# DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

### Dóris Pereira Delignière

Licenciada em Ciências de Engenharia Civil

Modelação de ensaios experimentais de compressão axial e compressão-corte em modelos de alvenaria de pedra tradicional através de modelos de partículas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil – Perfil de Construção

Universidade NOVA de Lisboa Maio, 2023





Modelação de ensaios experimentais de compressão uniaxial e compressão-corte em modelos de alvenaria de pedra tradicional através de modelos de partículas

#### Dóris Pereira Delignière

Licenciada em Ciências de Engenharia Civil

Orientadora: Professora Doutora Ildi Cismasiu,

Professora Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa

Coorientador: Doutor Nuno Monteiro Azevedo,

Investigador Auxiliar, Departamento de Barragens de Betão, Laboratório Nacional de Engenharia Civil

Júri:

Presidente: Professora Doutora Maria Teresa Grilo Santana,

Professora Auxiliar, FCT-NOVA

Arguente: Professor Doutor Fernando Farinha da Silva Pinho,

Professor Auxiliar, FCT-NOVA

Vogal: Doutor Nuno Monteiro Azevedo,

Investigador Auxiliar, LNEC

Modelação de ensaios experimentais de compressão uniaxial e compressão-corte em modelos de alvenaria de pedra tradicional através de modelos de partículas
Copyright © Dóris Pereira Delignière, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.
A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio
conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não

comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Para o meu avô.

#### **AGRADECIMENTOS**

Quero exprimir os meus agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, permitiram que esta dissertação se concretizasse.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer à Professora Doutora Ildi Cismasiu, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, que acreditou em mim desde o início, mesmo sabendo que eu não fazendo parte do Perfil de Estruturas, mas sim de Construção. Acreditou que eu seria capaz e foi incansável na prestação da sua ajuda e conselhos. Agradeço por me ter apresentado a este tema de trabalho, que eu desconhecia totalmente, mas que me aliciou bastante, o que contribuiu para a minha motivação crescente em prosseguir e terminar este trabalho de que me orgulho.

Agradeço, de igual forma, ao Doutor Nuno Azevedo, do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, por toda a prestação da sua ajuda e por me ter ensinado tantas coisas sobre o tema do trabalho que me fascinaram. Foi incansável durante todo este tempo, sempre disponível para tirar as minhas dúvidas, sempre bem-disposto, e sem a sua ajuda este trabalho não seria possível. Muito obrigada por todo o conhecimento que partilhou comigo.

Aos meus colegas do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, quero agradecer-lhes a ajuda, o bom convívio, as boas discussões e todos os momentos que passámos.

Quero também fazer um agradecimento especial ao Jorge, técnico e ajudante do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, por toda a sua disponibilidade em ajudar nos trabalhos realizados no laboratório de estruturas e pela sua simpatia, consideração e preocupação para comigo.

Um agradecimento caloroso aos meus colegas de curso, com quem ao longo destes anos partilhámos muitos momentos, uns mais especiais que outros, mas de igual importância.

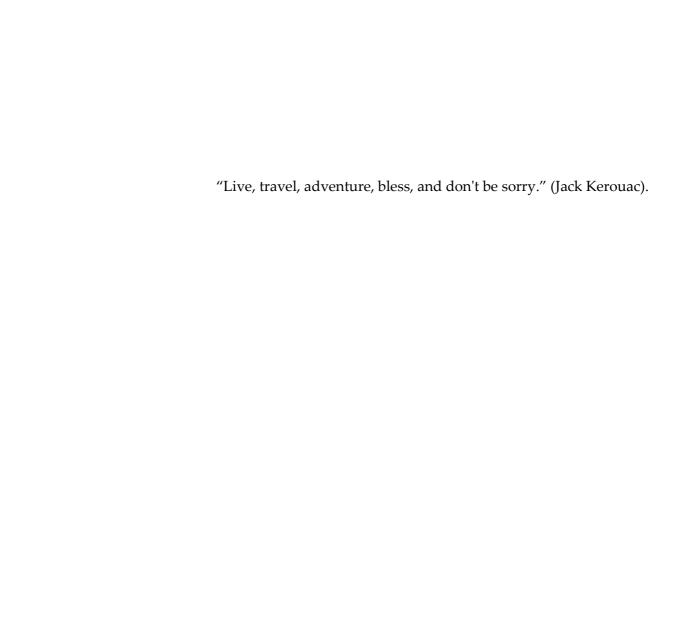
Nunca me esquecerei as conversas divertidas, o nervosismo que todos sentíamos com a chegada dos testes e trabalhos, mas sobretudo do espírito de grupo que havia em nós.

À Sónia, ao Paulo, ao Tiago e sobretudo à Catarina eu quero agradecer do fundo do meu coração a motivação, o carinho e o apoio que sempre me deram ao longo de todo este percurso. A vocês o meu grande obrigada... por tudo.

Aos meus amigos eu agradeço que sempre estiveram ao meu lado e puxaram por mim: o Afonso, o Henrique, o Tiago, a Marisa, o Bruno, o Ricardo, o Raúl e o Luís.

Quero agradecer ao meu coelho Jack, por ter sido o meu conforto e fonte de alívio.

Por fim, e o mais importante, eu quero agradecer imenso à minha família que, com os altos e baixos do meu percurso universitário, sempre acreditaram em mim, nas minhas capacidades, no meu próprio ser enquanto pessoa e que se sacrificou para que eu tivesse esta oportunidade. À minha mãe Paula, eu agradeço todo o amor que sempre me deu ao longo da minha vida. Ao meu pai Vincent, por todo o apoio e motivação que senti da sua parte desde sempre. Às minhas irmãs Verónica e Camila, por serem uma constante fonte de inspiração. E ao meu avô Hermenegildo, a quem eu dedico esta dissertação, pois foi ele o primeiro a dizer que seria a engenheira da família. Eu amo-vos muito, com todo o meu coração.



#### RESUMO

O comportamento estrutural das paredes de alvenaria de pedra tradicional existente é ainda uma tarefa difícil de se prever, tanto no comportamento experimental como na modelação numérica, devido à sua natureza composta e complexa: heterogeneidade e incerteza nas propriedades materiais dos seus constituintes, a variabilidade do posicionamento e da geometria das unidades de pedra, entre outros.

Nesta dissertação procurou-se melhorar a previsão do modelo numérico sob compressão uniaxial e compreender o comportamento das paredes de alvenaria de pedra antigas não reforçadas através da simulação numérica da aplicação de cargas de compressão-corte no plano da parede, em termos de capacidade resistente, ductilidade e análise dos mecanismos de rotura.

Para este efeito adotou-se uma estratégia de micro-modelação da alvenaria usando um modelo de partículas 2D (MP). Os modelos numéricos foram criados tendo por base os modelos experimentais, muretes construídos com técnicas construtivas tradicionais portuguesas, realizados na FCT-NOVA disponíveis na literatura de especialidade.

O modelo numérico é gerado através de um processo de mapeamento de unidades de pedra e juntas de argamassa. No modelo 2D-PM os elementos constituintes, a pedra e a argamassa, são representados como conjuntos de partículas que interagem entre si, podendo assim representar a sua heterogeneidade física e material. As propriedades resistentes e elásticas dos contactos foram calibradas com base em dados experimentais.

A validação numérica dos modelos MP dos muretes de alvenaria de pedra tradicional sob condições de compressão uniaxial e de compressão-corte foram realizados recorrendo ao software Parmac2D.

Os resultados apresentados mostram que os modelos 2D-PM são capazes de prever a resposta em termos de diagrama força-deslocamento, incluindo a capacidade resistente

máxima, a rigidez inicial, o padrão da propagação das fendas e os modos de rotura finais do murete observados experimentalmente sob condições de carregamento distintas.

Adicionalmente são apresentados os resultados dos estudos paramétricos realizados que permitem uma melhor concordância entre as previsões numéricas (compressão uniaxial e compressão-corte) e a resposta experimental mostrando a relevância das propriedades de resistência da interface argamassa-pedra no comportamento macroscópico global.

Palavas chave: Paredes de alvenaria de pedra tradicional, Método dos Elementos Discretos, Modelo de Partículas, Ensaios de compressão e compressão-corte, Contacto argamassa -pedra.

### **ABSTRACT**

The structural behavior of ancient stone masonry walls is still challenging to predict, both experimentally and numerically, due to their composite and complex nature: heterogeneity and uncertainty in the material properties of their constituents, the variability of positioning and geometry of stone units, among others.

The study conducted during this dissertation aimed at improving the prediction of the numerical model under uniaxial compression and to further understand the behaviour of unreinforced old stone masonry walls, in terms of loading capacity, ductility, and analysis of failure mechanisms, through the numerical simulation of the application of compression-shear loads in the wall plane.

For this purpose, a micro modeling strategy of the masonry using a 2D particle model (PM) was adopted. The numerical models were created based on experimental models built with traditional Portuguese construction techniques. The experimental research has been carried out at FCT-NOVA and reported in the specialized literature.

The numerical models are generated through a mapping process of the stone units and of the mortar joints. In the 2D-PM model, the constituent elements, stone and mortar, are represented as sets of particles that interact with each other, thus being able to represent their physical and material heterogeneity. The strength and elastic contact properties were calibrated based on known experimental data.

The numerical validation of PM models of the rubble stone masonry walls under uniaxial compression and compression-shear conditions were carried out using the *Parmac2D* software.

The presented results show that the 2D-PM models are able to predict the response in terms of the force-displacement diagram, the initial stiffness, the maximum strength, the crack

propagation pattern and the final failure modes of the rubble stone masonry walls observed experimentally under different loading conditions.

Additionally, the results of the parametric studies performed are presented, which allow a better agreement between the numerical predictions (uniaxial compression and shear-compression) and the experimental response showing the relevance of the strength properties of the mortar-stone interface in the global macroscopic behavior.

**Keywords**: Ancient rubble-stone masonry walls, Discrete Element Method, Particle Model, Compression and compression-shear tests, mortar-stone interface.

