classificação total

TOTAl	TOTAl	TOTAl	TOTAl	TOTAl
D1	D2	D1(100%)	D2(100%)	D2(80%)+D1(20%)
80	20			
56	12	70	60	68

A nota deste aluno no 1.º teste sumativo, de acordo com a classificação da professora estagiária, seria:

- Classificação D1: 70%
- Classificação D2: 60%

Efetivamente, este aluno foi classificado pela professora titular da seguinte forma:

- Classificação D1: 62,5%
- Classificação D2: 60%

1.2. Avaliação e Autoavaliação

1.2.3. Autoavaliação

A autoavaliação, como forma de participação na avaliação do balanço do trabalho realizado ao longo do ano letivo permite aos alunos terem um papel mais ativo na identificação dos sucessos alcançados e dos aspetos a melhorar nas suas aprendizagens e, portanto, é um modo de avaliação formativa que não deve ser descurado, já que permite ao aluno uma reflexão sobre o desenvolvimento das aprendizagens conseguidas ou que ainda falta realizar, conforme referem Barbosa e Alaiz, (1994).

De acordo com esta fonte, a autoavaliação deve ser mais sistemática e comum ao longo do processo de ensino-aprendizagem como forma de avaliação formativa ou avaliação para a aprendizagem. Carece, por isso, da participação mais ativa do aluno, com maior transparência e consciência dos objetivos a alcançar, procedimentos e critérios de avaliação de desempenho na construção das suas aprendizagens.

Inerentemente, há a necessidade constante em adequar as práticas pedagógicas para que este modo de avaliação formativa alcance os seus objetivos: identificar e planear estratégias de correção e melhoramento eficientes enquanto o processo ensino-aprendizagem ainda decorre. Assim, para que a avaliação para a aprendizagem seja eficaz, o professor deve incentivar a participação dos alunos na sua aprendizagem, dando feedback construtivo e interativo que ajude o aluno a identificar as formas de melhorar o seu rendimento e que ele próprio aprenda estratégias de autoavaliação para identificar áreas que precisa de melhorar (Lopes & Silva, 2012). É, sem dúvida, uma forma dinâmica e exigente em termos de planificação e adequação de ritmo e apresentação de desafios/objetivos para o professor, consoante a informação e caraterísticas dos alunos que vão estabelecendo ao longo do processo.

A autoavaliação dos alunos foi realizada através do preenchimento de um formulário do *google forms* no final de cada semestre. O formulário distribuído aos alunos da turma do 7.º ano é apresentado no Anexo B ao presente relatório. A análise das autoavaliações destes alunos permite concluir que a maioria dos alunos tem consciência da avaliação do trabalho realizado, sendo a nota final proposta coincidente com a nota atribuída pela professora titular.

Esta forma de autoavaliação realizada no final de cada semestre tem importância pela reflexão induzida nos alunos sobre os hábitos de trabalho, resultados e atitude que irão traduzir a nota final no semestre na disciplina. Estas formas de autoavaliação surgem em complemento às fichas formativas realizadas ao longo de cada semestre na disciplina de matemática.

CAPÍTULO 2

Neste capítulo são apresentados a planificação anual dos conteúdos lecionados e os resumos das aulas lecionadas pela professora estagiária na turma principal.

2.1. Turma principal – turma do 7.º ano

A turma do 7.º ano é a turma principal onde a professora estagiária teve maior participação e intervenção, quer no número de aulas supervisionadas, quer também como fonte da recolha de dados para a investigação apresentada na segunda parte deste trabalho.

2.1.1. Planificação Anual

A planificação anual dos conteúdos de aprendizagem lecionados no 7.º ano distribui-se nos dois semestres de aulas de acordo com a tabela em anexo (Anexo F) e tem como base as aprendizagens essenciais definidas pelo Ministério da Educação para o 7.º ano do Ensino Básico.

Assim, no primeiro semestre são planificadas 70 aulas para as aprendizagens relacionadas com as operações com números inteiros e suas propriedades; extensão das mesmas propriedades ao conjunto dos números racionais. Ainda neste semestre está planeado o estudo das potências de expoente natural e a representação de um número em notação científica. O último conteúdo de aprendizagem neste semestre são os quadrados perfeitos e a raiz quadrada, sendo feita a introdução do estudo das funções, em particular o estudo mais aprofundado das funções lineares.

O número de aulas previstas para cada um destes tópicos inclui todas as situações de aprendizagem e avaliação que venham a ser implementadas, tendo em foco o desenvolvimento das capacidades dos alunos em comunicação em matemática, raciocínio matemático e resolução de problemas.

No segundo semestre são planificadas 80 aulas. O semestre começa com as aprendizagens relacionadas com as sequências e regularidades seguidas do estudo das equações algébricas. No tópico da Geometria, os alunos estudam as propriedades dos triângulos e dos quadriláteros e o cálculo de áreas. Ainda neste tópico, são planificadas aulas para a semelhança de polígonos e, em particular, os critérios de semelhança de triângulos. Finalmente, em Organização e Tratamento de Dados, são planificadas aulas para a organização e representação de dados e o estudo das medidas de localização mediana e média.

Tal como no primeiro semestre, o número de aulas previstas para cada tópico inclui todas as situações de aprendizagem e avaliação que venham a ser implementadas (avaliações, atividades de articulação curricular e consolidação de aprendizagens), tendo por base o desenvolvimento das capacidades dos alunos em comunicação matemática, raciocínio matemático e resolução de problemas.

As planificações são implementadas na plataforma Inovar +, plataforma essa onde os docentes registam os sumários das aulas lecionadas, mas também informações relativas a faltas e avaliações dos alunos nas diferentes disciplinas. Esta plataforma é uma das formas de comunicação entre a escola e os encarregados de educação sobre tópicos de assiduidade e aproveitamento dos educandos.

2.1.2. Aulas lecionadas

Nesta turma, a "principal", a professora estagiária lecionou quinze aulas de 45 minutos (cinco aulas de duração de 45 minutos e cinco blocos de aulas de duração de 90 (2 x 45 minutos)). De referir que os blocos de aulas de duração igual a 90 minutos apenas são sumariados com um único sumário, apesar de serem considerados dois tempos letivos.

A planificação destas aulas foi discutida previamente com a professora titular da disciplina, reformulando e aconselhando estratégias de abordagem e exploração do conteúdo lecionado em cada aula. Esta partilha de ideias, sugestões e estratégias enriqueceram e contribuíram para a concretização dos planos de aula e permitiram melhorar os planos de aula seguintes. No final de cada aula, havia sempre uma reunião com a professora titular para discussão dos pontos que correram menos bem e que deviam ser melhorados (organização do quadro, postura da professora estagiária, gestão do tempo, entre outros) e sobre se os objetivos de aprendizagem foram alcançados ou não.

As aulas foram sempre supervisionadas pela professora titular da disciplina, sendo uma delas também supervisionada pelo professor doutor orientador do estágio pedagógico.

Na Tabela 12 abaixo encontram-se descritos, resumidamente, a data e o conteúdo de aprendizagem de cada aula assistida. Foram dadas três aulas no primeiro semestre relacionado com o subtópico das potências de expoente natural e doze aulas no segundo semestre relacionadas com as expressões algébricas e equações de 1.º grau a uma incógnita.

Tabela 12 Calendarização das aulas assistidas pela professora estagiária na turma do 7.º ano

semestre	data	duração	Conteúdo matemático	supervisão
1.º	9 de novembro de 2021	2x45'	• Potências de base racional positiva e expoente natural (revisão do 2.º ciclo) • Operações com potências de base racional positiva e expoente natural (revisão do 2.º ciclo)	Professora titular
1.º	10 de novembro de 2021	45'	• Potências de base racional positiva e expoente natural (revisão do 2.º ciclo) • Operações com potências de base racional positiva e expoente natural (revisão do 2.º ciclo)	Professora titular
2.º	29 de março de 2022	2x45'	• Expressões com variáveis.	Professora titular
2.º	30 de março de 2022	45'	• Expressões com variáveis.	Professora titular
2.º	5 abril de 2022	2x45'	• Expressões com variáveis; equações de 1.º grau.	Professora titular
2.º	6 abril de 2022	45'	• Expressões com variáveis; equações de 1.º grau.	Professora titular
2.º	19 de abril de 2022	2x45'	• Resolução de equações de 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e denominadores)	Professora titular e Professor doutor orientador do estágio pedagógico
2.º	20 de abril de 2022	45'	• Resolução de equações de 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e denominadores)	Professora titular
2.º	26 de abril de 2022	2x45'	• Princípios de equivalência e equações de 1.º grau a uma incógnita equivalentes.	Professora titular
2.º	27 de abril de 2022	45'	• Princípios de equivalência e equações de 1.º grau a uma incógnita equivalentes.	Professora titular

2.1.3. Resumo das aulas lecionadas

Sendo este tópico dedicado à reflexão pessoal das aulas planificadas e lecionadas, optou-se pela escrita na primeira pessoa.

Assim, segue-se um breve resumo de cada aula planificada e lecionada, rematado com a reflexão respetiva.

2.1.3.1. Aulas de 9 de novembro

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 1.º semestre no dia 9 de novembro de 2021 e tiveram como objetivos de aprendizagem:

- Identificar a "Potência" como o produto de fatores iguais.
- Escrever e interpretar os elementos de uma "Potência".
- Identificar as regras operatórias do produto e o quociente de potências com bases iguais e expoentes diferentes; bases diferentes e expoentes iguais e potência da potência.

A metodologia adotada para introduzir o conteúdo matemático consistiu em fazer uma revisão sobre potências e operações com potências de expoente natural na realização de um jogo interativo *Kahoot* (Anexo G) de 18 questões de escolha múltipla com tempo de resposta fixo de 20 segundos para cada uma. O conjunto de perguntas foi construído de forma a conter a leitura de potências, a simplificação de expressões usando as regras do produto e do quociente de potências e a escrita de um número na forma de potência com a base ou expoente indicado (o valor de $1^{98}, 5^3 \times 7^3, 3^6 \times 3^2, \frac{7^6}{7^4}$, foram algumas das questões). Este jogo incluía, também, questões sobre o cálculo com potências que é comum os alunos "estenderem" as regras usadas para o produto e para o quociente de potências, desde que as bases ou expoentes das potências sejam iguais.

A realização do jogo é individual, contudo optei por discutir e sistematizar em grupo turma as respostas dadas, alertando para os erros cometidos pelos alunos durante o processo de resolução. Após a realização e discussão do jogo, seguiu-se o registo no caderno diário da representação e significado dos elementos de uma potência e posterior consolidação através da resolução de exercícios de aplicação no manual do aluno adotado (Pereira & Pinto, 2013, p. 56, p.57).

Achei que a avaliação dos objetivos essenciais de aprendizagem devia basear-se na observação direta dos alunos relativamente ao seu empenho, participação e aplicação correta dos conteúdos na resolução dos exercícios. Para além disso, o jogo *kahoot* gera um relatório com as respostas com mais dificuldade e/ou não respondidas, assim como os resultados de cada aluno participante. Desta forma, analisando o relatório, é possível a perceção dos erros e das dificuldades dos alunos, bem como o que não carece de reforço ou consolidação nas aulas futuras. Embora seja um conteúdo dado no 2.º ciclo, é transversal aos ciclos seguintes.

A primeira aula de 45 minutos iniciou-se, como previsto, com o registo do sumário no quadro, seguido de uma breve explicação sobre o conteúdo abordado no jogo *kahoot*. Para salvaguardar falhas de internet em alguns telemóveis dos alunos ou a falta do mesmo, levei cópias com as questões do jogo que foram distribuídas pelos alunos que as solicitaram. É certo que contava com esta situação, contudo, não sabia ligar a coluna de som. A professora orientadora auxiliou-me a resolver esta situação, mas em condições normais não devia correr o risco de planear uma aula com a utilização deste recurso, sem ter a garantia de que estaria operacional no momento certo. Assim, nestes primeiros momentos de aula, foi evidente que em situações futuras semelhantes, deva ir um pouco mais cedo para a sala de aula (ou no dia anterior) para verificar se está tudo a funcionar.

A versão escrita do jogo, não estava completa em algumas questões que continham fórmulas matemáticas, pelo que foi difícil para os alunos conciliarem com o que era projetado virtualmente. Desta forma, o tempo que planeei para entrada no jogo e a realização do mesmo foram claramente desajustados demorando mais tempo que o previsto e comprometendo os restantes momentos e objetivos delineados.

A gestão do tempo em sala de aula deve ser controlada naturalmente pelo professor, contudo sem a rigidez dos *timings* quando se justifique (esclarecimentos e constrangimentos adicionais, dúvidas que surjam, por exemplo).

Durante a realização, questão a questão, os alunos partilhavam a resposta e chamei à atenção dos erros que habitualmente iam sendo feitos. Por exemplo, o valor de $2^2 + 10^2$ (uma das questões do jogo *Kahoot*), somando as bases e mantendo o expoente ou no cálculo simples de uma potência, obterem o valor multiplicando a base pelo expoente, $5^3 = 15$ (uma das questões do jogo *Kahoot*) foram dois erros frequentes que alguns, não recordando quais as regras operatórias, mas com algumas remanescências acerca de algo que envolvia operar com as bases ou expoentes assim fizeram.

A ideia subjacente a esta metodologia de aula foi a de que, uma vez tratar-se de uma revisão sobre um conteúdo aprendido no ciclo anterior (potenciação e regras operatórias), aquando do jogo, a revisão já estaria feita. Analisando melhor, constato que seria mais eficaz realizar o jogo sem interrupções explicativas e, no final, ser analisada a resposta correta de cada questão e as respetivas notas ou observações anotadas no caderno diário. Durante o jogo, os alunos estavam ocupados com telemóvel na mão para continuar a jogar e não conseguiam registar as notas no caderno diário ao mesmo tempo.

Relativamente à avaliação dos objetivos essenciais, verifiquei que o relatório gerado pelo jogo, no que diz respeito às respostas dadas pelos alunos, seria bastante útil se não houvesse duplicações dos alunos que tiveram falhas de internet e que, reentrando no jogo, criavam um utilizador. Não obstante, foi possível verificar quais as questões onde os alunos erraram mais, como, por exemplo, escrever 9×27 na forma de uma potência de expoente maior que um (0%), bem como as que acertaram com maior frequência relativa, como, por exemplo, escrever o número 3 na forma de potência (31%). Da observação direta aos alunos, pude perceber que a "aula", no seu todo, foi dinâmica e realizada com entusiamo, motivando os alunos a participar e a partilhar conhecimento.

Posto isto, a segunda aula (45 minutos) foi essencialmente adiada para a aula seguinte, ficando para trabalho de casa a resolução de quatro exercícios de aplicação do conteúdo revisto.

2.1.3.2. Aula de 10 de novembro

Esta aula de 45 minutos realizou-se no 1.º semestre no dia 10 de novembro de 2021, dando seguimento à aula planificada anteriormente e tendo tido como objetivo de aprendizagem a resolução de exercícios e problemas que envolviam potências e operações com potências de expoente natural do manual do aluno (Pereira & Pinto, 2013, p. 56, p.57).

Esta aula começou após eu escrever o sumário no quadro, verificar lugar a lugar o trabalho de casa, registar quem não fez no meu bloco de notas (para depois proceder à respetiva falta e perceber a razão para tal (falta de tempo, não saber fazer, por exemplo). Os dois primeiros exercícios consistiam em escrever produtos de fatores iguais na forma de potência e vice-versa, como por exemplo, $2^2, 5 \times 5 \times 5 \times 5, (-1) \times (-1) \times (-1)$. O terceiro exercício consistia em determinar a área de quadrados na forma de potência e o último exercício era para simplificar produtos ou quocientes de potências usando as regras operatórias, como por exemplo, $2^3 \times 2^5, 5^4 \times 5^6, 2^5 \div 2^3$.

A maioria dos alunos tinha os exercícios resolvidos e voluntariaram-se para ir ao quadro quando perguntei quem queria fazer a correção. Distribuí oralmente os exercícios pelos alunos que colocaram o dedo no ar, reservando duas alíneas para os alunos que não fizeram o trabalho de casa.

Os alunos iam ao quadro depois de o colega anterior ter terminado a correção do exercício. De uma forma geral, não houve dúvidas para esclarecer, no entanto um dos alunos que foi ao quadro associou a potência a uma soma de parcelas iguais.

Aos dois alunos que não fizeram o trabalho de casa, solicitei que fossem ao quadro para perceber se tinham dificuldades e, realmente, os alunos denotaram insegurança e falta de confiança na resposta que davam. Estavam inseguros quanto às regras operatórias das potências existentes para o produto e quociente de potências e como podiam aplicá-las. Foi importante registar e tomar nota para, nas aulas seguintes, focar-me e assegurar-me das aprendizagens destes alunos, estando atenta a como participam e/ou esclarecem as suas dúvidas.

Esta aula foi dinâmica e fluiu tranquilamente com os alunos a disputarem a ida ao quadro, mesmo os alunos mais tímidos.

A resolução de exercícios em contexto de trabalho de casa permite aos alunos uma maior segurança e confiança, pois já pensaram sobre eles e conhecem a forma de os resolver. Contudo, muitos dos alunos têm apoio individual especializado à disciplina onde fazem os trabalhos de casa, o que pode dar uma falsa leitura ao professor sobre o verdadeiro conhecimento do aluno.

Normalmente, há o receio por parte de alguns alunos da exposição ao grupo turma, donde não colocam as dúvidas que têm. Assim, no final da aula ou mesmo durante a aula, seria importante acompanhar mais de perto cada aluno, em particular nestes casos de alunos. No entanto, outra aula iniciava daí a uns instantes e a aula terminou. Ficou a informação de que se tivessem dúvidas, não hesitassem em colocá-las na próxima aula. Penso que é importante os alunos perceberem a disponibilidade do professor para esclarecer qualquer dúvida que surja, reconhecendo, como referido anteriormente, que é preciso ser mais incisivo e direto, questionando diretamente os alunos (com o cuidado de não criar no aluno a impressão de “perseguição”). Expor uma ideia ou colocar uma dúvida depende muito da relação de confiança entre aluno e professor, construída e desenvolvida ao longo do tempo. Da dúvida surge o conhecimento e, quanto mais cedo utilizarem a dúvida em benefício próprio, mais confiantes se tornam.

2.1.3.3. Aulas de 29 de março

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 2.º semestre no dia 29 de março de 2022 e tiveram os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar o coeficiente e a parte literal de um termo;
- Simplificar expressões numéricas com incógnitas;
- Escrever expressões algébricas em linguagem corrente;
- Traduzir expressões em linguagem corrente para linguagem matemática;

A metodologia para estas aulas, consistiu na revisão de conceitos, fazendo a distinção da expressão numérica e da expressão algébrica, seguindo-se a identificação do coeficiente e da parte literal dos termos que compõem a expressão algébrica, assim como o reconhecimento de termos semelhantes e a simplificação através da redução dos termos semelhantes. Por sugestão da professora titular (quando discutimos a planificação das aulas), introduziu-se também a designação de termo ou monómio para que os alunos começassem a interiorizar esta terminologia, que será trabalhada no próximo ano letivo, no estudo de monómios e polinómios. Os alunos já conheciam a designação de variável para representar um valor desconhecido, pois na aula anterior a esta realizaram uma tarefa com a professora titular sobre este conteúdo e às equações de 1º grau para descobrir um valor desconhecido representado pela letra x e designado por "variável".

Assim, para introduzir os conceitos de expressão numérica e expressão algébrica, questionei a turma sobre o que associam à palavra "numérica".

> **Alunos:** números.
> **Professora:** Isso mesmo. Uma expressão numérica tem números e símbolos de operações: mais, menos, etc. Por exemplo $2+\frac{1}{7}-1$. Conseguem dar outro exemplo?
> **Alunos:** 2+2!
> **Professora**: Sim, é. E expressão algébrica? Como será?
> **Alunos**: [silêncio]
> **Professora**: Uma expressão algébrica tem letras também! Na última aula chamaram às letras de quê?
> **Alunos**: Variável.
> **Professora:** Boa! Vamos a um exemplo, $2\mathrm{x}+1$ ou $\mathrm{x}+\mathrm{y}$ são expressões algébricas.

De seguida, os alunos copiaram do quadro e anotaram no caderno diário as designações de expressão numérica e de expressão algébrica e respetivos exemplos. A estratégia para abordar este conteúdo de Álgebra foi partir da expressão algébrica (perspetiva macro) para chegar à designação de coeficiente e parte literal do termo ou monómio (perspetiva micro).

Assim, os alunos começaram por anotar no caderno que a cada elemento de uma expressão algébrica chamamos "termo ou monómio". Por exemplo, $6x$ é um termo (ou monómio) e representa $6\times x$. Por sua vez, à parte numérica de cada termo designa-se por coeficiente e a "letra", a variável ou incógnita, neste contexto, designa-se por parte literal. Expliquei aos alunos (reforcei para associarem a designação "literal" à palavra "letra"), indicando com uma seta por baixo do 6 "coeficiente" e com outra seta por baixo de x "parte literal".

Para perceber se os alunos estavam a acompanhar a nomenclatura, escrevi outros exemplos de termos no quadro para que fosse indicada a parte numérica (coeficiente) e a parte literal (se existisse). Os exemplos foram: $2y, t$ e $-8.$ Nos dois primeiros exemplos não foi difícil aos alunos identificarem a parte literal (y e t, respetivamente). No caso do termo t, repararam que "não há nenhum número". Então, recordei-lhes que $6x = 6\times x$, $2y=2\times y$ (escrevi no quadro, para reforço visual do que estava a dizer).

> **Professora**: O que estará a multiplicar t?
> **Alunos:** 1!
> **Professora:** Certo! Então, ainda acham que o termo t não tem parte numérica?

Alunos: Não, é 1.

De forma análoga, o termo -8 não tinha nenhuma "letra". Alguns alunos acharam que "8" seria a parte numérica do termo. Corrigi e, neste caso, acrescentei ainda que o termo não tem parte literal. Chama-se, por isso, termo independente. Pedi que escrevessem no caderno. Seguiram-se mais exemplos que considerei importantes para discutimos coletivamente e assim os alunos irem interiorizando estes conceitos novos.

Nas situações em que o coeficiente não era tão explicito ($-x$; $\frac{x}{2}$ por exemplo), não houve resposta dos alunos, pelo que foi necessário fazer a explicação adicional para toda a turma sobre os produtos -1×1; -1×2; -1×3. A resposta dos alunos foi de que $-1 \times 1 = -1, -1 \times 2 = -2, -1 \times 3 = -3$ (escrito no quadro conforme resposta dos alunos para melhor visualizarem o que tentava mostrar).

Professora: E, $\boldsymbol{-1 \times x}$**?**
Alunos: É $-x$.

Assenti que estava correto e voltei a perguntar à turma sobre o valor do coeficiente de x e facilmente um aluno fez a dedução de que neste caso, o coeficiente é -1 (e a parte literal é x, acrescentei). Analogamente se fez a dedução em grupo turma para o caso de $\frac{x}{2}$ na sequência da pergunta sobre qual seria o valor do coeficiente de x neste caso. Contudo, pela observação da expressão do rosto de alguns alunos, não ficou claro para mim se todos entenderam o que acabamos de referir.

Após este momento foi oportuno repetir as designações dadas até ali: termo (ou monómio), coeficiente, parte literal e termo independente!

Professora: Estamos quase a terminar. Falta falar de termos semelhantes. Semelhante, significa o quê para vocês?
Alunos: É parecido.
Professora: E ser parecido, não é ser igual, pois não?
Alunos: Não.
Professora: Os termos semelhantes têm a mesma parte literal. Conseguem dar um exemplo?
Alunos: $2x$ e $3x$.
Professora: Muito bem!

Finalmente, para a simplificação de expressões algébricas, os alunos registaram que só se pode somar (e subtrair) termos semelhantes, ou seja com a mesma parte literal. Por exemplo, a expressão $a + a + a + p$ e a expressão $3a + 2p - 2a + p$ na forma simplificada são $3a + p$ e $a + 3p$, respetivamente (redução dos termos semelhantes feita com a ajuda dos alunos).

Seguiu-se a consolidação da utilização correta da terminologia e a simplificação de expressões algébricas, de forma autónoma, através da resolução da tarefa intermédia 10 em (Pereira & Pinto, 2013, p. 165). Aguardei alguns momentos para dar tempo para que os alunos lessem, interpretassem e começassem a resolver a tarefa. Circulando pela sala, verifiquei que todos já tinham as três primeiras alíneas respondidas e como se trata dos primeiros exercícios sobre este conteúdo, corrigi-as no quadro pedindo a resposta aos alunos que colocavam o dedo no ar para responder. As três primeiras alíneas são $a)\ x + x + x\ \ b)\ m + n + n + m$ e $c)\ a + 3a.$ As restantes nove alíneas ficaram para trabalho de casa, sendo que alguns alunos conseguiram terminar na aula sem dificuldade.

Nestas aulas observei que os alunos participaram de forma voluntária, colocando o dedo no ar quando era colocada uma questão sobre o que estava a ser dado. Por outro lado, houve alunos que não colocaram o dedo no ar. Relativamente a estes, tentei perceber se tal aconteceu por timidez ou por desconhecimento da resposta, convidando-os a intervir. Em geral, com alguma ajuda, conseguiram responder acertadamente ou chegar ao resultado com sucesso.

Verifiquei, também, que para os alunos não é muito intuitivo reconhecer a parte numérica de um termo quando não está explicitamente indicado um valor numérico, como, por exemplo, foi o caso dos termos $t, -x;\ \frac{x}{2}$. Para além do conceito de "parte numérica", é preciso entender o conhecimento prévio da existência de elemento neutro da multiplicação (para o caso de t), a existência de simétrico, e perceber que quando se divide uma quantidade por um valor, o resultado é igual ao produto dessa quantidade pelo inverso desse valor (para o caso de $\frac{x}{2}$) . No entanto, adotei a estratégia de exemplificar vários casos até chegar ao resultado pretendido e não abordei estas propriedades para não provocar mais confusão aos alunos, o que acho ter sido o mais sensato. Por vezes, é preciso pensar que simplificar a abordagem, torná-la mais entendível, é preferível, sobretudo para os alunos que estão a encetar o raciocínio abstrato.

Trata-se, essencialmente, de introdução de nomenclatura (termos ou monómios, parte literal e coeficiente, termos semelhantes, etc.), pelo que é natural haver dúvidas de nomenclatura, as quais são rapidamente esclarecidas.

Fazendo o balanço destas duas aulas, um aspeto a melhorar tem a ver com o facto de querer incutir ritmo na turma. Transpareceu algum nervosismo da minha parte, pois estava um pouco acelerada. Essa observação feita pela professora titular e orientadora de estágio levou-me a refletir sobre o facto de que acelerarmos o processo (quando achamos que está lento e porque julgamos que não exige raciocínio lógico e matemático elaborado) nem sempre resulta num melhor rendimento. Isto porque os alunos não acompanham com a mesma eficiência, sobretudo quando não estão habituados à letra da professora, como foi o caso, ou à terminologia nova e ao registo no caderno enquanto decorre a aula. Assim, este equilíbrio, entre aluno – aprendizagem – professor não foi sempre alcançado como desejável. Trata-se de um aspeto, a melhorar, portanto, nas próximas aulas dadas.

A avaliação dos alunos, essencialmente, através de observação direta em sala de aula, consistiu em avaliar o seu empenho, o seu trabalho em aula e as principais dificuldades sentidas e identificadas (registadas no meu caderno para não me esquecer). Para isso, é importante estar atento à forma como os alunos assimilam os conteúdos lecionados, pedindo a intervenção dos alunos de forma a tornar a sua participação mais ativa e construtiva nas aprendizagens objetivadas.

2.1.3.4. Aula de 30 de março

Esta aula de 45 minutos realizou-se no 2.º semestre no dia 30 de março de 2022 e teve o seguinte objetivo de aprendizagem: Simplificar expressões numéricas com variáveis.

A aula iniciou-se como habitualmente depois do registo do sumário no quadro e, como havia trabalho de casa da aula anterior, ainda verifiquei no lugar quem tinha feito. Foi corrigida no quadro a tarefa do manual iniciada no final da aula anterior pelos alunos. A ida ao quadro foi voluntária, pois todos os alunos tinham feito o trabalho de casa. A tarefa consistia em simplificar expressões por redução dos termos semelhantes, como, por exemplo, $-x + 4x \times 2$ e $3y - 2x + 5y - 3x$.

A tarefa é longa e inclui várias expressões algébricas para simplificar (doze) com um grau crescente de complexidade ao longo das alíneas (por exemplo, $x + x + x,$ a expressão da primeira alínea e $\frac{3b}{2} + 2b - 3a + \frac{a}{2}$, a última expressão), ocupando toda a aula com a correção. Sempre que necessário, chamava a atenção dos alunos que resolviam no quadro sobre a forma como representavam algumas letras e os números que podiam ser confundidos, ou como alguns representam a incógnita x, semelhante ao operador da multiplicação $\times$.

Pontualmente, em cada exercício, um ou outro aluno chamava-me ao lugar para perceber o que tinha feito mal, já que não tinha chegado à mesma solução escrita no quadro. É o primeiro contacto com algo abstrato como “incógnita”, “letras e números” é “confuso, por vezes”, naturalmente, para alunos do 7.º ano.

Estes tipos de aulas são importantes, como refere Ponte (2005), não só para consolidação e verificação das aprendizagens dos conteúdos novos, mas também para a possibilidade de cada aluno pensar e interpretar o que é pedido nos exercícios. Por outro lado, há o reforço positivo dos alunos que trabalharam em casa, porque a ida ao quadro ainda é estimulante, sobretudo quando sabem realizar o exercício. Acresce ainda dizer que, enquanto o aluno corrige o trabalho de casa no quadro, permite ao professor auxiliar no lugar os alunos com dúvidas e insistir com aqueles que não fizeram o trabalho de casa e não sabem como fazê-lo (o que não foi o caso neste dia).

2.1.3.5. Aulas de 5 de abril

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 2.º semestre no dia 5 de abril de 2022 e tiveram os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Escrever expressões algébricas em linguagem corrente;
- Traduzir expressões em linguagem corrente para linguagem matemática;
- Definir elementos de uma equação de 1.ºgrau (ficha formativa)

Realizado o formalismo do início de cada aula com o registo do sumário, a metodologia para estas aulas consistiu em começar por questionar os alunos sobre a leitura das operações básicas que ia escrevendo no quadro os operadores: soma, diferença, produto e divisão e, assim, relacionar a linguagem matemática e a linguagem corrente. Para o dobro, a metade, a terça parte, por exemplo, de um valor desconhecido, a abordagem foi apenas oral, sem escrever no quadro.

Professora: Como seria se quisesse escrever o dobro de um valor qualquer?
Alunos: É fazer vezes dois.
Professora: Muito bem. E a metade?
Alunos: Divide-se por dois.
(…)

Uma vez feita esta nota introdutória, foi registada no quadro uma pequena tabela (Tabela 13 abaixo) com alguns exemplos em linguagem corrente (ou natural) para completar a respetiva escrita matemática com a ajuda dos alunos. Foi oportuno recordar que, no caso do produto, normalmente é omisso o operador ×, como no exemplo o produto de x por y, que se escreve xy (em vez de $x \times y$). Estes exemplos incluem várias variáveis, diversificando o tipo de expressões algébricas e assegurando que todos os exemplos não contemplam a mesma variável.

Tabela 13 Exemplos de linguagem corrente e linguagem matemática

Linguagem corrente	Linguagem matemática
A soma de x com y	$x + y$
A diferença entre a e b	$a - b$
O produto de x por y	xy
O quociente entre a e b	$\frac{a}{b}$
O dobro de d	$2d$
O triplo de y	$3y$
A terça parte de n	$\frac{n}{3}$
A soma de 1 com k	$1 + k$

Após o registo da tabela no caderno, foi solicitada a realização das tarefas intermédias 5 e 6 do manual do aluno (Pereira & Pinto, 2013, p. 163), compostas por várias alíneas que implicavam escrever em linguagem corrente o significado das expressões algébricas referentes a um número k (como, por exemplo, $2k; \frac{k}{5}$ e $2(k+3)$, na tarefa 5). Implicavam ainda, dado um número x que desconhecemos, escrever a expressão algébrica que represente, por exemplo, a diferença entre o triplo desse número e cinco (tarefa 6).

Da observação das respostas dos alunos, ao circular pela sala e da predisposição para os alunos participarem, verifiquei que não tiveram muita dificuldade na resolução desta tarefa. Assim, para a correção, optei por um aluno que quis ir ao quadro responder a duas alíneas da tarefa 5, ficar a registar as respostas dos colegas nas restantes alíneas, após discussão da resposta na turma. Desta forma, é enriquecida a comunicação da linguagem matemática coletiva.

Foi usado o mesmo procedimento para a tarefa seguinte: um aluno que se voluntariou escreveu a resposta de duas alíneas e registou as respostas dos colegas conforme íamos acordando em turma a resposta dada pelo aluno que respondia, ou porque colocava o dedo no ar, ou porque eu ia pedindo para responder (neste caso, alunos que não costumam colocar o dedo no ar para responderem ou participarem).

Entretanto, propus a resolução de uma proposta adicional não planeada (tarefa 7, p. 163), mas sugerida no momento por envolver conceitos de geometria (perímetro de polígonos) e medidas desconhecidas. Isto por haver alunos que já tinham terminado as tarefas inicialmente propostas e queriam estar ocupados. Esta tarefa consistia em escrever o perímetro de um pentágono P com as medidas de três lados a e os restantes lados com medidas b, $(3a + 2b)$ e o perímetro de um retângulo Q de medidas $x \times y$, $(2x + 2y)$.

Tentei ter o cuidado de solicitar a participação dos alunos que normalmente sentem mais dificuldades e são mais tímidos, aproveitando sempre a oportunidade de quando colocaram o dedo no ar para participar. O sucesso da resposta permitiu, por um lado, melhorar a sua confiança e, por outro lado, contribuiu para consolidarem as aprendizagens da aula.

O seguimento da aula fez-se com a distinção entre expressão algébrica e equação, a qual os alunos não souberam fazer de imediato. Contudo, este tema já tinha sido abordado em aulas anteriores pela professora titular e foram recordadas sem dificuldade as noções de equação, membros da equação, termos dependentes e independentes. Foi importante fazer esta síntese para os alunos resolverem a ficha formativa introdutória ao estudo das equações, a qual envolvia estes conceitos.

Esta ficha formativa (Anexo H) é composta por seis exercícios: no primeiro exercício é pedido para assinalar todas as opções que representem equações; no segundo exercício pretende-se que os alunos indiquem os termos de cada membro das equações dadas ($x - 3 + 4x = 6 + 3x$ e $3x - 2 = -6x + 7$); no terceiro exercício é pedida a indicação dos termos dependentes e independentes das equações dadas; no quarto exercício devem indicar qual a equação cuja solução é 4 (A) $4x - 12 = 3$ B) $x + 6 = x - 2$ C) $4x - 24 = -8$ ou D) $4x - 3 = 1$); no quinto exercício devem resolver as equações $2x - 10 - 6 = 10$ e $x - 10 = -12$; e, finalmente, no sexto exercício devem escrever uma equação que permita resolver o problema dado sobre a idade de duas irmãs.

Os alunos recordavam os conceitos aprendidos na aula anterior, mas observei que nem todos os alunos sabiam como aplicá-los, o que seria de esperar nesta fase de aprendizagem. Por exemplo, ao circular pela sala, constato que um aluno não tinha respondido às questões da ficha formativa, porque não sabia tão pouco começar a fazer. Orientei-o no primeiro exercício para escolher as expressões que representavam equações e pareceu entender, pois indicou todas as opções que continham uma igualdade de duas expressões com pelo menos um termo com variável.

Os alunos tiveram tempo para responder às questões da ficha formativa e, quando a maioria já tinha terminado, começámos a correção da ficha no quadro pelos alunos que manifestaram interesse em fazê-lo. Pedi a colaboração do aluno que não tinha feito a ficha na questão 3, porque não sabia fazer, dando oportunidade primeiro para perceber o que aluno entendia da questão e ajudando-o quando precisava para indicar os termos dependentes e independentes de cada membro da equação dada.

O aluno precisou de mais tempo para terminar o exercício e, por esta razão, a “aula” terminou. Não foi feita a síntese da aula (foi feita no início da aula seguinte) e o trabalho para casa consistiu em terminar dois exercícios não corrigidos da ficha formativa, em vez das tarefas do manual pensadas inicialmente para trabalho de casa na planificação deste bloco de duas aulas.

2.1.3.6. Aula de 6 de abril

Esta aula de 45 minutos realizou-se no 2.º semestre no dia 6 de abril de 2022 e teve como objetivos de aprendizagem reconhecer e interpretar equações de 1.º grau a uma incógnita (sem parenteses nem denominadores).

Após o registo do sumário no quadro e tomado nota dos alunos que não fizeram o trabalho de casa, pedi a colaboração de dois alunos para fazer a síntese da aula anterior que não tinha sido feita como previsto no final, por falta de tempo. Fazer a síntese da aula no final, preferencialmente, permite aos alunos recordarem o que foi feito nessa aula e sistematizar os conteúdos lecionados. Nem sempre esta síntese será possível ou terá esse alcance pedagógico, porque no final da aula os alunos já estão mais preocupados em ir para o intervalo. No entanto, essa sistematização é importante, porque permite recordar os conceitos abordados na aula. Quando se pede a um aluno que colabore na realização da síntese da aula, tal contribui para desenvolver a capacidade do aluno de comunicar oralmente matemática e a capacidade de sistematizar um conjunto de ideias, procedimentos ou conceitos. Por isso, no final de cada aula, tento sempre planificar este momento e cumpri-lo.

Posto isto, são resolvidos no quadro os exercícios da ficha formativa que não ficaram corrigidos na aula anterior e, enquanto um aluno estava no quadro, circulei pela sala e esclareci as dúvidas que os alunos colocavam. Foram ao quadro os alunos que pediram para ir e, na questão 4, sobre saber qual a equação cuja solução é 4, pedi a quatro alunos que verificassem cada uma das opções, garantindo, por um lado, que só uma opção é a correta e, por outro, verificando se determinado valor é solução, é substituir a incógnita pelo valor dado e chegar a uma igualdade verdadeira. Ora, quando chegavam a uma "igualdade falsa" ($4 = 3$; ou $10 = 2$ ou $13 = 1$), fazia sentido afirmar que 4 não era solução dessas equações, mas $-8 = -8$ é uma "igualdade verdadeira", mas deveria ser 4, segundo a aluna, porque essa é que é a solução e, portanto, achou que se tinha enganado no cálculo. Aproveitei para explicar que apenas substituímos o valor da incógnita em cada um dos membros da equação, não a resolvemos, por isso, foi porque usamos o valor 4 na equação que chegámos à igualdade $-8 = -8$.

Esta aula teve a duração de 45 minutos e rapidamente chegou ao fim sem, no entanto, ficar concluída a correção da ficha formativa.