# ÍNDICE DO TEXTO

1	I	NTRODUÇÃO	1
	1.1	Aspetos gerais	1
	1.2	Objetivos e metodologia	3
	1.3	Comportamento da alvenaria face à ação sísmica	4
	1.4	Modelo numérico adotado	5
	1.5	Organização da dissertação	6
2	N	MODELOS DE PARTÍCULAS - MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS	7
	2.1	Introdução	7
	2.2	Método dos Elementos Discretos	7
	2.3	Formulação de modelos de partículas 2D usando o MED	8
	2.4	Modelo computacional Parmac2D	11
	2.5	Lei de força-deslocamento	12
	2.6	Lei do movimento (2ª Lei de Newton)	15
	2.7	Rigidez e resistência no contacto	17
	2.8	Passo de cálculo	18
	2.9	Amortecimento local	19
3	N	MODELOS CONSTITUTIVOS DE CONTACTO	21
	3.1	Introdução	21
	3.2	Modelo frágil com tensão de tração limite	22

	3.3 Me	odelo de enfraquecimento bilinear	24
	3.3.1	Energia de fratura	24
	3.3.2	Modelo MC21	26
	3.4 Res	sultados obtidos com o modelo de contacto MC1 e MC21	27
	3.4.1	Ensaio de tração simples	28
	3.4.2	Ensaio de corte puro	29
	3.4.3	Ensaio de compressão-corte e corte em tração	31
4	ENSAI	OS DE COMPRESSÃO AXIAL E COMPRESSÃO-CORTE EM MODELOS	;
E	XPERIMENT	AIS	35
	4.1 Int	rodução	35
	4.2 Cla	ssificação de paredes de edifícios antigos	35
	4.2.1	Paredes de alvenaria ordinária	37
	4.3 Mc	delos experimentais de alvenaria ordinária	37
	4.3.1	Processo construtivo dos muretes	38
	4.3.2	Caracterização dos materiais utilizados na construção dos muretes	40
	4.3.3	Modelos experimentais	45
5	Geraç	ÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	49
	5.1 Int	rodução	49
	5.2 Ge	ração aleatória do sistema de partículas	49
	5.3 De	finição dos pontos de contacto	52
	5.4 De	finição e elaboração dos modelos computacionais dos muretes	54
	5.4.1	Levantamento fotográfico	54
	5.4.2	Marcação dos pontos	57
	5.4.3	Geração do modelo numérico no Parmac2D	59
	5.5 Cal	libração dos parâmetros do modelo de partículas	61
	5.5.1	Propriedades mecânicas dos contactos	63
	552	Parâmetros ótimos de calibração	64

6 MODE		ODELAÇÃO NUMÉRICA DOS ENSAIOS DE COMPRESSÃO AXIAL	67
	6.1	Introdução	67
	6.2	Ensaio de compressão uniaxial	67
	6.2.	1 Estudo paramétrico I	68
	6.2.2	2 Estudo paramétrico II	72
	6.2.3	3 Análise dos estudos paramétricos	79
7	Mo	ODELAÇÃO NUMÉRICA DOS ENSAIOS DE COMPRESSÃO-CORTE	81
	7.1	Introdução	81
	7.2	Ensaio monotónico de compressão-corte	81
	7.2.	1 Estudo paramétrico I	82
	7.2.2	2 Estudo paramétrico II	85
	7.2.3	3 Estudo paramétrico III	91
	7.2.4	4 Análise dos estudos paramétricos	95
8	Co	ONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	99
	8.1	Principais conclusões sobre o trabalho realizado	99
	8.2	Recomendações para trabalhos futuros	100

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. 1 - Modos de rotura comuns em paredes	4
Figura 2.1 - Ciclo MED de Cundall.	. 10
Figura 2.2 - Definição gráfica de partícula e parede	. 11
Figura 2. 3 - Tipos de contacto: a) contacto partícula-partícula; b) contacto partícula-parede.	
	. 12
Figura 2. 4 -Modelo de contacto linear entre duas partículas.	. 17
Figura 3. 1 - Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite	. 22
Figura 3.2 - Arestas de Voronoi.	. 23
Figura 3. 3 - Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite: relação	
entre a força e o deslocamento relativo entre partículas, nas direções normal (a) e tangencial	
(b)	. 24
Figura 3. 4 - Energia de fratura num gráfico tensão-deformação	. 25
Figura 3. 5 - Modos de fratura de materiais frágeis	. 25
Figura 3. 6 - Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear: a) à tração e b) ao corte	. 26
Figura 3. 7 - Sentido das velocidades aplicadas na partícula no modelo partícula/parede	
nos ensaios de tração e corte	. 27
Figura 3. 8 - Ensaio de tração simples: curvas de tensão-deslocamento, considerando	
diferentes energias de fratura (modelo MC21 e MC1)	. 28
Figura 3. 9 - Ensaio de tração simples: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma	
energia de fratura de 0,45 N/mm (modelo MC21)	. 29
Figura 3. 10 - Ensaio de corte puro: curvas de tensão-deslocamento, considerando	
diferentes energias de fratura (modelos MC21 e MC1).	. 30

Figura 3. 11 - Ensaio de corte puro: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma	
energia de fratura de 1,50 N/mm (modelo MC21)	30
Figura 3. 12 - Ensaio compressão/corte: curvas de tensão-deslocamento, considerando	
diferentes tensões normais (modelo MC21).	31
Figura 3. 13 - Ensaio de corte em tração: curvas de tensão-deslocamento, considerando	
diferentes tensões normais (modelo MC21).	32
Figura 3. 14 - Ensaio compressão-corte: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma	
energia de fratura de 1,00 N/mm.	33
Figura 3. 15 - Gráfico tensão tangencial-deslocamento para um ensaio considerando uma	
tensão normal de compressão de 1,0 MPa e para um ensaio de corte puro.	34
Figura 4. 1 - Tipos de paredes resistentes: a) parede de adobe; b) parede de taipa; c) parede	
de alvenaria de pedra; d) parede de alvenaria de tijolo maciço	36
Figura 4. 2 - Esquematização dos modelos experimentais.	38
Figura 4. 3 - Construção dos modelos experimentais	38
Figura 4. 4 - Curva granulométrica	42
Figura 4. 5 - Diagrama do módulo de elasticidade dinâmico em função do tempo	44
Figura 4. 6 - Diagrama de tensão-deslocamento dos muretes M42, M21 e M32	46
Figura 4.7 – Diagramas de: a) força horizontal máxima e força vertical média e b) resultante	
aplicada nos muretes de referência	47
Figura 4. 8 - Diagrama de tensão-deslocamento dos muretes M20, M5 e M12	47
Figura 5. 1 - Representação de uma parede, desde cada unidade de pedra até ao conjunto	
final de partículas	50
Figura 5. 2 - Evolução do modelo desde a estrutura granular simples à geometria dos	
planos de contacto	53
Figura 5. 3 - Duas faces frontais do murete M57, já com os contornos	54
Figura 5. 4 - Duas faces frontais do murete M12, sem contornos em cima, com contornos	
em baixo.	55
Figura 5. 5 - Processo de transporte, limpeza, preparação e pintura do murete M57	57
Figura 5. 6 - Fases de geração da lista de pontos coordenados segundos os eixos X e Y	58
Figura 5. 7 - Geração dos polígonos no programa Parmac2D do murete M57. Lado B	58

$Figura\ 5.\ 8-Processo\ de\ criação\ dos\ modelos\ numéricos\ MP\ representativos\ da\ face\ frontal$	
do murete M57, Lado B, com ampliação da assembleia de partículas, incluindo os contactos	
entre partículas.	60
Figura 5. 9 - Geração do provete	62
Figura 5. 10 - Quadro síntese do processo de calibração de $E$ e $v$	63
Figura 5. 11 - Quadro síntese do processo de calibração de $\sigma t$ e $\sigma c$	64
Figura 6. 1 - Provetes numéricos do murete M57.	. 69
Figura 6. 2 - Resultados numéricos do modelo M57 e experimental M21 - curva de tensão-	
deslocamento.	69
Figura 6. 3 - Provetes numéricos do murete M12.	. 70
Figura 6. 4 - Resultados numéricos do modelo M12 e experimental M21 - curva de tensão-	
deslocamento.	71
Figura 6. 5 - Resultados numéricos do modelo M57-PA0.5, M12-PA0.5 e experimental M21	
- curva de tensão-deslocamento.	.72
Figura 6. 6 - Resultados numéricos do murete M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-	
deslocamento; b) figuras de rotura.	.73
Figura 6. 7 - Resultados numéricos do murete M12-PA0.5: a) diagrama de tensão-	
deslocamento; b) figuras de rotura.	74
Figura 6. 8 - Resultados numéricos do modelo M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-	
deslocamento e curva de dano; b) figuras de rotura.	. 75
Figura 6. 9 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5: diagrama de tensão-	
deslocamento e curva de dano.	.76
Figura 6. 10 - Ensaio de compressão uniaxial sobre o murete M21 (Pinho, 2007)	. 77
Figura 6. 11 - Resultados numéricos de modelo M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-	
deslocamento e curva do número de fendas; b) figuras de rotura por fendas	. 78
Figura 7. 1 - Resultados numéricos do modelo M57 e experimental M12 - curva de tensão-	
deslocamento.	. 83
Figura 7. 2 – Figuras de rotura para o modelo numérico do murete M57, Lado A, ao início	
(a) e ao fim (b) do ensaio monotónico de compressão-corte.	84
Figura 7. 3 – Influencia da força de compressão no ensaio de compressão-corte: a)	
movimento de corpo rígido: h) compressão do murete	8/1

Figura 7. 4 - Resultados numéricos e experimentais do modelo M12 - curva de tensão-
deslocamento.
Figura 7. 5 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5 e experimental M12 - curva
de tensão-deslocamento.
Figura 7. 6 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-
deslocamento; b) figuras de rotura
Figura 7. 7 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-
deslocamento e curva de dano; b) figuras de rotura por dano
Figura 7. 8 - Resultados numéricos de modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-
deslocamento e curva do número de fendas; b) figuras de rotura por fendas90
Figura 7. 9 - Resultados numéricos dos modelos M12-CM, M12-PA0.5-V0.5 e experimental
M12 - curva de tensão-deslocamento
Figura 7. 10 - Modos de rotura dos lados A e B do murete M12: a) experimentais (Pinho,
2007), b) modelo M12-CM
Figura 7. 11 - Resultados numéricos dos modelos M12-Cm, M12-PA0.5-V0.5 e experimental
M12 - curva de tensão-deslocamento. 94
Figura 7. 12 - Figuras de rotura finais do modelo M12-Cm, Lado A: a) modo de rotura e b)
fendas formadas
Figura 7. 13 - Curvas de tensão-deslocamento dos modelos numéricos realizados96
Figura 7. 14 - Relação entre tensão máxima de corte e tensão de compressão dos modelos
estudados

# ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3. 1 - Parâmetros considerados para o ensaio de tração simples do modelo	
partícula/parede	28
Tabela 3. 2 - Parâmetros considerados para o ensaio de corte puro do modelo	
partícula/parede	29
Tabela 3. 3 - Parâmetros considerados para o ensaio a variar a tensão normal do modelo	
partícula/parede	31
Tabela 3. 4 - Valores de tensão de corte obtidos com os modelos MC1 e MC21, para as	
tensões normais aplicadas	33
Tabela 4. 1 - Identificação, datas de construção e dimensões dos muretes	39
Tabela 4. 2 - Características físicas da pedra	41
Tabela 4. 3 - Propriedades elásticas e mecânicas da rocha calcária	41
Tabela 4. 4 - Granulometria das areias	42
Tabela 4. 5 - Características físicas das areias.	43
Tabela 4. 6 - Granulometria da cal aérea (valores médios)	43
Tabela 4. 7 - Características físicas da argamassa endurecida	44
Tabela 4. 8 - Propriedades elásticas e mecânicas da argamassa de cal aérea	45
Tabela 4. 9 - Resultados de ensaios de compressão axial (muretes não reforçados)	46
Tabela 5. 1 - Modelos numéricos - número de partículas e contactos	61
Tabela 5. 2 - Propriedades mecânicas: valores macroscópicos	65
Tabela 5. 3 - Propriedades mecânicas: valores de contacto	65

Tabela 6. 1 - Geometria dos muretes numéricos frontais	. 68
Tabela 6. 2 - Valores de tensão máxima de compressão dos ensaios numéricos e tempos de	
duração.	. 79
Tabela 7. 1 – Características do ensaio numérico de compressão-corte	. 82
Tabela 7. 2 – Características do ensaio numérico de compressão-corte	. 91
Tabela 7. 3 - Valores de tensão máxima de corte dos ensaios numéricos e tempos de	
duração	. 95

### **SIGLAS**

**DEC** Departamento de Engenharia Civil

**2D** Duas dimensões

FCT/NOVA Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa

LNEC Laboratório Nacional de Engenharia Civil

MED Método dos Elementos Discretos.