A gestão de tempo é difícil e devo ter maior margem na planificação das aulas futuras. No entanto, a participação dos alunos foi muto positiva e dinamizou a aula. Uma estratégia para uma melhor gestão do tempo é promover a correção do trabalho de casa a pares e, assim, o trabalho cooperativo permite que comparem formas de resolução e correção. No entanto, como foi feito com mais detalhe e justificação, por tratar-se de uma ficha formativa introdutória, levou mais tempo a corrigir.

2.1.3.7. Aulas de 19 de abril

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 2.º semestre no dia 19 de abril de 2022 e tiveram como objetivos de aprendizagem resolver equações de 1.º grau a uma incógnita do tipo $ax + b = c$ (sem parenteses e denominadores).

A metodologia para estas aulas consistiu na realização de dois *quizzes* cronometrados em dois minutos cada (Anexo I ao presente relatório), antes de introduzir o tópico principal: resolução de equações de 1.º grau. A introdução deste tópico foi feita segundo uma abordagem de uma história em que os personagens principais viviam em dois países: o das letras e o dos números. Segundo esta abordagem, os habitantes destes países regressam a casa sob pena de trocarem o sinal ao passar pela fronteira (simbolizado pelo sinal de igual). Para aplicação e verificação desta aprendizagem, os alunos realizam uma ficha formativa sobre a resolução de equações de 1.º grau a uma incógnita, conforme o Anexo J ao presente relatório.

Este bloco de aulas, desta vez assistida pela professora titular e orientadora de estágio e pelo professor doutor orientador de mestrado, decorreu muito próximo do planeado em termos de conteúdos e "*timings*" associados.

Cada aluno realizou um quizz que, decorrido o tempo previsto (dois minutos), deveria ser terminado. De seguida, trocavam com o par do lado para contabilizar as respostas não feitas, as respostas erradas e as respostas certas, consoante a correção feita no quadro (feita por mim com a participação dos alunos, para tornar o processo mais rápido, já que estes testes de raciocínio mental são de carater preliminar do conteúdo novo).

A realização dos dois *quizzes* permitiu, de forma lúdica, recordar as somas algébricas de números racionais e agilizar o raciocínio para a resolução das equações que iriam resolver durante a aula, nomeadamente na redução dos termos semelhantes. Em particular, no *quizz* 2, que envolvia soma algébricas com variáveis ($-3x - 6x$, por exemplo), realizado após a correção do *quizz* 1, observou-se, ainda assim, uma maior dificuldade no raciocínio abstrato. Esta constatação resultou da observação feita diretamente na aula e, posteriormente, da análise dos resultados do número de respostas não feitas e/ou erradas comparativamente com o *quizz* 1 (o *quizz* l foi, maioritariamente, concluído no tempo previsto de dois minutos). Daqui ressalta que o professor deve estar sensibilizado para o facto de os alunos não estarem tão familiarizados com algo que à partida para o professor é elementar, mas para os alunos não é. E, assim, o cálculo algébrico abstrato deve ser estimulado, sobretudo em início de novas aprendizagens em que é essencial para o sucesso dos alunos (comentário do professor doutor e orientador de mestrado).

Foram identificados os alunos com menor desempenho e sucesso no que concerne a este conteúdo e, nas aulas seguintes, o professor deve focar-se na consolidação deste conteúdo nestes alunos (recordar as operações algébricas nos números racionais numa ficha formativa e *quizz* final específico para eles).

Sobre a organização do quadro, quando estamos a corrigir uma tabela, por exemplo, o professor deve manter a estrutura para facilitar os alunos que perderam o fio condutor da aula e, assim, passarem a resolução corretamente, mesmo que não percebam. Quando voltarem a consultar a aula, será mais fácil apanharem o que perderam (comentário do professor doutor e orientador de mestrado).

Outra questão que também foi abordada pela professora titular teve a ver com a opção de resolver as equações em coluna em vez de em linha, usando o sinal de equivalente ($\Leftrightarrow$) entre as equações equivalentes resultantes do cálculo (no seu entender, uma boa estratégia para melhor identificar erros e/ou promover maior clareza). No entanto, não deve ser necessário ir a esse rigor nesta etapa da aprendizagem, portanto, não deve fazer parte da resolução da equação o sinal de equivalente. A colocar-se esse sinal, tal deve ser feito no final de uma linha e no início da linha seguinte e não, apenas, no início da linha como fiz no quadro. O que é realmente importante é os alunos entenderem o conceito do sinal de equivalente, o qual deve ser explicado aos alunos, e não somente como usar o sinal em si (comentário do professor doutor e orientador de mestrado).

Ainda na correção das equações da ficha formativa que os alunos realizaram sobre este tema, deve-se fazer a verificação de como o valor da incógnita encontrado permite a igualdade dos membros da equação (a reforçar na aula seguinte uma vez que não foi feito).

Realizadas as resoluções no quadro das primeiras duas equações da ficha formativa a título de exemplo em concordância com a turma (as equações $5x - 2 = 13 \; e \; 4a + 3 = 27$), chegou o momento de os alunos continuarem a resolver, agora a pares, pedindo auxílio quando tivessem dúvidas. Ao circular pela sala de aula, constatei que os alunos trabalhavam com entusiasmo e, quando não sabiam como fazer, perguntavam com interesse e motivação.

Observei ainda que, embora tenha sido dito que na resolução destas equações (salvaguardando as equações com parênteses em que se deve desembaraçar de parênteses primeiro e a estudar à posteriori) podíamos agrupar os termos dependentes (do país das letras) à esquerda do sinal igual e os termos independentes (do país dos números) à direita, tendo em conta que se faz a troca de sinal dos termos que mudam de membro da equação, um aluno trocou os membros da equação "em bloco" sem alterar os sinais dos termos e perguntou se podia resolver assim.

Isto é,

$$4 = 1 + 2c \Leftrightarrow 1 + 2c = 4 \Leftrightarrow (\dots)$$

Nesta situação, assenti que o podia fazer, já que se tivermos $a = b$ é o mesmo que $b = a$, garantindo que o aluno percebesse que assim é. No entanto, terminei dizendo para se habituar a resolver da forma como fizemos em aula. Isto é, "arrumar" os termos dependentes à esquerda e os termos independentes à direita, no segundo membro, antevendo erros comuns no estudo das inequações em que nem sempre os alunos leem corretamente a desigualdade quando à esquerda ou à direita da incógnita na indicação do conjunto solução na forma de intervalo real. Segundo os professores orientadores de estágio e de mestrado (quando reunimos no final da aula), embora essa situação futura seja provável, é conveniente não impedir que os alunos consigam arranjar a sua própria resolução, correndo o risco de fazer recuar o aluno ao nível da aprendizagem dos outros, quando conseguira pensar mais à frente. A ter cuidado e atenção com estas situações, portanto. O mesmo se aplica, por o seu raciocínio estar correto, quando os alunos deixam a solução k da equação de 1.º grau cuja incógnita é x na forma $k = x$.

A aula terminou e ficou para trabalho de casa a conclusão da resolução da ficha formativa, sendo que alguns alunos já a tinham quase terminada.

Finalmente, há a referir que a professora estagiária que acompanha estas aulas reparou que um aluno tentava resolver a equação de incógnita a, $3a - 6 = 12$, começando por substituí-la pela incógnita x e assim ir prosseguindo a resolução, porque eram assim que os exemplos no quadro tinham sido resolvidos. Quando os alunos não percebem, tentam resolver por imitação, donde é preciso, mais uma vez, o professor ter esta perceção atempadamente e focar-se nas aprendizagens realizadas efetivamente de forma a poder agir tempestivamente na construção das mesmas (comentário do professor doutor e orientador de mestrado).

Os professores orientadores de estágio e mestrado foram unânimes em considerar importante que para as "coisas" estarem compreendidas, devem ser simples, com uma história por detrás e a posteriori compreender o formalismo matemático. Foi com esta linha orientadora que as planificações das aulas seguintes foram delineadas e todas estas considerações observadas, bastante construtivas que terei de ter em conta no futuro.

2.1.3.8. Aula de 20 de abril

Esta aula de 45 minutos realizou-se no 2.º semestre no dia 20 de abril de 2022 e teve como objetivo de aprendizagem resolver equações de 1.ºgrau a uma incógnita do tipo $ax + b = c$ (sem parenteses nem denominadores).

A metodologia para esta aula consistiu na discussão e sistematização de ideias em grupo (turma), a partir da ficha formativa (Anexo J) entregue na última aula, relacionada com a resolução de equações. A resolução desta ficha já tinha sido iniciada, mas não fora concluída nem corrigida no quadro, pelo que o trabalho de casa dos alunos consistiu em completar a resolução, sendo corrigido nesta aula. Assim, fiz o registo do sumário no quadro e tomei nota dos alunos que não fizeram o TPC (tentando perceber a razão). Constatei que apenas dois alunos estavam nestas condições. Ficou acordado que na aula seguinte iriam ao quadro resolver um exercício proposto por mim com o compromisso de tomarem atenção à aula e tirarem as dúvidas que tivessem.

Uma vez que não tinha sido feita a síntese no final da aula anterior por falta de tempo, fi-la no início desta aula com a participação dos alunos e, em seguida, resolveram no quadro os exercícios da ficha formativa que não ficaram corrigidos na aula anterior.

Enquanto um aluno estava no quadro, circulei pela sala e esclareci as dúvidas que os alunos colocaram e /ou fazia pequenas correções de erros comuns nesta fase. Por exemplo, a incógnita desaparecer no meio da resolução e acabar " $\Leftrightarrow constante$"; erros de cálculo na mudança de membro da equação esquecendo a mudança da operação. Assim, sempre que isso acontecia na resolução feita no quadro, chamava a atenção da turma. Estas chamadas de atenção, sobre os erros cometidos na resolução de equações feitas no contexto coletivo nesta fase da aprendizagem são importantes, pois esse erro é, muitas vezes, comum a outros alunos da turma. Por outro lado, há o reforço do formalismo matemático (não “perder” a incógnita na resolução e respeitar os pressupostos dos princípios de equivalência da adição, que neste momento se traduzem na regra prática de mudar o sinal dos termos que mudam de membro na equação).

Há alunos que, nesta fase, reconhecem que cometeram o erro quando é feita essa observação (sobretudo na questão do sinal de que se “esqueceram de mudar”), significando que ainda não assimilaram convenientemente o processo envolvido. Há alunos, também, que já perceberam o processo, sabem executá-lo e conseguem colaborar na correção que é feita no quadro quando “algo” não está bem e pergunto o porquê à turma.

De uma forma geral, os alunos mostraram bastante interesse em participar voluntariamente na correção do TPC, incluindo alunos que habitualmente não o costumam fazer.

Esta aula teve a duração de 45 minutos e rapidamente chegou ao fim sem, no entanto, ficar concluída a correção da ficha formativa entregue na aula anterior.

2.1.3.9. Aulas de 26 de abril

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 2.º semestre no dia 26 de abril de 2022 e tiveram os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e denominadores).
- Justificar a equivalência de duas equações.
- Estabelecer a relação entre as operações inversas presentes numa equação e os princípios de equivalência.

A metodologia para estas aulas consistiu em abordar o significado da palavra “equivalente” no quotidiano e promover alguma reflexão sobre este significado no contexto matemático, nomeadamente as equações equivalentes. Para verificação desta aprendizagem, moderar a discussão em grupo turma e trabalho a pares na resolução dos exercícios de aplicação propostos.

Assim, após o formalismo da escrita do sumário do quadro, a aula começa colocando a questão à turma sobre o uso da palavra “equivalente”. “nas equações” observou um aluno (referindo-se ao sinal de ⇔), outro aluno alegou que “equivalente” também é usado “nas figuras geométricas” com a mesma área acrescentei eu, ou seja, ser equivalente é representar a mesma coisa.

Após esta breve nota introdutória, são usadas duas de equações como suporte ao que acabou de ser abordado. As equações são $x + 4 = 7$ e $2x = 6$ e são resolvidas por mim no quadro com o apoio dos alunos.

A solução da primeira equação é $x = 2$ e o conjunto de todas as soluções desta equação como é apenas $x = 2$, tem um único elemento e representa-se por CS = $\{2\}$ ou S = $\{2\}$. Expliquei aos alunos, os quais iam registando no caderno.

De forma análoga, a solução da equação $2x = 6$ é $x = 2$ e o CS = $\{2\}$. E, assim, estas duas equações com o mesmo conjunto solução, dizem-se equivalentes.

De ressalvar que quando duas equações não comungam o mesmo conjunto solução, ainda que tenham alguma solução comum, não são equações equivalentes,

Para tratar esta situação, usei o exemplo das equações $2x + 5 = 9$ e $x^2 = 4$. De forma análoga, foi obtido o conjunto-solução da primeira equação (CS = $\{2\}$) e na segunda, de segundo grau, pedi para pensarem qual seria o número que ao quadrado é 4. A solução 2 foi quase imediata e -2 surgiu quase a seguir quando indaguei “Só 2^2 dá 4?”.

Professora: Então, estas equações são ou não equivalentes?
Alunos: Não.

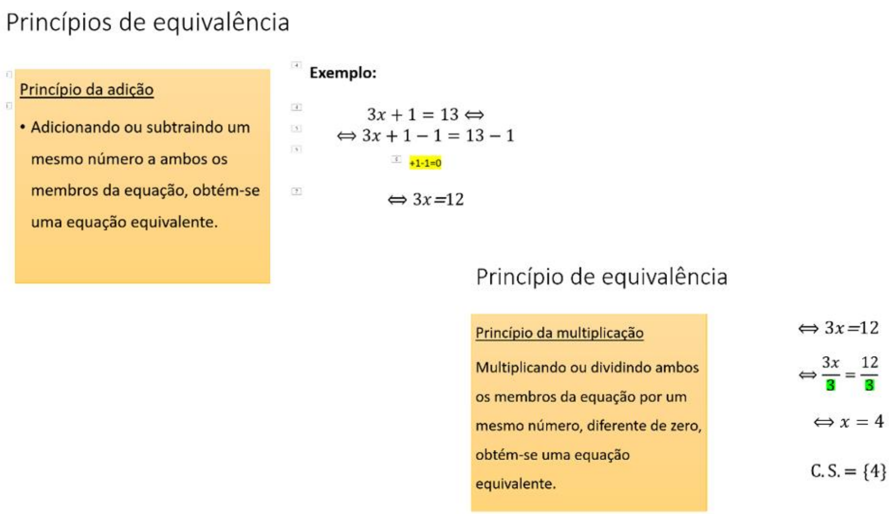
No seguimento da aula foi projetado um slide de *powerpoint* para verificação da aprendizagem anterior. Pretendia-se que os alunos reconhecessem as equações equivalentes nas duas colunas (conforme expresso na Tabela 14 abaixo) para estabelecer a ligação entre elas. A ligação entre as colunas foi feita, assim, com a participação dos alunos.

Tabela 14 slide da aula de 26 de abril sobre equações equivalentes

$x+3=10$	•		•	$x+1=5$
$\frac{x}{2}=6$	•		•	$2x+1=15$
$2-x=-2$	•		•	$x-8=4$

Para formalizar os princípios de equivalência da soma e da multiplicação, é usada como exemplo a resolução da equação $3x+1=13$, tal como se indica na Figura 12.

Figura 12 slide da aula de 26 de abril sobre os Princípios de Equivalência



Os alunos acompanharam o processo de resolução com o que habitualmente fazem, mas pela observação da expressão de alguns rostos, percebi que estes princípios não faziam sentido a todos, apesar de conseguirem fazer o processo com sucesso. Penso que o pressuposto de que devem ser mantidos o equilíbrio entre os dois membros da equação ficou assimilado. Ficaram ainda tranquilizados quando souberam que podiam resolver as equações usando a regra prática de mudar o sinal do termo quando muda de membro (subjacente o princípio de equivalência da adição) e o coeficiente que multiplica a variável, “passa” a dividir o termo do outro membro na fase final do processo de resolução.

Após estas notas introdutórias do tema, foi proposta a resolução de um conjunto de equações (Figura 13 abaixo), alertando, mais uma vez, os alunos para o facto de a incógnita pode ser representada por uma letra qualquer e tendo atenção às incógnitas que se assemelham com números (b, z, a, por exemplo).

Figura 13 Slide da aula 26 de abril

Resolve as seguintes equações indicando o respetivo conjunto de solução.

a) $3x+4=12-x$	**f)** $-8u-7=50-5u$
b) $4y+1=y+13$	**g)** $5a-7-a=9$
c) $2z-15=5-2z$	**h)** $2z+9=z+9$
d) $-3x-1=15-5x$	**i)** $5y+5=2y-1$
e) $2t-6=-24-7t$	**j)** $-2x-3=18+5x$

Decorridos alguns minutos, avaliei as alíneas resolvidas até então e, os alunos que não fizeram o TPC na aula anterior ou que não foram ao quadro, foram os alunos propostos para fazer a correção no quadro. Embora, numa forma geral os alunos não manifestem falta de motivação na resolução das equações e, sempre que se deparam com uma dúvida, não se inibem de a colocar, nesta fase ainda há muita falha ao nível da redução de termos semelhantes e/ou no isolamento da incógnita. Mesmo alertando para a confusão de letras e números, houve alunos que assumiram erradamente uma incógnita como valor numérico enquanto faziam a resolução da equação.

Nesta aula observei que, para os alunos é suficiente aprenderem “como se faz” o processo da resolução de equações, mesmo que não percebam “porque se faz assim”, o que parece natural, pois conseguem alcançar a resposta. Para a interiorização de algo abstrato como a noção de “variável”, “princípios de equivalência” e toda a panóplia de significados novos, é preciso ter alguma maturidade, a qual começa a desenvolver-se e a ser estimulada.

Portanto, fazendo um balanço da aula, diria que estabelecer um diálogo com os alunos sobre um conceito ou conteúdo novo, parece ser um bom ponto de partida para iniciar a aula de forma mais descontraída. Estabelece-se, assim, uma ligação entre o que os alunos já conhecem ou têm uma ideia com o que vão aprender de novo.

2.1.3.10. Aula de 27 de abril

Esta aula de 45 minutos realizou-se no 2.º semestre no dia 27 de abril de 2022 e teve como objetivos de aprendizagem resolver equações do 1.º grau a uma incógnita.

A metodologia para esta aula consistiu em questionar os alunos sobre se tiveram dúvidas na resolução das equações que ficaram por corrigir da aula anterior (Figura 13 acima) para que pudessem ser discutidas em grupo.

A conclusão da correção dos exercícios propostos na última aula foi feita no quadro pelos alunos, com o pedido adicional de fazerem a respetiva verificação da solução. Desta forma, pretendia que os alunos percebessem a diferença entre obter a solução da equação e verificar se determinado valor é uma solução. Neste caso ainda, como o objetivo inicial era determinar a solução da equação, a verificação teria de conduzir a uma igualdade.

Como se tratava da correção de trabalho de casa, os alunos não evidenciaram dúvidas substanciais, refletindo interesse em irem ao quadro, porque não sentiram dificuldade na resolução. No entanto, apesar de os alunos parecerem ter aprendido a fazer a resolução de equações de 1.º grau, é importante diagnosticar o que conseguem fazer sozinhos. Por isso, normalmente, os alunos deviam fazer fichas formativas em aula (ou pelo menos parte da aula) antes de uma ficha sumativa. Esta metodologia é frequentemente adotada pelas professoras, quer do 7.º ano, quer do 10.º ano, o que reconheço ser uma ótima estratégia para assegurar a melhoraria atempada dos resultados dos alunos nas suas aprendizagens.

CAPÍTULO 3

Neste capítulo são apresentados a planificação anual dos conteúdos lecionados e os resumos das aulas lecionadas pela professora estagiária na turma secundária.

3.1. Turma secundária - turma do 10.º ano

A turma do 10.º ano é a turma secundária onde a professora estagiária teve menor participação e intervenção no número de aulas supervisionadas e lecionadas, embora tenha assistido a dois terços das aulas lecionadas nesta turma.

3.1.1. Planificação anual

A planificação anual dos conteúdos de aprendizagem lecionados no 10.º ano distribui-se nos dois semestres de aulas de acordo com a tabela apresentado no Anexo K ao presente relatório e tem como base as aprendizagens essenciais definidas pelo Ministério da Educação.

Assim, no primeiro semestre são planificadas 90 aulas para as aprendizagens relacionadas com os tópicos da Álgebra (potências e radicais), Geometria e Medida (geometria analítica no plano e no espaço; cálculo vetorial no plano e no espaço) e finalmente, sob o tópico das Funções, generalidades sobre funções reais de variável real: funções quadráticas e funções definidas por ramos.

No segundo semestre são planificadas 102 aulas dando continuação às aprendizagens relacionadas com o tópico das Funções, generalidades sobre as funções reais de variável real e finalmente, o estudo dos polinómios.

O número de aulas previstas para cada um destes tópicos inclui todas as situações de aprendizagem e avaliação que venham a ser implementadas tendo em foco o desenvolvimento das capacidades dos alunos em comunicação em matemática, raciocínio matemático e resolução de problemas.

As planificações dos semestres por tópicos de conteúdos de aprendizagem incluem a possibilidade de aulas para momentos de avaliação diagnóstica, avaliação formativa ou sumativa, assim como para a realização de trabalhos de pesquisa ou recuperação de aprendizagens essenciais. Assim, na planificação das aulas ao longo do ano letivo é importante ter em consideração os momentos de avaliação, os momentos de consolidação e o reforço de conteúdos essenciais. A planificação a curto prazo segue a linha orientadora da planificação anual. Contudo, esta é uma planificação flexível que se vai ajustando conforme a evolução das aprendizagens dos alunos.

As planificações são implementadas na plataforma Inovar +, plataforma essa onde se regista os sumários das aulas lecionadas, informações relativas a faltas e avaliações dos alunos nas diferentes disciplinas.

3.1.2. Aulas lecionadas

A professora estagiária lecionou nesta turma seis aulas de duração de 45 minutos, supervisionadas pela professora titular da disciplina e pela professora orientadora do estágio. Na Tabela 15 abaixo encontram-se as datas e o conteúdo matemático lecionado em cada aula assistida.

Tabela 15 Calendarização das aulas assistidas pela professora estagiária na turma do 10.º ano

semestre	data	duração	Conteúdo matemático	supervisão
1.º	6 de dezembro de 2021	2x45’	• Semiplanos abertos e semiplanos fechados.	Professora titular
1.º	7 de dezembro de 2021	2x45’	• Equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano	Professora titular
1.º	13 de dezembro de 2021	2x45’	• Resolução de Equações e inequações cartesianas de subconjuntos do plano	Professora titular e Professora orientadora do estágio

A professora estagiária assistiu a um conjunto de seis aulas sequenciais, que lhe permitiram planificar e experienciar momentos letivos desde a introdução do conteúdo até à consolidação da aprendizagem nova. Foi possível conhecer uma diversidade de formas, estratégias e metodologias do processo de ensino-aprendizagem que complementam e enriquecem um professor, sobretudo em formação.

3.1.3. Resumo das aulas lecionadas

3.1.3.1 Aulas de 6 de dezembro

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 1.º semestre no dia 6 de dezembro de 2021 e tiveram os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Representar o semiplano aberto ou semiplano fechado à direita ou à esquerda de uma reta vertical;
- Representar o semiplano superior e o semiplano inferior de uma reta não vertical;
- Definir analiticamente conjuntos elementares de pontos do plano;
- Reconhecer o significado das equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos (incluindo semiplanos) na resolução de problemas.

A metodologia para estas aulas consistiu em fazer uma abordagem inicial às noções de semiplanos, partindo do conceito de plano, definir as inequações cartesianas que os caraterizam e realizar e corrigir exercícios de aplicação do manual teórico adotado (Guerreiro et al., 2021, p.177, p. 183), introduzir o tópico seguinte sobre a conjunção e disjunção de subconjuntos no plano e realizar exercícios de aplicação das páginas 176 à 178 do referido manual. O trabalho autónomo na realização dos exercícios pode ser feito a pares, corrigindo-se na aula seguinte os exercícios que fiquem em falta.

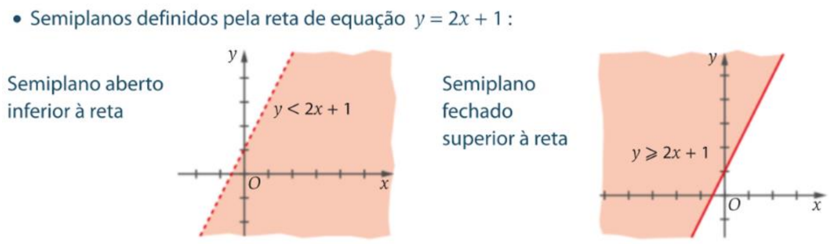
A avaliação dos objetivos essenciais destas aulas baseou-se na observação direta dos alunos relativamente ao seu empenho, participação e aplicação correta dos conteúdos na resolução dos exercícios, nomeadamente na ida ao quadro e na intervenção critica e analítica. O professor deve registar esses alunos, assim como as dificuldades manifestadas pelos alunos a serem reforçadas na aula seguinte.

A primeira aula iniciou-se com a introdução da noção de semiplano, tomando como exemplo o plano do quadro que, traçada uma reta sobre este plano, o divide em dois semiplanos. Se considerarmos um referencial ortonormado sobre este plano, consegue-se definir, por exemplo. a condição algébrica que define o conjunto dos pontos que pertencem, quer a um, quer ao outro semiplano.

Assim, tomando o caso da reta vertical $x = 1$, definiu-se os semiplanos abertos (ou fechados) à direita ou à esquerda dessa reta. Para tornar mais claro e os alunos poderem acompanhar, representei vários referenciais cartesianos e traçava a reta vertical que, em conjunto com os alunos, pretendíamos exemplificar e concretizar algebricamente as condições dos semiplanos que sombreei com o giz.

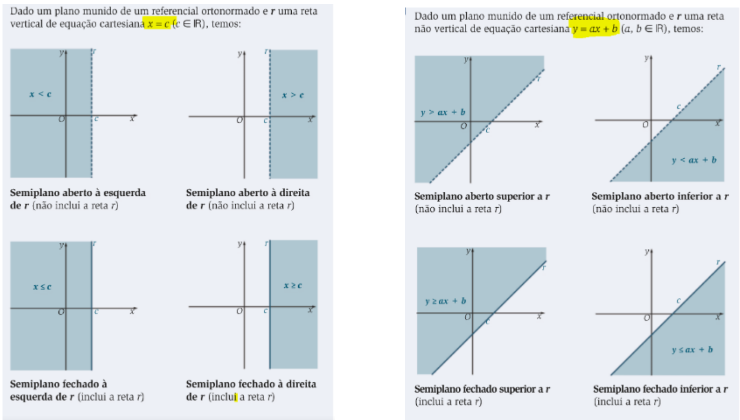
Relativamente às retas não verticais, usei o exemplo da reta $y = 2x + 1$ (Figura 14 abaixo) e foram definidos os semiplanos inferior e superior como o conjunto dos pontos cuja ordenada é, respetivamente, inferior ou superior ao valor da abcissa.

Figura 14 Slides da aula de 6 de dezembro – semiplanos 1



Posto isto, foi altura de generalizar para qualquer tipo de reta, quer vertical, quer não vertical, referindo, também, o caso das retas horizontais. Neste momento e na sequência de uma dúvida de uma aluna ("porque é que faz esses riscos no gráfico"), referindo-se à zona toscamente sombreada a giz do gráfico que desenhei no quadro, resolvi projetar e mostrar o slide em que estavam representados os vários exemplos no caso geral das retas verticais $x = c$ ou $x = ax + b$ (Figura 15 abaixo).

Figura 15 Slides da aula de 6 de dezembro - semiplanos 2



Reparei que não conseguiram identificar quais as situações que já tínhamos reproduzido no quadro, pelo que o exercício ficou um pouco sem sentido e redundante para os alunos.

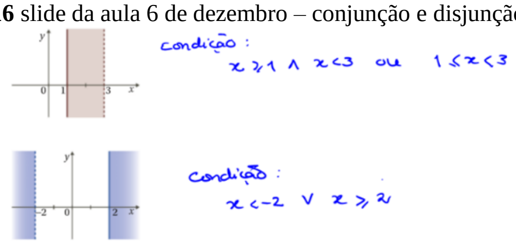
Se por um lado, pretendia que os alunos acompanhassem o que era feito no quadro em vez de apresentar o produto final, perdeu-se em falta de organização quer espacial no quadro, quer em usar um em simultâneo com outro recurso visual (projetor).

Enquanto refazia a abordagem inicial ao tema, quando questionados sobre o que estava a ser dito, alguns alunos responderam que não estavam a perceber. Reforcei a ideia e a noção das designações e condições que definiam os respetivos lugares geométricos em causa e achei por bem propor a resolução de um exercício de aplicação, aguardando o tempo que os alunos precisaram na resolução. Sugeri aos alunos que fossem ao quadro voluntariamente apresentar a sua resposta.

No seguimento da aula, aflorei a noção de negação de uma proposição, usando um exemplo com uma frase “No domingo vou ao cinema.”, mas os alunos não foram muito recetivos pois, acharam confuso (“agora estamos em português?!”, comentou um aluno mais indiscreto).

Face a esta reação, tanto para este conceito como para a conjunção e disjunção de proposições assim como as leis de De Morgan, usei apenas exemplos de condições do tipo $x < k,\ x \geq k, k \in \mathbb{R}$. Mais uma vez, a organização do quadro não foi a melhor e gerou falta de entendimento de alguns alunos que estavam a ter dificuldade em acompanhar a aula. Assim, para a conjunção e disjunção de condições usei o exemplo apresentado na Figura 16 abaixo.

Figura 16 slide da aula 6 de dezembro – conjunção e disjunção



A aula terminou e os alunos levaram para concluir em casa parte dos exercícios que tinha planeado fazer em aula.

Nesta turma há um conjunto de alunos mais imaturos que tentaram destabilizar a aula apresentando falsas dúvidas repetindo, por exemplo, “não percebi”, colocando-me numa situação desconfortável de discernimento imediato sobre a sua verdadeira dúvida. Não devia ter explicado duas vezes a mesma coisa e encaminhar o esclarecimento das dúvidas para o final da aula, disponibilizando-me para o esclarecer e não quebrar o ritmo da aula e o foco dos outros alunos.

Fazendo um balanço final da aula, há algumas considerações a ter relativamente à forma como planeei a aula, que não foi a melhor. A abordagem ao tema feita inicialmente no quadro para os alunos acompanharem o processo foi confusa para eles. Talvez devesse ter começado por indicar um referencial cartesiano, depois uma reta vertical (no caso da representação dos semiplanos à direita ou à esquerda da reta), começasse por escolher um conjunto de pontos que pertencessem ao mesmo semiplano e, a partir daí, fazer a condição de todos os pontos que pertencem a esse semiplano.

Quando recuei para explicar o significado das zonas sombreadas a giz e daí relacionar com a condição que define essa região, mudei de estratégia e usei a projeção de slides como forma privilegiada de apresentação. Os alunos não relacionaram o conteúdo, indicando que não tinham percebido a construção até aí feita no quadro, deu-se um retrocesso da aula.

Transpareci algum nervosismo e ansiedade mostrando uma falsa calma, pois se estivermos menos tensos, as situações imprevistas acabam por fluir melhor.

Nestas aulas mudei de estratégia algumas vezes e, de certo modo, devemos estar preparados para estas situações, porque a planificação das aulas é uma linha orientadora da forma como conduzimos a aula, umas vezes precisando de ser mais versátil do que outras, dependendo de como a dinâmica ensino-aprendizagem se vai processando.

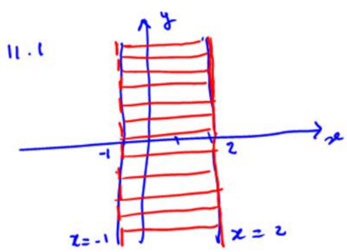
3.1.3.2. Aulas de 7 de dezembro

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 1.º semestre no dia 7 de dezembro de 2021 e tiveram como objetivos de aprendizagem:

- Representar geometricamente conjuntos de pontos envolvendo círculos.
- Definir analiticamente conjuntos elementares de pontos do plano;
- Reconhecer o significado das equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos (incluindo semiplanos e círculos) na resolução de problemas.

A primeira aula começou depois de ditar o sumário (para alunos do 10.º ano já não se justifica escrever no quadro, salvo alguma nomenclatura, quando necessário). Muitos alunos disseram que não tinham feito trabalho de casa, porque não sabiam como fazer. Então, e como já tinha acordado com a professora titular, comecei a fazer a resolução dos exercícios no quadro, recorrendo, sempre que possível, da participação dos alunos. Os exercícios consistiam na representação gráfica de determinada condição, como por exemplo, $-1 < x \leq 2$ (Figura 17). Foi explicado aos alunos que esta condição representa o conjunto de todos os pontos que são maiores que -1 e menores ou iguais que 2, logo, se desenharmos as retas verticais, no referencial cartesiano, $x = -1$ e $x = 2$, a região do plano que representa esta condição é a compreendida entre estas retas, sendo que a reta $x = -1$ deva estar a tracejado, porque os pontos $(-1, y)$ não pertencem a esta região.

Figura 17 aula de 7 dezembro - conjunção

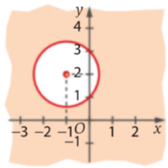


Os restantes exercícios foram resolvidos no quadro de forma semelhante e os alunos mostraram começar a entender como representar graficamente o conjunto dos pontos para cada uma das condições.

No seguimento da aula, para a representação geométrica de conjuntos de pontos envolvendo círculos, propus o desafio de escreverem a condição representada pela figura projetada (Figura 18 abaixo).

Figura 18 slide da aula 7 de dezembro - círculo

Definir por uma equação cartesiana ou inequação cartesiana o conjunto dos pontos representados na figura seguinte:



Sugeri aos alunos que observassem a figura e identificassem o círculo e relacionassem a região sombreada com o círculo. Facilmente chegaram à conclusão de que o conjunto dos pontos da região sombreada estão no exterior do círculo. Um aluno questionou se o centro da circunferência também pertencia (à região). Restava fazer o formalismo. Para isso, seria preciso definir o centro e o raio do círculo, determinar o raio para chegarmos à disjunção das condições $(x+1)^2+(y-2)^2 \geq 2 \vee (x=1 \wedge y=1)$, pois os pontos da fronteira e o centro do círculo também pertencem à região sombreada.

E assim terminou a aula, desta vez sem recomendação de trabalho de casa.

Fazendo um balanço, estas aulas decorreram de forma mais tranquila e teve a presença das duas professoras orientadoras de estágio (a professora do 7.ºano e a professora do 10.º ano).

Seguindo a proposta da professora orientadora titular, tanto a correção como os restantes exercícios que não foram resolvidos nas aulas anteriores, deviam ser resolvidos no quadro por mim, uma vez que é necessário este apoio inicial para que os alunos aprendam e percebam o quê e como deve ser feito para a resolução dos problemas desta natureza. Os alunos estavam mais participativos e procuraram esclarecer as suas dúvidas, no entanto, até houve alunos que tiveram dúvidas e não as esclareci porque não reparei (observação da professora orientadora convidada do 7.ºano), provavelmente, por estar um pouco tensa, não me apercebi desta situação.

É também importante corrigir algumas expressões abusivas de linguagem e primar pelo rigor científico, pois como, por exemplo, referi abusivamente o conjunto dos pontos "abaixo do *y*" relativamente ao semiplano inferior aberto definido pelo lugar geométrico do conjunto dos pontos cuja ordenada é inferior à abcissa.

O plano de aula continuou demasiado ambicioso em termos de exercícios planificados para a aula, porque nesta fase da aprendizagem, os alunos ainda não têm autonomia suficiente ou precisam de mais tempo para interpretar e resolverem cada exercício proposto.

3.1.3.3. Aulas de 13 de dezembro

Estas duas aulas de 45 minutos realizaram-se no 1.º semestre no dia 13 de dezembro de 2021 e tiveram como objetivos de aprendizagem:

- Representar geometricamente e analiticamente conjuntos de pontos envolvendo círculos e semiplanos.
- Definir analiticamente conjuntos elementares de pontos do plano;
- Reconhecer o significado das equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos (incluindo semiplanos e círculos) na resolução de problemas.

A metodologia para estas aulas consistiu na verificação e consolidação de aprendizagem através da prática na resolução de exercícios e problemas de aplicação do manual de aluno (Guerreiro et al., 2021).

Numa fase ainda pouco madura neste conteúdo (equações e inequações que definem semiplanos e círculos), a correção dos primeiros exercícios foi feita por mim no quadro ao longo da primeira aula. Uma vez feita a correção, seguiu-se a proposta de realização de exercícios a pares sobre este tema da página 183 à página 186 do manual do aluno (Guerreiro et al., 2021) de acordo com a planificação desta aula incluída no dossier de estágio.

Assim, na segunda aula, circulei pela sala de aula, esclareci as dúvidas colocadas e abordei os alunos que não conseguiam começar a resolver, no sentido de tentar perceber porque ainda não o tinham feito. Acompanhei a resolução desses alunos com a informação que lhes ia disponibilizando, mas claramente precisam de um trabalho autónomo mais efetivo e disciplinado. Serão alunos que precisarão de um acompanhamento mais próximo e incisivo ao longo das próximas aulas. Foram corrigidos alguns exercícios no quadro pelos alunos, ficando como trabalho de casa a resolução dos exercícios não terminados em sala de aula.

Estas aulas foram, essencialmente, para verificação e consolidação da aprendizagem do conteúdo matemático da Geometria na representação geométrica e analítica de conjuntos de pontos que envolvem círculos e semiplanos e a resolução de problemas que envolvem o significado das equações e inequações cartesianas de um conjunto de pontos (incluindo semiplanos e círculos). É importante haver um acompanhamento do professor mais ativo inicialmente, para que os alunos consigam transformar a informação em conhecimento matemático por si mesmos. Por isso, é igualmente importante que os alunos tenham a possibilidade de trabalhar a pares, usufruindo da partilha de ideias e da comunicação matemática que estabelecem quando discutem ou esclarecem uma dúvida com o par.

O acompanhamento do professor deve ser ativo, mas menos participativo, intervindo quando um aluno o chama ao lugar para esclarecer as suas dúvidas ou confirmar se fez o formalismo matemático convenientemente correto. Ou quando é preciso incentivar os alunos que aproveitam estes momentos para conversar com o colega do lado, tentar perceber porque não estão a trabalhar.

Portanto, creio que estas aulas decorreram substancialmente melhor, porque o foco dos alunos foi menos disperso (pelo menos, para a maioria dos alunos), significando que o processo da aprendizagem deste conteúdo seguia o seu rumo.

CAPÍTULO 4

Neste capítulo são descritas as atividades não letivas organizadas pelo grupo de Matemática na escola acolhedora do estágio pedagógico e as reuniões assistidas pela professora estagiária. Por fim, ainda neste capítulo a professora estagiária faz uma reflexão crítica sobre a prática pedagógica supervisionada caraterizada nos capítulos anteriores. Esta reflexão crítica resulta da participação e do envolvimento que a professora estagiária teve na prática pedagógica letiva e não letiva durante o estágio.