MEF Método dos Elementos Finitos

MC21 Modelo de contacto com enfraquecimento bilinear.

MC1 Modelo de contacto frágil

MP Modelos de Partículas

## **S**ÍMBOLOS

$\dot{\omega}_3$	Aceleração angular da partícula.
$\ddot{x}_i$	Aceleração de translação da partícula.
$ar{W}$	Altura total do contacto.
$A_c$	Área de contacto.
$\mu_c$ ou $\mu$	Coeficiente de atrito.
υ	Coeficiente de Poisson.
β	Coeficiente que exprime a forma da partícula.
$\Delta x_n^{[C]}$	Componente normal do incremento de deslocamento no ponto de contacto.
$\Delta x_{si}^{[C]}$	Componente tangencial do incremento de deslocamento no ponto de contacto.
$x_i$	Coordenada aleatória gerada para o centro da partícula no eixo $x$ .
$y_i$	Coordenada aleatória gerada para o centro da partícula no eixo y.
$D_A$	Diâmetro da partícula A.
$D_B$	Diâmetro da partícula B.
$D^s$	Diâmetro da partícula.
$D_{max}^s$	Diâmetro máximo da partícula.
$D_{min}^s$	Diâmetro mínimo da partícula.
γ	Diâmetro mínimo de duas partículas.

d Distância entre o centro de gravidade das partículas.

 $G_I$  Energia de fratura à tração.

 $G_{II}$  Energia de fratura ao corte.

 $G_f$  Energia de fratura.

t Espessura do sistema de partículas.

 $\eta$  Fator que relaciona a rigidez de corte e a rigidez normal do contacto.

 $g_i$  Força de aceleração no corpo.

 $C_{max}$  Força de coesão máxima.

 $F_{s,max}$  Força de corte máxima.

 $F_{n,max}$  Força de tração máxima.

 $F_H^{max}$  Força horizontal máxima.

 $F_n^{[C,anterior]}$  Força normal de contacto anterior.

 $F_n^{[c]}$  Força normal de contacto.

 $F_n$  Força normal.

 $F_i^{[C]}$  Força real de contacto.

 $F_{si}^{[C,corrigido]}$  Força tangencial de contacto anterior corrigida.

 $F_{st}^{[c]}$  Força tangencial de contacto.

 $F_i^{(t)}$  Força total aplicada no tempo t.

 $F_V$  Força vertical.

 $\Delta x_i^{[c]}$  Incremento de deslocamento no ponto de contacto.

 $\Delta F_n^{[C]}$  Incremento de força normal de contacto.

 $\Delta F_{si}^{[C]}$  Incremento de força tangencial de contacto.

 $\Delta t_{crit}$  Intervalo de tempo crítico.

 $t \pm n\Delta t/2$  Intervalo de tempo médio.

 $t \pm n\Delta t$  Intervalo de tempo primário.

 $\Delta t$  Intervalo de tempo.

 $m_i$  Massa generalizada de uma dada partícula relacionada com o grau de

liberdade i.

*m* Massa total da partícula.

*E* Módulo de elasticidade.

I Momento de inércia.

 $M_3^{(t)}$  Momento total aplicado no tempo t.

 $\eta_0, \eta_1$  ou  $\eta_2$  Número aleatório entre 0 e 1.

*n* Número de graus de liberdade.

 $e_i^{[W]}$  Ponto final da parede W.

 $b_i^{[W]}$  Ponto inicial da parede W.

*P* Porosidade.

 $x_i^{\Delta t}$  Posição do centro das partículas no instante  $\Delta t$ .

 $x_i^{(t+\Delta t)}$  Posição do centro das partículas no instante  $t + \Delta t$ .

 $x_i^{[A]}$  Posição do centro de massa da partícula genérica A.

 $x_i^{[B]}$  Posição do centro de massa da partícula genérica B.

 $x_k^{[W]}$  Posição do centro de rotação da parede W.

 $x_i^{[C]}$  Posição do ponto de contacto.

 $x_i^{[P]}$  Posição do ponto P.

 $R^{[A]}$  Raio da partícula genérica A.

 $R^{[B]}$  Raio da partícula genérica B.

*R* Resultante das forças.

 $k_n$  Rigidez normal de contacto.

 $k_s$  Rigidez tangencial de contacto.

 $\varepsilon_{ijk}$  ou  $\varepsilon_{lmn}$  Símbolo de permutação.

 $U^n$  Sobreposição do contacto.

Tensão máxima de coesão.  $\tau_c$  $\sigma_c$  ou  $\sigma_c^{max}$ Tensão máxima de compressão.  $au^{max}$  ou  $au_{s,max}$ Tensão máxima de corte.  $\sigma_t$ Tensão máxima de tração. Ē Termo de entrada na aplicação Parmac2D relacionado à coesão (calibração).  $\bar{\sigma}$ Termo de entrada na aplicação Parmac2D relacionado à tensão de tração e tensão de compressão (calibração).  $\bar{\alpha}$ Termo de entrada na aplicação Parmac2D relacionado ao coeficiente de Poisson (calibração).  $\bar{\mu}$ Termo de entrada na aplicação Parmac2D relacionado ao coeficiente de atrito (calibração). Ē Termo de entrada na aplicação Parmac2D relacionado ao Módulo de Young (calibração). D Valor de dano.  $X_{max}$ Valor máximo da secção geométrica definida para o provete no eixo x.  $Y_{max}$ Valor máximo da secção geométrica definida para o provete no eixo y.  $X_{min}$ Valor mínimo da secção geométrica definida para o provete no eixo x.  $Y_{min}$ Valor mínimo da secção geométrica definida para o provete no eixo y.  $\omega_3^{[W]}$ Velocidade angular do ponto do centro de rotação da parede W.  $\left(\dot{x}_{i}^{[C]}\right)_{\phi^{i}}$ Velocidade da entidade  $\phi^i$  no ponto de contacto.  $\dot{x}_i^{[\phi^i]}$ Velocidade de translação da entidade  $\phi^i$ .  $\dot{x}_i^{[W]}$ Velocidade de translação do centro de rotação da parede W.  $\dot{x}_{i}^{[P]}$ Velocidade de um ponto P da parede.  $\dot{x}_{i}^{[C]}$ Velocidade do ponto de contacto.  $\omega_i^{[\phi^i]}$ Velocidade rotacional da entidade  $\phi^i$ .

 $\omega_i^{(t\pm\Delta t/2)}$  Velocidades angulares generalizadas em intervalos médios.

 $\dot{x}_i^{(t\pm\Delta t/2)}$  Velocidades generalizadas em intervalos médios.

 $n_i$  Vetor normal.

 $t_i$  Vetor tangencial.

### Introdução

#### 1.1 Aspetos gerais

O crescente interesse no que respeita à conservação do património cultural e arquitetónico construído tem intensificado os estudos dos edifícios antigos. Classificam-se como edifícios antigos aqueles que foram construídos antes do advento do betão armado (Appleton, 2011), no início dos anos 40 do século XX. Antes desta data, o tipo de construção predominante em Portugal era em alvenaria, constituída principalmente por dois materiais: um material de enchimento que, geralmente, era abundante na região, como a pedra, juntando a um ligante, onde a cal se destaca.

Estes edifícios foram construídos antes da existência dos códigos e regulamentos de segurança estrutural. As paredes de alvenaria que constituíam elementos estruturais importantes eram calculadas para cargas verticais, reduzindo a sua espessura em altura em função da carga axial que suportavam. Este tipo de estruturas, pelas suas características arquitetónicas, técnicas construtivas e materiais usados, são particularmente vulneráveis à ação sísmica. Os edifícios de alvenaria podem entrar em colapso ou sofrer danos relevantes quando a capacidade resistente dos seus elementos não pode ser ativada pela interação das paredes no plano conferindo o comportamento de "caixa" e as ações sísmicas não são transferidas para as paredes laterais paralelas entre si, como se tem verificado durante eventos sísmicos passados (Mustafaraj et al., 2021), (Vlachakis et al., 2020), (Stepinac et al., 2021), (Pereira et al., 2021).

Para melhorar a segurança sísmica é necessário intervir na estrutura. A intervenção deve ser feita com base no enquadramento histórico da época em que a estrutura foi construída, as técnicas de construção então adotadas, as normas de projeto então existentes e as alterações sofridas.

Em Portugal, os edifícios antigos representam cerca de 50% do património edificado (INE, 2012), muitos dos quais correspondem a património classificado: monumentos, palácios, conventos, castelos, igrejas, entre outros. A legislação existente (Decreto-Lei n.º 95/2019) define as condições que explicitam que as intervenções de reabilitação devem ser acompanhadas de relatório de avaliação de vulnerabilidade sísmica e quando é necessário elaborar projeto de reforço sísmico.

Dada a diversidade dos edifícios antigos, o conhecimento adequado da variabilidade da geometria, das disposições e técnicas construtivas, a heterogeneidade e incerteza das características mecânicas dos materiais, entre outros, são um requisito essencial para se poder proceder a uma avaliação sísmica de um edifício existente (Candeias et al., 2020).

O comportamento estrutural das paredes de alvenaria de pedra antiga existente é ainda uma tarefa difícil de se prever, tanto na modelação experimental como na modelação numérica, devido à sua natureza: a variabilidade e incerteza nas propriedades mecânicas dos seus constituintes e a diversidade do posicionamento e da geometria das unidades de pedra, pelo que é fundamental continuar com o aprofundamento dos conhecimentos sobre o seu comportamento e desenvolver modelos de previsão mais próximos do comportamento observado.

A caraterização experimental de alvenarias é fundamental na compreensão do seu comportamento estrutural, da capacidade resistente e dos modos de rotura e constituem assim uma importante fonte de informação, em particular para o desenvolvimento e calibração de instrumentos analíticos. Os estudos de caraterização experimental, em geral, são realizados em modelos à escala construídos usando técnicas tradicionais e submetidos a ensaios com carregamentos estáticos (monotónicos/cíclicos) ou dinâmicos. A análise numérica é considerada um meio complementar e auxiliar de ensaios experimentais, permitindo avaliar o comportamento das paredes de alvenaria ao variar alguns parâmetros.

O tema desta dissertação enquadra-se no desenvolvimento e aplicação de modelos numéricos tendo em vista uma melhoria da compreensão do comportamento estrutural de paredes de alvenaria antiga.

# 1.2 Objetivos e metodologia

Estudos recentes provaram que os modelos de partículas podem ser utilizados com sucesso como ferramenta de previsão em paredes de alvenaria de pedra construída com argamassa de cal hidratada sob condições de carga de compressão uniaxial (Azevedo et al., 2022). Assim, com este trabalho, pretende-se numa primeira fase melhorar a concordância das previsões obtidas com o modelo de partículas com o comportamento experimental das paredes de alvenaria de pedra sob compressão uniaxial, nomeadamente a concordância entre o valor de resistência máxima e o valor de resistência residual. Com este objetivo realiza-se um estudo paramétrico em que se avalia a importância da ligação argamassa-pedra na resposta global do modelo numérico.

Numa segunda fase pretende-se demonstrar que o modelo de partículas adotado consegue reproduzir a resistência máxima, o modo de rotura e o comportamento mecânico global observado experimentalmente em paredes de alvenaria de pedra sob compressão-corte. Reconhece-se que as paredes de alvenaria de pedra dos edifícios antigos têm uma resistência razoável às cargas verticais, mas uma resistência ao corte e à tração consideravelmente inferior. Por este motivo é fundamental demonstrar que o modelo de partículas após calibração prévia consegue prever o comportamento observado experimentalmente para carregamentos mais complexos.

O trabalho de dissertação passa pelo desenvolvimento dos modelos numéricos a partir de imagens fotográficas de paredes de alvenaria antigas, pela realização de ensaios numéricos, pela análise dos resultados obtidos e comparação e validação com resultados experimentais disponíveis na literatura. Os modelos numéricos desenvolvidos têm como referência o trabalho experimental realizado em paredes de alvenaria de pedra ordinária com argamassa de cal aérea por Pinho (2007).

Este trabalho enquadra-se no projeto de investigação do Laboratório Nacional de Engenharia Civil "Soluções de ponta para a avaliação sustentável das fundações de barragens de betão", que está a ser desenvolvido em parceria com a Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa. Neste projeto, modelos de partículas são adotados em zonas localizadas onde se prevê que ocorra fendilhação durante a análise de estabilidade.

## 1.3 Comportamento da alvenaria face à ação sísmica

As paredes de alvenaria de pedra são elementos estruturais importantes em muitas construções históricas, e desempenham um papel fundamental na capacidade resistente no caso da ocorrência de sismos. Em geral, os danos provocados por ações sísmicas em edifícios de alvenaria podem ser interpretados essencialmente como dois mecanismos de colapso fundamentais localizados nos painéis de alvenaria: mecanismo fora-do-plano e no-plano.

A alvenaria apresenta uma boa resistência à compressão, no entanto, verifica-se que a sua capacidade de suportar tensões de tração e de corte é muito baixa. O comportamento frágil da alvenaria de pedra, quando solicitada à tração e ao corte, deve-se à heterogeneidade das suas propriedades.

Quando submetidas simultaneamente a forças de compressão e de corte no seu plano, as paredes de alvenaria apresentam dois tipos de comportamento associados a diferentes modos de rotura: derrubamento e esmagamento (comportamento de flexão); deslizamento e tração diagonal (comportamento de corte). Na Figura 7.1 estão representados os quatro principais modos de rotura (Oliveira et al., 2016).

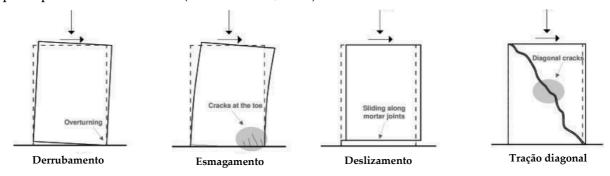


Figura 1.1 - Modos de rotura comuns em paredes (Oliveira et al., 2016).

O derrubamento ocorre quando a parede começa a se comportar como um corpo rígido, rodando na própria base. O esmagamento ocorre quando existem zonas onde as tensões de compressão são muito elevadas sendo superiores à capacidade resistente da alvenaria. O deslizamento é um fenómeno associado à presença de forças horizontais aplicadas no nembo superiores à resistência de corte, provocando o deslizamento da parede ao longo da sua base. Por fim, a tração diagonal ocorre quando os esforços de tração gerados pela ação sísmica e força vertical são superiores à resistência de tração do painel de alvenaria, formando fendas diagonais que se desenvolvem no centro da parede e se propagam até aos cantos (Taquenho, 2017) (Oliveira et al., 2016).

#### 1.4 Modelo numérico adotado

O comportamento de fratura de sólidos como o betão, rocha ou outros materiais frágeis submetidos a cargas severas tem-se tornado uma área de estudo crescente nos anos recentes (Tavarez et al., 2006). Estes materiais são complexos e extremamente heterogéneos e reproduzir o seu comportamento exibido, através de métodos contínuos, requere a elaboração de modelos constitutivos muito complexos contendo um grande número de parâmetros e de variáveis internas. O Método dos Elementos Discretos, originalmente desenvolvido por Cundall e Strack (Cundall et al., 1979) tem provado ser uma ferramenta numérica poderosa e versátil para modelar o comportamento de sistemas granulares, bem como para estudar a micromecânica de materiais como os solos ao nível das suas partículas.

Na modelação de paredes de alvenaria de pedra através de um modelo de partículas baseado no Métodos dos Elementos Discretos, os seus elementos constituintes, como as pedras e a argamassa, são entendidos como um esqueleto de partículas agregadas de vários tamanhos em contacto direto, com ligações do tipo coesivas que permite a esse mesmo esqueleto suportar forças de tração (Souza, 2019) (Azevedo et al., 2016). Desta forma, estes modelos permitem representar de forma explicita os mecanismos de fratura do material (Bazant, 1986).

Para sistemas com dano severo, o Método dos Elementos Discretos oferece uma variedade de recursos face a métodos baseados em meios contínuos, com a principal característica de se poder constituir modelos de elementos sólidos como modelos de elementos de partículas (Tavarez et al., 2006). Métodos baseados em meios contínuos, como o Método dos Elementos Finitos, são desafiadores para se conseguir aplicar a este tipo de problemas, devido à necessidade de elaborar modelos constitutivos contínuos e grande distorção dos elementos. Por outro lado, o Método dos Elementos Discretos tem a capacidade de capturar o comportamento complexo de certos materiais usando um esquema de discretização que é simples em conceito e em implementação, com suposições simples e utilização de micropropriedades para definir os contactos elemento-elemento.

Para estruturas de alvenaria de pedra, os modelos de partículas, e em geral o Método dos Elementos Discretos, têm a capacidade de representar a natural irregularidade da sua geometria e a estrutura do material e, portanto, conseguem simular padrões complexos do desenvolvimento de fissuras e fendas nas unidades de pedra ou nas juntas de argamassa, que caracterizam a sua resposta (Azevedo et al., 2016).

Nesta dissertação, na modelação de paredes de alvenaria de pedra utilizou-se o Método dos Elementos Discretos, incorporado no programa *Parmac2D* desenvolvido por Azevedo(2003).

## 1.5 Organização da dissertação

Esta dissertação tem oito capítulos e está organizada da seguinte forma:

**Capítulo 1 - Introdução**, onde são apresentados os aspetos gerais do tema da dissertação, os objetivos da mesma e a sua organização.

Capítulo 2 - Modelos de partículas - Métodos dos Elementos Discretos, onde é feita uma contextualização e formulação do Método dos Elementos Discretos bem como a sua importância para os modelos de partículas e ainda em que consiste o programa *Parmac2D*.

Capítulo 3 - Modelos constitutivos de contacto, onde se introduzem os modelos constitutivos de contacto que serão objeto de estudo, analisando-se o seu comportamento em ensaios de tração simples, corte puro, compressão/corte e tração/corte.

Capítulo 4 - Ensaios de compressão uniaxial e compressão-corte em modelos experimentais, onde é feita uma breve introdução sobre paredes de alvenaria de pedra ordinária, para de seguida ser descrito parte do trabalho que (Pinho, 2007) desenvolveu a respeito dos seus ensaios de compressão uniaxial e compressão-corte em muretes de alvenaria de pedra.

Capítulo 5 - Geração e calibração do modelo numérico, onde é descrito o procedimento para a elaboração dos modelos numéricos dos muretes de alvenaria de pedra; também é descrita como foi feita a calibração dos parâmetros numéricos necessários a inserir nos modelos.

Capítulo 6 - Ensaios de compressão uniaxial dos modelos numéricos, onde são revelados os resultados numéricos obtidos para os ensaios de compressão uniaxial, comparando com os resultados experimentais de (Pinho, 2007).

Capítulo 7 - Ensaios de compressão-corte dos modelos numéricos, onde são revelados os resultados numéricos obtidos para os ensaios de compressão-corte, comparando com os resultados experimentais de (Pinho, 2007).

Capítulo 8 - Conclusões e trabalhos futuros, onde é feito um resumo do trabalho realizado, quais foram os aspetos mais relevantes e os que condicionaram mais esta dissertação; por fim, seguem-se recomendações para eventuais trabalhos futuros.

# MODELOS DE PARTÍCULAS - MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

#### 2.1 Introdução

Neste capítulo é feita uma breve síntese do Método dos Elementos Discretos (MED), a sua origem, revisão da literatura sobre as principais contribuições, bem como se explica como os Modelos de Partículas (MP) são integrados. Na segunda parte deste capítulo é apresentada a formulação do MED e como este é implementado no *software Parmac2D*.

#### 2.2 Método dos Elementos Discretos

O desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos (MEF) e a sua grande aceitação na comunidade de engenharia durante os anos 60 constituiu uma ferramenta valiosa como um método de análise estrutural (Lemos, 2016). Para representar melhor o comportamento descontínuo, como é o caso das rochas ou das alvenarias, Goodman et al. (1968) propuseram a adição dos elementos de junta.

A análise pelo MEF tem sido aplicada em alvenarias em vários casos de estudo (Colville et al. 1991). Apesar da natureza complexa das alvenarias, e, em particular, a presença de argamassa nas juntas a atuarem como planos de descontinuidade, têm sido bem estudados, por exemplo, em Hegemier et al. (1978), Page (1978), Samagasinghe (1980) e Stafford-Smith et al. (1970). Em aplicações mais recentes a estes estudos, utilizando o MEF em estruturas de alvenaria, têm considerado a alvenaria como um conjunto de unidades/blocos e argamassa

num só material homogéneo, com propriedades médias, e a influência de juntas de argamassa mais frágeis têm sido ignoradas (Saw, 1974) (Yettram et al., 1971).

Os efeitos das propriedades de materiais não-lineares em conjunto com um modelo separado das unidades de alvenaria e juntas de argamassa têm sido incluídos. Hegemier et al. (1978) e Page (1978) modelaram alvenarias de tijolo como um conjunto de elementos contínuos elásticos, que simulam o tijolo, a atuarem em conjunto com elementos de ligação, que simulam as juntas de argamassa. Neste caso, a deformação das juntas de argamassa limitava-se apenas na direção normal e paralela à direção das juntas, para que os esforços normal e de corte pudessem ser transmitidos ao longo da junta.

Uma abordagem diferente foi proposta por Cundall (1971) no que toca a casos de estudo em sistemas descontínuos, como as alvenarias, onde se admite que os blocos interagem mecanicamente entre si através de uma série de pontos de contacto (Lemos, 2016). Cundall aplicou uma solução explícita através de um algoritmo baseado na relaxação dinâmica em vez de métodos matriciais comuns. Com estas ferramentas, Cundall conseguiu simular toda a evolução dos processos de colapso dos blocos tendo em conta as mudanças na geometria e no contacto devido a grandes deslocamentos, incluindo a total separação dos blocos.