4.1. Atividades organizadas pelo grupo de Matemática

O Dia Internacional da Matemática e o dia comemorativo do Pi foi celebrado por toda escola e envolveu de uma forma geral toda a escola. Houve um concurso de bolos ou sobremesas alusivas ao Pi, um concurso para o melhor Piema, um lanche com alimentos começados por “pi” (pipocas, pizza, pipis e outros petiscos na sala dos professores), a decoração em forma de bandeiras com os algarismos que formam uma aproximação do número Pi e a formação de um Pi humano no campo desportivo com todos os alunos que quisessem participar!

Paralelamente, foram dinamizados uma exposição de sólidos arquimedianos, um *peddy-paper* e jogos matemáticos.

Os jogos matemáticos foram organizados e dinamizados pelas professoras estagiárias: preparar o espaço, execução dos diplomas e certificados e acompanhamento da atividade. Os jogos eram disputados entre os alunos em cinco jogadas. O jogador vencedor recebia um diploma da vitória enquanto os restantes jogadores recebiam um certificado de participação. O objetivo desta iniciativa foi de envolver a participação dos alunos e motivar o gosto pela Matemática de forma divertida e enriquecedora ao mesmo tempo.

Os jogos disputados foram o Ouri, Rastros e o Hex. Estes jogos de tabuleiro não eram conhecidos pela maioria dos alunos que, inicialmente se mostraram pouco recetivos em experimentar e jogar. Contudo, quando começaram a jogar, demonstraram interesse e esforço em arranjar uma estratégia para vencer.

Observou-se, também, que enquanto dois alunos disputavam uma partida, outros acompanhavam, davam sugestões e discutiam formas de jogar. Do sucesso da realização destes jogos matemáticos destaca-se o convívio social que se estabelece e o raciocínio desenvolvido.
Tratou-se de um dia preenchido de atividades por toda a escola envolvendo os alunos de todos os ciclos.

4.2. Reuniões assistidas

Durante o ano letivo houve uma reunião de avaliação intercalar e uma reunião de avaliação final em cada semestre e em cada uma das turmas. Adicionalmente, houve uma reunião de departamento de grupo da Matemática para discutir e planear atividades de enriquecimento curricular relacionadas com a disciplina. Por exemplo, foi nesta reunião realizada no final do mês de outubro de 2021 que foram delegadas as tarefas pelo grupo de professores para a dinamização das atividades celebrativas do Dia Internacional da Matemática e do dia comemorativo do Pi no dia 14 de março.

Estas atividades extracurriculares são importantes, porque há uma envolvência dos alunos nos temas da disciplina, com a possibilidade de usarem a imaginação, de criarem algo que vai ao encontro dos seus interesses e gostos e acima de tudo, da matemática "sair" da sala de aula para a comunidade escolar em geral. Desta forma, é preciso toda a organização prévia e atempada, distribuir tarefas, procurar apoios, patrocínios se possível. Este ano, as duas estagiárias foram desde o início integradas neste projeto (subcapítulo 4.1, da Parte 1).

Nas reuniões intercalares há a participação de dois representantes dos alunos e dos encarregados de educação. Esta participação parece-me importante pois é mais uma forma de comunicação entre a escola – alunos – encarregados de educação que têm assim a possibilidade de trocar ideias, sugestões, acolher estratégias e esclarecer dúvidas, e, essencialmente, dar voz aos alunos através dos representantes e terem uma participação mais ativa e responsável na vida da Escola.

Ainda nestas reuniões intercalares é analisado a razão do absentismo e a falta de pontualidade dos alunos e transmitido o comportamento geral da turma. Além disso, foram também referidos aspetos relevantes, como a falta de empenho e envolvência das turmas nas atividades desportivas da escola. Nos projetos de oferta escolar como o CRIARTE - criar com arte, os alunos são criativos e as notas refletem o trabalho desenvolvido (turma do 7.º ano do Ensino Básico). Encerrada a primeira parte destas reuniões, os representantes dos alunos e dos encarregados de educação abandonam a reunião e tem seguimento a discussão dos casos da turma com insucesso escolar ou mau comportamento de forma que sejam adotadas estratégias e medidas de melhoramento eficazes.

4.3. Reflexão crítica sobre a Prática Pedagógica

Este estágio permitiu-me assistir e experienciar as aulas de dois níveis de ensino ao longo de um ano letivo: a todas as aulas na turma do 7.º ano do Ensino Básico e, embora não a todas, mas dois terços das aulas da turma do 10.º ano do Ensino Secundário, ou seja, existiu uma continuidade e um acompanhamento da evolução das turmas ao longo do ano. Para mim, foi de um engrandecimento gigante em termos pessoais e profissionais que procurarei guardar e recorrer na minha vida futura, pois tive a oportunidade de explorar conteúdos de aprendizagem diversificados nos dois níveis de ensino.

Também com esta experiência, constatei que esta profissão exige uma procura constante de aprender, partilhar, uma demanda desafiante enquanto no exercício da profissão no que concerne aos currículos em mudança e atualização frequente, em termos de estratégias e formas de ensinar alunos mais exigentes, curiosos, focados ou alunos que precisam de ser motivados a gostar de aprender, a gostarem da escola em si, de forma inclusiva, integrada e dinâmica.

Estar sentada ao lado dos alunos permitiu a perceção de vários aspetos que normalmente quando estamos a dar uma aula é fácil esquecer. Por exemplo, ter o cuidado da organização da escrita no quadro, se é legível para todos, sobretudo para os alunos sentados ao fundo da sala ou com pouco ângulo de visão. Por outro lado, se o professor não circular pela sala e ficar na zona de conforto junto à secretária, torna a sua sala de aula inóspita e sujeita a possíveis distrações dos alunos, propicia o ruído e a dispersão. Por isso, ambas as professoras titulares de cada turma tiveram o cuidado de circular pela sala de aula ao longo das aulas, que além dos aspetos indicados anteriormente, gera também um ambiente mais descontraído e próximo na relação aluno-professor.

A turma do 10.º ano foi uma turma mais indisciplinada e exigente em termos de estratégias e medidas ao longo de todo o ano letivo. A professora é experiente e bastante criativa, primando pela assertividade nas suas ações e diálogos com os alunos, evitando sanções disciplinares mais drásticas. Este trabalho feito com os alunos iniciou-se logo nas primeiras aulas, onde a professora procurou intervir de forma individual junto dos alunos menos atentos e indisciplinados. O primeiro semestre terminou com uma conversa franca e objetiva. Semestre novo, vida nova, uma nova oportunidade para refletirem nas suas atitudes, um compromisso para ambas as partes: a professora não terá de elevar a voz e chamar sempre à atenção, mas a tolerância no próximo semestre seria mais apertada para com as displicências e atitudes menos corretas na sala de aula.

No segundo semestre, a professora usou várias formas de trabalhar e avaliar, sempre com o foco na melhoria da motivação dos alunos insistentes em não saber estar, imaturos e desinteressados. Em conselho de turma foi proposta uma nova planta da sala, mudando alguns alunos de lugar, fazendo algumas questões-aula sem aviso prévio após a realização de fichas formativas que os alunos desvalorizaram, realização de um trabalho de pesquisa, trabalhos em grupo realizados durante a aula, enfim, ao longo do ano letivo a professora adaptou as planificações das aulas constantemente e, sobretudo, bastante preocupada em motivar os alunos, em manter o controlo da turma, em propiciar um equilíbrio aluno-professor-aprendizagem. E é isto que é importante reter: tentar experimentar, autoavaliar, conhecer, inovar, adaptar estratégias e medidas.

Durante as aulas, sempre que possível, circulei pela sala de aula, de certa forma a "expor-me" e estreitando as chamadas ao lugar para tirar dúvidas ou confirmando se não precisavam de ajuda. Confesso que, inicialmente quando na turma do 10.º ano a professora titular me indicou para o fazer, aguardei em pé que houvesse alguma dúvida e um aluno colocasse um braço no ar, receando que os alunos, deste nível de ensino se sentissem mais confortáveis se fosse respeitado o seu espaço. Contudo, desta forma, não chegava de perto das necessidades dos alunos. Ao circular pela sala, há uma aproximação do professor aos alunos que se sentirão mais à vontade para colocar as dúvidas. A partir desse momento inicial, circulei sempre pela sala e senti que a comunicação funcionou melhor e mais eficientemente sem ter "evadido" o que receava inicialmente.

Na turma do 7.º ano, por serem alunos mais novos, não senti esse receio e, naturalmente, tive desde o início do estágio a facilidade para interagir com estes alunos.

Em suma, apesar de serem faixas etárias diferentes, têm sentimentos semelhantes: os receios da exposição, a insegurança numa intervenção voluntária ou solicitada, a omissão de não saber fazer, o confronto de não saber fazer com a consciência da falta de estudo e trabalho, e, portanto, assumem que o professor pode não estar disponível para o ajudar e, evitam assim de esclarecer a dúvida, que muitas vezes passa por nem saber iniciar o exercício.

A turma do 7.º ano, faladora e agitada, comportamentos tipicamente de alunos muito jovens a iniciarem o 3.º ciclo, teve um acompanhamento mais tranquilo, não significando que fosse descurada a ação da professora na turma em termos de dinamização das aulas, fazendo diferentes abordagens dos conteúdos, começando quase sempre por uma conversa informal sobre o que os alunos já conhecem ou julgam saber sobre o conteúdo matemático em questão, trazendo o contributo dos alunos para a aula e a partir daí formaliza-lo matematicamente. Esta metodologia de ensino, agradou-me e veio ao encontro do que tenciono fazer sempre que assim seja possível, pois permite a participação mais efetiva dos alunos na construção e aquisição das aprendizagens.

Finalmente, o papel do professor, muitas vezes não se cinge ao ensino, extrapondo este campo fulcral para outros não menos importantes desde cuidados primários (observar um aluno mais apático e o encaminhar para a enfermaria para medir a temperatura, por exemplo) a dar uma palavra amigável ou simplesmente ouvir o aluno; a componente humana sempre presente quando assim é preciso.

Relativamente à importância da preparação e planificação das aulas, um professor de Matemática deve planificar e preparar o seu trabalho quer numa perspetiva macro (planeamento da prática letiva: unidade didática; um período; todo o ano letivo) quer numa perspetiva micro (as "aulas" propriamente ditas), tendo em conta as caraterísticas dos seus alunos, recursos da escola e comunidade. Para tal, o professor tem de saber gerir os conteúdos curriculares a serem lecionados de modo que o trabalho realizado pelos alunos esteja a contribuir para as finalidades, para o objetivo curricular visado em termos de conteúdo, assim como, analisar a dinâmica de aula e a sua relação com os alunos.

Assim sendo, dar *feedback* ao aluno pelo trabalho realizado é bastante importante, pois orienta o aluno para melhorar falhas específicas, com estratégias e oportunidade para as colocar em prática ou "proporcionar aos alunos um pequeno desafio adicional na sua próxima etapa de trabalho" como sugere Lopes e Silva (2012, p. 34). Desta forma, pela sua importância no processo formativo da aprendizagem do aluno, é essencial que seja dado um bom *feedback*, significando que o *feedback* deva descrever o trabalho e indicar diretrizes e não julgar o aluno; ser claro quanto possível e sugerir ao aluno o que deve fazer para melhorar.

A aprendizagem dos alunos e a construção do seu conhecimento é fortemente influenciada pelas tarefas que realizam em sala de aula e, portanto, um professor depara-se com a problemática de saber fazer a seleção das tarefas de modo que potenciem e proporcionem a melhor diversidade de oportunidades de aprendizagens que poderão ter lugar.

Deste modo, com vista a proporcionar uma aula de Matemática, o professor deve escolher tarefas que os alunos se envolvam (individualmente ou em grupo), usar materiais e recursos, de modo que os alunos se interessem, levando-os a refletir, discutir, comunicar, conjeturar, e assim promoverem o seu pensamento matemático e conceptualizarem a importância da Matemática.

A importância de planificar (uma aula, neste caso), permite ao professor refletir e antecipar situações ou constrangimentos imprevistos que possam interferir no processo de ensino-aprendizagem, ter uma linha orientadora do desenrolar da aula com vista nos objetivos de aprendizagem pretendidos. Contudo, tratando-se de uma planificação que antecipa a ação dinâmica da aula propriamente dita, não deve ser encarado de forma rígida, moldando-se às caraterísticas dos alunos, com espaço para a participação dos alunos como refere Barroso (2013).

Esta autora também refere que, de uma forma geral, os professores com menos experiência sentem-se mais seguros seguindo um plano de aula predefinido de uma forma mais rígida e diretiva, evitando imprecisões científicas ou manter o controlo da aula em termos comportamentais, no entanto, esta inflexibilidade pode limitar algo mais importante do que o planeado como o desenvolvimento de criatividade e a capacidade de se adaptar a uma situação nova. Tendencialmente, um professor que usualmente segue invariavelmente o plano de aula tem tendência a ser menos sensível às observações e intervenções dos alunos, tornando-se num agente transmissor em vez de mediador de conhecimento.

Os planos de aula (contidos no dossier de estágio) referem-se a tempos letivos de 45 minutos foram concebidos por constituírem uma linha orientadora do decorrer da aula tendo por base a preocupação em proporcionar uma aula de Matemática de acordo com o referido linhas atrás. Seguem uma estrutura organizacional comum: conteúdo matemático, metodologia da aula, objetivos de aprendizagem, material, conhecimentos prévios, competências essenciais, momentos da aula e estratégias de avaliação.

De uma forma geral, os planos de aula foram muito ambiciosos em termos de exercícios propostos, pois nem sempre o ritmo dos alunos correspondeu ao esperado, pelo menos para a maioria dos alunos. As professoras orientadoras aconselharam a ter mais atenção a este ponto sugerindo reduzir o número de exercícios propostos, mas tendo exercícios extra disponíveis para os alunos que conseguissem ser mais céleres e assim continuarem motivados ou mesmo se durante a aula houvesse essa possibilidade para serem realizados.

Os planos de aula foram elaborados e discutidos previamente com as professoras titulares e orientadoras do estágio. Ainda assim, após as aulas lecionadas reuníamos para comentar e sugerir o que poderia funcionar melhor na aula ou indicar alguma correção de forma que determinada situação fosse gerida com maior sucesso e maior tranquilidade.

Estas conversas foram bastante importantes e construtivas, pois estes diálogos primaram, sobretudo, numa partilha de ideias, experiências, ações, estratégias que sozinha não seria tão rico fazer. Obviamente, este acompanhamento tão próximo e disponível foi um privilégio e uma mais-valia no decorrer do estágio. Senti um crescimento enorme nesta partilha e conversas não só no final das aulas que lecionei, mas ao longo de todo o ano letivo, esclarecendo as minhas dúvidas, inquietações e receios.

Um professor deve ter consciência e a postura de melhoria contínua, refletindo sobre o que correu menos bem, arranjar estratégias para corrigir nas aulas seguintes, onde a capacidade do professor em se adaptar aos imprevistos das aulas é extremamente importante. De uma forma geral, fui muito ambiciosa inicialmente ao planificar as aulas, resultante do entusiasmo e gosto, mas refletindo a falta de experiência em trabalhar com alunos desta idade, que fui moldando ao longo das aulas seguintes.

Donde, levo comigo a necessidade de refletir sempre sobre cada aula lecionada no futuro, fazer uma autoavaliação sobre o conhecimento produzido nos alunos e, se possível, partilhar estratégias com outros professores que poderão resultar. Tentar conhecer melhor os alunos, arranjando formas e instrumentos de diagnóstico, avaliação e autoavaliação serão outros pontos importantes em ter em conta.

Promover a reflexão dos alunos de forma a pensarem sobre as suas aprendizagens, torná-los mais responsáveis, mas também mais conhecedores de si e autónomos, com vista a dinamizar e a viabilizar o processo ensino-aprendizagem eficazmente é, seguramente desafiante para o professor e depende da maturidade do aluno.

Como referi, cresci, aprendi muito, o que tornou este estágio bastante enriquecedor em termos pessoais e profissionais. Logicamente, a profissão de professor constitui uma aprendizagem sistemática pela constante atualização dos currículos e numa procura contínua da melhoria da prática pedagógica.

PARTE 2

Aprendizagem das funções de proporcionalidade direta

no 7. º ano com recurso à calculadora gráfica

Um estudo com alunos do 7.º ano do Ensino Básico

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho de investigação, tem como objetivo o estudo da aprendizagem das funções com recurso à calculadora gráfica, sob a perspetiva teórica dos temas da génese instrumental e da mediação semiótica no ensino da matemática. Para tal, esta investigação compreendeu a análise de estudos de caso no âmbito da disciplina de matemática no 7.º ano do ensino básico com recurso à calculadora gráfica.

Este trabalho de investigação obedece à seguinte estrutura: apresentação dos factos que suportaram a realização e a motivação do estudo sobre a aprendizagem das funções de proporcionalidade direta no 7.º ano do ensino básico com recurso à calculadora gráfica, respostas às questões de investigação relevantes para este estudo, bem como a revisão de literatura que suportou o quadro teórico sobre os temas da génese instrumental e da mediação semiótica de uma forma geral no ensino da matemática. Este trabalho inclui, também, a metodologia usada na investigação, referindo as notas de campo, os estudos de caso, as entrevistas e as tarefas matemáticas propostas e as consequentes análises de resultados e conclusões.

1.1. Motivação do estudo

O pensamento crítico e o pensamento criativo, assim como o saber científico, técnico e tecnológico fazem parte das áreas de competências do perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória, não se limitando estas ao raciocínio e à resolução de problemas num contexto matemático e não matemático (DGE, 2021). A ligação dinâmica entre a escola e a sociedade que se procura ter, para assim formar cidadãos ativos e proficientes, é premente. A escola e, em particular, o ensino da matemática, tem como finalidade, ao longo da escolaridade básica, assegurar que

> os alunos compreendam os procedimentos, técnicas, conceitos, propriedades e relações matemáticas, e desenvolvam a capacidade de os utilizar para analisar, interpretar e resolver situações em contextos variados progredindo na fundamentação das suas ideias e na análise dos argumentos dos outros" (DGE, 2021).

Constata-se assim, por um lado, a nossa sociedade é mais exigente, apelando à inovação e criação na capacidade de resolver problemas. Por outro lado, a escola é cada vez mais um laboratório da vida real de experiências e vivências, sendo focada nas aprendizagens dos alunos e no desenvolvimento de capacidades, conhecimentos e atitudes. Esta perspetiva favorece aprendizagens sustentáveis e conscientes. Descurar esta relação dinâmica contribui para que a formação dos alunos não acompanhe a evolução do meio envolvente, correndo o risco de, à saída da escolaridade obrigatória, o perfil dos alunos estar desajustado das exigências profissionais e sociais com que se venham a deparar. Este desajustamento irá originar maiores dificuldades na resposta a essas exigências e necessidades.

A matemática surge como uma disciplina onde a inovação e a criação na resolução de problemas são desenvolvidas, podendo tais competências ser aplicadas de forma transversal em outras disciplinas ligadas às ciências. Contudo, nem sempre a matemática é a área do conhecimento relativamente à qual os alunos sentem maior gosto e empenho em estudar, precisamente pelo investimento em trabalho, disciplina e exigência que lhe estão associados.

Desta forma, diria que a preocupação em tornar o ensino da matemática mais participado e enriquecedor para os alunos foi a principal motivação que me levou a desenvolver este trabalho de investigação do papel das tecnologias na aprendizagem da matemática, em particular no estudo das funções. Um aluno interessado e empenhado é, seguramente, um aluno com mais disposição para adquirir conhecimentos de forma mais criativa e crítica.

As novas tecnologias utilizadas na sala de aula, nomeadamente a calculadora gráfica e a exploração das suas potencialidades, constituem uma mais-valia no processo de ensino/aprendizagem, fazendo uma ponte entre a escola e o meio envolvente sobejamente tecnológico e informatizado. Integrar a calculadora nas aprendizagens dos alunos trará, expectavelmente, mais valias e enriquecimento aos alunos, melhorando o seu foco e o seu compromisso. Atualmente, o uso da calculadora gráfica é apenas de cariz essencial e obrigatório a partir do ensino secundário. Este trabalho pretende, ainda, mostrar que a introdução precoce do uso da calculadora gráfica (ensino básico) irá trazer benefícios aos alunos mais novos.

1.2. Objetivos e questões de investigação

Esta investigação tem como objetivo essencial estudar os procedimentos da génese instrumental associada ao uso da calculadora gráfica por parte de alunos do 7.º ano do ensino básico e o processo evolutivo da aprendizagem construído com base na Teoria da Mediação Semiótica. Mais concretamente, pretende aproveitar a curiosidade de experimentar e explorar, típica de alunos do início do 3.º ciclo, para verificar de que forma o uso da calculadora gráfica contribui para a aprendizagem dos alunos: interpretação e apropriação de informação; relação entre diferentes formas de representação e eficiência na capacidade de resposta a tarefas selecionadas.

Assim sendo, este estudo pretende caraterizar o processo de génese instrumental por parte dos alunos ao utilizar a calculadora gráfica e ao dar resposta às seguintes questões:

- Qual o papel que a calculadora gráfica tem na aprendizagem enquanto mediador semiótico?
- Qual é o papel das diferentes representações (tabelar, gráfica e algébrica) na relação dos alunos com a calculadora gráfica?

Em articulação com os objetivos e questões de investigação, segue-se a revisão de literatura que consubstanciou o enquadramento teórico deste trabalho.

CAPÍTULO 2

2. QUADRO TEÓRICO

Neste capítulo, é feito o enquadramento teórico que dá suporte a este trabalho, nomeadamente o processo de aprendizagem segundo a perspetiva da génese instrumental e a teoria da mediação semiótica na aprendizagem da matemática, retratando o potencial semiótico da calculadora gráfica. Neste capítulo é ainda feita uma revisão de literatura de estudos académicos sobre a utilização da calculadora gráfica na resolução de tarefas matemáticas.

2.1. A teoria da Mediação Semiótica na aprendizagem da Matemática

A Teoria da Mediação Semiótica está intimamente relacionada com o desenvolvimento dos trabalhos e estudos de vários cientistas, destacando-se os trabalhos pioneiros de Charles Pierce, Lev Vygotsky e Raymund Duval entre outros.

Charles Sanders Peirce (1839-1914) foi um filósofo e matemático americano que caracterizou a semiótica como ciência dos signos, que tem por objetivo o exame dos modos de produção de significado e de constituição de conhecimento.

Para Pierce (Pierce, 1991, p. 7), “um signo é aquilo que sob certo aspeto ou modo, representa algo para alguém (…) O signo representa alguma coisa, seu objeto”. Ora, a aprendizagem e o ensino da matemática estão envoltos na produção e uso de signos. Assim, a relevância desta abordagem, permite compreender o processamento do pensamento e consequente construção do conhecimento a partir da natureza dos objetos e à forma como os objetos são apresentados.

A principal função do professor consiste em tornar acessível o conhecimento aos alunos, podendo usar para esse fim ferramentas simples como materiais manipuláveis, no caso de níveis de ensino mais baixos, e/ou ferramentas de Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC): computadores, calculadoras gráficas, *tablets*, *smartphones*, etc., nas aulas de matemática (Mariotti, 2018). No entanto, ainda segundo esta autora, as utilizações destas ferramentas só por si podem não conduzir à aprendizagem dos conteúdos matemáticos subjacentes ao objetivo de ensino se não houver a mediação do conteúdo matemático preconizada pelo professor. Isto é, o processo de aprendizagem envolve ações orquestradas pelo professor assumindo um papel mediador no uso de uma ferramenta específica pelo aluno para realizar uma tarefa e levar à apropriação por parte deste de um determinado conteúdo matemático.

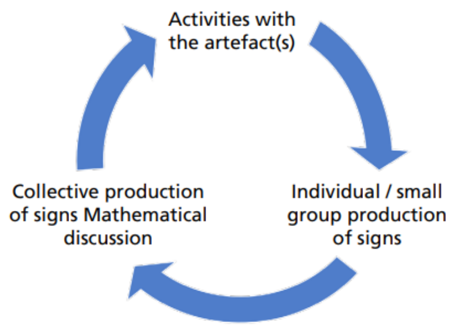
Este processo de aprendizagem originalmente estudado por Vygotsky (1978) e em aperfeiçoamento desde então, é designado por Teoria de Mediação Semiótica (TMS) e consiste num modelo de ensino e aprendizagem desenvolvido a partir de dois elementos-chave: potencial semiótico de um artefacto e a noção de ciclo didático (Mariotti, 2018).

O potencial semiótico de um artefacto baseia-se na relação existente entre o uso de determinada ferramenta e o conhecimento matemático, ou seja, a relação entre o artefacto e o conhecimento em si invocado na sua utilização. Esta autora define como Potencial Semiótico de um artefacto como a

> relação dupla que pode ocorrer entre um artefacto, por um lado, e os significados pessoais emergentes no seu uso para a concretização da tarefa (tarefa instrumentada) e por outro lado, os conhecimentos evocados pelo seu uso e reconhecidos como conhecimento Matemático. (Mariotti, 2018, p. 52)

(…) Sublinhando que diferentes artefactos podem invocar diferentes conhecimentos, e que o mesmo artefacto pode invocar diferentes conhecimentos de acordo com a forma que cada um se relaciona com o mesmo. Por sua vez, o ciclo didático compõe-se essencialmente pela interação da produção de signos individuais e a consequente produção de signos matemáticos produzidos da discussão coletiva orquestrada pelo professor quando se trabalham tarefas com o foco num determinado conteúdo (veja-se a Figura 19 abaixo, a qual representa as componentes do ciclo didático).

Figura 19 Ciclo Didático (Mariotti, 2018, p.53)



Na perspetiva da Teoria de Mediação Semiótica (TSM), a aprendizagem é um processo evolutivo que resulta da interação de ciclos didáticos com tarefas específicas de potencial semiótico a partir das quais os alunos produzem signos específicos individuais que, conjuntamente à intervenção ativa do professor irá promover a evolução desses signos em signos matemáticos.

De acordo com Mariotti (2018), um ciclo didático é constituído pelas seguintes três categorias de tarefas:

Tarefas com o artefacto – Integram o início de qualquer ciclo e envolvem a utilização do artefacto de forma a promover o surgimento de signos (palavras, esboços, gestos), cujos significados provêm do uso do artefacto, mas coerentes com os significados matemáticos que se pretendem alcançar com esta intervenção de ensino;

Tarefas de produção individual de signos – A produção espontânea de signos surge com a utilização do artefacto, pelo que é muito importante que os alunos elaborem por escrito os signos produzidos, incrementando, por um lado o destaque do signo e por outro tornar possível a discussão coletiva da categoria seguinte;

Discussão coletiva - Este tipo de tarefa assume um papel fulcral no processo ensino-aprendizagem constituindo o cerne do processo de mediação semiótica. Os textos escritos dos alunos são analisados e comentados coletivamente por toda a turma, sendo o papel do professor o mediador e orquestrador das potencialidades semióticas (originadas do uso do artefacto específico) de forma a se alcançar os significados matemáticos objetivados.

Daqui se conclui que, neste contexto, o professor deve garantir que um artefacto constitua uma ferramenta de mediação semiótica e ter consciência do desempenho do papel de mediador na promoção da discussão coletiva e de orquestrador na construção do conhecimento matemático.

2.2. Génese instrumental

Segundo esta abordagem de aprendizagem, é conveniente detalhar o significado de dois conceitos basilares, tais como o de artefacto e de instrumento.
A palavra "artefacto"[1] deriva da conjunção de dois vocábulos: *arte* e *factus* (feito com arte). Ou seja, um objeto produzido por trabalho mecânico ou manual. Segundo esta temática e numa perspetiva de Rabardel (2002), a noção de artefacto designa qualquer coisa material ou simbólica que seja processada por ação humana.

[1] **"artefacto"**, in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008
2021, https://dicionario.priberam.org/artefacto [consultado em 30-08-2022].

À palavra “instrumento” associa-se comummente à música, especificamente ao instrumento musical, pelo que instrumentação será algo como tocar ou compor música com um instrumento e se procurarmos a definição destas palavras no dicionário pouco mais acrescenta a estas noções. Mas, na Matemática, instrumento e instrumentação têm significados diferentes (Trouche, 2018), assim como instrumentação e instrumentalização diferem em termos de significação.

A relação sujeito – objeto cuja ação cognitiva, mínima que seja, constitui a transformação do objeto em instrumento é, de acordo com Rabardel (2002), designada por instrumentalização (do artefacto ou objeto). Consoante esta abordagem de aprendizagem, a instrumentalização é direcionada para a análise das ações dos sujeitos sobre os artefactos, enquanto a instrumentação é direcionada para a compreensão da ação desses artefactos nos comportamentos e aprendizagens nos sujeitos.
Segundo Trouche (2018), a noção de génese instrumental, está relacionada com o processo que combina a instrumentalização e a instrumentação, onde os pares artefacto/instrumento e instrumentalização/instrumentação se intrincam de forma processual e evolutiva, dinâmica e construtiva.

A instrumentalização pode ser definida como um processo no qual o sujeito enriquece as propriedades do artefacto, que de acordo com a função atribuída a um artefacto, se distinguem dois níveis de instrumentalização: num primeiro nível, dependendo das circunstâncias em que ocorre, a instrumentalização do artefacto é local e momentânea; num segundo nível, a instrumentalização é duradoura ou permanente, sendo a função adquirida do artefacto considerada como propriedade do artefacto.
“Em ambos os casos, não há transformação física do artefacto em si. Ele foi meramente enriquecido com novas propriedades extrínsecas, adquiridas momentaneamente ou duradouramente.” (Rabardel, 2002, p. 106).

Desta forma, como observa Trouche (2018, p.4), “a instrumentalização pode passar por diferentes estados: um estado de descoberta e seleção das funções relevantes, um estado de personalização (um ajuste do artefacto a si) e um estado de transformação do artefacto.”
Num contexto de sala de aula, o autor exemplifica quatro categorias de instrumentalização da calculadora gráfica (artefacto) desenvolvidas pelos alunos:

1) quando estes a personalizam (personalização do artefacto);
2) fazem o armazenamento de informações extras, usando-a como biblioteca;
3) usam o potencial da ferramenta para resolver um problema de uma forma inesperada ou
4) transformando o próprio material (transformação do artefacto em si).

O autor realça a importância do trabalho que o aluno realiza efetivamente, além da transformação do artefacto, para se analisar a importância da instrumentalização.

> Para o aluno, a instrumentalização deve ser considerada como um processo contínuo, a partir da descoberta do artefacto, e seguindo-se as fases de apropriação e transformação, dependendo da atividade dos alunos para concretizar as tarefas propostas pelo professor e para conseguir os próprios objetivos. (Trouche, 2018, p.5)

Ou seja, segundo esta abordagem instrumental, um artefacto trata-se literalmente do objeto em si, transformando-se num instrumento decorrente a construção mental pelo ser humano através de um moroso processo, a génese instrumental "ligadas às características do artefacto (suas potencialidades e constrangimentos) e as do sujeito (seus conhecimentos e hábitos de trabalho anteriores)", refere Trouche (2003, p. 4). Por outras palavras, Thomas (2009) refere que a transformação de uma ferramenta tecnológica num instrumento envolve ações e decisões que consistem na adaptação a uma tarefa particular, considerando as suas potencialidades e como podem ser usadas na tarefa em si.

Adicionalmente, Ritella e Hakkarainen (2012) explicam que a instrumentação consiste em adaptar a transformar ferramentas externas e que a instrumentalização consiste em esquemas cognitivo-culturais. Explica ainda que a génese instrumental consiste na inclusão e uso de artefactos no processo de resolução de problemas, de reflexão e de questionamento conduz a um processo de *mutual shapping* entre pessoas e ferramentas.

Lagrange (1999b) reforça esta teoria de construção de aprendizagem e conhecimento em que sendo um artefacto uma criação do ser humano, só é transformado num instrumento quando se desenvolvem relações com o uso do artefacto: externamente são desenvolvidos usos do artefacto (instrumentalização) e internamente são desenvolvidos esquemas de utilização do instrumento para controlar esses usos (instrumentação).

Lagrange (1999a, p. 12) define esquemas num contexto educacional, como "construções adaptativas internas de uma pessoa". Logo, não apreendidas através de ensino específico e, portanto, quando o aluno é confrontado com a realização de uma tarefa nova ou mais complexa, age através de esquemas, estruturas produzidas na sua mente. Mais uma vez, o autor reforça o papel do professor em incentivar os alunos a analisar o trabalho feito na calculadora que, preferencialmente, devem experimentar numa lógica de tentativa e erro. O autor também observa que um aluno que use a calculadora no trabalho diário da matemática, torna-se dependente do seu uso, desenvolvendo esquemas específicos, juntamente com outros esquemas, num contexto de uso diário desta tecnologia ao longo do tempo/ano letivo. A questão pertinente, salienta, é perceber a génese instrumental de como um aluno entende um tópico matemático a partir dos esquemas que constrói para realizar tarefas nesse tópico, sendo que esta génese tem restrições próprias decorrentes da especificidade da calculadora e do tópico matemático em foco.

2.3. A utilização da calculadora gráfica na resolução de tarefas matemáticas

Desde o final do século XX que, nos países industrializados, a tecnologia teve profundas mudanças (Trouche, 2003), nomeadamente na generalização de cada vez mais ferramentas computacionais portáteis, e a nível da complexidade, nomeadamente, das calculadoras: calculadoras programáveis a calculadoras gráficas e calculadoras com Cálculo Algébrico Simbólico (CAS[2]). Inerentemente, a forma de comunicação destes dispositivos teve de se ajustar às novas funcionalidades, nomeadamente o ecrã aumentou e surgiu a conexão com outros dispositivos (calculadoras, computador ou projetor), observa ainda este autor; a possibilidade de integrar programas da internet, uma panóplia de possibilidades e utilidades, potenciadoras de novas aprendizagens.

No entanto, embora "os alunos rapidamente introduzem e usam calculadoras em sala de aula e consideram-nas como ferramentas pelo seu trabalho matemático" (Trouche, 2003, p.2), a integração destas ferramentas nas aulas de matemática manifestava-se nesta altura muito pobre.

Esta preocupação é reiterada por Ritella e Hakkarainen (2012) que estudaram algumas interconexões entre ideias teóricas e tradições na sua pesquisa sobre a aprendizagem melhorada pela tecnologia. Analisaram as fundações socioculturais da aprendizagem mediada pela tecnologia e concluem que a extensão cognitiva e a estimulação cumulativa proporcionadas pela mediação epistémica desempenham um papel crucial na cognição complexa. Consequentemente, argumentam que é determinante colocar as práticas de aprendizagem no centro da aprendizagem mediada por tecnologia.

Estes autores concluem ainda que, as TIC estão a transformar o contexto de aprendizagem, pelo que são necessárias nas práticas de aprendizagem para acomodar os novos ambientes educacionais. Assim, os alunos devem envolver-se na utilização de tecnologias colaborativas, criando

[2] CAS - computer algebra system é qualquer software matemático com a capacidade de manipular expressões matemáticas de uma maneira semelhante aos cálculos manuais tradicionais de matemáticos e cientistas.

artefactos digitais externos que suportem a aprendizagem. Por último, Ritella e Hakkarainen (2012) concluem que a tecnologia melhora a aprendizagem apenas através de práticas sociais modificadas.

No caso das calculadoras mais complexas (gráficas ou com CAS), seguindo o estudo de Lagrange (1999a), os alunos constroem conhecimento matemático a partir da interação com a calculadora gráfica, representando esta um papel mediador nas ações dos alunos, claramente vinculativa nas aprendizagens. Lagrange (1999a) e Trouche (2018) salientam que, num ambiente de trabalho com calculadoras CAS, as aprendizagens dos alunos adquiridas usando estas ferramentas são reduzidas em termos de significados e conteúdos matemáticos, apesar de resolverem o problema proposto. "usando um CAS como uma caixa preta, os alunos só descobrirão entidades simbólicas. Aprender teorias e conceitos implica estratégias mais amplas." (Lagrange, 1999a, p. 20).
Desta forma, este autor conclui que os alunos têm de elaborar diferentes esquemas de utilização, potencialmente ricos em significado matemático, a partir do conhecimento das potencialidades e constrangimentos da calculadora gráfica de uma forma geral. O professor deve, no entanto, ajudar a desenvolver conhecimentos algébricos adequados e estabelecer conexões de várias representações de conceitos assim como a discussão em turma dos esquemas construídos, tornando a aprendizagem efetiva em termos de conhecimento matemático.

Assim sendo, se a necessidade da utilização da calculadora se cingisse apenas ao cálculo algébrico, estaria sobejamente subaproveitada, aliás o crescendo da utilização da calculadora na sala de aula deve prender-se ao estímulo do raciocínio dedutivo e conjetural; prover aos alunos a ferramenta de forma rigorosa e exata das suas potencialidades.

À partida, é razoável crer-se que a possibilidade de resolver uma tarefa de formas e recursos diferentes, tornaria a aprendizagem mais rica e interessante por parte dos alunos, no entanto, há estudos que concluem que esta diversidade para alguns alunos "é desestabilizadora e necessitam de mais apoio do que poderíamos supor" (Rocha, 2002, p.5). Além de que, há uma resistência por parte dos alunos em alterar a sua forma habitual de resolver um problema, a menos que seja dada essa indicação, refere ainda esta autora. Este entendimento é corroborado por Ritella e Hakkarainen (2012) em que no entender destes autores, a apropriação da tecnologia é difícil, pois requer a adaptação e a modificação do sistema cognitivo-cultural. Este processo de transformação é mais fácil quando o aluno tem a oportunidade de, gradualmente, socializar e crescer num contexto de práticas sociais consolidadas mediadas pela tecnologia e apoiadas em comunidades de aquisição de conhecimentos avançadas, defende esta autora.

No entanto, a tendência que os alunos têm para optar por abordagens semelhantes às que costumavam utilizar antes de disporem da calculadora gráfica, evolui com o decorrer do tempo

(Rocha, 2002). Como tal, à medida que a confiança aumenta, começam a surgir mais exemplos de situações em que é feita uma utilização inovadora da calculadora. A abordagem inicial da utilização da calculadora gráfica é redutora, limitando-se, essencialmente, a procedimentos de cálculo. Por isso, segundo Sá (2022), será importante o professor incluir nas planificações das aulas tempo e tarefas com recurso à calculadora gráfica de forma diversificada, já que a compreensão do funcionamento da calculadora envolve muitos conhecimentos matemáticos e permite ainda o aprofundamento de muitos outros.

Desta forma, também é importante o professor acompanhar como os alunos utilizam a calculadora (gráfica). O uso correto da calculadora implica o cuidado e o rigor na escrita matemática onde os alunos são confrontados com esse rigor sempre que utilizem a calculadora. Esse rigor é transversal em todos os procedimentos realizados na calculadora e na calculadora gráfica, em particular, desconsiderar a forma de utilização das tecnologias pelos alunos assemelha-se a dar primazia ao resultado alcançado desprezando o processo como é obtido. E, portanto, o acompanhamento da utilização da calculadora é tão importante como apoiar os alunos a tornar as utilizações eficientes e válidas, pois "não auxiliar os alunos a evoluir para utilizações mais eficientes, é negar-lhes a possibilidade de aprofundar os seus conhecimentos matemáticos" (Rocha, 2002, p. 24). Sendo assim,

> "parece recomendável que o professor que usa as novas tecnologias se capacite da necessidade de desenvolver ele próprio uma atitude de experimentação controlada relativamente à sua prática, refletir sobre as suas aulas e sobre a atividade dos alunos, participar em discussões sobre o seu uso e trocar ideias e experiências com os seus colegas" (Ribeiro, 2000, p.19).