O objetivo inicial de Cundall era a análise de taludes rochosos, mas essa abordagem logo foi reconhecida por ser de grande interesse em muitos outros campos da engenharia que lidam com estruturas complexas e descontínuas com comportamento fortemente não-linear. A esta abordagem foi dada o nome de Método dos Elementos Discretos (MED).

No final século XX, começaram a ser adotados modelos detalhados de partículas 2D (MP) para o estudo da fratura no betão e em rocha. Os modelos MP têm em conta a estrutura granular e a heterogeneidade do elemento que permitem reproduzir um comportamento macroscópico do material semelhante ao comportamento observado em laboratório. São conceptualmente mais simples do que os modelos baseados numa análise contínua, pois têm por base leis de interação simples entre partículas que permitem gerar um material sintético com um comportamento próximo do expetável em rocha (Azevedo et al., 2013).

# 2.3 Formulação de modelos de partículas 2D usando o MED

O MED discretiza um material usando elementos rígidos de geometria simples que interagem com a sua vizinhança de acordo com as leis de interação que existem nos pontos de contacto (Tavarez et al., 2006). Os elementos rígidos podem ter várias geometrias, no entanto

na maior parte dos casos utilizam-se elementos de geometria circular ou esférica como forma de simplificação.

O procedimento de análise pelo MED consiste em três passos: (I) uso de algoritmos de deteção de contactos; (II) cálculo das forças internas que atuam sobre as partículas, e (III) uso das leis de movimento (segunda lei de Newton) para calcular acelerações, velocidades e deslocamentos.

Numa análise MED 2D, a interação dos elementos é tratada como um processo dinâmico que vai alternando entre a segunda lei de Newton e a lei de força-deslocamento nos contactos. A partir da segunda lei de Newton obtém-se a aceleração de um elemento resultando das forças a atuar sobre este, incluindo forças gravitacionais, forças externas determinadas pelas condições de fronteira, e forças internas determinadas nos contactos. A aceleração é então integrada de forma a obter a velocidade e a posição. A lei da força-deslocamento é utilizada para calcular as forças de contacto de posições conhecidas. As equações de movimento são integradas no tempo usando o método das diferenças centrais.

Na formulação do MED, que será descrita a seguir, segundo Azevedo (2003), os elementos discretos serão assumidos como partículas circulares rígidas com três graus de liberdade (duas translações e uma rotação) e as partículas permitem a sobreposição em relação umas às outras nos seus pontos de contacto.

De acordo com Cundal et al. (1992) um modelo de elementos discretos tem de permitir deslocamentos e rotações finitas das partículas discretas e ser capaz de reconhecer novos contactos à medida que o cálculo avança.

O ciclo MED é então baseado num esquema de equilíbrio de um local explícito, onde o deslocamento de cada partícula é definido usando a soma das forças nos contactos, como mostra a Figura 2.1.

O ciclo de cálculo do algoritmo de elementos discretos é baseado em duas leis: a lei de força-deslocamento e a lei do movimento, em que:

 Lei de força-deslocamento: o conjunto de forças a atuar em cada partícula relaciona-se com o deslocamento da partícula em relação às partículas com que interage; • Lei do movimento: dadas as forças aplicadas, a segunda lei de Newton é aplicada de maneira a definir a nova posição da partícula.

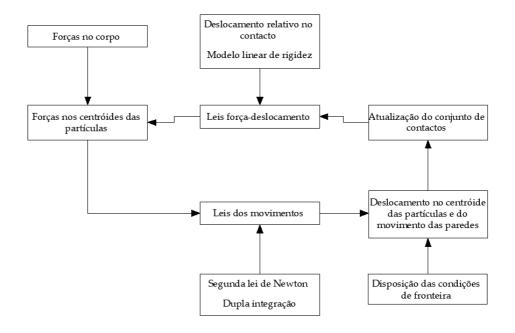


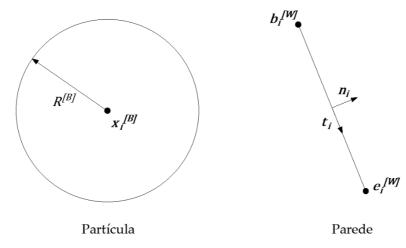
Figura 2.1 - Ciclo MED de Cundall (Cundall et al., 1992).

A lei de força-deslocamento adotada assume que durante um único passo de cálculo as perturbações apenas se propagam de uma partícula, ou bloco de partículas, para a sua vizinhança, seguida de uma aproximação onde a sobreposição das partículas é aceite. Esta sobreposição não é uma sobreposição real, mas indica, de uma forma indireta, a deformação dos corpos ao interagirem no ponto de contacto.

As entidades principais nesta formulação, identificadas na Figura 2.2, são: a partícula circular, usada na discretização física da estrutura a ser analisada e o elemento parede em que a sua função principal é definir as condições de fronteira.

Usando um grupo de partículas circulares em vez de polígonos deformáveis tem a grande vantagem de que com as partículas circulares é mais simples de detetar o contacto e de representar o mesmo. A formulação utiliza um esquema de diferenças finitas explícito e também permite uma análise não-linear sem a necessidade de executar um procedimento iterativo num processo incremental.

Neste trabalho, o programa *Parmac2D* vai atender a todos estes pressupostos do MED segundo o que foi enunciado por Cundall.



 $R^{[B]}$  – Raio da partícula

 $x_i^{[B]}$  – Centro de gravidade da partícula

 $\boldsymbol{b_i^{[W]}}$  - Ponto inicial da parede

 $oldsymbol{e_i^{[W]}}$  - Ponto final da parede

 $n_i$  - Vetor normal à parede

 $t_i$  - Vetor tangencial à parede

 $\boldsymbol{W}$  - parede

Figura 2.2 - Definição gráfica de partícula e parede, (adaptado de (Azevedo, 2003)).

# 2.4 Modelo computacional Parmac2D

O *Parmac2D* é um programa de cálculo automático bidimensional que tem por base o MED, mais propriamente o modelo de partículas VCGM-2D. Este programa permite, de forma aleatória, gerar modelos de partículas circulares com raio variável limitado à máxima e mínima dimensão dos agregados considerados (Manco, 2018). Desta forma, o *Parmac2D* permite a realização de ensaios numéricos em modelos numéricos, simulando ensaios mecânicos em estruturas.

Cada partícula apresenta três graus de liberdade, ou seja, dois movimentos de translação nos eixos globais e uma rotação, como se apresenta no Anexo A. Além disso, o programa assume várias hipóteses tais como: as partículas são tratadas como corpos rígidos e os contactos ocorrem no ponto de contacto; é permitida a sobreposição de partículas nos pontos de contacto e todas as partículas são circulares. O programa também tem a vantagem

de que podem ser formados conjuntos de partículas parcialmente sobrepostas, que se comportam como corpos rígidos ou deformáveis (Manco, 2018).

Além do conjunto de partículas circulares, é permitido criar uma entidade auxiliar, a parede, para que as condições de fronteira do sistema sejam definidas a partir dessa estrutura auxiliar (Souza, 2019).

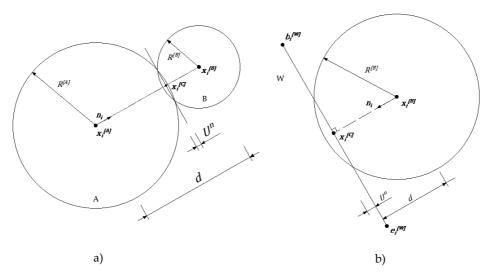
O *Parmac2D* é uma aplicação que exige que os dados de entrada sejam introduzidos por meio de uma "folha de código explícita" contendo informação necessária para a definição da geometria, as propriedades dos materiais e as funções de cálculo do modelo a analisar. Este algoritmo foi desenvolvido pelo investigador Nuno Azevedo no âmbito da sua dissertação de doutoramento (Azevedo, 2003).

## 2.5 Lei de força-deslocamento

Esta lei define as forças que se desenvolvem nos pontos de contacto, e estão relacionadas com os deslocamentos relativos dos corpos que formam o contacto (Azevedo, 2003).

As forças são definidas contacto a contacto usando um modelo incremental linear no contacto, onde se relacionam os incrementos de força com os incrementos de deslocamento.

Assume-se que podem ocorrer dois tipos de contactos: contacto apenas entre partículas, Figura 2.3a), e contacto entre parede e partícula, Figura 2.3b).



 $x_i^{[C]}$  – Ponto de contacto

 $U^n$  - Sobreposição de contacto

 $n_i$  - Vetor normal ao contacto

*d* - Distância entre os centros das partículas Figura 2. 3 - Tipos de contacto: a) contacto partícula-partícula; b) contacto partícula-parede (adaptado de (Azevedo, 2003)).

O ponto de contacto ocorre num plano, sendo definido pelo seu vetor normal,  $n_i$ . Quando o contacto ocorre cria-se uma força de contacto que é composta pela sua componente normal,  $F_n$ , a atuar na direção do vetor normal, e pela sua componente tangencial,  $F_{si}$ , a atuar no plano de contacto.

Para um contacto partícula-partícula, o vetor normal,  $n_i$ , é dado pela equação 2.1, em que  $x_i^{[A]}$  e  $x_i^{[B]}$  são as coordenadas dos centros de gravidade das partículas genéricas A e B, respetivamente, em contacto:

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \tag{2.1}$$

E a distância entre o centro de gravidade das partículas d é dada pela equação 2.2:

$$d = \sqrt{\left(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}\right)^2} \tag{2.2}$$

A sobreposição do contacto,  $U^n$ , permite identificar se um contacto está em compressão ou tração, sendo que um valor positivo representa compressão. O seu valor pode ser obtido através da equação 2.3:

$$U^n = R^{[A]} + R^{[B]} - d (2.3)$$

Sendo  $\mathbb{R}^{[A]}$  e  $\mathbb{R}^{[B]}$  os raios das partículas genéricas  $\mathbb{A}$  e  $\mathbb{B}$ , respetivamente.

A localização do ponto de contacto,  $x_i^{[C]}$ , é determinado a partir da sobreposição do contacto, da distância entre os centros de gravidade das partículas e do vetor normal ao plano de contacto, de acordo com a equação 2.4:

$$x_{i}^{[C]} = x_{i}^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2}U^{n}\right)n_{i}$$
(2.4)

A sobreposição do contacto e a localização do ponto de contacto para um contacto partícula-parede são dados pelas equações 2.5 e 2.6, respetivamente:

$$U^n = R^{[B]} - d (2.5)$$

$$x_i^{[C]} = x_i^{[B]} + (R^{[B]} - \frac{1}{2}U^n)n_i$$
 (2.6)

A velocidade do ponto de contacto,  $\dot{x}_i^{[C]}$ , é definida como a velocidade relativa entre duas entidades,  $\Phi^1$  e  $\Phi^2$ , partícula-partícula ou partícula-parede, em contacto no ponto de contacto, C. A velocidade relativa da entidade  $\Phi^2$  em relação à entidade  $\Phi^1$  no ponto de contacto é dada pela equação 2.7:

$$\dot{x}_{i}^{[C]} = (\dot{x}_{i}^{[C]})_{\Phi^{2}} - (\dot{x}_{i}^{[C]})_{\Phi^{1}}$$
(2.7)

A velocidade da entidade  $\Phi^i$ ,  $(\dot{x}_i^{[C]})_{\Phi^i}$ , no ponto de contacto é dada pela equação 2.8:

$$(\dot{x}_{i}^{[C]})_{\Phi^{i}} = \dot{x}_{i}^{[\Phi^{i}]} + \varepsilon_{i3k}\omega_{3}^{[\Phi^{i}]} \left(x_{k}^{[C]} - x_{k}^{[\Phi^{i}]}\right)$$
(2.8)

Onde  $\dot{x}_i^{[\Phi^i]}$  é a velocidade de translação da entidade  $\Phi^i$  e  $\omega_3^{[\Phi^i]}$  a velocidade angular da entidade  $\Phi^i$ . O valor do símbolo de permutação,  $\varepsilon_{ijk}$ , varia consoante dos valores da equação 2.9:

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{, se dois indices coincidem} \\ +1, \text{se ijk permutam como 1, 2 e 3} \\ -1 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$
 (2.9)

Os índices ijk representam as coordenadas cartesianas definidas no programa como 1, 2 e 3.

O incremento de deslocamento no contacto,  $\Delta x_i^{[C]}$ , no espaço de tempo  $\Delta_t$  é dado pela equação 2.10:

$$\Delta x_i^{[C]} = \dot{x}_i^{[C]} \Delta_t \tag{2.10}$$

Este incremento de deslocamento no ponto de contacto pode ser decomposto na sua componente normal,  $\Delta x_n^{[C]}$ , que corresponde a uma grandeza escalar, e na sua componente tangencial,  $\Delta x_{si}^{[C]}$ , que corresponde a uma grandeza vetorial em coordenadas globais. Os seus valores são obtidos através das equações 2.11 e 2.12, respetivamente.

$$\Delta x_n^{[C]} = \Delta x_i^{[C]} n_i \tag{2.11}$$

$$\Delta x_{si}^{[C]} = \Delta x_i^{[C]} - \Delta x_n^{[C]} n_i$$
 (2.12)

As componentes normal,  $\Delta F_n^{[C]}$ , e tangencial,  $\Delta F_{st}^{[C]}$ , do incremento da força de contacto são obtidos através leis força-deslocamento lineares, equações 2.13 e 2.14, respetivamente:

$$\Delta F_n^{[C]} = k_n \Delta x_n^{[C]} \tag{2.13}$$

$$\Delta F_{si}^{[C]} = -k_s \Delta x_{si}^{[C]} \tag{2.14}$$

Onde  $k_n$  é a rigidez normal de contacto, que relaciona os incrementos normais de deslocamento com os incrementos normais de forças de contacto, e  $k_s$  é a rigidez tangencial de contacto. A componente normal do incremento da força de contacto corresponde a uma grandeza escalar, e a componente tangencial corresponde a uma grandeza vetorial em coordenadas globais.

As forças normal,  $F_n^{[C]}$ , e tangencial,  $F_{si}^{[C]}$ , no contacto previstas são então atualizadas aplicando as equações 2.15 e 2.16:

$$F_n^{[C]} = F_n^{[C,anterior]} + \Delta F_n^{[C]}$$
(2.15)

$$F_{si}^{[C]} = F_{si}^{[C,corrigido]} + \Delta F_{si}^{[C]}$$
(2.16)

Onde  $F_n^{[C,anterior]}$  é a força normal de contacto anterior, correspondente a uma grandeza escalar, e  $F_{si}^{[C,corrigido]}$  a força tangencial de contacto anterior corrigida, correspondente a uma grandeza vetorial.

Dadas as componentes normal e tangencial de contacto, a força resultante no contacto,  $F_i^{[C]}$ , a atuar no ponto de contacto é definida pela equação 2.17:

$$F_{i}^{[C]} = F_{n}^{[C]} n_{i} + F_{si}^{[C]}$$
(2.17)

## 2.6 Lei do movimento (2ª Lei de Newton)

O movimento de uma única partícula é dado pelo momento resultante e pela força a atuar nela (Azevedo, 2003). Conhecidas as forças exercidas no centro de gravidade das partículas aplica-se a lei do movimento, também conhecida como segunda lei de Newton. As equações do movimento são equações diferenciais de segunda ordem e integrando duas vezes estas equações obtém-se os deslocamentos das partículas.

O movimento de translação do centro de massa de uma partícula é descrito pela sua posição, velocidade e aceleração, e o movimento de rotação é descrito através da velocidade angular e aceleração angular (Manco, 2018).

A equação do movimento de translação, sem amortecimento, é dada pela equação 2.18:

$$\boldsymbol{F}_{i}^{(t)} = m(\ddot{\boldsymbol{x}}_{i} - \boldsymbol{g}_{i}) \tag{2.18}$$

Onde  $F_i^{(t)}$  é a força total aplicada no tempo t, m a massa total da partícula,  $\ddot{x}_i$  a aceleração de translação da partícula, e  $g_i$  a aceleração gravítica no corpo.

A equação de movimento rotacional relativamente ao eixo global, no caso de uma partícula circular, é dada pela equação 2.19:

$$M_3^{(t)} = I\dot{\omega}_3 = (\beta mR^2)\dot{\omega}_3 \tag{2.19}$$

Onde  $M_3^{(t)}$  é o momento total aplicado no tempo t, I o momento de inércia,  $\dot{\omega}_3$  a aceleração angular da partícula e  $\beta$  o coeficiente que exprime a forma da partícula, neste caso igual a  $\frac{1}{2}$ , pois trata-se aqui de partículas circulares.

O esquema de integração no tempo adotado baseia-se num esquema de diferenças centrais (Hockney et al. 1981), que calcula as velocidades generalizadas em intervalos médios  $(t \pm n\Delta t/2)$ , enquanto as posições e acelerações generalizadas são definidas por intervalos primários  $(t \pm n\Delta t)$ .

A fórmula das diferenças finitas das acelerações generalizadas é dada pelas equações 2.20 e 2.21:

$$\ddot{x}_{i} = \frac{1}{\Delta t} (\dot{x}_{i}^{t+\Delta t/2} - \dot{x}_{i}^{t-\Delta t/2})$$
(2.20)

$$\dot{\omega}_3 = \frac{1}{\Lambda t} (\omega_3^{t + \Delta t/2} - \omega_3^{t - \Delta t/2}) \tag{2.21}$$

Ao substituir e reordenar as equações 2.18 a 2.21, é possível definir, no tempo  $(t + \Delta t/2)$ , as seguintes velocidades generalizadas, de acordo com as equações 2.22 e 2.23:

$$\dot{x}_{i}^{t+\Delta t/2} = \dot{x}_{i}^{t-\Delta t/2} + (\frac{F_{i}^{(t)}}{m} + g_{i})\Delta t$$
 (2.22)

$$\omega_3^{t+\Delta t/2} = \omega_3^{t-\Delta t/2} + (\frac{M_3^{(t)}}{I})\dot{\omega}_3 \Delta t$$
 (2.23)

As velocidades nos intervalos médios são então utilizadas para definir a nova posição da partícula no tempo  $t+\Delta t$ :

$$\mathbf{x}_{i}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{x}_{i}^{\Delta t} + \dot{\mathbf{x}}_{i}^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \tag{2.24}$$

No procedimento para determinar a nova posição da partícula começa-se por calcular a aceleração no instante t, dadas as forças generalizadas aplicadas (equação 2.20 e 2.21) e a seguir determina-se as velocidades nos intervalos médios ( $t + \Delta t/2$ ) (equação 2.22 e 2.23) e, finalmente, a nova posição da partícula é conhecida (equação 2.24).

A lei do movimento é também aplicada nas paredes (W), mas para estas entidades as novas posições são definidas e baseadas apenas nas velocidades da parede prescritas enquanto a interação da parede com as partículas não é levada em consideração. A posição da parede é totalmente definida pela sua fronteira. A velocidade atualizada,  $\dot{x}_i^{[P]}$ , de um ponto P da parede é dada pela equação 2.25:

$$\dot{x}_{i}^{[P]} = \dot{x}_{i}^{[W]} + \varepsilon_{i3k}\omega_{3}^{[W]} \left(x_{k}^{[P]} - x_{k}^{[W]}\right)$$
(2.25)

Onde  $\dot{x}_i^{[W]}$  é a velocidade de translação do centro de rotação da parede W,  $x_k^{[W]}$  a posição do centro de rotação da parede W, e  $\omega_3^{[W]}$  a velocidade angular do ponto do centro de rotação da parede.

A posição atualizada de um ponto *P* na parede é dada pela equação 2.26:

$$x_i^{[P]} = x_i^{[P]} + \dot{x}_i^{[P]} \Delta t \tag{2.26}$$

# 2.7 Rigidez e resistência no contacto

O modelo de rigidez no contacto pode ser entendido como um sistema de duas molas a atuar no ponto de contacto: uma mola disposta na direção normal com rigidez  $k_n$ , e outra mola disposta na direção tangencial com rigidez  $k_s$ , como mostra na Figura 2.4.

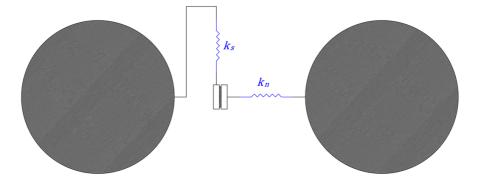


Figura 2. 4 - Modelo de contacto linear entre duas partículas.

Em (Azevedo, 2013), a rigidez total do contacto, nas direções normal e tangencial, é dada pelas expressões 2.27 e 2.28, respetivamente:

$$k_n = A_c \frac{E}{d} \tag{2.27}$$

$$k_{\rm S} = \eta k_n \tag{2.28}$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material contínuo equivalente, d a distância entre o centro de gravidade das partículas em contacto,  $A_c$  a área de contacto, que é dada pela expressão  $A_c = \overline{W}t$ , onde  $\overline{W}$  é a altura total do contacto e t é a espessura do sistema de partículas, e  $\eta$  o fator que relaciona a rigidez de corte e a rigidez normal do contacto.

Quanto à resistência no contacto, é necessário conhecer-se a força de tração limite,  $F_{n,m\acute{a}x}$ , correspondente à direção normal, e a força de coesão máxima,  $C_{m\acute{a}x}$ , correspondente à direção tangencial. Ambas as forças são dadas em função das tensões máximas de tração,  $\sigma_t$ , e da tensão máxima de coesão,  $\tau_c$ , respetivamente, admitidas nos contactos, e pela área de contacto,  $A_c$ , dadas pelas expressões 2.29 e 2.30:

$$F_{n,m\acute{a}x} = \sigma_t A_c \tag{2.29}$$

$$C_{m\acute{a}x} = \tau_c A_c \tag{2.30}$$

#### 2.8 Passo de cálculo

As equações de movimento são resolvidas/integradas usando o método explícito das diferenças finitas centradas (Azevedo, 2003).

Os algoritmos explícitos, em muitos casos, são condicionalmente estáveis o que impõe uma limitação na escolha do passo do tempo. A estabilidade do algoritmo para um dado passo de cálculo está condicionada pela propagação de erros ao longo do tempo, isto é, o método numérico será estável se um pequeno erro não aumentar excessivamente durante a simulação.