Da mesma forma, Thomas (2009) salienta que o uso da tecnologia no ensino requer um conjunto particular de competências e atitudes por parte dos professores, formalmente designado como conhecimento tecnológico pedagógico (*PTK - Pedagogical Technological Knowledge,* em inglês), pois requer que o professor seja, não só proficiente no uso da tecnologia, mas, principalmente, proficiente a construir conhecimento matemático (princípios e técnicas) através da tecnologia.

Na matemática, significa que quando queremos usar a ferramenta tecnológica e convertê-la num instrumento útil, devemos estar bem cientes do objetivo da tarefa matemática e de que forma a ferramenta pode ser usada para influenciar o resultado (Thomas, 2009).

No entanto, este autor refere ainda que, no contexto de aulas com recurso à tecnologia, as tarefas propostas podem nem sempre contribuir para a aprendizagem de Matemática em si por serem meramente processuais e pouco concetuais, ou seja, não é necessário entender o conceito, mas o procedimento.

Constata-se que, um ponto determinante na dinâmica de sala de aula é a formação e a proficiência no uso da calculadora gráfica do professor (Rocha, 2012) e a ênfase das aulas de Matemática (e tarefas, indubitavelmente) deve ser a Matemática e não a tecnologia, tal como referido na articulação com o perfil dos alunos nas Aprendizagens essenciais de Matemática ". A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas" (D.G.E., 2021, p.6).

Por outro lado, a postura do professor é, igualmente, bastante relevante neste processo de aprendizagem com recurso às tecnologias, pois, se é verdade que nos dias de hoje os alunos são nativos digitais "uma nova geração que se mostra diferente de todas as anteriores, especialmente, no modo como aprende e encara a escola.

Estes jovens distinguem-se pela grande familiaridade que têm com as tecnologias digitais e pela regularidade com que as utilizam (…)" (Carreira, 2009, p.54), não significando que saibam usar toda a tecnologia de forma ativa ou sequer com a mesma facilidade. Pois, são dispositivos com forma de manuseamento e uso diferentes, implicando conhecimento científico e saber na interpretação de resultados, como o caso da calculadora gráfica.

Vários autores referem algumas dificuldades e erros cometidos por assunções erróneas e falta de conhecimento matemático dos alunos nos estudos que fizeram sobre a realização de tarefas com recurso à calculadora gráfica (Consciência, 2013; Sá, 2022).

A atitude do professor em privilegiar uma resolução analítica ou tecnológica é claramente influente nos alunos (Rocha, 2012). Muitas vezes, por mais fascinante que seja o uso da calculadora em sala de aula, a falta de formação ou conhecimento técnico que o professor tem sobre como trabalhar com a calculadora gráfica limitam a sua utilização, sobretudo quando o uso da calculadora gráfica não é especificamente recomendado antes do ensino secundário (Subtil e Domingos, 2018).

Finalmente, tem sido preocupação das entidades reguladoras do ensino português a inclusão das tecnologias como recursos incontornáveis e potentes no processo de ensino e aprendizagem, essencialmente pelas capacidades desenvolvidas e motivadoras que desencadeiam nos alunos:

> "desenvolver e mobilizar o pensamento computacional e desenvolver a capacidade de usar representações múltiplas, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, e como possibilidade de apropriação da informação veiculada nos diversos meios de comunicação, nomeadamente digitais, onde surge em formatos em constante evolução." (D.G.E., 2021, p. 3).

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Este estudo segue uma abordagem de investigação de natureza qualitativa recorrendo ao estudo de caso e sendo focada em seis alunos de uma turma do 7.º ano de escolaridade do ensino básico. Os resultados apresentados baseiam-se na análise dos dados obtidos, utilizando a observação com registo de áudio e recolha documental.

3.1. Estudo de caso

O estudo de caso é usado para investigar questões de interesse nas ciências da Educação e no ensino da Matemática, assim como na Medicina, no Direito e na Economia (Ponte, 2006) e trata-se, essencialmente, de uma abordagem metodológica (Coutinho & Chaves, 2002) empírica (Ponte, 2006).

"Quase tudo pode ser um "caso": um individuo, um personagem, um pequeno grupo, uma organização" (Coutinho & Chaves, 2002, p. 223). Esta conceção também é defendida por Ponte (2006), ou seja, uma entidade bem definida. O estudo de caso tem como objetivo compreender e conhecer com detalhe as características próprias e relevantes dessa entidade no que concerne às questões que o investigador pretende dar resposta (Ponte, 2006). "O estudo de caso não é uma investigação baseada em amostragem. Não se estuda um caso para compreender outros casos, mas para compreender o caso" (Stake, 1995, p. 4 citado em Coutinho & Chaves, 2002, p. 228).

Ponte (2006) refere ainda que "um estudo de caso funciona sobretudo como um exemplo", seja ele um exemplo pela "negativa" ou pela "positiva". Pode ser também um caso "excecional", "raro" ou "neutro".

> Pode ser um exemplo pela "**negativa**", (…) Trata-se, então, de um contraexemplo, que nega aquilo que era dado como certo.
> Um caso pode também ser um exemplo pela "**positiva**", mostrando como certa realidade (…) é particularmente bem-sucedida.
> Podemos ter também um caso **excecional**, pela sua raridade, (…)
> Um caso pode, ainda, ser um exemplo relativamente "**neutro**", nem marcadamente positivo nem marcadamente negativo. (Ponte, 2006, p.4).

Embora o caso constitua uma entidade bem definida, com características próprias, natureza e história, contextualizado e influenciado por fatores externos (diretos ou indiretos da sua realidade local, social e sistémica), devem ser tomadas em conta pelo investigador quando estudado, pois, de certa forma contribuem para a compreensão da sua singularidade e especificidade (Ponte, 2006).
Assim, de acordo com Coutinho e Chaves (2002) um relatório de estudo de caso não deve deixar de incluir:

> — A definição clara do "caso" e a delimitação das suas "fronteiras";
> — A descrição pormenorizada do contexto em que o caso se insere;
> — A justificação da pertinência do estudo e quais os objetivos gerais que persegue (o seu foco);
> — A identificação da estratégia geral, justificando as razões da opção por caso "único" ou "múltiplo";
> — A definição de qual vai ser a unidade de análise (ou unidades de análise);
> — A fundamentação dos pressupostos teóricos que vão conduzir o trabalho de campo;
> — A descrição clara de "como" os dados serão recolhidos, "de quem" e "quando";
> — A descrição pormenorizada da análise dos dados;
> — A justificação da lógica das inferências feitas (se for caso disso);
> — A definição dos critérios que aferirão da qualidade do estudo. (p. 236)

Segundo Bogdan e Biklen (1994), os estudos de caso podem ser descritivos, múltiplos (quando o investigador estuda dois ou mais assuntos, ambientes ou bases de dados) e comparativos (dois ou mais estudos de casos são feitos e depois são comparados).
De acordo com Ponte (2006), os estudos de caso podem ser exploratórios, servindo para obter informação preliminar acerca do respetivo objeto de interesse. Podem ser descritivos quando têm como propósito essencial descrever o caso em causa. Podem ainda ser analíticos quando se procura problematizar o seu objeto, construir ou desenvolver nova teoria ou confrontá-la com teoria já existente (Yin, 1984) referido por este autor.

Independentemente dos seus objetivos e tipologia, a questão que se coloca é a validade externa ou generalização, já que os estudos de caso são particularistas. Ou seja, "Para que servem os resultados de um estudo de caso?" (Coutinho & Chaves, 2002, p. 231). Segundo Ponte (2006), a relevância do estudo de caso, embora assente num trabalho de campo ou em análise documental, não é necessariamente apenas descritivo, o que tornaria a sua significância bastante redutora e pouco relevante em termos de conhecimento produzido. O propósito do estudo de caso, convenientemente bem planeado e com interesse pode "ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futura investigação" (Ponte, 2006, p. 7). Em suma, este autor defende que a utilidade dos estudos de caso focados na compreensão da especificidade de determinado caso (fenómeno, processo, organismo) inserido num determinado contexto é a possibilidade de melhorar práticas, tomar decisões, formular novas teorias, ou definir novas políticas.

3.2. Escolha dos participantes

Para a realização deste trabalho de investigação, a investigadora incidiu a recolha de notas de campo num conjunto de seis alunos. A seleção dos seis alunos pretende ser heterogénea em termos de género e de aproveitamento na disciplina no primeiro semestre do ano letivo 2021/2022, tendo o cuidado de procurar alunos que consigam comunicar, quer as dificuldades sentidas, quer as conclusões a que chegam no desenrolar das tarefas propostas, assim como analisar os raciocínios e aprendizagens manifestadas pelos alunos.

Para isso, foi tido em conta, não só o aproveitamento dos alunos no final do semestre na disciplina de Matemática, mas também a observação da participação, postura e interesse nos temas estudados no decorrer nas aulas. Temos, então, os alunos Pitagorélio e Newtonildo pouco participativos e pouco faladores, mas de aproveitamento final bastante satisfatório (nível 4), as alunas Galilena e Bernolina participativas e faladoras e de aproveitamento final bastante satisfatório (nível 4), a aluna Alquarismalda pouco participativa e pouco faladora, embora interessada, e de aproveitamento pouco satisfatório (nível 2). Foi ainda considera a aluna Aristotélia, com um aproveitamento satisfatório (nível 3), igualmente tímida como a Alquarismalda, contudo mais participativa.

Os alunos organizaram-se em pares, constituindo assim, para estudo de caso, as aprendizagens dos três pares formados: Bernolina e Galilena; Alquarismalda e Aristotélia; Newtonildo e Pitagorélio (nomes fictícios).

3.3. Notas de campo

Sendo o estudo de caso uma investigação de natureza empírica baseada fortemente em trabalho de campo ou em análise documental, "Estuda uma dada entidade no seu contexto real, tirando todo o partido possível de fontes múltiplas de evidência como entrevistas, observações, documentos e artefactos (YIN, 1984, referido em Ponte, 2006, p. 7)".

O relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, presencia e a sua reflexão sobre os dados do estudo são as notas de campo de um estudo qualitativo (Bogdan & Biklen, 1994). As notas de campo consistem em dois tipos de materiais: descritivos e reflexivos.

A parte descritiva das notas de campo representa "o melhor esforço do investigador para registar objetivamente os detalhes do que ocorreu no campo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 152), enquanto a parte reflexiva faz parte da análise dos dados recolhidos.

Neste trabalho de investigação, a investigadora considerou três momentos para recolha/preparação dos dados para análise. Numa fase inicial, foram necessárias duas aulas prévias de familiarização com a calculadora gráfica, uma vez que os alunos não usam a calculadora gráfica nas aulas de matemática e não estão familiarizados com a sua utilização. Nesta fase, a investigadora recolheu, por observação da primeira aula, notas que permitiram avaliar o desempenho e a autonomia dos alunos com a calculadora e pelas dificuldades sentidas.

Optou por outro momento de formação, mas em grupos mais pequenos, para facilitar a comunicação e a aprendizagem dos alunos. Para tal, na primeira aula formativa, os alunos dispunham de um manual de utilização preparado pela investigadora que podiam acompanhar pela projeção no quadro, tirar notas (e consultar mais tarde), enquanto a investigadora explorava os menus da calculadora. Este manual continha, além dos procedimentos, exercícios de aplicação (como se pode ver no Anexo E).

A definição da imagem da projeção não era suficientemente legível para os alunos, o que gorou a estratégia da investigadora que pretendia, de forma interativa, envolver a participação dos alunos nesta nova experiência de trabalho com este instrumento. Além deste constrangimento, a ansiedade comum desta idade, de querer saber com o menor esforço e tempo, levou a que a investigadora mudasse de estratégia: de mesa em mesa, "socorria" os alunos menos destros e incitava os mais ágeis a ajudar o parceiro do lado. A segunda aula permitiu consolidar os procedimentos que conheceram na primeira.

Numa segunda fase, a investigadora disponibilizou as tarefas em papel aos alunos participantes neste trabalho, recolheu notas enquanto os alunos realizavam as tarefas com base na observação das questões colocadas, dúvidas e/ou conclusões que iam alcançando. Adicionalmente, recolheu no final as respostas dos alunos escritas para análise posterior.

Numa terceira fase, a investigadora entrevistou os alunos participantes (gravação áudio), para esclarecimento e completamento desta investigação conforme descritas nos subcapítulos 3.4. e 4.3. seguintes.

3.4. Entrevista

Numa investigação qualitativa, as entrevistas podem constituir a estratégia dominante para a recolha de dados, quer isoladamente, quer em conjunto com a observação participante, análise de documentos e outras técnicas (Bogdan & Biklen, 1994).

"Uma entrevista consiste numa conversa intencional, geralmente entre duas pessoas, embora por vezes possa envolver mais pessoas dirigida por uma das pessoas, com o objetivo de obter informações sobre a outra". (Morgan, 1988 referido em Bogdan & Biklen, 1994, p. 134).

A entrevista é uma forma de recolha de dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, pelo que permite ao investigador "desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo" Bogdan e Biklen (1994, p. 134).

As entrevistas qualitativas podem variar de acordo com o grau de estruturação que se podem assumir. As entrevistas semiestruturadas permitem a análise de dados comparáveis entre os vários sujeitos (Bogdan & Biklen, 1994). No entanto, pode ser pertinente para o estudo o investigador compreender, de uma forma geral, as possíveis perspetivas do sujeito. Por este motivo, o mesmo autor refere ainda que é comum utilizar a entrevista mais livre e exploratória.

Daqui se depreende que, numa entrevista semiestruturada, há a flexibilidade de ajustar as perguntas conforme o contexto ou o entrevistado, constituindo as perguntas planeadas na entrevista inicial, uma linha diretriz dos dados a recolher para futura análise.

As entrevistas de cariz semiestruturado, aplicadas a este estudo, foram feitas após a realização de cada tarefa (apresentadas nos anexos C e D) e analisadas no subcapítulo 4.3. Estas entrevistas têm como objetivo procurar, por um lado, dar resposta (ou complementar a sua compreensão) a algumas questões da investigação e, por outro lado, tentar perceber como é que os alunos entenderam e avaliaram o trabalho proposto.

Assim, nas entrevistas realizadas ao conjunto de todos os pares de participantes, a professora investigadora auxiliou-se das questões conforme o Anexo L.

3.5. Tarefas

O tema das funções foi introduzido pela professora titular. No entanto, a orientação do processo de familiarização com a calculadora gráfica por parte dos alunos foi feita pela investigadora, de forma a não constituir uma barreira e enviesamento dos resultados obtidos por inaptidão ou má utilização do uso deste instrumento.

Como referido, este estudo baseia-se em três estudos de caso compostos por três pares de alunos na resolução de duas tarefas, em que a investigadora acompanha o desempenho e a análise dos procedimentos utilizados pelos seis participantes, recorrendo ao uso da calculadora gráfica na resolução das tarefas matemáticas relacionadas com o tema das funções. Enquanto os alunos resolvem as tarefas, a investigadora recolhe notas de campo e, num momento posterior, grava o áudio da entrevista como descrito anteriormente em Notas de Campo no subcapítulo 3.3. deste relatório.

No seguimento da realização das tarefas, é pertinente perceber o raciocínio dos alunos e a motivação na realização das tarefas, assim como, tentar obter resposta às questões deste estudo.

Assim, o papel de investigadora tem de ser o mais fiel possível ao registar e recolher dados, de forma a perceber qual a estratégia utilizada pelos alunos para dar resposta às questões. Mais concretamente, como utilizam as diferentes fontes de informação e representação (calculadora gráfica, representação em papel e a transição entre ambas), o seu raciocínio e as conjeturas elaboradas.

Esta tarefa designada "A mão, uma função?", adaptada de Subtil e Domingos (2018), é apresentada no Anexo C ao presente relatório e tem como objetivo consolidar o conceito de função e o gráfico cartesiano como uma das formas de representação de uma função. Segundo estes autores, a calculadora gráfica desempenha um papel de mediador semiótico, permitindo a transição de significados pessoais para significados matemáticos e, consequente, a compreensão do significado de função matemática através da representação da mão (objeto).

Em termos de conceitos e conteúdo matemático, esta tarefa explora, basicamente, o conceito de função como correspondência unívoca entre objeto e imagem e, portanto, uma vez que o conjunto de pontos é representado numa tabela e num gráfico cartesiano composto por dois eixos ortogonais, esta tarefa permite verificar se os alunos conseguem:

1) Representar e interpretar as coordenadas de um ponto como um par ordenado (objeto, imagem);
2) Representar e interpretar as coordenadas de um ponto num gráfico cartesiano (x, y);
3) Compreender o significado de função;
4) Compreender e relacionar as várias representações de um conjunto de dados: tabelar e em gráfico cartesiano;

5) Comunicar, usando linguagem matematicamente correta, o raciocínio usado na resolução;

Na segunda tarefa sobre proporcionalidade direta, conforme foi apresentada aos alunos de acordo com o Anexo D, pretendeu-se verificar as conjeturas feitas pelos alunos relativamente aos diferentes declives dos gráficos que traduzem a proporcionalidade direta entre duas grandezas e relativamente à relação com a constante de proporcionalidade. A tarefa envolveu, de igual forma, a possibilidade de os alunos compreenderem o significado de "razão" e saberem relacionar as diferentes representações: algébrica, tabelar e gráfica. Envolveu, não só conceitos algébricos, como também conceitos geométricos, e, por isso, uma tarefa de dificuldade maior.

Para a realização das tarefas, foram utilizadas as calculadoras gráficas *Casio CFX-9850 PLus* disponíveis na escola.

Embora organizados em pares, os alunos dispunham, como referido, de uma calculadora gráfica cada um. Dispunham ainda das tarefas impressas e de lápis. Os alunos trabalharam na biblioteca da escola, um espaço aprazível, bastante iluminado e tranquilo, habitualmente utilizado por estes para a leitura ou para a realização de trabalhos de grupo. Este espaço serve também para a realização de aulas de apoio a pequenos grupos de alunos. A realização das tarefas foi feita em pares, de acordo com as suas preferências, de forma a tornar a realização das mesmas mais agradável e enriquecedora. Contudo, a discussão e a partilha de ideias foi feita em grupo.

Neste contexto de realização de tarefas matemáticas com recurso ao uso da calculadora gráfica, é de referir a importância da familiarização com este artefacto, sobretudo por tratar-se do primeiro contacto destes alunos com esta ferramenta. Assim, foi pertinente que os alunos conseguissem executar as tarefas de forma autónoma, tendo nesta fase de experimentação e instrumentalização sido planeadas duas aulas de 45 minutos. Estas aulas foram complementadas por outra aula adicional por se ter verificado que os alunos não se sentiam suficientemente preparados para usarem a calculadora gráfica na realização das tarefas propostas neste estudo.

Estas aulas de introdução à calculadora e as entrevistas decorreram nas aulas de Cidadania e Desenvolvimento, cuja planificação é mais flexível. Assegurou-se, assim, a menor perturbação possível da planificação das aulas de Matemática.

CAPÍTULO 4

4. ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

A análise de dados, tal como o nome sugere, consiste na organização sistemática das notas de campo recolhidas, entrevistas realizadas e outros materiais recolhidos e observados durante a investigação, de forma a permitir a compreensão dessa mesma informação e a permitir a sua partilha e divulgação na comunidade científica (Bogdan & Biklen, 1994), enriquecendo-a, dando-lhe uma utilidade, se possível. Esta tarefa analítica, que envolve, não só a organização criteriosa, mas também a interpretação e tornar compreensíveis os materiais recolhidos, encontrando padrões entre si ou em estudos similares, aspetos importantes ou relevantes, exige reflexão e um trabalho meticuloso por parte do investigador.

Neste estudo em concreto, a familiarização com o artefacto (calculadora gráfica) consistiu em duas aulas de 45 minutos em contexto de grupo turma para os alunos se familiarizarem com a calculadora e, adicionalmente, numa nova sessão de 45 minutos unicamente dirigida a seis alunos que participaram na experiência. Todos os alunos da turma tinham calculadoras gráficas (*Casio CFX-9850 PLus*) requisitadas na biblioteca da escola.

Nesta fase da investigação, constituem para análise as respostas dos alunos às tarefas, as sínteses elaboradas, as notas recolhidas durante a realização das tarefas (observação e verbal), as entrevistas realizadas e a evolução progressiva das aprendizagens de uma tarefa para a outra.

A metodologia adotada pela investigadora consistiu na apresentação inicial das tarefas de forma descontraída, dialogando com alunos e garantindo que os alunos percebiam o que era pretendido fazer (compreensão do enunciado).

Os alunos organizaram-se em pares, constituindo as aprendizagens correspondentes aos três pares de alunos os estudos de caso abrangidos pela presente investigação. Aos alunos foram atribuídos os seguintes nomes fictícios: Bernolina e Galilena; Alquarismalda e Aristotélia; Newtonildo e Pitagorélio.

Apesar de ser proposta a resolução a pares, cada participante possuía um enunciado da tarefa para que pudesse aceder à informação facilmente. Foi, assim, pedido que todos os alunos envolvidos nos estudos de caso respondessem às questões do enunciado que receberam para posterior análise da investigadora. Verificou-se que apenas o par Newtonildo e Pitagorélio o fez de forma coerente e organizada. Os restantes pares adotaram a estratégia de apenas um participante anotar a resposta.

Finalmente, a investigadora optou por analisar as respostas dos alunos participantes na realização das tarefas dispondo da calculadora gráfica segundo os critérios representados mnemonicamente por

RIPA, que traduzido significa “razões (R), informações (I), o plano para o caminho da solução (P) e algumas das respostas (A)” (Ball & Stacey, 2003, p. 5). Ou seja, como surge numa forma adaptada e adequada por Campos et al. (2015):

(i) Informação;

(ii) Estratégias de utilização da calculadora gráfica; e

(iii) Raciocínio.

Em que em “Informação” se pretende examinar como o aluno usa a informação que retira da calculadora e como a representa na resolução da tarefa.

Em “Estratégias de utilização da calculadora gráfica” pretende-se averiguar como o aluno se apropria da calculadora gráfica para responder à tarefa.

Em “Raciocínio” analisa-se a forma como o aluno verbaliza e apresenta raciocínios; isto é, registo da informação da calculadora com ou sem justificação verbal, explicada e interpretada.

Posto isto, na primeira tarefa (“A mão, uma função?”), todos os alunos conseguiram, sem grande dificuldade, desenhar a palma da mão no referencial cartesiano disponibilizado pela investigadora e, consequente, fazer o mapeamento e registo das coordenadas dos pontos numa tabela. Uma vez concretizada com sucesso esta parte inicial da tarefa, foram analisadas as respostas dos alunos com maior detalhe, de acordo com os critérios indicados por Campos et al. (2015).

Na análise da segunda tarefa (“Queques para todos!”), a investigadora procedeu de forma semelhante e de acordo com os critérios atrás descritos.

4.1. Tarefa “A mão, uma função?”

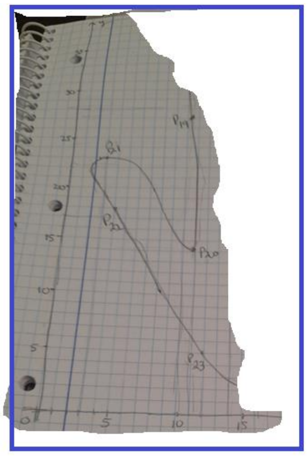
Esta tarefa consistiu em os alunos traçarem o contorno da palma da mão sobre um referencial cartesiano ortogonal monométrico, sem perda de generalidade, no primeiro quadrante. De seguida, foi feita a marcação de vinte e quatro pontos no traçado e foram indicadas as coordenadas dos respetivos pontos numa tabela construída para o efeito. O enunciado desta tarefa matemática proposta aos alunos foi adaptada de Subtil e Domingos (2018, p.634) conforme a Figura 20 abaixo.

Figura 20 Enunciado da tarefa "A mão, uma função?" proposta aos alunos e adaptada de Subtil e Domingos (2018, p.634)

A Matilde teve um acidente com o caderno diário e perdeu parte da aula de matemática.

Reconstitui a tarefa da Matilde, e numa folha quadriculada A4, desenha um referencial cartesiano e traça sobre o mesmo o contorno da palma da tua mão a caneta.

Com lápis marca 24 pontos.



Por exemplo, o ponto P_{23} tem coordenadas $(12,5)$ e representa-se $P_{23}(12,5)$.

Depois dos pontos marcados, indica as coordenadas na seguinte tabela:

	abcissa	ordenada	coordenadas
1.º ponto			
2.º ponto			
3.º ponto			
…			
24.º = 1.º ponto			

Nota:
Os pontos da tabela devem estar numerados de acordo com a sequência de construção da mão. O último tem de ser igual ao primeiro para a imagem ficar fechada.

Utilizando a calculadora gráfica, traça o gráfico poligonal correspondente aos pontos representados na tabela anterior.

Desenhaste a palma da tua mão sobre um referencial cartesiano.

1. Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função? Justifica a tua resposta.
2. Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?
3. Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

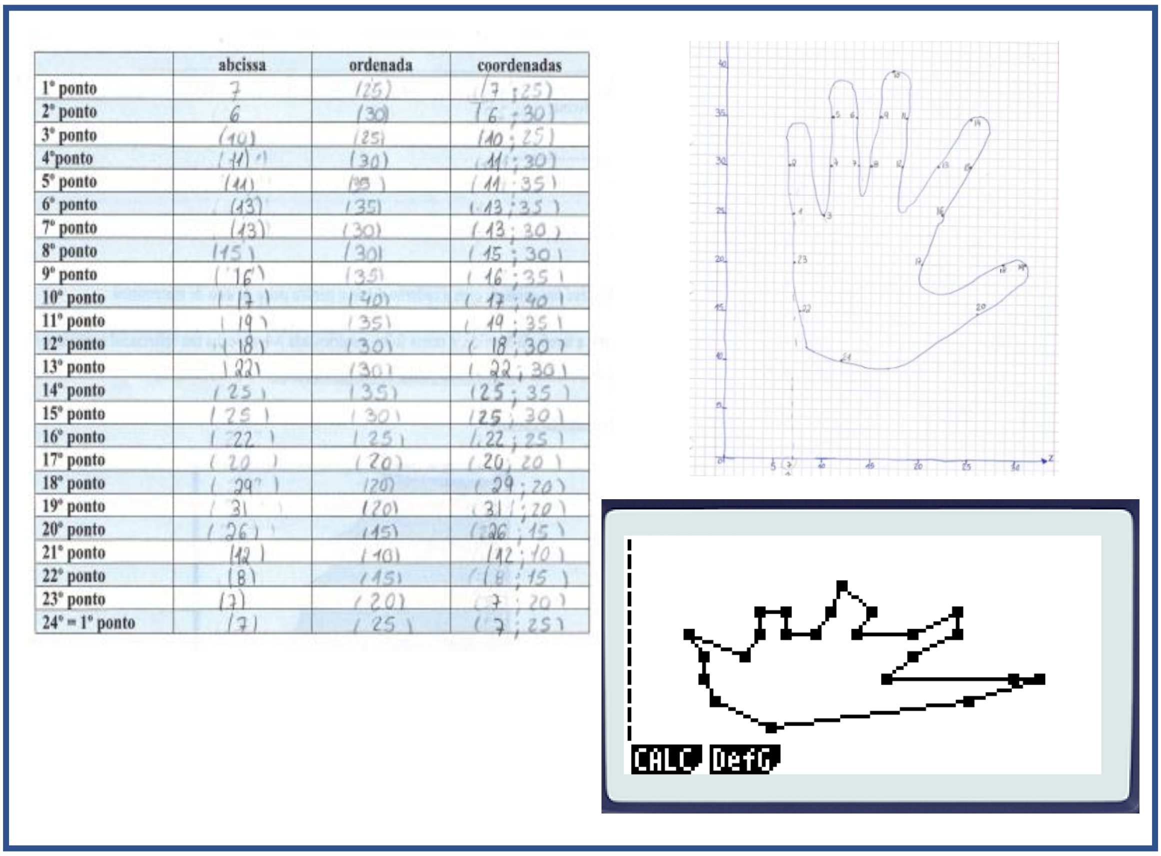
De seguida, os alunos introduziram as coordenadas dos pontos na calculadora gráfica para obterem o gráfico poligonal que representa o traçado da mão efetuado. Todos os alunos mostraram interesse na utilização da calculadora gráfica e diligência na superação das dificuldades emergentes, tais como corrigir valores registados incorretamente ou falta de um registo das coordenadas de um ponto intermédio.

O traçado da mão e a marcação dos pontos foram realizados sem dificuldade pelos alunos, contudo, no preenchimento das coordenadas na tabela, Aristotélia trocou a posição da abcissa com a ordenada.

A professora investigadora sugeriu à aluna que revisse novamente os registos realizados, recordando que, num par ordenado, o primeiro valor é a abcissa e o segundo valor é a ordenada do ponto. Facilmente constatou que tinha trocado e corrigiu.

Como se pode observar das representações registadas na Figura 21 abaixo, a aluna contornou a mão esquerda com o lápis, marcou os 24 pontos e indicou as respetivas coordenadas na tabela disponível. Quando introduz essas coordenadas nas listas 1 e 2 da calculadora gráfica para obter o traçado do gráfico poligonal, reconhece o gráfico desenhado como uma mão.

Figura 21 Traçado da palma da mão, as coordenadas dos pares ordenados e o gráfico feito pela aluna Aristotélia inerentes à tarefa "A mão, uma função?"



	abcissa	ordenada	coordenadas
1° ponto	7	(25)	(7 ; 25)
2° ponto	6	(30)	(6 ; 30)
3° ponto	(10)	(25)	(10 ; 25)
4°ponto	(11)	(30)	(11 ; 30)
5° ponto	(11)	(35)	(11 ; 35)
6° ponto	(13)	(35)	(13 ; 35)
7° ponto	(13)	(30)	(13 ; 30)
8° ponto	(15)	(30)	(15 ; 30)
9° ponto	(16)	(35)	(16 ; 35)
10° ponto	(17)	(40)	(17 ; 40)
11° ponto	(19)	(35)	(19 ; 35)
12° ponto	(18)	(30)	(18 ; 30)
13° ponto	(22)	(30)	(22 ; 30)
14° ponto	(25)	(35)	(25 ; 35)
15° ponto	(25)	(30)	(25 ; 30)
16° ponto	(22)	(25)	(22 ; 25)
17° ponto	(20)	(20)	(20 ; 20)
18° ponto	(29)	(20)	(29 ; 20)
19° ponto	(31)	(20)	(31 ; 20)
20° ponto	(26)	(15)	(26 ; 15)
21° ponto	(12)	(10)	(12 ; 10)
22° ponto	(8)	(15)	(8 ; 15)
23° ponto	(7)	(20)	(7 ; 20)
24° = 1° ponto	(7)	(25)	(7 ; 25)

O facto de Aristotélia ter trocado o valor da abcissa com a ordenada de um ponto quando o registou na tabela e posteriormente nas listas da calculadora gráfica para desenhar o gráfico desses pontos, reforçou a ideia de que a ordem como indicamos as coordenadas do ponto são relevantes, tratando-se, por isso mesmo, de um par ordenado. Além disso, foi possível a aluna estabelecer a ponte entre as diferentes representações (papel e calculadora gráfica: listas e gráfico poligonal). O erro e a respetiva correção contribuíram de forma positiva para a aprendizagem do significado de par ordenado.

Por outro lado, Alquarismalda falhou o valor da ordenada do último ponto.

> **Alquarismalda:** Dá erro, stora. [observou desapontada depois de introduzir os valores na tabela na calculadora.]
> **Professora:** Vamos rever a lista dos pares ordenados. [Sugeriu a professora.]
> Olha, repara, este não tem o valor do y. Todos os pares têm de ter abcissa e ordenada. [Completou a professora.]
> **Alquarismalda:** Ah! [Exclamou a aluna mais animada por corrigido o erro, finalmente construir o seu gráfico.]
> **Professora:** Reparem que a calculadora [gráfica] precisa da informação bem escrita, caso contrário, dá erro. [Reforçou a professora.]

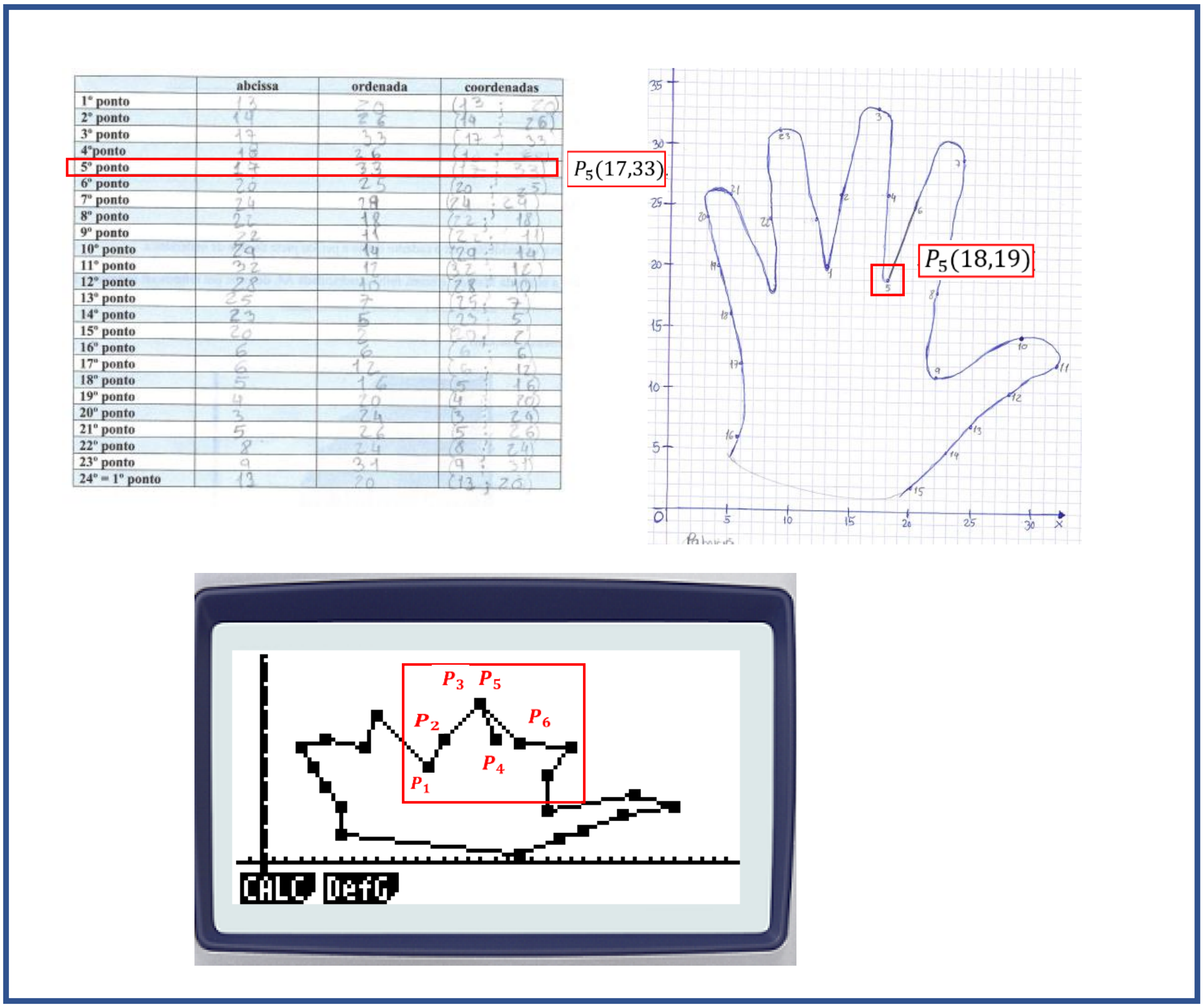
Contudo, o gráfico que obteve não era como o dos colegas conforme descreve o diálogo que se segue:

> **Alquarismalda:** Stora, há algo estranho no meu gráfico [referindo-se a um segmento de reta que unia dois pontos aparentemente a "estragar o desenho dos dedos." Lamentava-se.]

Persistente, reviu e cruzou todos os valores copiados da tabela com os valores indicados nas respetivas listas na calculadora e estavam corretos. O erro não estava no trabalho feito na calculadora, em si, nem na passagem dos valores para a calculadora, mas no registo dos pontos quando foi feito o traçado da mão. Registou mal as coordenadas de um ponto, o ponto $P_5(17{,}33)$ que, corretamente, seria $P_5(18{,}19)$, conforme a Figura 22 abaixo indica. A causa do erro foi ter confundido com as coordenadas do ponto P_3, registando estes dois pontos com as mesmas coordenadas. Os segmentos de reta que resultavam da ligação desse ponto aos pontos P_4 e P_6, não evidenciavam a "forma" de dedo.

Assim, na Figura 22 abaixo encontra-se o esboço da mão no papel, a tabela com as coordenadas dos pontos assinalados e o respetivo gráfico poligonal obtido pela calculadora gráfica da aluna Alquarismalda.

Figura 22 Traçado da palma da mão, as coordenadas dos pares ordenados e o gráfico feito pela aluna Alquarismalda inerente à tarefa "A mão, uma função?"



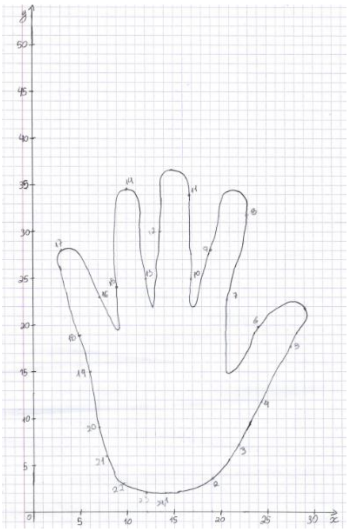
Esta aluna (Alquarismalda) conseguiu estabelecer a relação da representação das coordenadas dos pontos na tabela feita no papel com a forma tabelar nas listas 1 e 2 criadas na calculadora gráfica onde foram registados estes pontos. Esta relação foi estabelecida através da observação do gráfico obtido pela ligação dos mesmos, desenhado pela calculadora gráfica. A aluna observou que o gráfico obtido não correspondia ao esperado, reconhecendo que havia um erro com o seu gráfico.

Na identificação do erro, teve de comparar o registo das coordenadas de todos os pontos nas listas da calculadora com os pontos registados na tabela e desta tabela com os respetivos pontos assinalados no esboço da mão feita no papel. Constatou (com o apoio da professora investigadora) que o erro se relacionava com a leitura e registo incorreto das coordenadas de um ponto (P_5).