Para garantir a estabilidade do algoritmo explícito, o passo de tempo escolhido deve ser menor do que o passo de cálculo crítico,  $\Delta t_{crit}$ . Este se relaciona com a frequência máxima do sistema estrutural. A frequência máxima pode ser estimada a partir do teorema de Gerschgorin (Underwood, 1983), dado pela expressão 2.31:

$$\omega_{max} \le \sqrt{(max)_i \frac{\sum_{j=1}^n |k_{ij}|}{m_i}}$$
 (2.31)

Onde i,j representam o grau de liberdade correspondente a uma linha e uma coluna, respetivamente, da matriz de rigidez, n o número máximo de graus de liberdade da matriz de rigidez da partícula em análise,  $\sum_{j=1}^{n} |k_{ij}|$  a soma absoluta da i-nésima coluna da matriz de rigidez e  $m_i$  a massa generalizada de uma dada partícula relacionada com o grau de liberdade i.

O passo de cálculo crítico,  $\Delta t_{crit}$ , (Hughes, 1983) é dado pela equação 2.32:

$$\Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} \tag{2.32}$$

Se o passo de tempo for maior que o passo crítico, o método de integração é instável, o que significa que as acumulações de erros aumentam e tornam os cálculos de resposta inúteis. Isto pode conduzir a fendilhação precoce de material, devido a rotura de ligações, e consequentemente a diminuição da rigidez global do sistema e implicitamente ao aumento do passo de tempo crítico. O algoritmo torna-se estável permitindo que a análise continue, mas conduzindo a resultados errados.

A necessidade de usar passos de tempo muito pequenos resulta num número elevado de passos necessários para resolver o problema, portanto, tempo de execução mais longos. Numa análise quase-estática não linear, o tempo de execução pode ser significativamente reduzido escalando os valores de massa e de inércia.

O comportamento deste algoritmo explícito é demonstrado, de uma forma simples, recorrendo ao exemplo de um oscilador livre de um grau de liberdade sem amortecimento, representando um modelo de duas partículas discretas e circulares, como se pode consultar no Anexo B.1.

#### 2.9 Amortecimento local

De forma a chegar a uma solução estável para um número razoável de ciclos é necessário introduzir amortecimento, dado que a energia dissipada pelo deslizamento do contacto pode não ser suficiente ou pode até mesmo nem ser incluída na simulação (Azevedo, 2003).

Adotou-se amortecimento local não-viscoso. Este tipo de amortecimento foi proposto por Cundall (1987), sendo a força de amortecimento numa partícula proporcional à magnitude da força de desequilíbrio e garante que as forças de amortecimento não sejam aplicadas em zonas com movimento estável. O amortecimento local não-viscoso tem como vantagens:

- A quantidade de amortecimento varia de partícula para partícula;
- A magnitude do amortecimento é adimensional e não depende das propriedades do material, das cargas aplicadas e das condições de fronteira;
- As partículas estacionárias não são amortecidas.

No Anexo B.2, demonstra-se como diferentes valores de amortecimento afetam a convergência e estabilidade para um modelo representante de um oscilador de um grau de liberdade com amortecimento de duas partículas discretas e circulares.

# MODELOS CONSTITUTIVOS DE CONTACTO

#### 3.1 Introdução

O comportamento global de um material discretizado com partículas circulares rígidas é obtido através da adoção de modelos constitutivos simples para cada contacto presente no conjunto de partículas (Azevedo, 2003). Estes modelos constitutivos têm como função aproximar da melhor forma possível o comportamento macroscópico obtido com os modelos numéricos por comparação aos comportamentos observados em ensaios laboratoriais em materiais quase-frágeis, tendo por base a definição de mecanismos de rotura nos contactos considerando as forças aplicadas no sistema.

Utilizaram-se dois modelos de contacto para materiais quase-frágeis. O modelo de interação mais simples baseia-se no modelo de Mohr-Coulomb com tensão limite, no entanto, a resposta dos modelos de partículas com base neste modelo é muito mais frágil do que a resposta observada em ensaios experimentais.

Com este tipo de modelos é necessário adotar uma discretização mais refinada de forma a obter uma resposta macroscópica próxima do comportamento do material. Em (Azevedo, 2008) mostra que é possível obter uma resposta macroscópica próxima dos resultados em ensaios experimentais usando níveis de discretização não tão elevados adotando um modelo de enfraquecimento bilinear ao nível do contacto.

Os dois modelos, o modelo de contacto de Mohr-Coulomb com tensão tração limite (ou Modelo frágil com tensão tração limite), MC1, e o modelo de enfraquecimento bilinear proposto por Rokugo (1989), MC21, serão apresentados de seguida.

# 3.2 Modelo frágil com tensão de tração limite

No modelo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite, MC1, é assumida a linearidade na relação força-deslocamento e tem como objetivo definir as propriedades resistentes do material. Como mostra a Figura 3.1, existe um andamento linear inicial relativamente à força normal e à força tangencial, mas uma vez atingida a força de tração máxima ( $F_{n,max}$ ) ou a força de corte máxima ( $F_{s,max}$ ), um novo andamento é necessário considerar após uma destas forças ser atingida, querendo isto dizer que o contacto se encontra fendilhado.

Este modelo tem como objetivo definir as propriedades resistentes do material. Considera que o contacto se encontra quebrado ou fendilhado sempre que a resistência à tração ou de corte é excedida pela força máxima à tração ou ao corte, respetivamente. O modelo MC1 assume um valor de tração limite e adota o critério de rotura de Mohr-Coulomb, onde o mecanismo de rotura é definido por uma superfície planar.

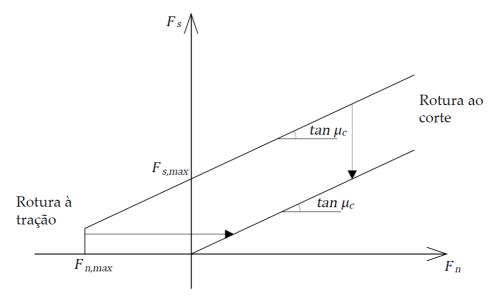


Figura 3. 1 - Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite (adaptado de (Azevedo, 2013)).

A força de contacto na direção normal,  $F_n$ , segue um andamento linear, de acordo com a lei força-deslocamento, sendo que a força de tração é limitada pela resistência à tração no contacto, Figura 3.3a). Este andamento linear prossegue até se atingir a força de tração limite,  $F_{n,max}$ , que é dada pela equação 3.1:

$$F_{n,max} = \sigma_t A_c \tag{3.1}$$

Onde:

 $\sigma_t$  – Tensão máxima de tração no contacto;

 $A_c$  – Área do contacto (esta área depende do produto entre comprimento da aresta de Voronoi associada, Figura 3.2, e a espessura do conjunto de partículas).

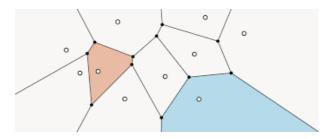


Figura 3.2 - Arestas de Voronoi (Celes, 2017).

Na direção tangencial, a força de corte máxima admissível,  $F_{s,max}$ , depende da força normal,  $F_n$ , do coeficiente de atrito,  $\mu_c$ , e da coesão máxima,  $C_{max}$ , dada pela expressão 3.2:

$$F_{s,max} = C_{max} + F_n \mu_c \tag{3.2}$$

Caso a força de corte exercida sobre o contacto exceda a força de corte máxima, deixa de existir coesão no contacto, e assim a interação entre as partículas passa a ser efetuada por atrito puro, Figura 3.3b), pelo que apenas passa a ser possível a transmissão de forças no contacto sob compressão. O mesmo acontece quando o contacto for solicitado por uma força de tração superior à força máxima admitida para a direção normal.

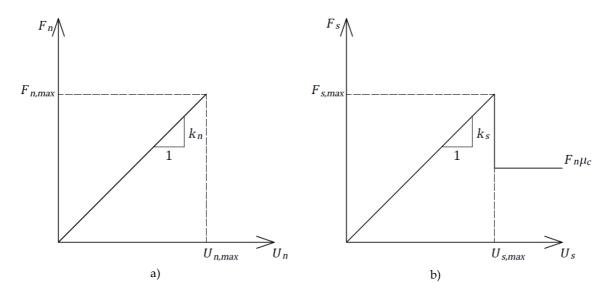


Figura 3. 3 - Modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com tensão de tração limite: relação entre a força e o deslocamento relativo entre partículas, nas direções normal (a) e tangencial (b) (adaptado de (Azevedo, 2013)).

## 3.3 Modelo de enfraquecimento bilinear

No modelo de enfraquecimento bilinear, MC21, a resistência é reduzida de forma gradual após ser atingida a força máxima admissível (Azevedo, 2013). Este modelo requer a definição das propriedades resistentes do contacto, tais como o coeficiente de atrito,  $\mu_c$ , a tensão máxima de coesão do contacto,  $\tau$ , e a tensão máxima de tração do contacto,  $\sigma_t$ , bem como requer a definição da energia de fratura de tração,  $G_I$ , e da energia de fratura de corte,  $G_{II}$ .

## 3.3.1 Energia de fratura

A energia de fratura é a quantidade de força aplicada necessária para quebrar uma amostra por completo por unidade de área do material (Zamri, et al., 2018). A energia de fratura corresponde à área da fase de enfraquecimento numa curva tensão-deformação, como exemplifica a Figura 3.4. Por outras palavras, a área  $G_f$  sob a curva representa a energia dissipada durante a separação completa (formação de superfície sem coesão) de uma unidade de área do material.

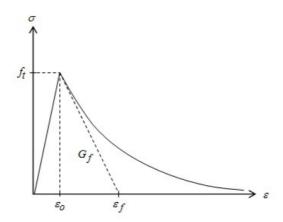


Figura 3. 4 - Energia de fratura num gráfico tensãodeformação (Zamri, et al., 2018).

No caso dos materiais frágeis, há que considerar os modos de fratura, que caracterizam a direção e a forma da fratura ocorrida. Existem três possíveis modos de fratura, como se observa na Figura 3.5: a) o modo I (tração), b) o modo II (corte no plano), e c) o modo III (corte fora do plano).

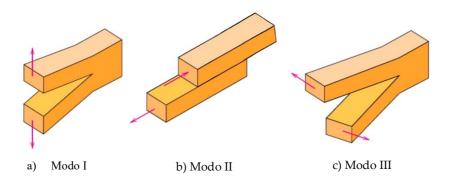


Figura 3. 5 - Modos de fratura de materiais frágeis (Callister, 2007).

Neste trabalho, apenas se vão desenvolver fraturas segundo os modos I e II, pois consideram-se apenas estados planos de tensão. Para o modo I vão-se desenvolver fendas com abertura das faces no plano da estrutura, enquanto no modo II vai haver deslizamento relativo das faces da fenda no plano. Como tal, apenas serão tidas em conta a energia de fratura à tração,  $G_I$ , e a energia de fratura ao corte,  $G_{II}$ .

#### **3.3.2 Modelo MC21**

Na Figura 3.6 apresentam-se os modelos de contacto de enfraquecimento bilinear para a direção normal e na direção ao corte, propostas por Rokugo (1989). A área do gráfico corresponde à energia de fratura,  $G_f$ , do contacto da direção em análise.