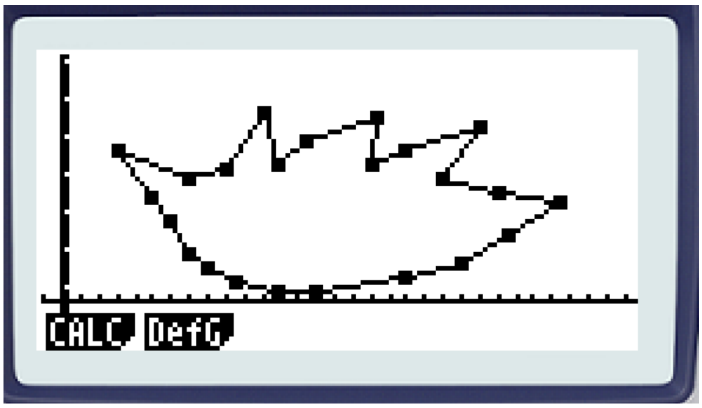
Mais uma vez, a relação entre as várias representações (tabela e gráfico) foi evidenciada, contribuindo para o significado de par ordenado e gráfico poligonal. A aluna interpretou e estabeleceu esta associação, por si mesma, a partir do gráfico poligonal desenhado pela calculadora gráfica. Por sua iniciativa verificou as listas e comparou com a tabela (talvez porque a Aristotélia também teve de o fazer), embora a verificação dos pontos registados no esboço da mão com a tabela fosse indicada pela investigadora.

Os restantes alunos não evidenciaram dificuldades no registo correto das coordenadas dos pontos, quer na tabela, quer na construção das listas na calculadora gráfica, pelo que obtiveram o respetivo gráfico poligonal sem a necessidade de correções. Segue-se na Figura 23 abaixo, o esboço da mão feito pela aluna Galilena e respetivo gráfico poligonal. Pela semelhança dos resultados obtidos pelos restantes alunos e a ausência de evidências relevantes a este trabalho não são expostos.

Figura 23 Traçado da palma da mão, as coordenadas dos pares ordenados e o gráfico feito pela aluna Galilena inerentes à tarefa "A mão, uma função?"



	abcissa	ordenada	coordenadas
1º ponto	14	2	(14;2)
2º ponto	19	4	(19;4)
3º ponto	22	7	(22;7)
4ºponto	24,5	12	(24,5;12)
5º ponto	27,5	18	(27,5;18)
6º ponto	24	20	(24;20)
7º ponto	21	23	(21;23)
8º ponto	23	32	(23;32)
9º ponto	19	28	(19;28)
10º ponto	17	25	(17;25)
11º ponto	17,25	34	(17,25;34)
12º ponto	13,5	30	(13,5;30)
13º ponto	12	25	(12;25)
14º ponto	11	34,5	(11;34,5)
15º ponto	9	24	(9;24)
16º ponto	7	23	(7;23)
17º ponto	3	28	(3;28)
18º ponto	5	19	(5;19)
19º ponto	6	15	(6;15)
20º ponto	7	9	(7;9)
21º ponto	8	6	(8;6)
22º ponto	9,5	3	(9,5;3)
23º ponto	12	2	(12;2)
24º = 1º ponto	14	2	(14;2)



Os restantes alunos reconheceram a semelhança do gráfico com a própria mão, apesar dessa semelhança não ser assim tão evidente, pois, caso desconhecessem a proveniência dos pontos selecionados, provavelmente essa associação não seria tão imediata.

A análise dos gráficos desenhados pela calculadora gráfica permite observar que o facto do referencial cartesiano não ter eixos monométricos e os pontos escolhidos pelos alunos foram determinantes para a comparação com o esboço da mão feito no papel. Pois, não foram escolhidos da melhor forma que permitissem a evidência de que se tratava de uma representação gráfica do esboço que traçaram no papel. A calculadora gráfica permitiu que os alunos produzissem esse significado a partir da imagem obtida, conforme Mariotti (2018) designa de potencial semiótico do artefacto.

A fase seguinte da tarefa “A mão, uma função?” consistia em responder às duas questões da Figura 24:

Figura 24 Enunciado das questões 1 e 2 da tarefa "A mão, uma função?"

1 - Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função? E,

2- Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?

A professora investigadora inicia o debate com os seis alunos lendo a pergunta 1 em voz alta.

Galilena: Sim, é uma função, pois todo o objeto tem uma imagem.
Professora: Então, mas o que é uma função?
Newtonildo: É uma correspondência.
Bernolina: Que a todo o objeto corresponde uma imagem. [completou Bernolina.]

De facto, assim é, a todo o elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento no conjunto de chegada, no entanto, a professora investigadora pretende certificar-se que todos compreende tratar-se de uma correspondência unívoca e insiste, perguntando:

Professora: Quer dizer que cada elemento do conjunto de partida tem apenas um correspondente no conjunto de chegada., então trata-se de uma função? [questionou a professora.]
Bernolina e Galilena: Sim.
Professora: Todos concordam?
Todos: Sim.
Professora: Lembram-se de estudar exemplos em que nem todos os gráficos representavam funções?
Todos: Sim.
Professora: O que é que acontecia nesses casos?
Bernolina: Um objeto tinha mais do que uma imagem.
Professora: E isso não acontece com os vossos gráficos?
Bernolina: Ah! Olha, pois é. Tenho um ponto com duas imagens!

Bernolina: E tu também, olha aqui! [Bernolina apontando para tabela dos pontos da Galilena.]

[Rapidamente, os restantes alunos perscrutam as suas tabelas e constatam que têm pontos nas mesmas condições, ou seja, o mesmo elemento do conjunto de partida tem mais do que um correspondente no conjunto de chegada.]

Professora: Se usarem a calculadora, conseguem tirar a mesma informação?
Bernolina: Sim, mas é mais fácil ver na tabela.

Da análise deste diálogo constata-se que, relativamente à participação dos alunos, destacam-se a Galilena e a Bernolina, correspondendo ao seu perfil normal em ambiente de sala de aula: participativas e extrovertidas.

Por outro lado, todos os alunos tinham presente um conceito, ainda que primário, de função como sendo uma correspondência entre dois conjuntos que a cada elemento do conjunto de partida faz corresponder um elemento no conjunto de chegada e, portanto, assumindo este conceito parcialmente correto, o gráfico formado pelos segmentos de reta que uniam os pontos que traçaram, corresponderia ao de uma função.

A intervenção da professora investigadora no sentido de orientar o diálogo para a definição correta de função, o de "orquestradora" segundo a literatura da Teoria Mediação Semiótica (Mariotti, 2018; Subtil & Domingos, 2018) foi importante para os alunos chegarem por eles ao significado do conceito matemático de função. Verificou-se que os alunos sabiam a definição de função, mas não a compreendiam, pelo menos em todas as formas de representação. De forma geral, o papel do professor na prática pedagógica diária é determinante para os alunos relacionarem a definição correta dos conceitos e, dessa forma, os compreenderem.

Da análise deste diálogo também se observa que os alunos responderam com base na análise da tabela que continha as coordenadas dos pontos assinalados no gráfico, pois nessa forma de representação a informação é mais fácil de interpretar segundo eles (em relação ao esboço do gráfico, por exemplo). Provavelmente, a representação dos pontos na tabela é mais evidente porque identificam facilmente as coordenadas dos pontos representados e conseguem analisar e comparar os valores das abcissas de cada ponto, enquanto, graficamente essa informação não é visível dessa forma. Por outro lado, esta situação denota também a pouca experiência na análise gráfica, nomeadamente, usando a calculadora para este efeito.

4.1.1. Par Bernolina e Galilena

A resolução das questões 1 e 2 desta tarefa realizada pelo par de alunas Benolina e Galilena encontra-se descrita na Figura 25 abaixo. Segue-se, conforme Campos et al. (2015) sugerem, a respetiva análise relativamente à informação que este par de alunas retira da calculadora gráfica para responder às questões da tarefa; que estratégias de utilização da calculadora gráfica e como é que indicam a informação da calculadora gráfica na resposta dada.

Figura 25 Resolução das questões 1 e 2 da tarefa "Uma mão, uma função?" – Bernolina & Galilena

Questão 1 - Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função?

1- Não é função porque há um objeto (19), que está ligado a duas imagens (4, 28).

Questão 2- Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?

2- Quando o objeto só está ligado a uma imagem.

As alunas responderam corretamente à questão 1, usando um contraexemplo que contraria a correspondência unívoca entre os elementos do conjunto de partida e os elementos do conjunto de chegada.

Na questão 2, a resposta está parcialmente correta, pois as alunas não referem qual a estratégia que usam para, através da análise de um gráfico este poder representar uma função, nem referem explicitamente que todos os elementos do conjunto de partida devem ter apenas um correspondente no conjunto de chegada.

Contudo, quando a professora investigadora insistiu em saber como poderiam dar resposta sobre as condições de um gráfico de uma função analisando-o, as alunas referiram que conseguiram observar que no gráfico obtido havia pontos “alinhados.” (Bernolina e Galilena).

Professora: Alinhados como?
Bernolina: Verticalmente. [Responde Bernolina depois de refletir um pouco e fazendo um gesto com a mão vertical, usando signos pessoais (gesto com a mão) para representar uma reta vertical.]
Professora: O que é que isso significa?

> **Galilena:** Então, que tinham mais do que uma imagem. [Referindo-se que desta forma significa que há elementos no conjunto de partida com mais do que um correspondente no conjunto de chegada.]

Questionadas sobre o que significava “estarem alinhados verticalmente”, as alunas mostraram que isso significava pertencerem a uma mesma reta vertical, o que geometricamente permite constatar que há elementos do conjunto de partida com mais do que um correspondente no conjunto de chegada. Este grupo de alunas foi o único que teve esta perspetiva de análise.

4.1.2. Par: Alquarismalda e Aristotélia

A resolução das questões 1 e 2 desta tarefa realizada pelo par de alunas Alquarismalda e Aristotélia encontra-se apresentado na Figura 26 abaixo. Segue-se, conforme Campos et al. (2015) sugerem, a respetiva análise relativamente à informação que este par de alunas retira da calculadora gráfica para responder às questões da tarefa; que estratégias de utilização da calculadora gráfica e como é que indicam a informação da calculadora gráfica na resposta dada.

Figura 26 Resolução das questões 1 e 2 da tarefa "Uma mão, uma função?" – Alquarismalda & Aristotélia

Questão 1 - Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função?

1. Não é uma função, porque duas imagens estão ligadas a um objeto (7,20), (7;25)

Questão 2- Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?

2. Quando um elemento do grupo de partida corresponde a um e a um só elemento da chegada

As alunas responderam corretamente às duas questões, usando um contraexemplo que contraria a correspondência unívoca entre os elementos do conjunto de partida e os elementos do conjunto de chegada numa função na questão 1.

Na questão 2, a resposta dada refere que todos os elementos do conjunto de partida devem ter uma e apenas um correspondente no conjunto de chegada para que um gráfico represente uma função, embora não refiram qual a estratégia que usam para, através da análise de um gráfico, este poder representar uma função (veja-se a Figura 26 acima).

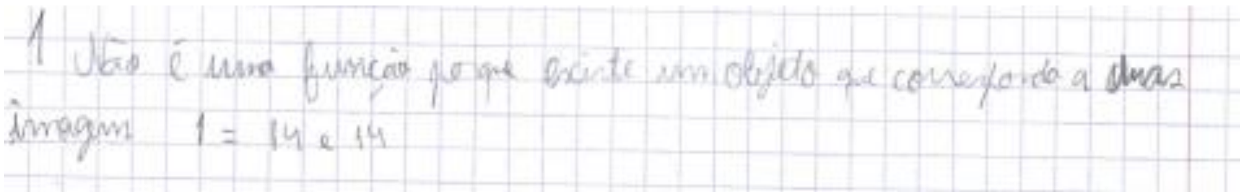
A observação das respostas a estas questões dadas por deste grupo de alunas permite constatar que têm um conceito formalizado sobre a noção de uma função. A relação entre as várias representações de um conjunto de pares ordenados representados numa tabela e num gráfico não foi estabelecida, pois a resposta dada não contempla evidência nesse sentido. Este grupo de alunas suportou a resposta com base na análise da tabela com as coordenadas dos pontos. Não retiraram nenhuma informação da calculadora gráfica, embora a questão referisse para justificarem a resposta com base na representação gráfica feita na calculadora (gráfica).

4.1.3. Par: Newtonildo e Pitagorélio

A resolução das questões 1 e 2 desta tarefa realizada pelo par de alunos Newtonildo e Pitagorélio encontra-se apresentada na Figura 27 abaixo. Segue-se, conforme Campos et al. (2015) sugerem, a respetiva análise relativamente à informação que este par de alunas retira da calculadora gráfica para responder às questões da tarefa; que estratégias de utilização da calculadora gráfica e como é que indicam a informação da calculadora gráfica na resposta dada.

Figura 27 Resolução das questões 1 e 2 da tarefa "Uma mão, uma função?" – Newtonildo & Pitagorélio

Questão 1 - Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função?



1 Não é uma função porque existe um objeto que corresponde a duas imagem 1 = 14 e 14

Transcrição: “*Não é uma função porque existe um objeto que corresponde a duas imagens 1 = 14 e 14”*

Questão 2- Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?

2 O gráfico cartesiano apresenta função porque existem os 24 pontos

A transcrição “: O gráfico cartesiano apresenta função porque existem os 24 pontos”

A análise das respostas deste grupo permite verificar que os alunos na questão 1, não percebem o conceito de função, apesar de verbalizarem a definição, não passa de uma "repetição" memorizada.

Por outro lado, a forma como apresentam a resposta a esta questão em termos de linguagem corrente ou natural é incorreta e está codificada. A investigadora procurou esclarecer o que queriam dizem especificamente com "*1 = 14 e 14"* na resposta dada à questão 1 (Figura 27). Para os alunos, o gráfico com o traçado da mão não representa uma função, porque o vigésimo quarto ponto se une ao primeiro ponto e têm assim a mesma ordenada. Verifica-se a troca de significados entre "elemento do conjunto de partida com diferentes correspondentes no conjunto de chegada" e "elementos do conjunto de partida diferentes com o mesmo correspondente no conjunto de chegada". Da mesma forma, na questão 2 desta tarefa, o simples facto de traçarem o gráfico usando todos os 24 pontos (cada um composto por uma abcissa e respetiva ordenada), representaria, para estes alunos, uma função, pois todos os elementos do conjunto de partida tinham um correspondente associado no conjunto de chegada.

A investigadora tentou esclarecer estes alunos relativamente a esta conceção de função, salientando o significado matemático do conceito, relacionando com a diferença de significados entre "elemento do conjunto de partida com diferentes correspondentes no conjunto de chegada" e "elementos do conjunto de partida diferentes com o mesmo correspondente no conjunto de chegada".

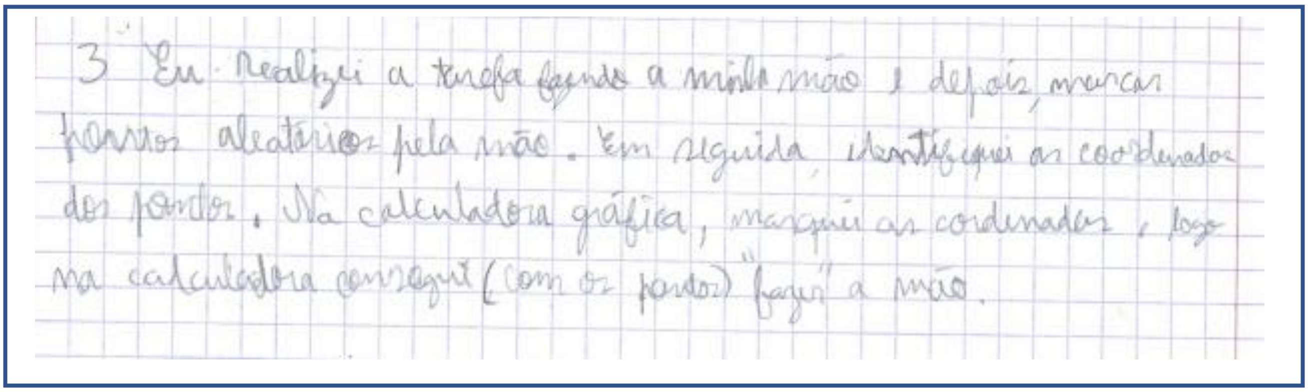
Este grupo de alunos privilegiou a observação da tabela com os pontos representados para responder às questões e não fez a interpretação gráfica, relacionando o conceito que sabiam verbalizar com o gráfico obtido. A representação gráfica revelou-se, assim, pouco útil para estes alunos.

Finalmente, os alunos não entendiam o que era suposto fazer relativamente a "fazer a síntese da tarefa", pelo que a professora investigadora explicou que fazer uma síntese é fazer um resumo do que foi feito.

Professora: Quem é que consegue fazer isto?

O aluno Newtonildo redigiu então conforme se transcreve na Figura 28:

Figura 28 Síntese da realização da tarefa "Uma mão, uma função?" – Newtonildo


3 Eu Realizei a tarefa fazendo a minha mão e depois, marcar pontos aleatórios pela mão. Em seguida, identifiquei as coordenadas dos pontos. Na calculadora gráfica, marquei as cordenadas, e logo na calculadora consegui (com os pontos) "fazer" a mão.

Transcrição: *"Eu* realizei a tarefa fazendo a minha mão e depois marcar pontos aleatórios pela mão. Em seguida identifiquei as coordenadas dos pontos. Na calculadora gráfica, marquei as coordenadas, logo na calculadora consegui (com os pontos) "fazer" a mão.*"*

Para a descrição dos procedimentos usados na calculadora gráfica, limitou-se a indicar que "marcaram as coordenadas", sem explicar como foi feito (nem referência às listas nem à representação gráfica dos pontos), conseguindo fazer a "mão". Trata-se de uma síntese redutora em termos de linguagem formal e científica, bastante resumida. A síntese desta tarefa foi realizada apenas por este grupo de alunos, uma vez ter terminado o tempo da tarefa.

Em síntese, os alunos que participaram neste estudo demonstraram dificuldades em sintetizarem o trabalho que realizaram para fazer a tarefa, fruto de desgaste provocado pelo tempo durante o qual já estavam envolvidos na realização da mesma. Tal deveu-se também ao facto de "fazer uma síntese" de uma tarefa de matemática não ser muito comum, pelo que não sabiam o que deviam referir. A professora investigadora pretendia entender como é que os alunos verbalizam e comunicam ações sequenciadas que envolvem conceitos abstratos matemáticos e a forma como expõem os raciocínios feitos.

Pode-se observar que os alunos mostraram, de uma forma geral, dificuldades em descrever os procedimentos e os resultados obtidos, embora tivessem realizado a tarefa sem grande dificuldade de compreensão sobre a sua concretização. A importância da capacidade de realizar uma síntese sobre um trabalho de cariz académico, desenvolve a capacidade dos alunos na comunicação matemática. Além da escrita formal, é importante os alunos conseguirem interpretar, comunicar e transmitir a informação de forma rigorosa e organizada.

4.2. Tarefa “Queques para todos!”

A tarefa “Queques para todos” relaciona-se com a proporcionalidade direta, o enunciado da Questão 1 apresentada aos alunos conforme na Figura 29 e o enunciado das Questões 2, 3, 4 e 5 conforme é indicado na Figura 30.

Para a realização desta tarefa, os alunos dispõem da informação de uma receita para 8 porções, para responder às questões propostas usando a calculadora gráfica.

Figura 29 Enunciado da tarefa "Queques para todos!" proposta aos alunos (Questão 1)

Ingredientes

8 porções

- ☐ 500 gr de cenoura descascada
- ☐ 200 gr de farinha
- ☐ 180 gr de açúcar
- ☐ 30 gr de manteiga amolecida
- ☐ 3 ovos
- ☐ 1 laranja
- ☐ 1 colher (chá) de fermento

1. O Jorge tem de preparar 28 queques para celebrar a lição nº100 da disciplina de matemática.

1.1. Antes de meter as mãos na massa, ajuda o Jorge e preenche a seguinte tabela que irá ajudá-lo a fazer um brilharete com os queques!

Tabela 1:

ingredientes							
Quantidade para 8 pessoas (x)							
Quantidade para 28 pessoas (y)							

1.2. Calcula os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 28 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x).

Para isso:

- Na coluna da list 1 introduz os valores das quantidades para 8 pessoas (…) e procede de forma análoga nas quantidades para 28 pessoas na coluna da list 2.
- Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

1.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

a) O que concluis?

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

Figura 30 Enunciado da tarefa "Queques para todos!" proposta aos alunos (Questões 2, 3, 4 e 5)

2. O Jorge quer experimentar a receita em casa e precisa de preparar 4 queques.

Completa:

a) a tabela 2:

ingredientes							
Quantidade para 8 pessoas (x)							
Quantidade para 4 pessoas (y)							

B1) Os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 4 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x):

$$\frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square$$

B2) Repetindo os procedimentos das alíneas anteriores (mas usando as listas 4, 5 e 6).

a) O que concluis com os resultados obtidos?

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

3. A partir de uma dada tabela podes facilmente construir um gráfico cartesiano, fazendo corresponder a cada par de valores da tabela um ponto do gráfico.

3.1. Constrói, usando a calculadora gráfica o gráfico associado à tabela 1. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico pretendido (GPH1).

3.2. Tens agora toda a informação da tabela exposta num gráfico.

Une todos os pontos obtidos.

Que observas?

3.3. Representa graficamente a situação descrita em 2, a partir da respetiva tabela e repetindo os passos descritos em 3.1. e 3.2. (tendo em atenção quais as listas a selecionar em cada caso).

Que concluis?

4. Seleciona através da tecla "SET" os dados da tabela 1 e da tabela 2 ativando a opção "DrawOn". Obtém o respetivo gráfico associado a estas tabelas (DRAW).

Que observas?

5. Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

De forma análoga à metodologia adotada pela investigadora na apresentação da primeira tarefa "Uma mão, uma função?", a investigadora procedeu à leitura da tarefa dialogando com os alunos e garantindo que percebiam o que era esperado e pretendido saberem responder.

Nesta tarefa sobre proporcionalidade direta (conforme apresentada no Anexo D), pretende-se verificar as conjeturas feitas pelos alunos relativamente aos diferentes declives dos gráficos de razões de proporcionalidade direta e a relação com a constante de proporcionalidade. Envolve, de igual forma, a possibilidade de os alunos compreenderem o significado de "razão" e saberem relacionar as diferentes representações de uma razão: algébrica, tabelar e gráfica.

Deste modo, é proposto aos alunos que estudem a relação de proporcionalidade direta entre as quantidades dos ingredientes e o número de pessoas, no contexto de uma receita de queques de laranja e de cenoura para oito porções (queques) e as respetivas quantidades dos ingredientes quando se pretender confecionar vinte e oito porções (questão 1) ou quatro porções (questão 2).

Na questão 3 é proposta a construção dos gráficos que representam cada uma das situações anteriores, enquanto na questão 4 é solicitada a representação dos dois gráficos que traduzem as duas situações indicadas no mesmo gráfico cartesiano para que os alunos possam conjeturar sobre a relação existente entre a constante de proporcionalidade e o declive da respetiva reta que traduz a proporcionalidade direta.

Finalmente, a questão 5 consiste em fazer uma síntese da tarefa realizada.

Os alunos, organizados em pares, dividiram tarefas. Em cada par, um aluno preenchia a informação da tabela 1 do enunciado da tarefa na questão 1 (cálculo das quantidades para 28 pessoas), enquanto o outro procedia da mesma forma relativamente à informação da tabela 2 associada à questão 2 (cálculo das quantidades para 4 pessoas). Para isso, a professora investigadora questiona os alunos, em geral, como poderão determinar estas quantidades.

> **Professora:** Como é que podemos calcular as quantidades dos ingredientes para 28 pessoas?
> **Alquarismalda:** Então, dividimos 28 por 8. [Responde prontamente Alquarismalda.]
> **Professora:** Para quê? O que fazemos com essa informação?
> **Galilena:** Para calcular as quantidades de 28 pessoas.
> **Professora:** Ok, mas como faremos? [Há um silêncio e a própria aluna que sugeriu fazer esse cálculo não sabia explicar como poderia usá-lo.]
> **Bernolina**: Multiplicando os ingredientes por 3,5. [Diz finalmente, Bernolina referindo-se ao resultado do quociente 28/8].
> **Professora:** Ah, faz sentido, não faz? Assim, quer dizer que em 28 cabe 3 vezes e meia o 8. Faz sentido para todos?
> **Todos:** Sim.
> **Professora**: Então e na situação 2?
> **Pitagorélio**: Dividimos os ingredientes por 2. [Resposta mais imediata.]
> **Professora:** Porquê?

Pitagorélio: Porque é para metade das pessoas.
Professora: Pronto, meninos, mãos na massa! [Incentivou a professora depois de perceber que os alunos entenderam o objetivo principal da tarefa.]

4.2.1. Par: Bernolina e Galilena

As alunas responderam à questão 1.1. conforme descrito na Tabela 16 abaixo. Esta questão consistia em completar uma tabela que relaciona a quantidade dos diferentes ingredientes da receita para 8 pessoas com a quantidade para uma receita de 28 pessoas. Este grupo de alunas preencheram corretamente a tabela 1 (receita para 28 pessoas), determinando inicialmente o valor do quociente 28/8, para depois usarem esse valor na determinação da respetiva quantidade dos ingredientes numa receita para 28 pessoas.

Tabela 16 Resolução da questão 1.1 da Tarefa "Queques para todos" – Bernolina & Galilena

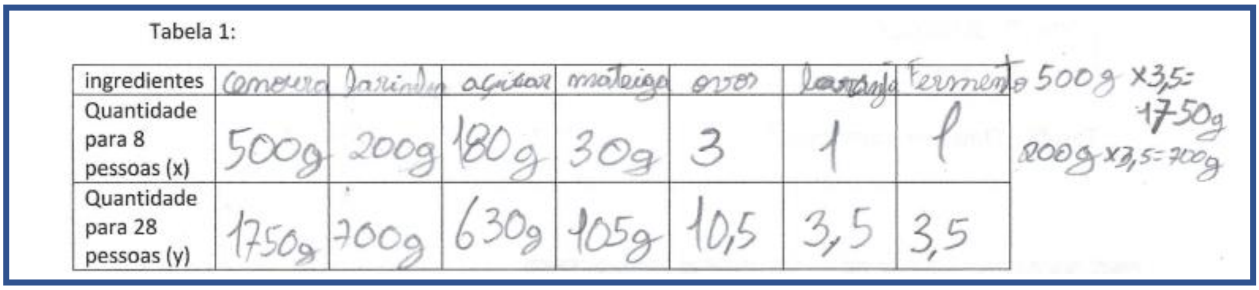


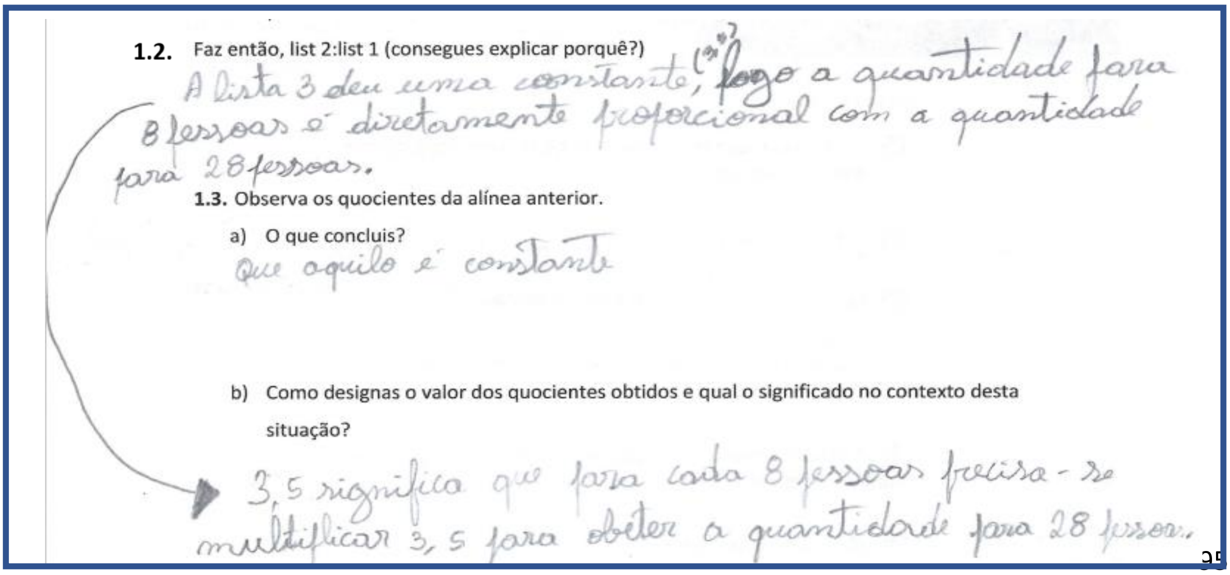
Tabela 1:

ingredientes	cenoura	farinha	açúcar	manteiga	ovos	laranja	fermento
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3	1	1
Quantidade para 28 pessoas (y)	1750g	700g	630g	105g	10,5	3,5	3,5

500g x3,5= 1750g
200g x3,5=700g

No que diz respeito às Questões 1.2 e 1.3, este grupo de alunas respondeu de acordo com a Figura 31 abaixo.

Figura 31 Resolução das questões 1.2 e 1.3 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilena


1.2. Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

A lista 3 deu uma constante, (*) logo a quantidade para 8 pessoas é diretamente proporcional com a quantidade para 28 pessoas.

1.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

a) O que concluis?

Que aquilo é constante

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

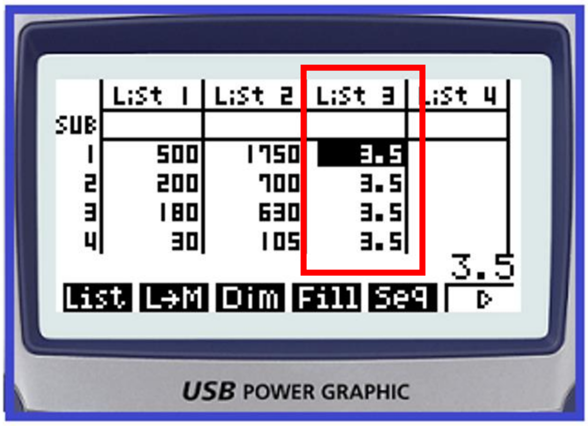
3,5 significa que para cada 8 pessoas precisa-se multiplicar 3,5 para obter a quantidade para 28 pessoas.

Na Questão 1.2, as alunas explicaram por que motivo é pedido o quociente entre os valores da lista 2 (y) e os valores respetivos da lista 1 (x), reconhecendo que esse quociente é constante e igual a 3,5 (resultando a relação de proporcionalidade direta entre x e y). Neste tipo de situações que envolvem receitas, é bastante intuitivo para os alunos. Sempre que uma grandeza varia. implica a variação da outra na mesma proporção. Significando que a quantidade y pode ser obtida a partir da quantidade x, multiplicando por 3,5. Assim, é necessário multiplicar a quantidade dos ingredientes para 8 pessoas por 3,5 para se obter a quantidade dos ingredientes para 28 pessoas".

Na Questão 1.3, as alunas concluem que o quociente pedido na questão anterior é constante, mas não indicam a designação dessa constante, nem o seu significado no contexto desta situação (apesar de reconhecerem a proporcionalidade direta entre as duas quantidades de ingredientes).

As alunas utilizaram a expressão "lista 3" na resposta (referente à lista de valores que representa o quociente entre os valores da lista 2 e a lista 1 na calculadora gráfica apresentado na Figura 32 abaixo) e referiram-se a esse quociente como "aquilo é constante". Ou seja, usaram uma linguagem pouco cuidadosa e rigorosa, embora conceptualmente correta. Na resposta a esta questão, interpretaram a informação que retiraram da calculadora gráfica e, com base nessa informação, justificaram a resposta sem reproduzir cada um dos quocientes.

Figura 32 Valores dos ingredientes registados nas listas 1 e 2 na calculadora gráfica e quociente na lista 3



Relativamente à Questão 2, era pedido o preenchimento de uma tabela (Tabela 17), com a quantidade de ingredientes para 8 pessoas (x) e para 4 pessoas (y).

Tabela 17 Resolução da questão 2 a) da Tarefa "Queques para todos" – Bernolina & Galilena

a) a tabela 2:

ingredientes	amendoa	farinha	açúcar	manteiga	ovos	laranja	fermento
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3 unid	1 unid	1 (colher de chá)
Quantidade para 4 pessoas (y)	250g	100g	90g	15g	1,5 unid	0,5 unid	0,5 (colher de chá)

As alunas não indicaram os cálculos, mas usaram o raciocínio de que as quantidades para 4 pessoas são metade das quantidades para 8 pessoas, respetivamente.

As respostas às alíneas B1 e B2 da tarefa são apresentadas na Figura 33 abaixo.

Figura 33 Resolução das questões B1 e B2 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilen*a*

B1) Os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 4 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x):

$\frac{250g}{500g} = 0,5$ $\frac{100g}{200g} = 0,5$ $\frac{90g}{180} = 0,5$ $\frac{15g}{30g} = 0,5$ $\frac{1,5}{3} = 0,5$ $\frac{0,5}{1} = 0,5$

B2) Repetindo os procedimentos das alíneas anteriores (mas usando as listas 4, 5 e 6).

a) O que concluis com os resultados obtidos?

Concluí que a listas a divisão pela lista 4 dá 0,5

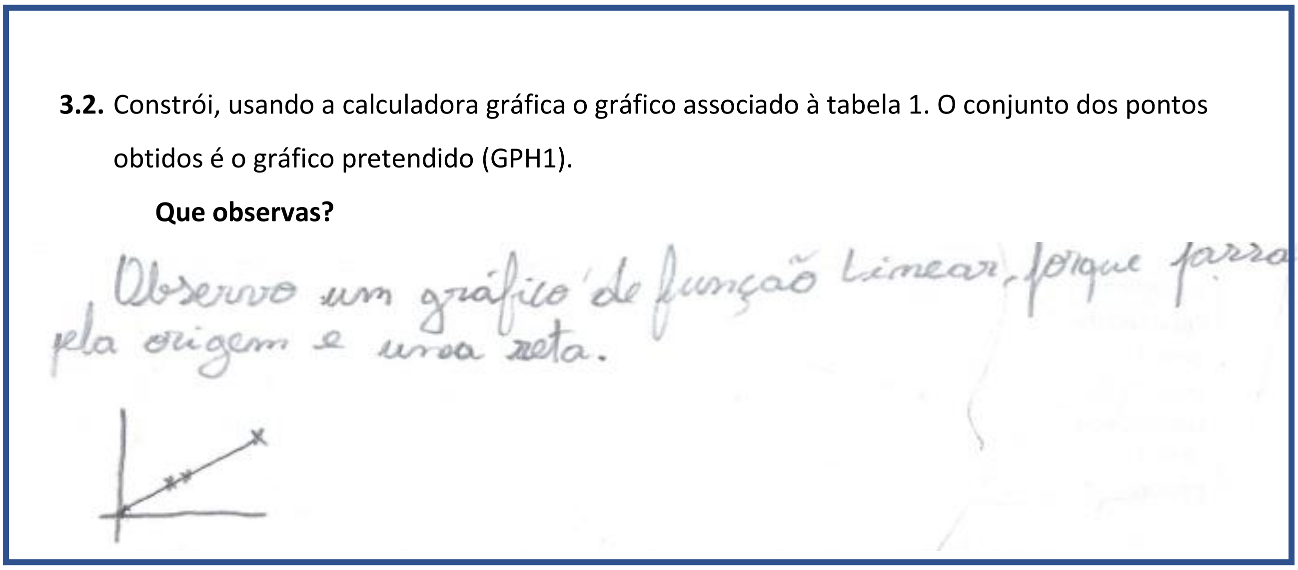
b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

0,5 significa a constante de proporcionali direta.
0,5 utilizaçao-se para calcular o y (quantidade para 4 pessoas),

Nestas alíneas B1 e B2, apesar de observarem e indicarem a constante de proporcionalidade direta (0,5), não explicitaram o seu significado no contexto desta situação. Apenas o utilizam para calcular as quantidades dos ingredientes para 4 pessoas, sem explicar como podem fazê-lo.

Na resposta à questão 3.2. desta tarefa, as alunas construíram o gráfico associado à primeira situação (relação entre as quantidades dos ingredientes para 8 e 28 pessoas) e reproduziram-no na resposta tal como se indica na Figura 34.

Figura 34 Resolução da questão 3.2 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilena



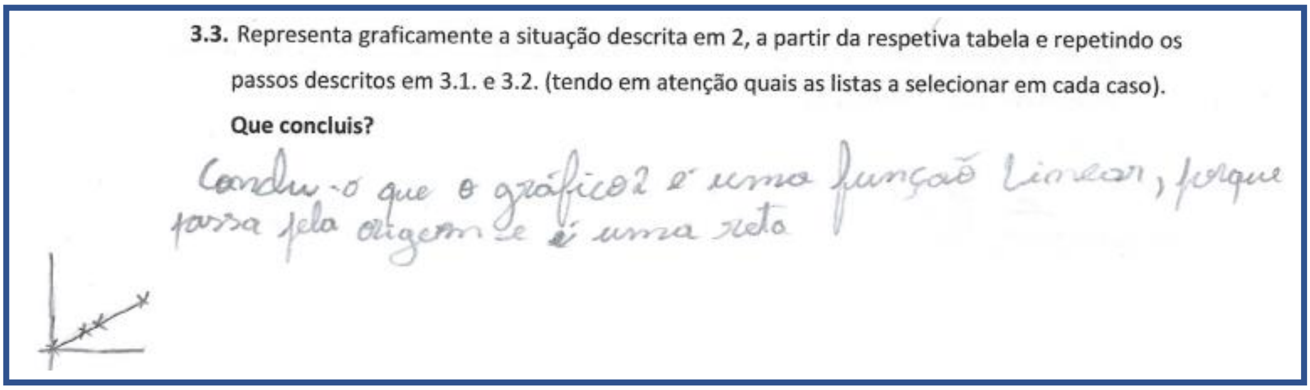
3.2. Constrói, usando a calculadora gráfica o gráfico associado à tabela 1. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico pretendido (GPH1).

Que observas?

Observo um gráfico de função linear, porque passa pela origem e uma reta.

O procedimento foi semelhante para a situação 2 desta tarefa (relação entre as quantidades dos ingredientes para 8 e 4 pessoas), tal como se ilustra na figura 35.

Figura 35 Resolução da questão 3.3 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilena



3.3. Representa graficamente a situação descrita em 2, a partir da respetiva tabela e repetindo os passos descritos em 3.1. e 3.2. (tendo em atenção quais as listas a selecionar em cada caso).

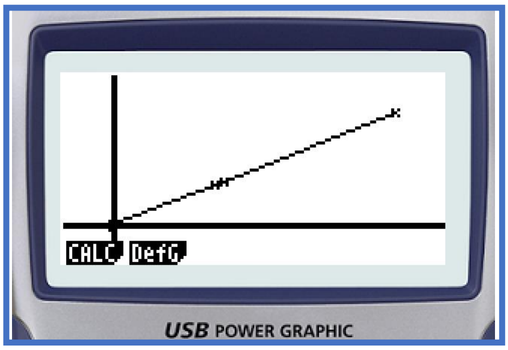
Que concluis?

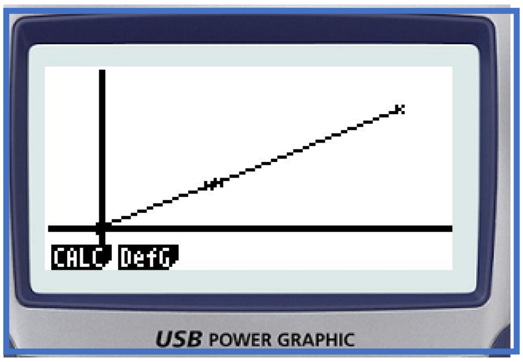
Conclui-o que o gráfico2 é uma função linear, porque passa pela origem e é uma reta

Nas questões 3.2 e 3.3 desta tarefa as alunas usaram a informação que retiraram da calculadora, copiaram os gráficos representados na calculadora (descurando a indicação dos eixos Ox e Oy uma vez que não existia essa informação e limitaram-se a copiar a informação da calculadora gráfica) para a resolução e explicaram o que representaram.

Em termos de conteúdo, significado matemático e expressão escrita, as respostas estão corretas, não indicando, no entanto, especificamente, tratar-se de um gráfico de uma razão de proporcionalidade direta (parte de uma reta que contém a origem). Os gráficos representados por este grupo de alunas são bastante semelhantes tal como a representação gráfica obtida pela calculadora gráfica: retas que passam na origem e com o mesmo declive (Figura 36). A calculadora gráfica não está a trabalhar num sistema de eixos monométrico, "constrangimento" deste modelo de calculadora gráfica mais antigo (dando a falsa impressão de que as retas têm todas o mesmo declive). No entanto, é superado na questão 4 onde se pode comparar as duas retas no mesmo gráfico cartesiano.

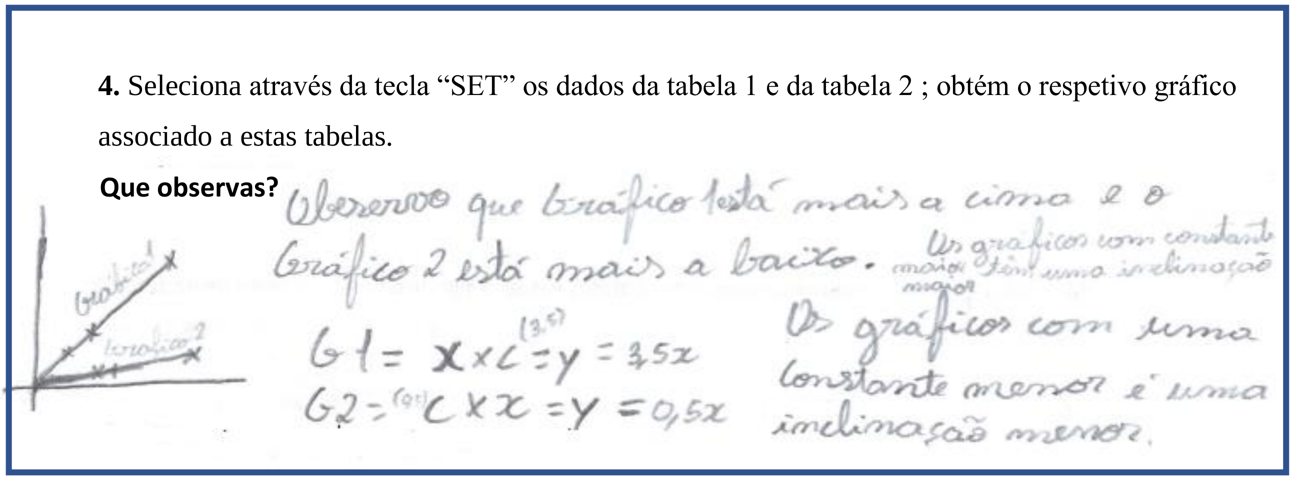
Figura 36 Gráficos obtidos nas questões 3.2. e 3.3. da Tarefa "Queques para todos!" na calculadora gráfica





Assim, a análise da resolução da questão 4 (Figura 37), verifica-se que as alunas se apropriaram da informação que retiram da calculadora gráfica, interpretando-a, transcrevendo-a e explicando o que observaram.

Figura 37 Resolução da questão 4 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilena


4. Seleciona através da tecla "SET" os dados da tabela 1 e da tabela 2 ; obtém o respetivo gráfico associado a estas tabelas.

Que observas? Observo que gráfico 1 está mais a cima e o Gráfico 2 está mais a baixo. Os gráficos com constante maior maior têm uma inclinação maior

G1 = x × C (3,5) = y = 3,5x

G2 = (0,5) C × x = y = 0,5x

Os gráficos com uma constante menor é uma inclinação menor.

Relativamente aos gráficos das retas que representavam os dados nas duas situações descritas nesta tarefa, este grupo de alunas observou que "o gráfico 1 está mais cima e o gráfico 2 está mais abaixo". Ou seja, embora passem na origem, não têm o mesmo declive.

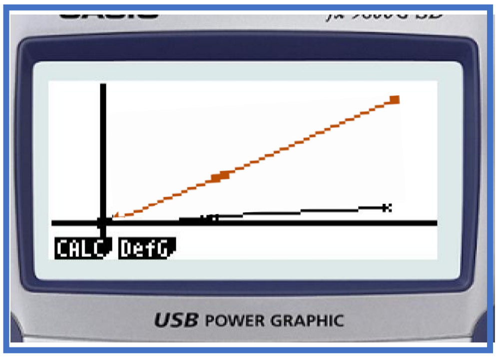
A professora estagiária procurou saber como poderiam justificar o que observavam, sugerindo que pensassem nas expressões algébricas de cada reta. E, desta forma, completaram a resposta indicando que G_1 (reta 1) seria representada por $x \times c = y = 3{,}5x$ e que G_2 (reta 2) seria representada por $x \times c = y = 0{,}5x$. Visto as alunas terem associado a representação gráfica de cada reta à expressão algébrica, a professora sugeriu que observassem os valores das constantes de proporcionalidade, para poderem completar o raciocínio.

Dessa análise, este grupo de alunas conjeturou que os gráficos de razões de proporcionalidade direta com um menor declive têm uma constante de proporcionalidade menor e vice-versa.

Para a realização destes gráficos na calculadora gráfica, a aluna Galilena descobriu que podia mudar as cores do gráfico e assim fez para representar as duas retas no mesmo gráfico cartesiano (Figura 38).

Galilena: Stora, isto dá para mudar as cores! [Observou a aluna entusiasmada.]

Figura 38 Gráficos obtidos na questão 4 da Tarefa "Queques para todos!" na calculadora gráfica



Finalmente, na questão 5 desta tarefa (Figura 39), as alunas conseguiram fazer uma síntese com o detalhe suficiente para se perceber que usaram a calculadora gráfica para construir listas e gráficos com os dados fornecidos.

Figura 39 Resolução da questão 5 da Tarefa "Queques para todos" - Bernolina & Galilena

5.Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

Utilizamos a calculadora para colocar nas Listas 1 e 2 os resultados que nos deram nas tabelas que fizemos, depois ~~dividi~~ na calculadora dividimos a Lista 1 pela lista 2 que deu a Lista 3 (3,5) que é a constante e repetimos o mesmo processo para a Lista 4 e Lista 5 formando a Lista 6 (0,5), respondemos a algumas questões e realizamos os gráficos das Listas para respondermos as questões que se seguiam. Depois fizemos a síntese da Tarefa realizada.

As alunas conseguiram transmitir que já têm a calculadora gráfica de certa forma mais instrumentada do que quando realizaram a primeira tarefa, indo ao encontro do que foi referido por alguns autores no enquadramento teórico desta investigação sobre trabalhos e estudos que envolvem a génese instrumental e o uso da calculadora gráfica, em particular, no processo de aquisição e construção de aprendizagens de conhecimento matemático pelos alunos.

4.2.2. Alquarismalda

Nesta fase de recolha de dados sobre as aprendizagens dos alunos na realização da segunda tarefa sobre a proporcionalidade direta, a aluna Aristotélia deixou de frequentar as aulas por razões pessoais. Por este motivo imprevisto, a aluna Alquarismalda desempenhou esta tarefa sozinha, deixando de ser um estudo de caso baseado nas aprendizagens de um par de alunas.

Ou seja, apesar deste constrangimento, a investigadora decidiu fazer a análise desta tarefa fundamentando-se nas respostas dadas pela aluna Alquarismalda apenas.

Assim, A tabela pedida na questão 1.1 desta tarefa (receita para 28 pessoas) foi preenchida e conforme a Tabela 18.

Tabela 18 Resolução da questão 1.1 da Tarefa "Queques para todos" – Alquarismalda

Tabela 1:

ingredientes	cenoura	farinha	açocar	manteiga	ovos	laranja	fermento
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3	1	1g
Quantidade para 28 pessoas (y)	1150g	700g	630g	105g	10.5g	3.5	3.5g

A aluna preencheu corretamente a tabela 1 (receita para 28 pessoas), não justificando ou indicando como obtém os valores que preencheu.

Relativamente às questões 1.2 e 1.3 desta tarefa, a aluna Alquarismalda começou por responder à questão 1.2, mas corrigiu, apagando, e colocou essa resposta na questão 1.3, deixando a questão 1.2 por responder (Figura 40).

Figura 40 Resolução das questões 1.2 e 1.3 da Tarefa "Queques para todos" - Alquarismalda

1.2. Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

R: A lista 3 deu uma constante 3,[illegible] logo assim deu a receita para [illegible] pessoas.

1.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

a) O que concluis?

R: A lista 3 deu uma constante 3,5 logo assim deu a receita para 28 pessoas.

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

Uma vez que a resposta está pouco legível, passa-se a transcrever a resposta dada pela aluna: “R: A lista 3 deu uma constante 3,5 logo assim deu a receita para 28 pessoas.”

Da análise da resposta da aluna, observa-se que é feita a conclusão “deu a receita para 28 pessoas” a partir de premissa “A lista 3 deu uma constante 3,5”, não sendo explicado qual o significado da constante no contexto desta situação.

Não é referido, também, que as grandezas representadas por x e y são diretamente proporcionais, uma vez que os quocientes entre os respetivos valores das quantidades de ingredientes são iguais. A aluna não explica como podemos obter “a receita para 28 pessoas” a partir da constante 3,5.

A Alquarismalda, apesar das dificuldades na disciplina, tentava esclarecer as dúvidas relativamente ao uso da calculadora gráfica durante este estudo e nesta tarefa, em particular. Na apresentação da tarefa, quando foi feita a leitura da tarefa pela professora estagiária, foi a primeira a indicar que devíamos “dividir 28 por 8” quando procurávamos saber como determinar as quantidades da receita para 28 pessoas, contudo não soube explicar porquê.

O desempenho nesta questão indica que não é entendido o conceito de proporcionalidade direta nem o seu significado no contexto desta situação, embora alude a existência de uma relação entre o valor da constante e a determinação das quantidades dos ingredientes nesta situação.

De seguida é apresentada a tabela preenchida relativamente à questão 2 desta tarefa (Tabela 19).

Tabela 19 Resolução da questão 2 a) da Tarefa "Queques para todos" - Alquarismalda

2. O Jorge quer experimentar a receita em casa e precisa de preparar 4 queques.

Completa:

a) a tabela 2:

ingredientes	cenoura	farinha	açucar	manteiga	ovos	laranja	fermento
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3,0	1	1
Quantidade para 4 pessoas (y)	250g	100g	90g	15g	1,5	0,5	0,5

Tal como no preenchimento da tabela na questão 1.1, a aluna apresenta os valores preenchidos, mas não indica o raciocínio para os obter.

As respostas desta aluna às questões B1 e B2 desta tarefa foram conforme a Figura 41.

Figura 41 Resolução das questões B1 e B2 da Tarefa "Queques para todos" - Alquarismalda

B1) Os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 4 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x):

$\frac{250}{500} = 0,5$ $\frac{100}{200} = 0,5$ $\frac{90}{180} = 0,5$ $\frac{15}{30} = 0,5$ $\frac{1,5}{30} = 0,5$ $\frac{0,5}{1} = 0,5$

B2) Repetindo os procedimentos das alíneas anteriores (mas usando as listas 4, 5 e 6).

a) O que concluis com os resultados obtidos?

R: Concluimos que a lista 5 a ÷ pela lista 4 é 0,5.

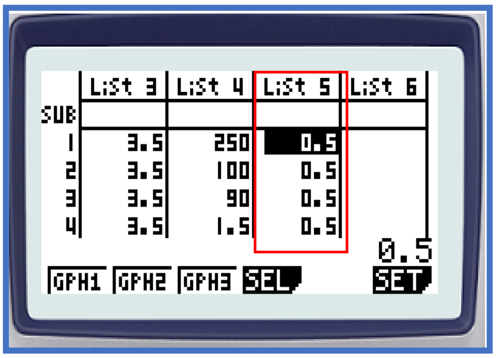
b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

R: 0,5 sabemos que a quantidade de 8 pessoas é para 4.

As respostas às questões B2 a) e b) estão pouco legíveis e, por isso, passa-se a transcrição das mesmas:

Questão B2 a): “R: Concluímos que a lista 5 a ÷ pela lista 4 é 0,5.” (veja-se essa representação na figura 41 acima).

Figura 42 Representação do quociente entre as quantidades de ingrediente para 4 e 8 pessoas na calculadora gráfica (questão B2 a))



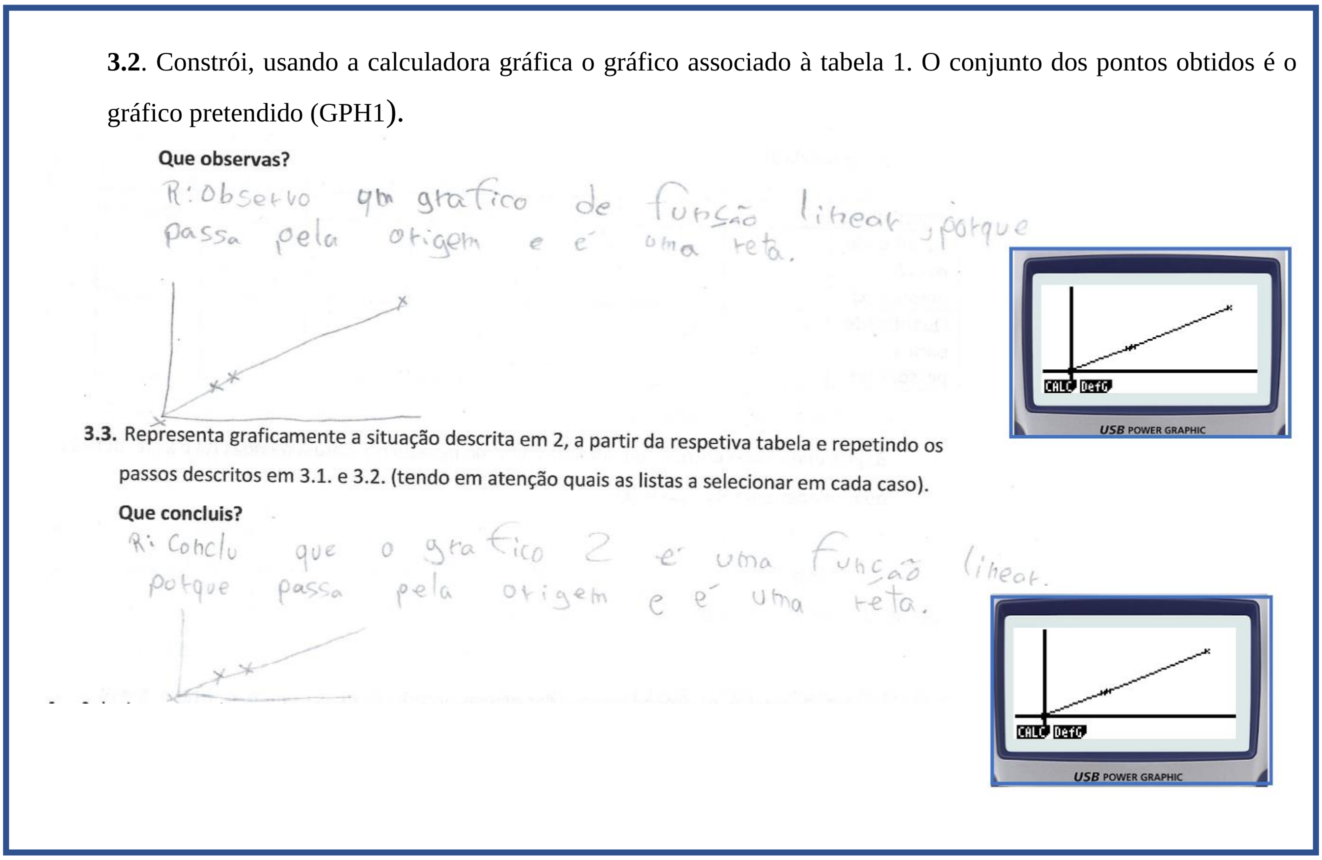
E,

Questão B2 b) "R: 0,5. Sabemos que a quantidade para 8 pessoas é para 4." Conforme se pode ler na figura 41.

A aluna usa uma linguagem pouco desenvolvida em significados matemáticos e até confusa na questão B2 b), evidenciando as suas dificuldades em explicar o raciocínio e estratégia que usa.

A resposta da aluna às questões 3.2 e 3.3 foram de acordo com a Figura 43.

Figura 43 Resolução das questões 3.2 e 3.3 da Tarefa "Queques para todos" – Alquarismalda



3.2. Constrói, usando a calculadora gráfica o gráfico associado à tabela 1. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico pretendido (GPH1).

Que observas?

R: Observo um grafico de função linear, porque passa pela origem e é uma reta.

3.3. Representa graficamente a situação descrita em 2, a partir da respetiva tabela e repetindo os passos descritos em 3.1. e 3.2. (tendo em atenção quais as listas a selecionar em cada caso).

Que concluis?

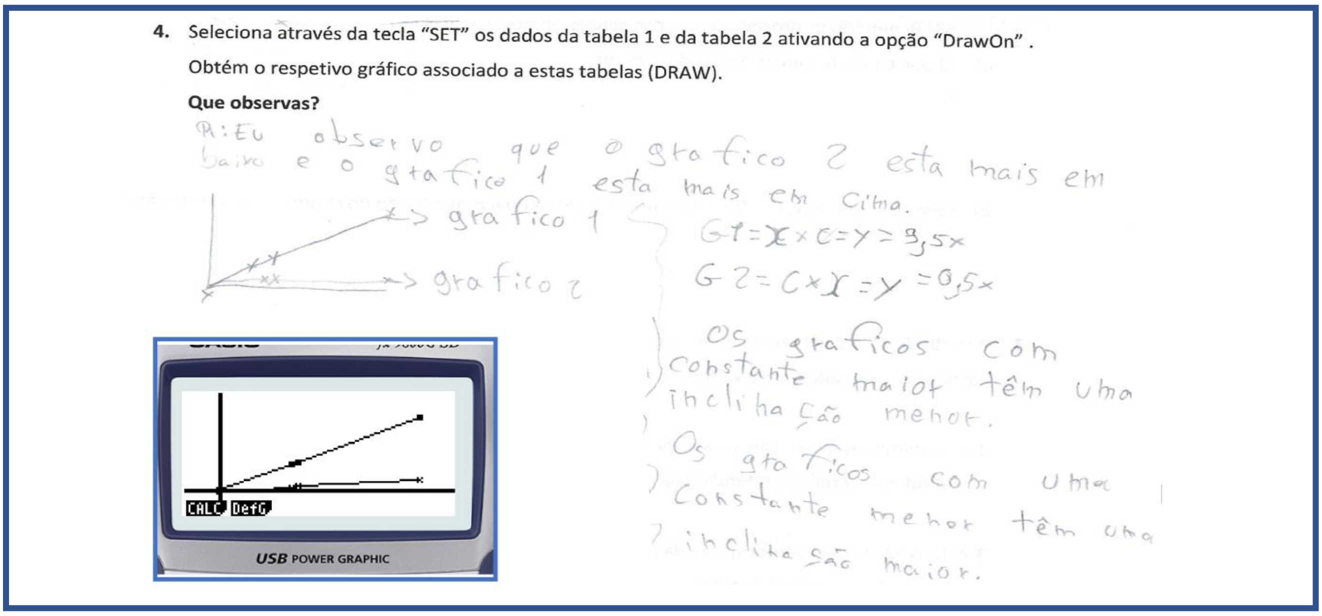
R: Concluo que o grafico 2 é uma função linear. porque passa pela origem e é uma reta.

Relativamente às questões 3.1 e 3.2. desta tarefa, conforme se pode ver na figura 43 anterior, a aluna usou a informação da calculadora gráfica para responder, copiando essa informação para a resolução e justificando o seu raciocínio por palavras.

Em termos de desempenho, a aluna mostrou saber utilizar a informação que construiu na calculadora gráfica para poder relacioná-la e responder justificando as respostas dadas.

Relativamente à questão 4 (Figura 44), a aluna usa mais uma vez a informação da calculadora, copiando-a, para suportar o seu raciocínio "Eu observo que o gráfico 2 está mais em baixo e o gráfico 1 está mais em cima." e escreve as expressões algébricas das razões que representam as duas situações deste problema, contudo faz confusão e conclui erradamente que os "os gráficos com constante maior têm uma inclinação menor e os gráficos com uma constante menor têm uma inclinação maior." (transcrito da resposta dada pela aluna).

Figura 44 Resolução da questão 4 da Tarefa "Queques para todos" - Alquarismalda


4. Seleciona através da tecla "SET" os dados da tabela 1 e da tabela 2 ativando a opção "DrawOn" . Obtém o respetivo gráfico associado a estas tabelas (DRAW).

Que observas?

R: Eu observo que o grafico 2 esta mais em baixo e o grafico 1 esta mais em cima.

grafico 1

grafico 2

G1 = X × C = Y = 3,5x

G2 = C × X = Y = 0,5x

Os graficos com constante maior têm uma inclinha são menor.

Os graficos com uma constante menor têm uma inclinha são maior.

Finalmente, por questões de ilegibilidade, a transcrição da síntese que faz em resposta à questão 5 da tarefa é: "R: Utilizamos a calculadora para colocar nas listas 1 e 2 os resultados que indicam. Fazemos algumas atividades que esta ficha pede.", conforme a figura 45.

Figura 45 Resolução da questão 5 da Tarefa "Queques para todos" - Alquarismalda

5.Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

R:Utilizamos a calculadora para colocar nas listas 1 e 2 os resultados que indicam, fazemos algumas atividade que esta ficha pede.

A aluna não consegue sintetizar os procedimentos que permitam entender o que foi feito na tarefa, referindo apenas os relacionados com a questão 1.

Repare-se que esta aluna fez a resolução desta tarefa sozinha, pelas razões indicadas no início deste subcapítulo. Torna-se evidente que o trabalho em grupo poderia ser mais produtivo e enriquecedor para todos e para a aluna Alquarismalda em particular, pelas suas dificuldades na disciplina de matemática.

4.2.3. Par: Newtonildo e Pitagorélio

A resolução da questão 1.1 desta tarefa feita por este par de alunos encontra-se na Tabela 20. Os alunos preencheram sem dificuldade e corretamente a tabela 1 (receita para 28 pessoas) a partir do conhecimento da quantidade de ingredientes para 8 pessoas da receita desta tarefa. Este par de alunos, apesar de trabalharem em grupo, cada elemento escreveu a sua resposta na folha do enunciado. Assim, sempre que for pertinente, far-se-á a análise das duas respostas dadas.

Tabela 20 Resolução da questão 1.1 da Tarefa "Queques para todos"- Newtonildo & Pitagorélio

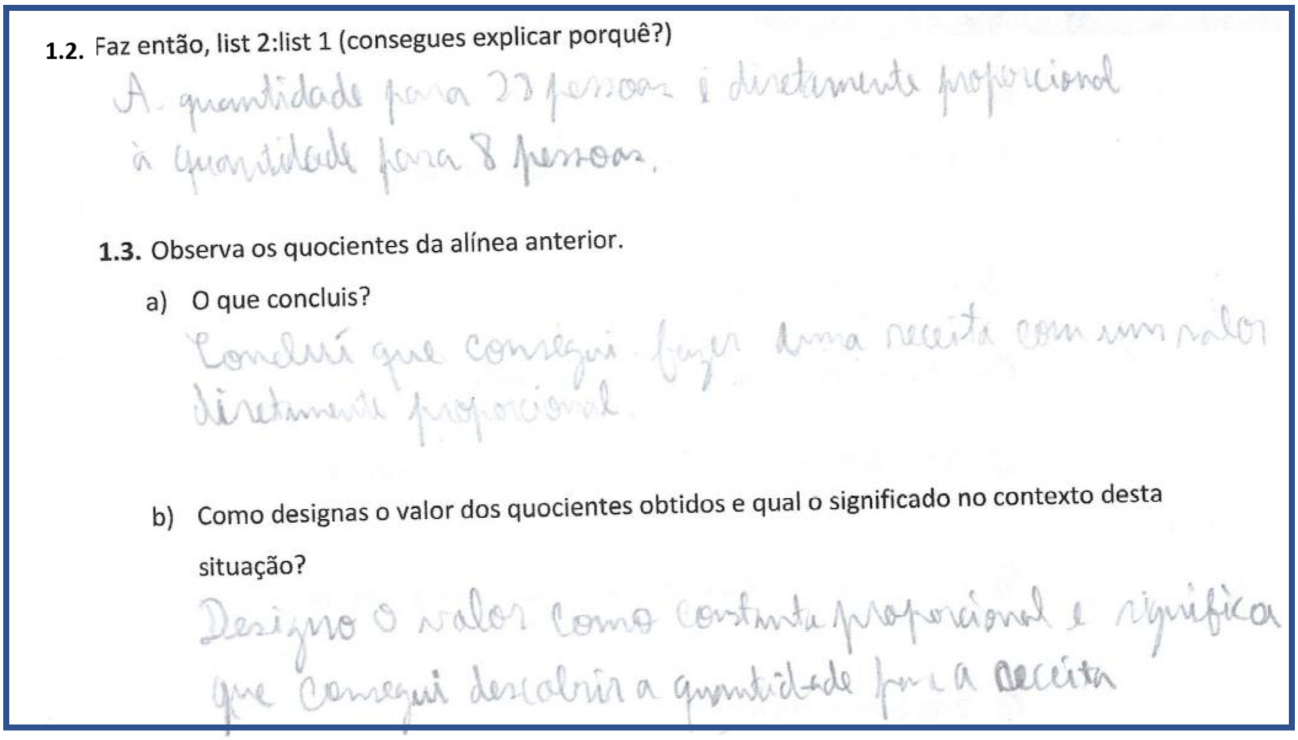
Tabela 1:

ingredientes	Cenoura	farinha	açúcar	manteiga	ovos	laranja	fermento (colher de chá)
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3	1	1
Quantidade para 28 pessoas (y)	1750g	700g	630g	105g	10,5g	3,5	3,5

Os alunos apesar de preencherem corretamente a tabela 1 pedida (receita para 28 pessoas), não justificam ou indicam como obtêm os valores.

A resolução das questões 1.2 e 1.3 desta tarefa feita pelo aluno Newtonildo foram conforme a Figura 46 indica.

Figura 46 Resolução das questões 1.2 e 1.3 da Tarefa "Queques para todos" - Newtonildo



1.2. Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

A quantidade para 28 pessoas é diretamente proporcional à quantidade para 8 pessoas.

1.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

a) O que concluis?

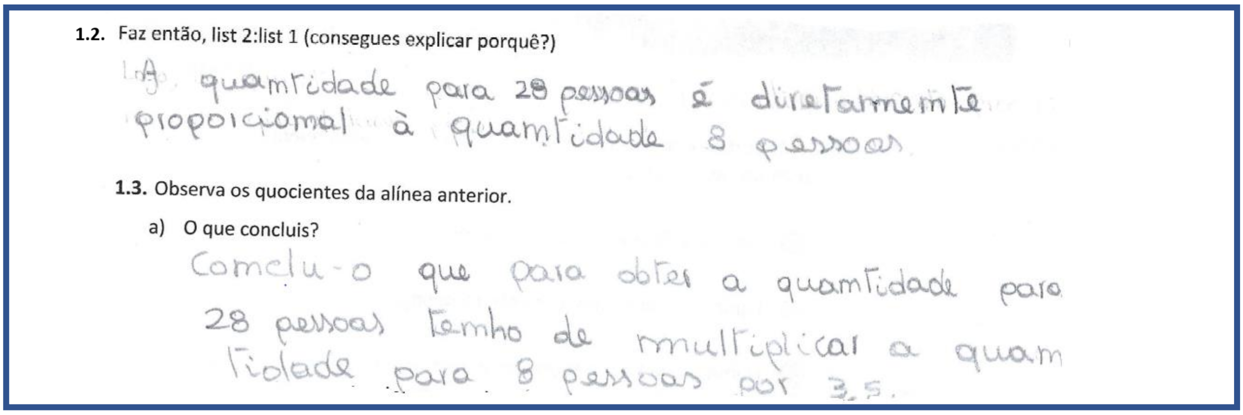
Concluí que consegui fazer uma receita com um valor diretamente proporcional.

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

Designo o valor como constante proporcional e significa que consegui descobrir a quantidade para a receita

A transcrição da reposta às questões 1.2, 1.3 do Newtonildo são de acordo com o que se segue:
Questão 1.2: “A quantidade para 28 pessoas é diretamente proporcional à quantidade para 8 pessoas.”
Questão 1.3. a) “Concluí que consegui fazer uma receita com um valor diretamente proporcional.”
Questão 1.3. b) “Designo o valor como constante proporcional e significa que consegui descobrir a quantidade para a receita.”
A resolução das questões 1.2 e 1.3 desta tarefa feita pelo aluno Pitagorélio foram conforme a Figura 47.

Figura 47 Resolução das questões 1.2 e 1.3 da Tarefa "Queques para todos" – Pitagorélio



1.2. Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

A quamtidade para 28 pessoas é diretarmemte propocional à quamtidade 8 pessoas.

1.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

a) O que concluis?

Comclu-o que para obter a quamtidade para 28 pessoas temho de multiplicar a quam tidade para 8 pessoas por 3.5.

Da análise das respostas dadas por este par de alunos, observamos que justificaram na questão 1.2 o quociente da lista 2 pela lista 1, isto é, $\frac{y}{x}$, porque a quantidade dos ingredientes para 28 pessoas "é proporcional" às quantidades dos ingredientes para 8 pessoas.

No entanto, na questão 1.3 o Pitagorélio, embora não tenha respondido explicitamente que os quocientes anteriores são iguais ("constante"), explicou que podia usar esse valor (3,5) para determinar as quantidades dos ingredientes para 28 pessoas a partir da receita para 8 pessoas.

O Pitagorélio conseguiu dar mais informação na sua resposta do que o Newtonildo desta forma.

Finalmente, na questão 1.3 os alunos explicaram que a constante de proporcionalidade direta permitia determinar a quantidade dos ingredientes desta receita (para 28 pessoas, subentende-se).

A próxima questão incluía o preenchimento de uma tabela referente à quantidade dos ingredientes para 4 pessoas, que os alunos calcularam rapidamente usando a calculadora gráfica para determinar a metade da quantidade dos ingredientes usados na receita para 8 pessoas.

Assim, na Tabela 21 encontra-se a resolução da questão 2 alínea a) desta tarefa feita pelo par de alunos Newtonildo e Pitagorélio.

Tabela 21 Resolução da questão 2.1 a) da Tarefa "Queques para todos" - Newtonildo & Pitagorélio

a) a tabela 2:

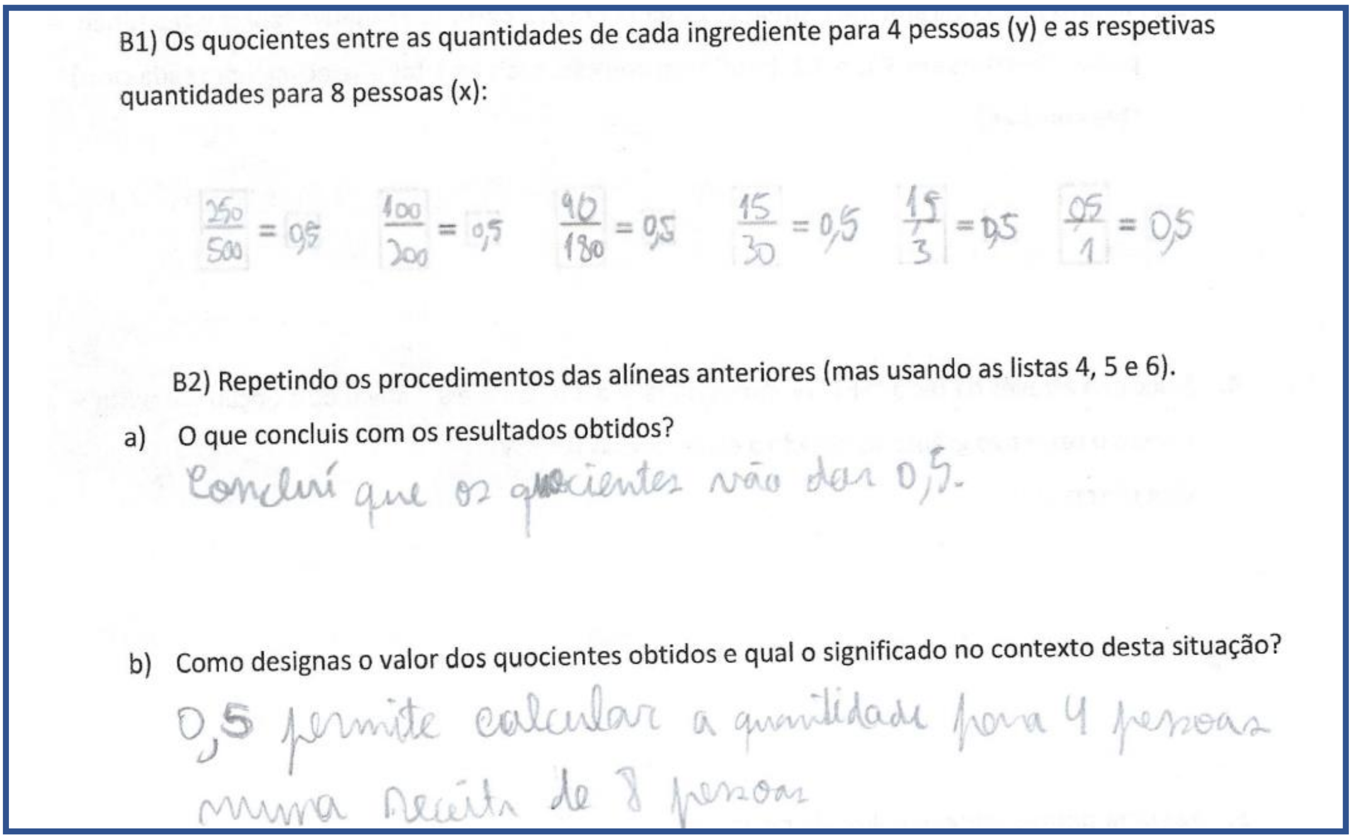
colher de chá de

ingredientes	cenoura	farinha	açúcar	manteiga	ovos	laranja	fermento
Quantidade para 8 pessoas (x)	500g	200g	180g	30g	3	1	1
Quantidade para 4 pessoas (y)	250g	100g	90g	15g	1,5	0,5	0,5

Tal como no preenchimento dos valores das quantidades pedidas numa tabela na questão 1.1, os alunos usaram a calculadora (gráfica) para determinarem a quantidade dos ingredientes na situação de uma receita para 4 pessoas.

Este par de alunos respondeu às questões B1 e B2 conforme é indicado na Figura 48.

Figura 48 Resolução das questões B1 e B2 da Tarefa "Queques para todos" - Newtonildo & Pitagorélio



B1) Os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 4 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x):

$\frac{250}{500} = 0,5$ $\frac{100}{200} = 0,5$ $\frac{90}{180} = 0,5$ $\frac{15}{30} = 0,5$ $\frac{1,5}{3} = 0,5$ $\frac{0,5}{1} = 0,5$

B2) Repetindo os procedimentos das alíneas anteriores (mas usando as listas 4, 5 e 6).

a) O que concluis com os resultados obtidos?

Concluí que os quocientes vão dar 0,5.

b) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

0,5 permite calcular a quantidade para 4 pessoas numa receita de 8 pessoas

Nas respostas às questões B1 e B2, os alunos deram a mesma resposta e concluíram que os quocientes entre a quantidade de cada ingrediente para 4 pessoas e a quantidade respetiva para 8 pessoas são iguais a 0,5. Porém, não designam este valor como sendo a constante de proporcionalidade direta (questão B2 b)). Mas, conseguem interpretar o significado desse valor no contexto desta situação. Os alunos reconheceram que o valor dos quocientes obtidos permite calcular a quantidade dos ingredientes de uma receita para 4 pessoas.

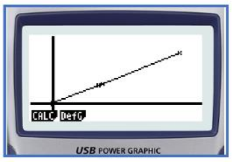
Relativamente às questões 3.1 e 3.2, este par de alunos respondeu a estas questões como é indicado na Figura 49.

Figura 49 - Resolução das questões 3.2 e 3.3 da tarefa " Queques para todos" "Queques para todos" - Newtonildo & Pitagorélio

3.2. Constrói, usando a calculadora gráfica o gráfico associado à tabela 1. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico pretendido (GPH1).

Que observas?

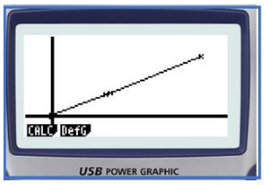
Obtém o gráfico de uma reta que passa na origem do referencial logo é uma função de proporcionalidade direta.



3.3. Representa graficamente a situação descrita em 2, a partir da respetiva tabela e repetindo os passos descritos em 3.1. e 3.2. (tendo em atenção quais as listas a selecionar em cada caso).

Que concluis?

Concluí que é uma função de proporcionalidade direta pois a reta passa na origem.



Na resposta a estas questões, os alunos usam a calculadora para fazer a representação gráfica das retas que traduzem as duas situações deste problema, interpretam-na ("a reta passa na origem do referencial") e concluem que se trata de uma função de proporcionalidade quer na situação 1 (receita para 28 pessoas) quer na situação 2 (receita para 4 pessoas). No entanto, não copiam os gráficos para a resolução da questão nem fazem a representação manual dos mesmos no papel, quando é pedido explicitamente a representação gráfica no enunciado da questão. Os alunos conseguiram usar a calculadora gráfica autonomamente e focavam-se essencialmente nela para resolverem a tarefa, contudo, como referido nem sempre reproduziram a informação retirada da calculadora gráfica para justificar a resposta, embora conseguissem interpretá-la de forma correta.

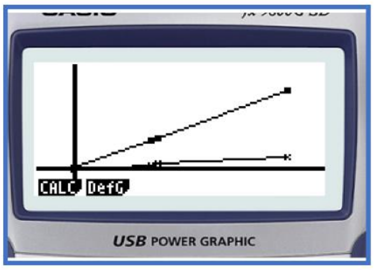
Este par de alunos respondeu à questão 4 desta tarefa conforme o apresentado na Figura 50.

Figura 50 Resolução da questão 4 da Tarefa "Queques para todos" - Newtonildo & Pitagorélio

4. Seleciona através da tecla "SET" os dados da tabela 1 e da tabela 2 ativando a opção "DrawOn" .
Obtém o respetivo gráfico associado a estas tabelas (DRAW).
Que observas?

→ Gráfico 2 = $f(x) = 0{,}5x$
→ Gráfico 1 = $f(x) = 3{,}5x$

A relação 0,5 e 3,5 é a inclinação dos gráficos



Na resolução da questão 4 desta tarefa, os alunos fazem um uso correto da calculadora gráfica para poderem responder à pergunta sobre a representação gráfica das duas tabelas associadas às situações descritas no mesmo gráfico cartesiano. Da análise da resposta verifica-se que conseguem interpretar as diferentes representações da razão entre as grandezas envolvidas e estabelecer a relação entre a representação gráfica → representação algébrica → declive do gráfico. No entanto, não explicam como este se relaciona com os valores dos declives das retas, apenas observam que "a relação de 0,5 e 3,5 é a inclinação do gráfico".

Mais uma vez, estes alunos usam a informação que retiram da calculadora gráfica (representação gráfica), mas não a transcrevem para a resposta, estabelecem a associação com a representação algébrica das razões, focam-se nos coeficientes dessas representações algébricas, contudo não conjeturam de que forma a variação desse coeficiente influencia o declive da reta na respetiva representação gráfica.

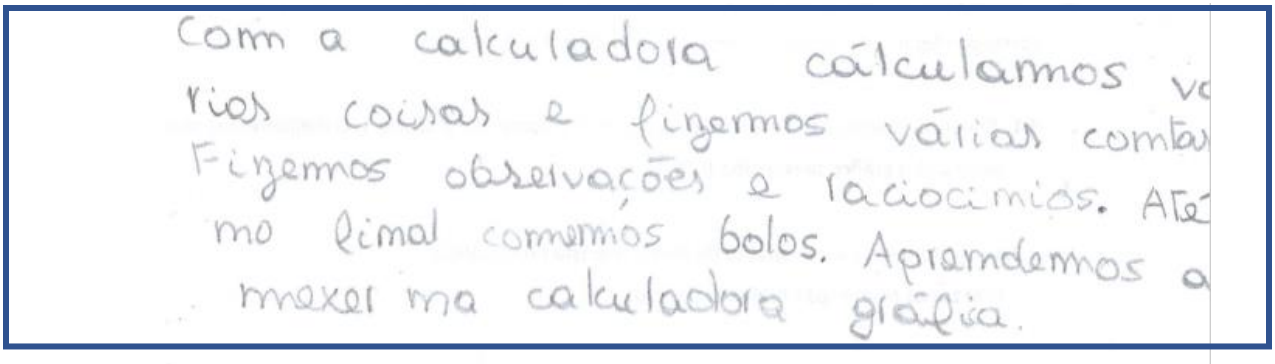
Finalmente, na questão 5, o aluno Newtonildo faz a síntese da tarefa e como tem uma caligrafia difícil, faz-se a transcrição da sua resposta.

Transcrição da síntese do Newtonildo:

"Na calculadora gráfica fizemos várias listas com os dados que tínhamos. Depois de colocarmos todos os dados (na calculadora) fizemos um gráfico. De seguida na folha concluímos o que conseguimos observar na calculadora."

A síntese elaborada pelo aluno Pitagorélio é apresentada na Figura 51.

Figura 51 Resolução da questão 5 da Tarefa "Queques para todos" – Pitagorélio


Com a calculadora cálculamos va
rios coisas e fizemos várias contas
Fizemos observações e raciocinios. Até
no final comemos bolos. Aprendemos a
mexer na calculadora gráfica.

As sínteses feitas por estes alunos, especialmente a síntese elaborada pelo Pitagorélio, é bastante vaga, começando por referir que usou a calculadora, no entanto não refere o que foi feito nem como. Da sua síntese não há indicação sobre qualquer referência aos procedimentos realizados na calculadora gráfica (uso de listas e a representação gráfica). O Newtonildo, embora, sucintamente, faz referência à representação tabelar dos dados do problema usando a calculadora gráfica (“fizemos várias listas”) e consequentemente a representação gráfica (“depois (…) fizemos um gráfico”). Com a informação observada na calculadora gráfica, o aluno refere que essa informação é interpretada e usada para fazer conclusões.

4.3. ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

Em entrevista sobre as tarefas matemáticas propostas, os alunos disseram que gostaram de trabalhar a pares, embora num contexto de grupo maior, porque “Estamos habituadas a trabalhar em conjunto” (Galilena e Bernolina). Enquanto para os alunos Newtonildo e Pitagorélio fosse a primeira vez em que trabalharam assim, todos os envolvidos gostaram da experiência. Nunca tinham feito uma tarefa que envolvesse usar a calculadora gráfica nem “nunca desenhamos a nossa mão na calculadora!” Refere o aluno Pitagorélio com entusiasmo. Assim, pode-se constatar que, apesar de se encontrar numa fase inicial de apropriação deste artefacto, é reconhecido o interesse e a motivação em usá-lo.

A aluna Bernolina acrescenta que seria útil utilizar a calculadora gráfica nas aulas, pois desse modo havia a possibilidade de terem tarefas mais diversificadas e, especificamente à realização do desenho dos gráficos “seria mais fácil” (Galilena e Pitagorélio). O aluno Newtonildo diz ainda que, “a calculadora (gráfica, entenda-se) tem muitas funções para explorar (referindo-se a funcionalidades da calculadora).”, aludindo às potencialidades das funcionalidades da calculadora gráfica que podiam usar nas aulas de matemática para a aprendizagem dos conteúdos programáticos.

Sobre a tarefa em si, os alunos referiram que teve partes mais fáceis, tais como registar os pontos na calculadora “Porque já estávamos mais habituados” (Bernolina) e outras mais difíceis, porque não estavam a perceber como iriam construir o gráfico desta forma (usando listas), assim que perceberam, tornou-se mais fácil, pelo que esta tarefa teve um grau de dificuldade “intermédia”. Já para os alunos Alquarismalda e Aristotélia consideraram um “bocadinho difícil.”, não significando desinteressante, pelo contrário, desafiante.

Os alunos entenderam que o objetivo da tarefa era “construir uma mão na calculadora, e por isso precisámos de usar a calculadora (gráfica)” (Galilena e Pitagorélio), e, portanto, o uso da calculadora gráfica era imprescindível, se não houvesse essa indicação, não usariam a calculadora. Donde, para verificarem se se tratava de um gráfico de uma função, foi mais fácil socorrerem-se da tabela das coordenadas dos pontos registados, embora, quando a professora investigadora insistiu em saber como poderiam dar resposta sobre as condições de um gráfico de uma função analisando-o, os alunos referiram que conseguiram observar que no gráfico obtido havia pontos alinhados.” (Bernolina e Galilena).

De uma forma geral, da análise das notas de campo recolhidas e das entrevistas efetuadas, pode-se verificar que a transição e a relação entre as diferentes representações não são muito claras para todos os alunos participantes no estudo, porque envolve raciocínios em torno de um conceito abstrato (função) nas diferentes representações.

A calculadora gráfica pode ser um instrumento que permite a conversão das várias representações de uma função de forma mais rápida, no entanto, os alunos não potenciaram o uso da informação assim obtida. Este facto, prende-se provavelmente pela dificuldade dos alunos em relacionarem as várias formas de representação da função e/ou pela pouca experiência em trabalhar na calculadora gráfica.

4.4. SÍNTESE DO PROCESSO DE GÉNESE INSTRUMENTAL

De acordo com a observação direta da realização das tarefas matemáticas propostas neste trabalho; da análise das respostas dadas pelos alunos nas tarefas e o *feedback* dado nas entrevistas, o processo de génese instrumental pode ser caraterizado em três fases de aprendizagem conforme se descrevem de seguida.

Primeira fase: primeiro contacto com o artefacto

Considera-se que o primeiro contacto com o artefacto (calculadora gráfica) se estabeleceu durante as aulas preparatórias e de familiarização, dando início ao processo de instrumentalização deste artefacto. Nesta fase de aprendizagem, foi claro que os alunos não estão habituados a usar a calculadora, excetuando para cálculos simples e, de facto, o uso do modo do *Menu* da calculadora para cálculos básicos não constituiu grande dificuldade para os alunos, embora a apresentação dos vários modos no menu principal causasse alguma ansiedade pela diversidade e formato diferente daquele a que estão habituados.

Como referido, a ansiedade de querer saber executar os exemplos do manual de utilização (Anexo E) numa linguagem mais técnica condicionou os objetivos delineados. Verificou-se que, apesar de terem o manual impresso com as fotos dos ecrãs, os alunos preferiram verbalizar as suas dúvidas em detrimento de tentarem acompanhar por si o que a professora investigadora ia realizando e projetando.

Na terceira sessão com o grupo de seis alunos que participaram na investigação, a serenidade era maior, pois as aulas anteriores permitiram melhorar a confiança e a autonomia no trabalho com a calculadora gráfica, verificando-se um progresso positivo na relação dos alunos com este artefacto. No entanto, a professora investigadora verificou que ainda se socorriam dela para resolver situações como “Stora, como é que se apaga? Enganei-me num valor!”, significando que o uso da calculadora gráfica ainda está numa fase muito embrionária no papel de instrumento para estes alunos.

Segunda fase: instrumentalização do artefacto

A segunda fase deste processo decorreu durante a realização da primeira tarefa “A mão, uma função?” (conforme apresentada no Anexo C), os alunos concentraram grande parte do seu foco ainda na aprendizagem do uso da calculadora gráfica. Nesta tarefa, os alunos precisaram de introduzir as coordenadas dos pontos na calculadora gráfica para obterem o gráfico poligonal que representa o traçado da mão efetuado.

Todos os alunos mostraram interesse na utilização da calculadora gráfica e diligência na superação das dificuldades emergentes, tais como corrigir valores registados incorretamente ou falta de um registo das coordenadas de um ponto intermédio. Nesta fase, verificou-se que os alunos não recorreram à informação da calculadora gráfica para consubstanciar os raciocínios que fizeram.

Terceira fase: transformação do artefacto em instrumento

Na realização da segunda tarefa “Queques para todos!”, relacionada com proporcionalidade direta (Anexo D), pretendeu-se verificar as conjeturas feitas pelos alunos relativamente aos diferentes declives dos gráficos de proporcionalidade direta e a relação com a constante de proporcionalidade. Nesta tarefa, os alunos podiam fazer a transição entre as várias representações de uma razão usando apenas a calculadora gráfica, mas também de uma forma mista que envolvia a calculadora gráfica e o papel e lápis. Esta tarefa exigia, assim, a capacidade de relacionar diferentes formas de representação de uma razão e também diferentes formas de obter a mesma informação, e, no âmbito desse processo, saber retirar a informação da calculadora gráfica.

Em particular, a aluna Alquarismalda demonstrou uma evolução positiva em relação ao desempenho na última tarefa, embora ainda tenha questionado procedimentos de correção de valores e a utilização correta das teclas de que ia precisando. Os outros alunos fizeram a tarefa de forma substancialmente mais autónoma, até porque os procedimentos necessários foram essencialmente os mesmos dos realizados na tarefa 1 relacionada com o estudo do gráfico da mão.

Nesta fase, os alunos já usaram a informação da calculadora gráfica, copiando-a e usando-a, fazendo a apropriação e a interpretação da mesma, transformando-a em conhecimento matemático.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal estudar os procedimentos da génese instrumental associada ao uso da calculadora gráfica por parte de alunos do 7.º ano do ensino básico e o processo evolutivo da aprendizagem construído tendo em conta a Teoria da Mediação Semiótica.

Este trabalho baseou-se nas aprendizagens de três pares de alunos na resolução de duas tarefas matemáticas relacionadas com o tema das funções. Na primeira tarefa designada “A mão, uma função?”, adaptada de Subtil e Domingos (2018), procurou-se, principalmente consolidar o conceito de função e o gráfico cartesiano como uma das formas de representação de uma função.

Na segunda tarefa sobre proporcionalidade direta, pretendeu-se verificar as conjeturas feitas pelos alunos relativamente aos diferentes declives dos gráficos das razões de proporcionalidade direta e relativamente à relação com a constante de proporcionalidade.

Procura-se, de seguida, dar resposta às questões colocadas no início da investigação:

- Qual é o papel das diferentes representações (tabelar, gráfica e algébrica) na relação dos alunos com a calculadora gráfica?

A utilização da calculadora gráfica na resolução das tarefas exigiu dos alunos maior rigor, pelo que, só alcançam o sucesso da resposta quando respeitam as regras da escrita matemática. Por exemplo, na construção das listas formadas pelas coordenadas de pares ordenados, se houver um par ordenado sem o valor da abcissa (ou da ordenada), a calculadora gráfica informa a ocorrência de um erro.

Por outro lado, a construção dos gráficos na calculadora gráfica permitiu aos alunos dialogarem entre si e, de uma forma mais célere e evidente, e com esta discussão coletiva, chegarem às suas conclusões matematicamente válidas (Mariotti, 2018).

Alkuarismalda, uma aluna participante neste trabalho, por ter feito uma leitura incorreta sobre as coordenadas de um ponto quando realizava a tarefa “Uma mão, uma função?” (Figura 22), constatou que a representação poligonal da mesma, não era o que esperava ser. Por este motivo, foi necessário confirmar as coordenadas de todos os pontos na calculadora gráfica com as coordenadas dos pontos registados na tabela que construiu com os 24 pontos marcados no esboço da mão no papel.

Desta forma, a aluna percebeu que todas as representações (gráfica e tabelar) se interligavam. A visualização do gráfico poligonal na calculadora gráfica e respetiva incorreção permitiu à aluna fazer a associação entre as diferentes representações que, doutra forma não conseguiria observar se não tivesse usado a calculadora gráfica.

Verifica-se, assim, que o potencial semiótico deste artefacto permitiu estabelecer as associações entre as diferentes representações do gráfico poligonal e o significado de par ordenado.

Esta situação foi semelhante à ocorrida com a aluna Aristotélia, par de Alquarismalda que também na sequência do registo incorreto das coordenadas de um par ordenado (trocou o valor da abcissa com o valor da ordenada) não conseguia obter o gráfico poligonal desejado.

Tal como Alquarismalda, precisou de confirmar todos os pontos na calculadora gráfica com o registo dos pontos na tabela feita no papel, estabelecendo a ponte entre as diferentes representações (gráfico poligonal →lista de coordenadas → tabela de coordenadas → coordenadas dos pontos marcados no esboço da mão).

O par de alunas Galilena e Bernolina conseguiu relacionar o conceito de função quer através da observação da tabela de coordenadas de pontos, na tarefa "Uma mão, uma função?", mas também através do conceito geométrico da função ao observar o gráfico poligonal na calculadora gráfica.

No entanto, na resolução da tarefa 2, este par de alunas, assim como o par de alunos Newtonildo e Pitagorélio, estabeleceram a relação entre as diferentes representações das diferentes grandezas de proporcionalidade direta: representação tabelar, representação gráfica e representação algébrica, relacionando os coeficientes das duas relações na representação algébrica com a representação gráfica.

- Qual o papel que a calculadora gráfica tem na aprendizagem enquanto mediador semiótico?

Trabalhar com a calculadora gráfica permitiu aos alunos conjeturarem que, por exemplo, na tarefa 2 sobre a proporcionalidade direta os gráficos que relacionavam a relação entre as duas grandezas são mais ou menos "inclinados" consoante a constante de proporcionalidade for maior ou menor, respetivamente. Os alunos chegaram a essa conclusão após a orientação da professora investigadora desempenhando, assim, o papel de orquestradora como é defendido por Mariotti (2018).

Neste trabalho verificou-se que os alunos tiveram curiosidade e interesse em usar a calculadora gráfica na realização das tarefas, mesmo que a calculadora gráfica ainda consista um instrumento ainda rudimentar nas potencialidades exploradas. A relação com a calculadora gráfica gerou um ciclo didático. Ou seja, a utilização da calculadora gráfica durante a resolução das tarefas, permitiu que os alunos em pares compreendessem o conceito de função de forma individual. Poderão, assim, desenvolver e construir novos ciclos de aprendizagem com a continuação do uso deste instrumento (Mariotti, 2018).

Verificou-se igualmente uma evolução na forma como os alunos usaram a informação da calculadora ao longo da realização das tarefas.

O primeiro contacto com a calculadora gráfica, durante as aulas preparatórias e de familiarização, deu início ao processo de instrumentalização deste artefacto, observando-se, no decorrer da investigação, a apropriação evolutiva e, ao ritmo de cada um, da calculadora gráfica a ser instrumentada pelos alunos.

Na primeira tarefa "A mão, uma função?" os alunos praticamente não usaram a informação da calculadora gráfica para explicarem os raciocínios que fizeram, enquanto na segunda tarefa "Queques para todos!", usaram e interpretaram essa informação na explicação das respostas dadas. Ainda numa fase embrionária de instrumentalização da calculadora gráfica, a aluna Galilena alterou a cor do gráfico da reta que representava uma das funções de proporcionalidade direta, "instrumentando-a", adaptando-a às suas necessidades de resposta.

Os pares de alunos que participaram neste estudo, conseguiram fazer a apropriação da informação obtida através da calculadora gráfica, a seu ritmo e entendimento, verificando-se que o mesmo artefacto evoca diferentes apropriações nos alunos, como é defendido por Lagrange (1999b) e Trouche (2018).

De forma análoga, os alunos reconheceram os gráficos das relações estabelecidas obtidos na resolução da tarefa "Queques para todos!" como parte de retas que passam na origem do referencial cartesiano, intuindo uma proporcionalidade direta. A utilização da calculadora gráfica na resolução desta tarefa permitiu os alunos observar que, o declive dos gráficos obtidos depende do valor do constante de proporcionalidade direta. Salvo a aluna Alquarismalda, que não relacionou corretamente o conceito algébrico e geométrico de declive da reta. A calculadora gráfica desempenhou, mais uma vez, um papel mediador na construção desta aprendizagem e criação de significados matemáticos novos.

Da análise das respostas dos alunos e da observação do seu comportamento e atitude nas duas tarefas matemáticas propostas nesta investigação, pode-se concluir que houve uma evolução francamente positiva, maior autonomia e melhor capacidade de resolução dos problemas propostos na utilização do artefacto - calculadora gráfica.

Como seria de esperar, à medida que os alunos estão mais familiarizados com a calculadora gráfica, tornam-se mais autossuficientes e proficientes como refere Consciência (2013). No entanto, foi evidente que numa fase de instrumentalização ainda precoce não foi possível constatar uma total independência do auxílio da professora investigadora. Revelou-se ser importante fazer este acompanhamento ao aluno estando esta constatação em linha com o trabalho de Rocha (2002).

Na realidade, a curiosidade em experimentar e explorar as funcionalidades da calculadora para lá do que foi proposto nas tarefas foi quase inexistente, excetuando o entusiasmo da aluna Galilena ao descobrir que podia usar cores diferentes na representação gráfica das funções na tarefa 2 – Queques para todos.

Por outro lado, houve um claro empenho por parte dos alunos em tentar perceber e resolver as situações de erro que surgiram. Desta forma, ao trabalhar com a calculadora gráfica, os alunos são confrontados de imediato quando executam mal um procedimento, que caso contrário, só tomariam conhecimento à posteriori aquando de uma eventual correção feita pelo professor. Foi curioso observar que o "erro" não constituiu uma razão de desmotivação, mas teve um papel desafiador, o que de certa forma vem consubstanciar o contributo das tecnologias nas aprendizagens dos alunos.

Neste trabalho, a aluna com menor desempenho nas tarefas propostas não teve oportunidade de trabalhar integralmente em grupo (ausência do par no decorrer da segunda tarefa proposta desta experiência por motivos pessoais), pelo que as suas aprendizagens podiam ter sido mais ricas, uma vez que trabalhar em grupo, promove a comunicação e a partilha.

A aluna conseguiu usar a calculadora gráfica com alguma destreza e autonomia, contudo o conhecimento científico gerado foi pouco ou inexistente, sobretudo na tarefa sobre proporcionalidade direta que realizou sozinha.

Daqui se conclui que, para os alunos com um aproveitamento na disciplina pouco satisfatório, essencialmente, a utilização da calculadora gráfica na realização de tarefas num contexto de sala de aula, surge como uma nova oportunidade de construírem conhecimento que de outra forma não seriam capazes, permitindo adquirir aprendizagens em contextos diversificados e igualmente válidos de uma forma mais inclusiva.

Da análise dos resultados do trabalho realizado pela aluna Alquarismalda também se observou que, embora trabalhar com esta ferramenta se revelasse motivador, não é suficiente a utilização da calculadora gráfica só por si. A realização de trabalho em grupo como já foi referido, a discussão coletiva e o papel de orquestradora da professora investigadora, contribuíram para a transformação da informação da calculadora gráfica em conhecimento matemático, na realização destas tarefas com a calculadora gráfica.

Sobre a investigação propriamente dita, a professora investigadora teve um papel determinante e ativo na condução da realização das tarefas, significando que a experiência não fazia sentido para os alunos por não ser suficientemente clara ou os alunos não estarem habituados a fazer uma análise mais exaustiva, reflexiva e ponderada dos resultados obtidos. Este facto veio reforçar a importância do papel orquestrador do professor quer na construção de tarefas matemáticas, mas também na realização das mesmas pelos alunos, conforme Mariotti (2018) e Lagrange (1999a) referem.

Este trabalho de investigação, em termos profissionais, foi bastante revelador no sentido em que a motivação deste estudo consistiu em saber se o uso da calculadora gráfica torna a aprendizagem da matemática mais participada e enriquecedora para os alunos.

Seria interessante, em investigações futuras, perceber em que medida os alunos assimilam e utilizam a informação da calculadora gráfica numa fase plena de familiarização da calculadora gráfica em tarefas matemáticas de cariz exploratório ou resolução de problemas. Seria igualmente útil saber qual o contributo da utilização da calculadora gráfica no sucesso e evolução dos alunos menos motivados ou em situações de insucesso.

REFERÊNCIAS

Ball, L., & Stacey, K. (2003). *What should students record when solving problems with CAS? Reasons, information, the plan and some answers. Computer algebra systems in secondary school mahematics education*, 289-303.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*: *Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Barbosa, J., Alaiz, V., & Cardoso, C. (1994). *Auto-avaliação. Pensar Avaliação, Melhorar a Aprendizagem*. Lisboa: IIE.

Barroso, D. (2013). *A importância da planificação do processo de ensino-aprendizagem nas aulas de História e Geografia.* [Dissertação de doutoramento, Universidade do Porto]. Repositório aberto da Universidade do Porto.
https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/71580

Campos, S., Viseu, F., Rocha, H., & Fernandes, J. A. (2015). *A calculadora gráfica na promoção da escrita matemática.* Proceedings of the 12th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (pp. 590 – 598). Repositório da Universidade do Minho.
https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/51107

Carreira, S. (2009). *Matemática e tecnologias - Ao encontro dos "nativos digitais" com os "manipulativos virtuais"*. Quadrante, 18 (1&2), 53-86.

Consciência, M. M. C. (2013). *A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário* [Dissertação de doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa.
https://repositorio.ul.pt/handle/10451/10521

Coutinho, C., Chaves, J. (2002). *O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal*. Revista Portuguesa de Educação, Vol. 15, Nº 1, pp.221-243. Repositório da Universidade do Minho.
https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/492

Direção Geral da Educação (2021). *Aprendizagens essenciais da Matemática: - 3.º Ciclo - 7.º ano do ensino Básico*. Acedido em 17 de dezembro de 2021 em https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica

Guerreiro, L., Neves, M. e Silva, A. (2021). *Máximo - Matemática A – 10.º ano -Parte 1*. Porto: Porto Editora.

Lagrange, J. B. (1999a). *Complex calculators in the classroom: Theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, *4*(1), 51-81.

Lagrange, J. B. (1999b). *Learning pre-calculus with complex calculators: mediation and instrumental genesis*. In *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4(3), 193-200.

Lopes, J. e Silva H. S. (2012). *50 técnicas de avaliação formativa*. Lisboa: Lidel

Mariotti, M. A. (2018). *From using artefacts to mathematical meanings: The teacher's role in the semiotic mediation process.* DdM, 2018 (3), 50 – 63. https://doi.org/10.33683/ddm.18.4.3

Pereira, P., Pinto, P. (2013). *Xis: Matemática 7.º ano* – 1.º volume. Lisboa: Texto.

Pierce, C. S. (1991). *Sobre los fundamentos de la matemática*. Revista de Filosofía do Departamento de Filosofia e Humanidades da Universidade do Chile, Vol. 37-38, 7-13.

Ponte, J. P. D. (2005). *Gestão curricular em Matemática. O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008

Ponte, J. P. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. Bolema, 25, 105-132. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3007

Rabardel, P. (2002). *People and technology: a cognitive approach to contemporary instruments* (traduzido por Heidi Wood). Paris 8 University, retirado de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01020705/document

Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. D. (2000). *A formação em novas tecnologias e as conceções e práticas dos professores de Matemática*. Quadrante, 9(2), 3-26.

Ritella, G., & Hakkarainen, K. (2012). *Instrumental genesis in technology-mediated learning: From double stimulation to expansive knowledge practices*. International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning, 7(2), 239-258.

Rocha, H. (2002). *A utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica nas aulas de Matemática*, Quadrante, 11(2), 3-27.

Rocha, H. (2012). *A integração da calculadora gráfica no ensino da matemática: estudo sobre as práticas curriculares de professores do ensino secundário*. [Tese de Doutoramento, Instituto de Educação - Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7108

Sá, C. M. A. (2022). *A calculadora gráfica e a comunicação escrita: experiência com alunos do 10. º ano* [Tese de Mestrado, Universidade do Minho]. Repositório da Universidade do Minho. http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/78686

Subtil, M. e Domingos, A. (2018). *A mediação semiótica com a calculadora gráfica na construção do conceito de função*. [Tese de doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade Nova de Lisboa]. Repositório da Universidade Nova de Lisboa. https://run.unl.pt/handle/10362/66035

Thomas, M. O. J. (2009). *Hand-held technology in the mathematics classroom: Developing pedagogical technology knowledge*. *Teaching secondary school students mathematics and statistics: Evidence based practice, 2*, 147-160.

Trouche, L. (2003). *From artifact to instrument: mathematics teaching mediated by symbolic calculators.* Interacting with computers, *15*(6), 783-800. https://doi.org/10.1016/j.intcom.2003.09.004

Trouche, L. (2018). Instrumentalization in mathematics education. Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 1-13). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100013-1

Vygotsky, L. S., Cole, M. (1978). *Mind in society: The Development of higher psychological processes*. Massachusetts: Harvard University Press.

ANEXOS

Anexo A1 – **1.º Teste de avaliação – 7 º ano (enunciado)**

REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO [redacted]

1º Teste de Avaliação de Matemática

Ano Letivo: 2021/22 **Data: 16-11-2021** **Duração:** 60 min

Nome:____________________________________ **Nº:** ____ **Ano:** 7º **Turma:** [redacted]

Classific. D1:______________ **Ass.Prof.:** ______________ **Ass. EE.:** ________________

D2:

O teste é constituído por dois tipos de questões: Nas questões de escolha múltipla:

- São indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Para cada questão, escolhe a letra correspondente à alternativa correta.
- Se numa questão apresentares mais do que uma alternativa, a questão será anulada.
- Não apresentes cálculos.

Nas restantes questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos e justificações que julgues necessários. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

Bom Trabalho

1. Considera o conjunto de números

$$A = \{-3\ ;\ 0\ ;\ \frac{5}{2}\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ -\frac{1}{6}\ ;\ 0{,}17\ ;\ -2,(3)\ ;\ \frac{16}{4}\}.$$

Dos números do conjunto A, indica:

1.1. Os números menores do que -1.

1.2. Os números inteiros.

1.3. Os números racionais positivos.

2. Um mergulhador que se encontrava a 25 m de profundidade, desceu 50 m.
Qual passou a ser a sua posição?

(A) -50 m **(B)** -75 m **(C)** 25 m **(D)** 95 m

3. Complete os espaços ...., de modo a obter igualdades verdadeiras:

3.1. ....+ $(-4) = -10$

3.2. -7 + ... = 2

3.3. .... $+(-3)$ = - 2

3.4. $+8$ + ... = 0

4. A expressão $-3-(-2+5)$ é equivalente a: *(selecione a opção correta).*

(A) $-3+7$

(B) $+3+(-2+5)$

(C) $+3+3$

(D) $-3+2-5$

5. Qual das seguintes expressões representa um número **não positivo**?

(A) $-\left(-\frac{1}{6}\right) \times \frac{5}{6}$

(B) $-\frac{7}{3} \times (-1)$

(C) $2 \times \left[-\left(-\frac{1}{5}\right)\right]$

(D) $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{2}$

6. Um grupo de amigos efetuou uma caminhada pelo Gerês, num percurso que envolvia obstáculos de difícil transposição.
Durante a manhã, o grupo percorreu $\frac{1}{3}$ do percurso.
Ao longo da tarde, percorreram $\frac{5}{12}$ do percurso e realizaram a parte final do percurso no dia seguinte.

a) O grupo percorreu uma maior distância durante a manhã, ou durante a tarde? Explica a resposta.

b) Determina a fração do percurso que o grupo ainda teve de percorrer, no dia seguinte, para chegar ao seu destino.

7. Seleciona a **afirmação falsa**.

(A) $(-1)^{200}=1$

(B) $\left[(-2)^3\right]^6=(-2)^{18}$

(C) $\left(\frac{3}{2}\right)^7\times\left(\frac{5}{4}\right)^7=\left(\frac{15}{8}\right)^7$

(D) $\left[(-5)^4\right]^3=(-5)^7$

8. Completa, de modo a obter afirmações verdadeiras:

8.1. $4^9\times(-3)^9=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

8.2. $(-20)^8:(-5)^8=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

8.3. $[(-5)^2]^3=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

8.4. $(10)^7:(-10)^4=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

8.5. $\left(-\frac{1}{4}\right)^3\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

8.6. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{12}:\left(-\frac{3}{4}\right)^7=(\_\_\_\_)^{\_\_}$

9. Efetua as seguintes operações. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

9.1. $1^{47}+2^{26}:2^{23}$

9.2. $\frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{4}\right)$

9.3. $-3+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{5}-2\right)=$

9.4. $-\frac{1}{2}-(5-7)\times\frac{2}{5}$

10. Representa a expressão 8×4^3 na forma de potência de:

10.1. expoente 3;

10.2. base 2.

Questão	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6a**		**6b**		**7.**	**8**	**9.1**	**9.2**	**9.3**	**9.4**	**10.1**	**10.2**	Total
Domínio	**D1**	**D1**	**D1**	**D2**	**D1**	**D2**	**D2**	**D1**	**D2**	**D1**	**D2**	**D2**	**D1**	**D1**	**D1**	**D1**	**D1**	**D1**	**D1**	
Cotação	2	5	5	4	12	4	4	3	2	3	2	4	18	4	5	6	5	6	6	100

Anexo A2 **– 1.º Teste de avaliação – 7 º ano (critérios de correção)**

QUESTÃO	**COTAÇÃO D1**	**COTAÇÃO D2**	**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO**	**CRITÉRIO_CORREÇÃO**
1.1	2		R: -3 e -2,(3)	1 ponto para cada valor correto
1.2	5		R: -3; 0; 3,; 4; 16/4	1 ponto para cada valor correto
1.3	5		R: 0,17; 5/2; 3; 4; 16/4	1 ponto para cada valor correto
2		4	R: B) -75 m	0 pontos em resposta errada ou mais do que uma resposta.
3	12		**3.1**. -6 **3.2**. 9 **3.3**. 1 **3.4**, (-8)	3 pontos resposta correta em 3.4 penalização de 0,5 pontos caso omite parenteses.
4		4	R: D) -3+2-5	0 pontos em resposta errada ou mais do que uma resposta.
5		4	R: D) -2/3 x 3/2	0 pontos em resposta errada ou mais do que uma resposta.
6a	3	2	**1ª etapa** reduz ao mesmo numerador e obtém as frações equivalentes 1/3 = 4/12 e 5/12 **2ªetapa** compara as duas frações e concluir que 5/12 > 1/3 **3ª etapa**: Faz resposta ao problema R: O grupo percorreu um maior percurso ao longo da tarde nesse dia.	1ª etapa (3 pontos); 2ª e 3ª etapas (2 pontos) ; erro de cálculo ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
6b	3	2	**1ª etapa** determina o percurso realizado no 1.º dia 1/3 + 5/12 = 4/12 + 5/12 = 9/12 **2ª etapa** determina o percurso que falta percorrer 12/12 - 9/12 = 3/12 = 1/4 **3ª etapa:** R: No dia seguinte o grupo teve de percorrer 3/12 (1/4) do percurso para chegar ao seu destino.	1ª etapa (3 pontos D1) 2ª e 3ª etapas (2 pontos D2); Considera apenas o percurso realizado num dos períodos (tarde ou manhã) e responde em conformidade (penalização 1 ponto D2); erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).

7		4	R: D	0 pontos em resposta errada ou mais do que uma resposta.
8	18		**8.1.** (-12)^9 **8.2**. 4^8 **8.3**. (-5)^6 **8.4**. 1^3 8.5. (-3/8)^3 **8.6**. (-3/4)^5	3 pontos por cada resposta correta; erro de cálculo, erro no sinal ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
9.1	4		**9.1.** $1^{47} + 2^{26} : 2^{23} = 1 + 2^3 = 1 + 8 = 9$ **1ªetapa:** Respeita a prioridade das potências e aplica a regra do quociente de potências com a mesma base. **2ªetapa:** calcula 1^47= 1 **3ªetapa**: calcula a soma e obtém o resultado 9.	1ª etapa (2 pontos); 2ª etapa (1 ponto); 3ª etapa (1 ponto); erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
9.2	5		**9.2.** $\frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{4} - \frac{5}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{9}{8}$ **1ªetapa:** Respeita a prioridade dos parenteses e reduz ao mesmo denominador. **2ªetapa:** calcula 2/4-5/4 e obtém -3/4 **3ªetapa:** calcula o produto e obtém -9/8 (fração irredutível)	1ª etapa (2 pontos) 2ª etapa (1 ponto) 3ª etapa (2 pontos) erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
9.3	6		**9.3.** $-3 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{5} - 2\right) = -3 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{10}{5}\right) = -3 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{8}{5}\right) = -3 - \frac{8}{10} = -\frac{30}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{38}{10} = -\frac{19}{5}$ **1ªetapa**: Respeita a prioridade dos parenteses e reduz ao mesmo denominador. **2ªetapa**: calcula 2/5-10/5 e obtém -8/5 **3ªetapa:** prioriza a multiplicação **4ª etapa** reduz ao mesmo denominador para efetuar a soma **5ªetapa** obtém - 38/10 **6ª etapa** torna a fração irredutível e obtém - 19/5	1 ponto para cada etapa concretizada; erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).

9.4	5		$-\frac{1}{2}-(5-7)\times\frac{2}{5}=-\frac{1}{2}-(-2)\times\frac{2}{5}=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=-\frac{5}{10}+\frac{8}{10}=\frac{3}{10}$ **1ªetapa**: Respeita a prioridade dos parenteses e obtém -2 **2 etapa:** simplifica a escrita e obtém -(-2) = 2 3**ªetapa**: Prioriza a multiplicação e obtém -4/5 4**ªetapa:** reduz ao mesmo denominador para efetuar a soma 5**ªetapa** obtém 3/10	1 ponto para cada etapa concretizada; erro de cálculo simples ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos); erro na soma algébrica (penalização 1 ponto).
10.1	6		**1ªetapa** 8 x 4^3 = 2^3 x 4^3 **2ªetapa** obtém 8^3	1ª etapa (5 pontos) 2ª etapa (1 pontos) .
10.2	6		**1ªetapa** 8 x 4^3 = 2^3 x (2^2)^3 **2ªetapa** obtém 2^3 x 2^6 **3ª etapa** obtém 2^9	1ª etapa (3 pontos) 2ª etapa (2 pontos) 3ª etapa (1 ponto) ; erro de cálculo ou falta de parenteses (penalização 0,5 pontos).
TOTAL	80	20		

Anexo B **– Ficha de autoavaliação – 7 º ano**

D1 - Conhecimento de conceitos e procedimentos e resolução de problemas

Compreendes os procedimentos, técnicas, conceitos, propriedades e relações matemáticas e utiliza-los para analisar, interpretar e resolver situações em contextos variados, no âmbito dos temas matemáticos. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Mostras capacidade de abstração e de generalização e de compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Reconheces relações entre ideias matemáticas no campo numérico e aplicas essas ideias em outros domínios matemáticos e não matemáticos. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Discutes e analisas argumentos próprios e dos outros, cooperando e respeitando as diferenças. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Mostras interesse pela aprendizagem da disciplina e valorizas o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Concebes e aplicas estratégias na resolução de problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, incluindo a utilização de tecnologia e avaliando a plausibilidade dos resultados. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

És persistente e autónomo a lidar com situações que envolvem Matemática no teu percurso escolar e na vida em sociedade. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Colaboras com os seus pares na organização/realização de tarefas. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

D2 - Comunicação matemática

Exprimes oralmente e por escrito, ideias matemáticas com precisão e rigor para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Usas corretamente a língua portuguesa para comunicar e estruturar o pensamento. *

	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Tendo em conta que o D1 tem um peso de 80% e o D2 tem um peso de 20%

A minha autoavaliação corresponde ao nível: *

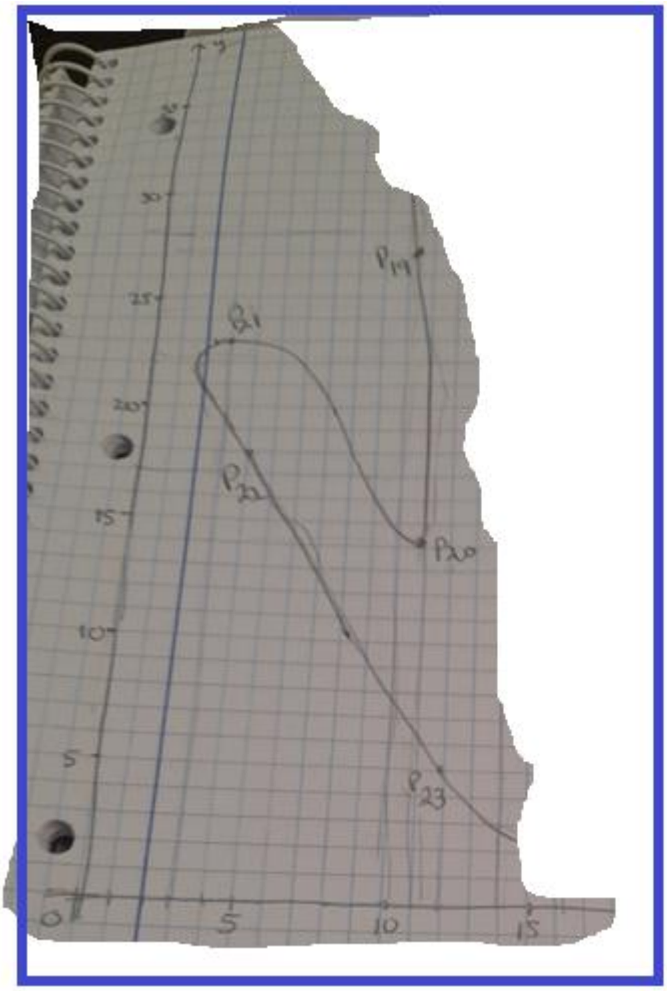
	1	2	3	4	5	
Muito Insuficiente	○	○	○	○	○	Muito Bom

Anexo C1 **– Tarefa "A mão, uma função?"**

A Matilde teve um acidente com o caderno diário e perdeu parte da aula de matemática.

Reconstitui a tarefa da Matilde, e numa folha quadriculada A4, desenha um referencial cartesiano e traça sobre o mesmo o <u>contorno da palma da tua mão a caneta</u>.

Com <u>lápis marca 24 pontos.</u>



Por exemplo, o ponto P_{23} tem coordenadas $(12{,}5)$ e representa-se $P_{23}(12{,}5)$.

Depois dos pontos marcados, indica as coordenadas na seguinte tabela:

	abcissa	**ordenada**	**coordenadas**
1.º ponto			
2.º ponto			
3.º. ponto			
4.ºponto			
(…)			
24.º = 1.º ponto			

Nota:
Os pontos da tabela devem estar numerados de acordo com a sequência de construção da mão. O último tem de ser igual ao primeiro para a imagem ficar fechada.

Utilizando a calculadora gráfica, traça o gráfico poligonal correspondente aos pontos representados na tabela anterior.

Desenhaste a palma da tua mão sobre um referencial cartesiano.

6. Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função? Justifica a tua resposta.
7. Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?
8. Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

Anexo C2 – **Tarefa "A mão, uma função?"** (Proposta de resolução)

Figura 52 - Esboço da mão sobre o primeiro quadrante do referencial cartesiano.

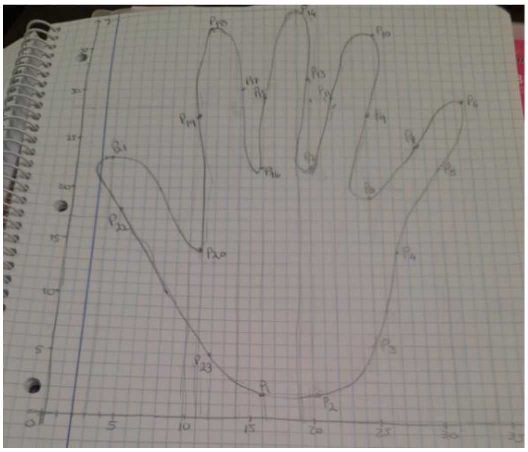
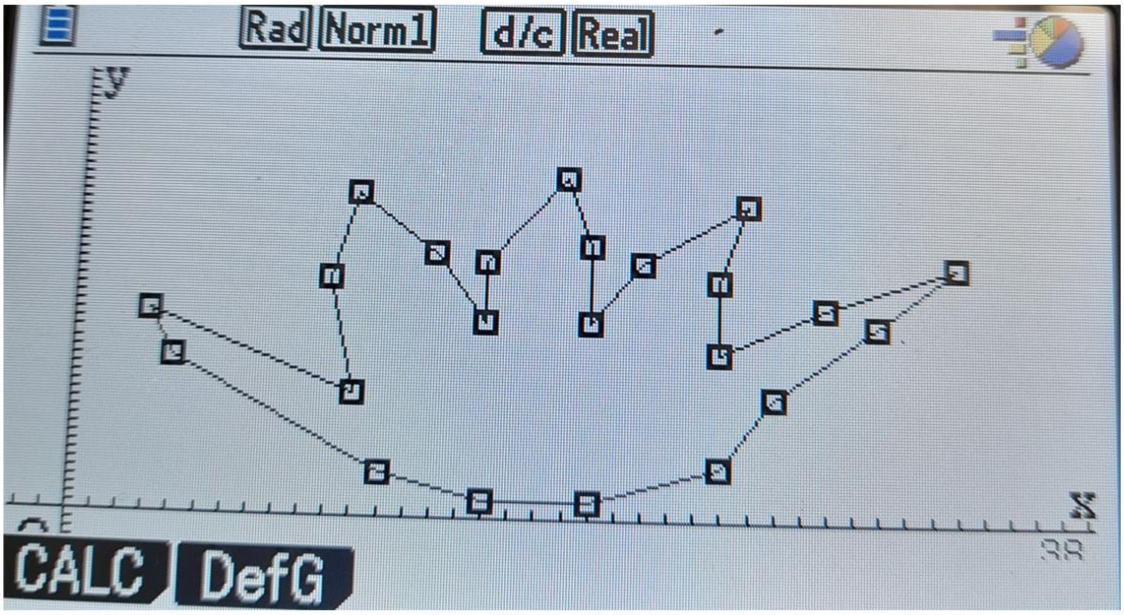


Tabela 22 Pares ordenados dos pontos assinalados

	abcissa	ordenada	coordenadas
1.º ponto	16	2	(16,2)
2.º ponto	20	2	(20,2)
3.º. ponto	25	6	(25,6)
4.ºponto	27	14	27,14)
5.º ponto	31	22	(31,22)
6.º ponto	34	29	(34,29)
7.º ponto	29	24	(29,24)
8º ponto	25	19	(25,19)
9º ponto	25	27	(25,27)
10.º ponto	26	36	(26,36)
11.º ponto	22	29	(22,29)
12.º ponto	20	22	(20,22)
13.º. ponto	20	31	(20,31)
14.º ponto	19	39	(19,39)
15.º ponto	16	29	(16,29)
16.º ponto	16	22	(16,22)
17.º ponto	14	30	(14,30)
18º ponto	11	37	(11,37)
19º ponto	10	27	(10,27)
20º ponto	11	14	(11,14)
21.º ponto	3	23	(3,25)
22.º ponto	4	18	(4,18)
23.º. ponto	12	5	(12,5)
24.º = 1.º ponto	16	2	(16,2)

Figura 53 Esboço do gráfico poligonal obtido através dos pontos assinalados.



1. Desenhaste a palma da tua mão sobre um referencial cartesiano. Será que esta representação corresponde a um gráfico de uma função? Justifica a tua resposta.

   R: A representação da mão no referencial cartesiano não corresponde a um gráfico de uma função, pois existem objetos com mais do que uma imagem, por exemplo, de acordo com esta representação, os pontos (20, 2); (20,22); (20,31) o mesmo objeto tem distintas imagens, bem como os pontos (11,37) e (11, 14), o mesmo objeto tem duas imagens diferentes.
   Os alunos poderão chegar a esta conclusão através da visualização da tabela de pontos registados, quer através da representação no referencial cartesiano no caderno ou na representação na calculadora gráfica.

2. Em que condições é que um gráfico cartesiano representa uma função?

   R: Um gráfico cartesiano representa uma função quando a cada objeto faz corresponder uma e uma só imagem, o que graficamente significa que qualquer reta vertical paralela ao eixo Oy apenas interseta um e um só ponto do gráfico.

Anexo D1 – **Tarefa "Proporcionalidade direta – Queques para todos"**

Ingredientes

8 porções

- ☐ 500 gr de cenoura descascada
- ☐ 200 gr de farinha
- ☐ 180 gr de açúcar
- ☐ 30 gr de manteiga amolecida
- ☐ 3 ovos
- ☐ 1 laranja
- ☐ 1 colher (chá) de fermento

Preparação

1. Corte as cenouras e deite num tacho com água quente, coza por 20 minutos.

2. Escorra e faça a cenoura em puré.

3. Ligue o forno a 180º C e unte forminhas.

4. Numa tigela bata a manteiga com o açúcar, junte os ovos um a um, batendo sempre.

5. Adicione o sumo e a raspa da laranja, junte a cenoura, farinha e fermento.

6. Bata tudo muito bem.

7. Divida a mistura pelas formas e leve ao forno por 20 minutos.

6. O Jorge tem de preparar 28 queques para celebrar a lição nº100 da disciplina de matemática.

6.1. Antes de meter as mãos na massa, ajuda o Jorge e preenche a seguinte tabela que irá ajudá-lo a fazer um brilharete com os queques!

Tabela 1:

ingredientes							
Quantidade para 8 pessoas (x)							
Quantidade para 28 pessoas (y)							

6.2. Calcula os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 28 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x).

Para isso:

- usa a calculadora gráfica, seleciona o modo "STAT" do menu principal, seguido da tecla "EXE".
- Na coluna da list 1 introduz os valores das quantidades para 8 pessoas a partir da linha 1 (carrega na tecla "EXE" sempre que passas para o valor na linha seguinte) e procede de forma análoga nas quantidades para 28 pessoas na coluna da list 2.
- No topo da terceira coluna, sobre a list 3 (fica negrita), prime a tecla "OPTN" , em seguida prime a tecla F1 para acederes às listas.
- Faz então, list 2:list 1 (consegues explicar porquê?)

6.3. Observa os quocientes da alínea anterior.

c) O que concluis?

d) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

7. O Jorge quer experimentar a receita em casa e precisa de preparar 4 queques.

Completa:

b) a tabela 2:

ingredientes							
Quantidade para 8 pessoas (x)							
Quantidade para 4 pessoas (y)							

B1) Os quocientes entre as quantidades de cada ingrediente para 4 pessoas (y) e as respetivas quantidades para 8 pessoas (x):

$$\frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square \quad \frac{\square}{\square} = \square$$

B2) Repetindo os procedimentos das alíneas anteriores (mas usando as listas 4, 5 e 6).

c) O que concluis com os resultados obtidos?

d) Como designas o valor dos quocientes obtidos e qual o significado no contexto desta situação?

8. A partir de uma dada tabela podes facilmente construir um gráfico cartesiano, fazendo corresponder a cada par de valores da tabela um ponto do gráfico.

8.1. Constrói, usando a calculadora gráfica o gráfico associado à tabela 1. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico pretendido (GPH1).

8.2. Tens agora toda a informação da tabela exposta num gráfico.

Une todos os pontos obtidos. Para isso:

- Prime a tecla F6 ("SET") que dispõe a informação relativa ao gráfico desenhado (tipo de gráfico, lista das abcissas (x), lista das ordenadas (y)). Escolhe "GRAPH TYPE : $xyline$" e confirma que "Xist: List1; YList: List 2".
- Depois de teres confirmado a informação anterior, prime na tecla EXE.
- Seleciona GPH1 através da tecla F1.

Que observas?

8.3. Representa graficamente a situação descrita em 2, a partir da respetiva tabela e repetindo os passos descritos em 3.1. e 3.2. (tendo em atenção quais as listas a selecionar em cada caso).

Que concluis?

9. Seleciona através da tecla "SET" os dados da tabela 1 e da tabela 2 ativando a opção "DrawOn" . Obtém o respetivo gráfico associado a estas tabelas (DRAW).

Que observas?

10. Faz uma síntese sobre a realização desta tarefa.

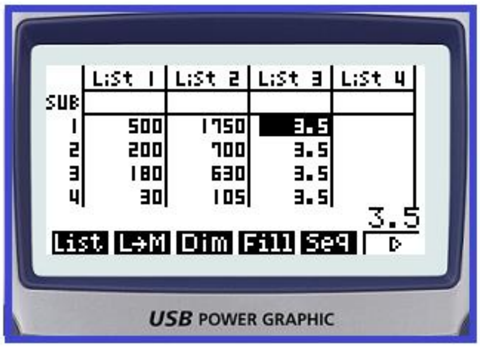
Anexo D2 – **Tarefa "Proporcionalidade direta – Queques para todos"** (Proposta de resolução)

Proposta de resolução:

Questão1

Nesta questão os alunos podem observar que as quantidades para 28 pessoas e para 8 pessoas são grandezas diretamente proporcionais. Para além disso, os quocientes obtidos entre estas duas grandezas é constante, trata-se, portanto da constante de proporcionalidade igual 3,5. Neste contexto, o valor as quantidades para 28 pessoas é obtido a partir do valor das quantidades para 8 pessoas, respetivamente, multiplicado por 3,5.

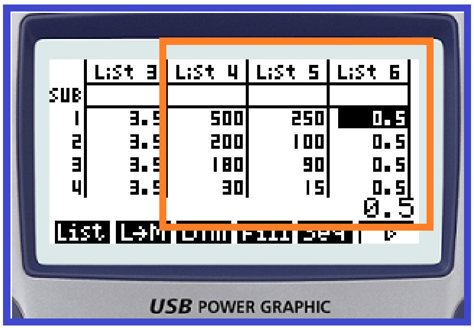
Figura 54 - Lista das quantidades dos ingredientes para 8 e 28 pessoas, respetivamente nas listas 1 e 2 e quocientes indicados na lista 3.



Questão 2

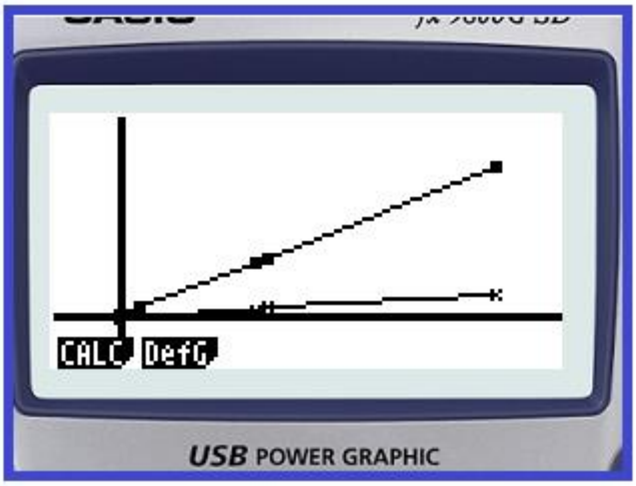
Nesta questão os alunos podem observar que as quantidades para 4 pessoas e para 8 pessoas são grandezas diretamente proporcionais. Para além disso, os quocientes obtidos entre estas duas grandezas é constante, trata-se, portanto da constante de proporcionalidade igual 0,5. Neste contexto, o valor as quantidades para 4 pessoas é obtido a partir do valor das quantidades para 8 pessoas, respetivamente, multiplicado por 0,5, ou seja metade.

Figura 55 - Lista das quantidades dos ingredientes para 8 e 4 pessoas, respetivamente nas listas 4 e 5 e quocientes indicados na lista 6.



Questão 3 e 4
Na questão 3 os alunos podem observar que o conjunto dos pontos que definem a tabela, unidos, representam uma semirreta com origem na origem do referencial cartesiano, isto é, faz parte de uma função linear.
Seria interessante, verificar se os alunos conseguem escrever a expressão algébrica que define a função a partir da informação disponível, ou seja, definir essa função como $y = 3{,}5x$ (em 3.1) e $y = 0{,}5x$ (em 3.2).
Relativamente à questão 4, os alunos podem observar que o conjunto dos pontos que definem as tabelas, unidos representam duas semirretas com origem na origem do referencial cartesiano e que uma é mais inclinada que a outra.
Tentar perceber se os alunos conseguem relacionar a inclinação das retas com os respetivos coeficientes 3,5 e 0,5 nas respetivas funções.

Figura 56 - Gráficos das funções lineares que contêm os pontos respetivos à situação 1 (receita para 28 pessoas) e situação 2 (receita para 4 pessoas).



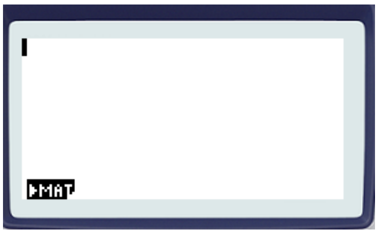
Anexo E – Calculadora – Manual de utilização

Calculadora gráfica: Casio CFX-9850GB PLUS

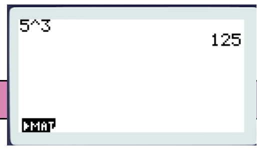
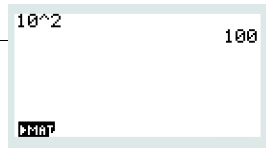
1. MODO 1 RUN

Operações aritméticas (×, +, −, ÷)

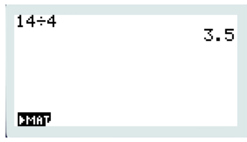
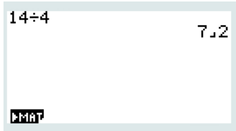
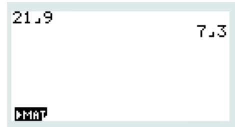
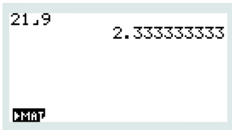
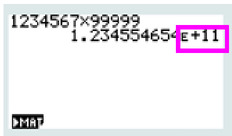
- Ligar a calculadora (AC/ON)
- Aceda ao ecrã principal MENU e selecione a opção **1 Run**.
- Prima a tecla "1" OU no ícone selecionado, clicar em EXE



1.1. Cálculo de potências

Análise	Descrição	
Potências	5 elevado a 3 prima 5 ^ 3 EXE	
	BASE 10: 10 elevado a 2 prima 10 ^ 2 EXE	
Potências de base 10	BASE 10 (outra forma): 10 elevado a 6 prima SHIFT LOG 10 6	
	Exercício: Determina os valores de… • 2 à quarta • 10 ao cubo • 0 quadrado de 1/2	

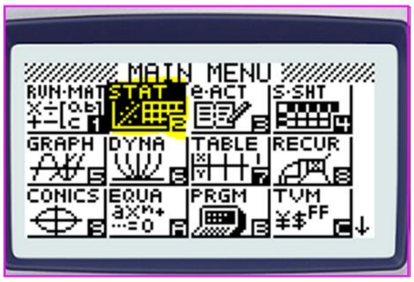
1.2. Fração <-> representação decimal & representação em potências de base 10

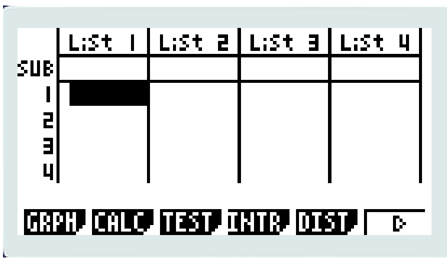
Análise	Descrição	Resultado
Representação de frações	14÷4 [EXE] Prima F<->D e a representação do número surge alternativamente na forma de fração irredutível ou de número decimal.	 
Representação de frações	21÷ 9 [EXE] Prima F<->D e a representação do número surge alternativamente na forma de fração irredutível ou de número decimal.	 
Representação na forma de potência de base 10	1234567 x 99999 [EXE] Significa que é igual a $1{,}234554654 \times 10^{11}$	

2. MODO 2 STAT

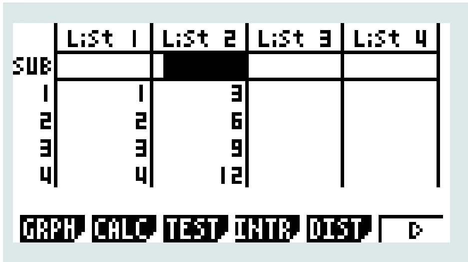
Estatística, gráfico de funções a partir de tabelas

- Ligar a calculadora (AC/ON)
- Aceda ao ecrã principal [MENU] e selecione a opção **2 STAT**.
- Prima a tecla “2” OU no ícone selecionado, clicar em [EXE]





2.1. Introdução de valores representados em tabelas

<table>
<tr><th>Análise</th><th>Descrição</th><th>Resultado</th></tr>
<tr>
<td>Introdução de valores representados em tabelas ou em pares ordenados (x,y)</td>
<td>Exemplo: tabela 1
<table>
<tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td>y</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr>
</table>
☝ introduza cada valor de x na lista 1 seguido de [EXE]. Utilize as teclas de navegação ◀ ▶para transitar para a lista seguinte onde se introduz os valores de Y procedendo de igual forma.
☝ Que tipo de relação existe entre as variáveis X e Y?</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Introdução de valores representados em tabelas ou em pares ordenados (x,y)</td>
<td>Exercício: tabela 2
<table>
<tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td>Y</td><td>0.5</td><td>1</td><td>1.5</td><td>2</td><td>2.5</td></tr>
</table>
☝ Introduz nas listas 3 e 4 os valores da tabela 2.
☝ Nota: a parte inteira é separada da parte decimal por ponto “. “
☝ Que tipo de relação existe entre as variáveis X e Y? Escreve a expressão algébrica que traduz essa relação.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

2.2. Gráficos

<table>
<tr><th>Análise</th><th>Descrição</th><th>Resultado</th></tr>
<tr>
<td>Gráficos cartesianos</td>
<td>
Definições do tipo de gráfico (ponto, linha) e lista usada em cada eixo do gráfico cartesiano.

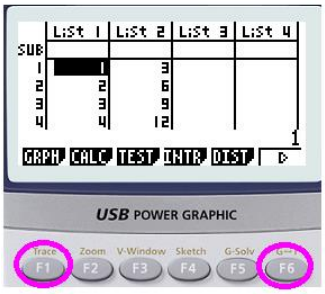
Prima a tecla [F1] (GRPH) seguida de [F6] (SET)

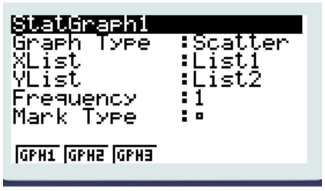
Utilize as teclas de navegação ◀ ▶ para transitar de uma linha para a outra e definir

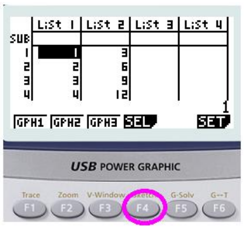
tipo de gráfico:
pontos – “scatter”
linha – “xyline”
tipo de pontos :
□ x, ou ■
valores do eixo Ox e Oy (listas)

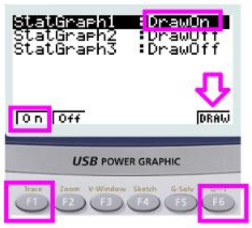
Prima [EXE] quando terminar

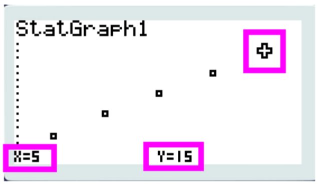
Finalmente, Prima a tecla [F4] (SEL) para colocar “on” [F1] ou “off” [F2] os gráficos a representar ou não, respetivamente, seguida de [F6] (DRAW)

☝NOTA: SHIFT [F1] (TRACE) e usando as teclas de navegação ◀ ▶ permite-nos saber as coordenadas dos pontos do gráfico.
</td>
<td>










</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Exercício:

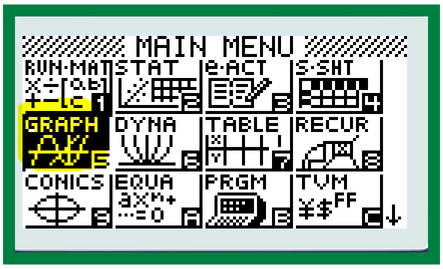
fazer o gráfico cartesiano dos valores da tabela 2 e experimentar os vários tipos de representação de gráficos.

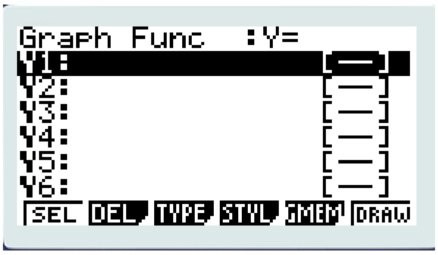
Da observação dos gráficos, o que concluis?
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

3. MODO 5 GRAPH

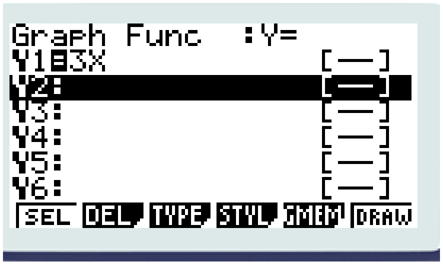
Representação gráfica de funções através da expressão algébrica

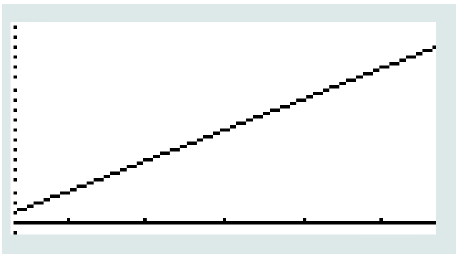
- Ligar a calculadora (AC/ON)
- Aceda ao ecrã principal MENU e selecione a opção **5 GRAPH**.
- Prima a tecla “5” OU no ícone selecionado, clicar em EXE





Para representa a função $f(x) = 3x$, no menu principal, selecione a opção **5 Graph**. Insira a expressão de f e prima a tecla EXE . Para obter a representação gráfica prima a tecla F6 **(DRAW)**.





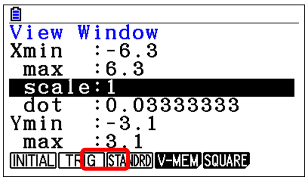
☝ A tecla [EXIT] permite regressar à janela de introdução de funções.
[X,θ,T] Tecla para introduzir a variável *x*.

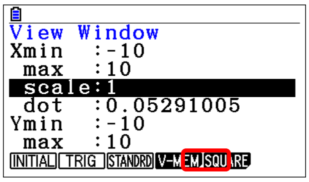
[F1] **(SELECT)** Alterna a visibilidade do gráfico da função selecionada.

[F2] **(DELETE)** Apaga a função selecionada.

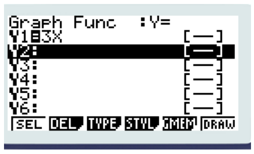
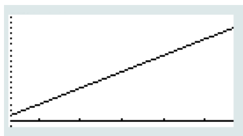
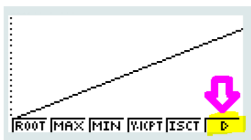
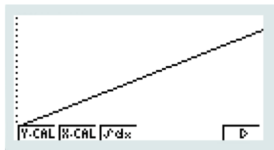
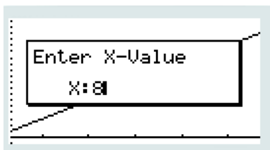
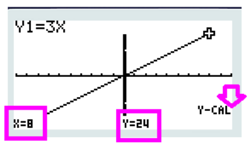
Janela de visualização

Para definir manualmente a janela de visualização prima as teclas [SHIFT] [F3] **(V-Window)** e introduza os valores pretendidos. As duas imagens seguintes apresentam os valores para a opção [F1] **(INITIAL)** e [F3] **(STANDRD)**, respetivamente.





☝ Para voltar à janela com as expressões das funções, prima a tecla [EXIT] .

Função	Descrição	Resultado
Inserir a função f	Insira a expressão da função f, definida por $f(x) = 3x$ em Y1. Prima [X,θ,T] para introduzir a variável x. Prima [EXE] seguida de [F6] (DRAW) para obter a representação gráfica da função. **VALORES DO GRÁFICO** • SHIFT [F5] (G-SOLVE) • Y-CAL (calcula valores de Y) Usar “>” para aceder a esta função. Exemplo: $f(8)$ Sequência: [F1] (Y-CAL) X:8 [EXE] • X-CAL (calcula valores de X) Usar “>” para aceder a esta função.	     
	Exercício: determinar… • Imagem de 4 • O objeto cuja imagem é 15 • f(2)	

Anexo F – Planificação anual dos conteúdos de aprendizagem – 7.º ano

Tabela 23 Planificação anual dos conteúdos do 7.º ano

<table>
<tr><th>Semestre</th><th>Temas / Conteúdos de Aprendizagem</th><th>Capacidades</th><th>Nº DE AULAS (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="1">1.º</td><td>
• Receção aos alunos

• Realização de atividades que promovam criação de ambientes seguros e o bem-estar socio emocional, a segurança, o desenvolvimento pessoal e a aprendizagem

NÚMEROS E OPERAÇÕES

• Números inteiros
• Números racionais (operações com números racionais)
• Potências de expoente natural
• Representação de um número em notação científica
• Quadrados perfeitos. Raiz quadrada

ÁLGEBRA

• Funções:

- Diferentes formas de representar uma função

- Função linear
</td><td rowspan="2">Resolução de problemas

Raciocínio matemático

Comunicação matemática</td><td>2

4

36

28

Total :70</td></tr>
<tr><td>2.º</td><td>
• Sequências e regularidades

• Equações algébricas

GEOMETRIA E MEDIDA

• Figuras geométricas (Triângulos e quadriláteros)
• Propriedades
• Áreas
</td><td>10

20

20</td></tr>
</table>

Semestre	Temas / Conteúdos de Aprendizagem	Capacidades	Nº DE AULAS (45 min.)
	• Semelhanças: - Semelhança de triângulos; - Relacionar perímetros e áreas de figuras semelhantes **ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS** • Organização, análise e tratamento de dados • Medidas estatísticas. Mediana		**20** **10** **Total: 80**

Observação – O número de aulas previstas para cada tópico inclui todas as situações de aprendizagem e avaliação que venham a ser implementadas

Anexo G – Jogo Kahoot – Aulas de 9 de novembro

Link do jogo: https://create.kahoot.it/details/8c2426ff-5567-473b-baa2-c3bef5938fad

Questão 1: a^n diz-se uma potência em que:

a) "a " é o expoente e "n" a base
b) "a" é o numerador e "n" é o denominador
c) "a" é o número de vezes que o expoente se repete
d) "n" é o número de vezes que o fator "a" se repete. X

Questão 2: 10^3 lê-se:

a) Dez ao quadrado
b) Dez ao cubo X
c) Dez terços
d) Dez sobre três

Questão 3: 2^5 é:

a) 2 + 2 + 2 +2 + 2
b) 2 x 5
c) 5 x 5
d) 2 x 2 x 2 x 2 x 2 X

Questão 4: 1^{98} é:

a) 98
b) 99
c) 1 X
d) Não se consegue calcular

Questão 5: 10^6 é:

a) 60
b) 16
c) 1000 000 X
d) 106

Questão 6: $\frac{2^3}{5}$ é:

a) $\frac{8}{5}$ X
b) $\frac{6}{5}$
c) $\frac{8}{125}$
d) $\frac{6}{125}$

Questão 7: 3 é:

a) 3^0
b) 3^1 X
c) 3^3
d) $\frac{1}{3}$

Questão 8: $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

a) $\frac{2^3}{3}$
b) $\frac{2}{3^3}$
c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ X
d) $3 \times \frac{2}{3}$

Questão 9: Na rua do Joca há quatro garagens, em cada garagem há quatro carros e cada carro tem quatro pneus. Quantos pneus há ao todo nas quatro garagens?

a) 3^4
b) 4 + 4 + 4
c) 3×4
d) 4^3 X

Questão 10: Escrever 8 numa potência de base 2 é:

a) 2^8
b) 4^2
c) 8^2
d) 2^3 X

Questão 11: Escrever 9 x 27 numa potência de expoente maior que 1 é:

a) 9^3
b) 3^5 X
c) 9^2
d) 3^9

Questão 12: O valor de 5^3 é:

a) 125 X
b) 8
c) 35
d) 15

Questão 13: O valor $2^2 + 10^2$ é:

a) 12^2
b) 12^4
c) 104 X
d) 24

Questão 14: O valor $5^3 \times 7^3$ é:

a) 35^6
b) 12^3
c) 35^9
d) 35^3 X

Questão 15: O valor $3^6 \times 3^2$ é:

a) 3^8 X
b) 9^8
c) 3^{12}
d) 6^{12}

Questão 16: O valor $7^6 : 7^2$ é:

a) 1^3
b) 1^4
c) 7^3
d) 7^4 X

Questão 17: O valor $15^6 : 3^6$ é:

a) 5^1
b) 5^6 X
c) 12^6
d) 5^{12}

Questão 18: O valor $(3^2)^4$ é:

a) 3^6
b) 3^8 X
c) 9^6
d) 3^2

Anexo H – Ficha Formativa Equações – Aulas de 5 de abril

REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO

[redacted]

Matemática - 7º ano

Ano Letivo 2021/2022

Nome: ____ **N.º** ____

Turma: _____ **Data:** ___/___/_____

Ficha formativa

1. Das expressões seguintes, **quais** são equações?

(A) $7+x$ **(B)** $x>5$ **(C)** $2x+1=5$ **(D)** $4=-y$

2. Considera as equações $x-3+4x=6+3x$ e $3x-2=-6x+7$

a. Escreve os termos da equação $-3+4x=6+3x$

b. Escreve os termos da equação $3x-2=-6x+7$

3. Considera a equação $2x+3=-7x+6$. Indica os termos independentes e os termos com incógnita.

4. Indica a equação cujo conjunto-solução é $\{4\}$.

(A) $4x-12=3$ (B) $x+6=x-2$ **(C)** $4x-24=-8$ **(D)** $4x-3=1$

5. Resolve e classifica, em $\mathbb{Q}$, cada uma das seguintes equações.

a. $2x-10-6=10$ **b.** $2x-2=-x+5+x$

c. $6x+2=-x+6$ **d.** $x+5=2x+8-x-3$

6. Indica, através de uma equação como poderias resolver o seguinte problema:

A Leonor e a Margarida são irmãs e têm, respetivamente, 10 e 14 anos. Daqui a quantos anos a soma das idades das duas irmãs será de 56 anos?

Bom Trabalho!

Anexo I – Quizzes – Aulas de 19 de abril

Quizz 1 - **introdução ao estudo das expressões algébricas**

Nota: Assim que o professor der sinal de partida tem **DOIS MINUTOS** para fazer o máximo de operações possível.

$-3-5=$	$10-12=$	$-4-5=$
$3-8=$	$-13-2=$	$-3+7=$
$-8-5=$	$3-7=$	$-9+1=$
$-6-1=$	$-3+4=$	$-6-0=$
$-4+4=$	$-9+2=$	$-6-5=$

Não fez	Nº questões erradas	Nº questões certas

Quizz 2 - **introdução ao estudo das expressões algébricas**

Nota: Assim que o professor der sinal de partida tem **DOIS MINUTOS** para fazer o máximo de operações possível.

$-3x-6x=$	$-10a+12a=$	$-5y-4y=$
$2x-9x=$	$-13a-2a=$	$-6x-7x=$
$-8x-5x=$	$3x-11x=$	$-a+a=$
$-6y-y=$	$-3x+4x=$	$-6x-0x=$
$-4y+4y=$	$-x-2x=$	$-6y+2y=$

Não fez	Nº questões erradas	Nº questões certas

Anexo J – **Ficha Formativa – Resolução de Equações - Aulas de 19 de abril**

1. Resolve as seguintes equações em $\mathbb{Q}$.

1.1. $5x - 2 = 13$	1.2. $4a + 3 = 27$
1.3. $3x + 2 = -7$	1.4. $3y + 7 = 4$
1.5. $5 + 2x = -1$	1.6. $4 = 1 + 2c$
1.7. $2x + 5 = x - 1$	1.8. $3b - 5 = 4b + 2$
1.9. $-x = 32 + x$	1.10. $6t - 5 = 10t + 11$

2. As seguintes resoluções de equações apresentam **erros**. **Identifica** o erro em cada caso e **resolve** corretamente a equação proposta.

a)

$$\begin{aligned} &2x = 8 \\ \Leftrightarrow\ & x = 8 : (-2) \\ \Leftrightarrow\ & x = -4 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} &3x - 1 = 5 \\ \Leftrightarrow\ & 3x = 5 + 1 \\ \Leftrightarrow\ & 3x = 6 \\ \Leftrightarrow\ & x = 6 - 3 \\ \Leftrightarrow\ & x = 3 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} &x - 4 = 2x + 3 \\ \Leftrightarrow\ & x - 2x = 3 + 4 \\ \Leftrightarrow\ & x = 7 \end{aligned}$$

Soluções:

1.

1.1. $x = 3$	1.2. $a = 6$	1.3. $x = -3$	1.4. y$= -1$	1.5. $x = -3$
1.6. c$= \frac{3}{2}$	1.7. $x = -6$	1.8. $b = -7$	1.9. $x = -16$	1.10.$t = -4$

2.

a) $x = 4$

b) $x = 2$

c) $x = -7$

Bom trabalho!

Anexo K – Planificação anual dos conteúdos de aprendizagem – 10.ºano

Tabela 24 Planificação anual dos conteúdos lecionados no 10.º ano

Semestre	Temas / Conteúdos de Aprendizagem	Capacidades	Nº DE AULAS (45 min.)
1.º	• **Receção aos alunos** **ÁLGEBRA** Potências e Radicais **GEOMETRIA E MEDIDA** • Geometria analítica no plano e no espaço Cálculo vetorial no plano e no espaço **FUNÇÕES** • Generalidades de funções	Resolução de problemas Raciocínio matemático Comunicação matemática	**2** **8** **68** **12** **Total :90***
2.º	**FUNÇÕES** • Generalidades de funções reais de variável real **GEOMETRIA E MEDIDA** • Polinómios		**72** **30** **Total: 102**

*Incluídas Atividades Suplementares, que podem ser:
• Atividades de revisão, recuperação e consolidação de aprendizagens essenciais;
• Atividades de diagnóstico;
• Atividades de preparação para novos conteúdos;
• Atividades de pesquisa/ investigação (individual ou em grupo);
• Atividades de articulação curricular;
• Avaliação formativa;
• Avaliação sumativa.

Anexo L – Guião das entrevistas

1ª Entrevista (aquando da realização da tarefa "Uma mão, uma função?")

- Trabalharam bem em conjunto?
- Alguma vez tinham feito uma tarefa parecida com esta?
- Gostavam de trabalhar com a calculadora gráfica nas aulas? Porquê?
- Como é que gostavam de fazer nas aulas de matemática que ainda não é feito?
- O que acharam da tarefa? Foi difícil? Foi fácil?
- Conseguem fazer uma síntese do que foi feito na tarefa?
- De que forma é que a calculadora gráfica contribuiu para a resolução da tarefa?
- Como é que decidiam quando é que iam usar a calculadora gráfica ou o papel para responderem às questões da tarefa?
- O que é que aprenderam com esta tarefa?

2ª Entrevista: (aquando da realização da tarefa "Queques para todos")

- Trabalharam bem em conjunto?
- O que acharam da tarefa? Foi difícil? Foi fácil?
- Conseguem fazer uma síntese do que foi feito na tarefa?
- De que forma é que a calculadora gráfica contribuiu para a resolução da tarefa?
- Como é que decidiam quando é que iam usar a calculadora gráfica ou o papel para responderem às questões da tarefa?
- O que é que aprenderam com esta tarefa?