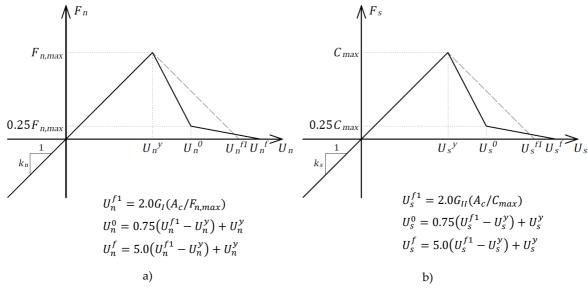


Figura 3. 6 - Modelo constitutivo com enfraquecimento bilinear: a) à tração e b) ao corte (adaptado de (Rokugo, 1989)).

Por comparação com o modelo frágil é possível constatar que no diagrama bilinear o processo de propagação das fendas ocorre de uma forma mais suave e controlada, dado que o deslocamento entre partículas que conduz à rotura no contacto é maior, conferindo maior ductilidade ao material em comparação ao modelo frágil. Todavia, a resposta macroscópica continua a ser de caráter frágil.

Este modelo admite uma relação linear e uma relação bilinear da força-deslocamento após atingir os valores de pico (Azevedo, 2013). Ou seja, quando os valores de resistência máximos são atingidos, os valores da força máxima de tração e da coesão máxima são reduzidos com base no valor de dano do contacto D, que varia entre 0, sem qualquer dano, e 1, quando o contacto é considerado fendilhado, funcionando apenas por atrito puro, deixando de existir a parcela da coesão. Considera-se uma fenda de tração (modo I) se a fendilhação ocorrer em tração ou corte, e uma fenda de corte (modo II) se a fendilhação ocorrer em compressão ou corte.

O valor de dano do contacto, tanto em tração como no termo coesivo, é definido com base no deslocamento atual do contacto de acordo com a lei de enfraquecimento no contacto, pelo que o dano do contacto é obtido somando as duas parcelas de dano. Apenas o termo de coesão é afetado pelo valor de dano e, por esta razão, a força máxima de tração e a força máxima de coesão vão ter os seus valores afetados pelo nível de dano ao longo do carregamento, equações 3.3 e 3.4:

$$F_{n,max}^{novo} = DF_n \tag{3.3}$$

$$C_{max}^{novo} = DC_{max} (3.4)$$

São verificadas para cada ponto local as condições impostas no modelo constitutivo adotado. Caso se verifique a rotura de todos os pontos locais, o contacto passa a funcionar somente sob forças de compressão com um termo de atrito.

#### 3.4 Resultados obtidos com o modelo de contacto MC1 e MC21

Como forma de demonstrar os resultados obtidos com os modelos de contacto MC1 e MC21 foram simulados quatro ensaios diferentes: um ensaio de tração simples, um ensaio de corte puro, um ensaio de compressão-corte e um ensaio de corte em tração.

Os resultados foram obtidos através de ensaios numéricos para um modelo simplificado constituído por uma partícula em contacto com uma parede. A escolha do modelo partícula/parede, garante que a normal do contacto se mantenha constante durante os ensaios de corte. Admitindo uma velocidade constante, na direção normal ou de corte, controla-se o deslocamento da partícula para estes ensaios, Figura 3.7, e para os ensaios de corte aplica-se numa fase inicial a força de contacto na direção normal.



Figura 3. 7 - Sentido das velocidades aplicadas na partícula no modelo partícula/parede nos ensaios de tração e corte.

#### 3.4.1 Ensaio de tração simples

Para o ensaio de tração simples, os parâmetros necessários de contacto resistentes apresentam-se na Tabela 3.1. Aplicou-se uma velocidade vertical com direção normal ao do plano de contacto.

Tabela 3. 1 - Parâmetros considerados para o ensaio de tração simples do modelo partícula/parede.

Ac (m <sup>2</sup> )	σt (MPa)	E (GPa)
0,02	2,0	10,0

Na Figura 3.8, apresentam-se os resultados em forma de gráfico para o modelo de enfraquecimento bilinear, MC21, para três valores de energia de fratura à tração,  $G_I$ , de 0,15 N/mm, 0,3 N/mm e 0,45 N/mm, e para o modelo frágil, MC1. É possível verificar que quanto maior é a energia de fratura, maior é a ductilidade conferida à resposta do contacto.

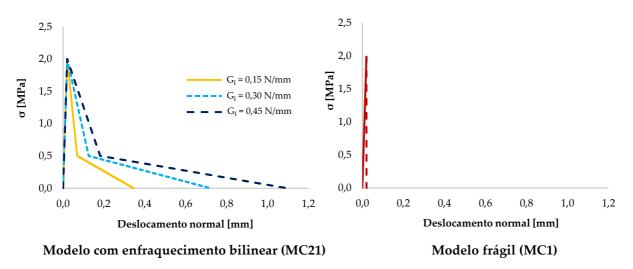


Figura 3. 8 - Ensaio de tração simples: curvas de tensão-deslocamento, considerando diferentes energias de fratura (modelo MC21 e MC1).

Na Figura 3.9 apresenta-se para uma energia de fratura de 0,45 N/mm a evolução do dano ao longo do ensaio de tração simples. Em regime elástico o dano é nulo, mas quando se atinge a tensão máxima à tração, a relação entre a tensão e o dano é inversamente proporcional, pois à medida que o deslocamento imposto aumenta, a tensão vai diminuindo e o dano vai aumentando até haver separação total dos elementos do contacto.

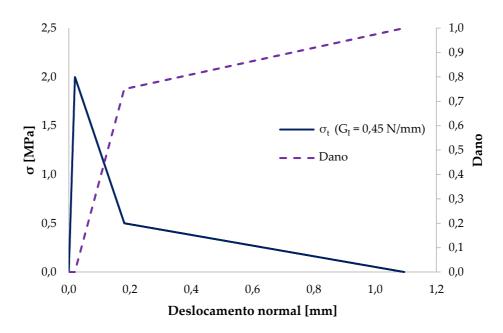


Figura 3. 9 - Ensaio de tração simples: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma energia de fratura de 0,45 N/mm (modelo MC21).

#### 3.4.2 Ensaio de corte puro

Para o ensaio de corte puro, indicam-se apenas os parâmetros necessários de contacto resistentes apresentados na Tabela 3.2. Aplicou-se uma velocidade tangencial com direção paralela ao plano de contacto.

Tabela 3. 2 - Parâmetros considerados para o ensaio de corte puro do modelo partícula/parede.

A <sub>c</sub> (m <sup>2</sup> )	τ (MPa)	E (GPa)
0,02	4,0	10,0

Na Figura 3.10, apresentam-se os resultados em forma de gráfico para o modelo de enfraquecimento bilinear, MC21, para três valores de energia de fratura ao corte,  $G_{II}$ , de 0,50 N/mm, 1,00 N/mm e 1,50 N/mm, e para o modelo frágil, MC1. É possível verificar que quanto maior é a energia de fratura, maior é a ductilidade conferida à resposta do contacto.

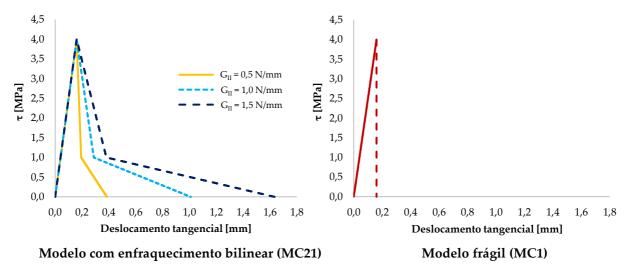


Figura 3. 10 - Ensaio de corte puro: curvas de tensão-deslocamento, considerando diferentes energias de fratura (modelos MC21 e MC1).

Na Figura 3.11 apresenta-se para uma energia de fratura de 1,50 N/mm a evolução do dano no contacto para um ensaio de corte puro. Em regime elástico o dano é nulo, mas quando se atinge a tensão tangencial máxima, a relação entre a tensão e o dano é inversamente proporcional, pois à medida que o deslocamento imposto de corte aumenta, a tensão resistente vai diminuindo e o dano vai aumentando até deixar de haver coesão no sistema e este funcionar apenas por atrito puro.

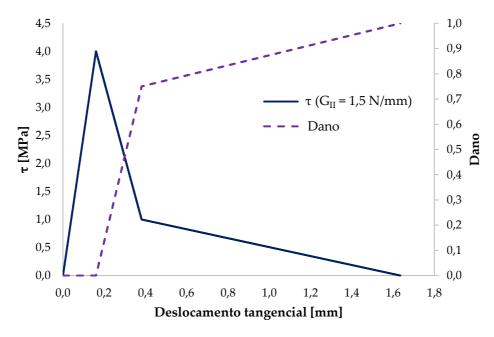


Figura 3. 11 - Ensaio de corte puro: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma energia de fratura de 1,50 N/mm (modelo MC21).

#### 3.4.3 Ensaio de compressão-corte e corte em tração

O procedimento para estes ensaios consistiu em aplicar inicialmente uma força vertical na direção normal, aplicando assim um valor inicial de tensão normal no contacto. De seguida, aplica-se uma velocidade na direção tangencial ao plano de contacto após se atingir uma resposta estática. Quando aplicada a velocidade tangencial, mantém-se constante o valor da força aplicada à partícula na direção normal. Na Tabela 3.3, encontram-se os parâmetros necessários considerados para estes ensaios.

Tabela 3. 3 - Parâmetros considerados para o ensaio a variar a tensão normal do modelo partícula/parede.

A <sub>c</sub> (m <sup>2</sup> )	σ (MPa)	τ (MPa)	E (GPa)
0,02	2,0	4,0	10,0

Para o ensaio de compressão/corte considerou-se uma energia de fratura à tração,  $G_I$ , de 0,15 N/mm e uma energia de fratura ao corte,  $G_{II}$ , de 1,0 N/mm, obtendo-se o gráfico que se apresenta na Figura 3.12.

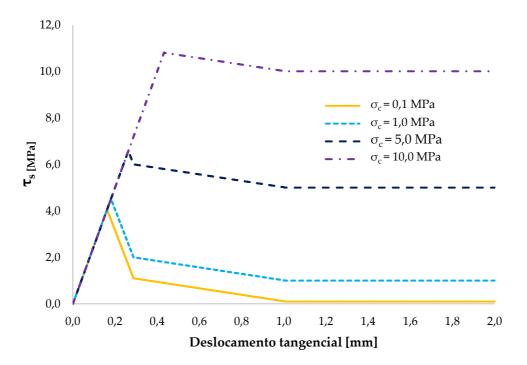


Figura 3. 12 - Ensaio compressão/corte: curvas de tensão-deslocamento, considerando diferentes tensões normais (modelo MC21).

Para o ensaio de tração/corte considerou-se uma energia de fratura à tração de 0,15 N/mm e uma energia de fratura ao corte de 0,75 N/mm. A razão pela qual se optou por uma energia de fratura ao corte mais baixa neste ensaio tem a ver com o facto de este modelo ser extremamente frágil, pelo que o modelo numérico se vai traduzir graficamente num patamar na zona da tensão de corte máxima, como se pode observar na Figura 3.13.

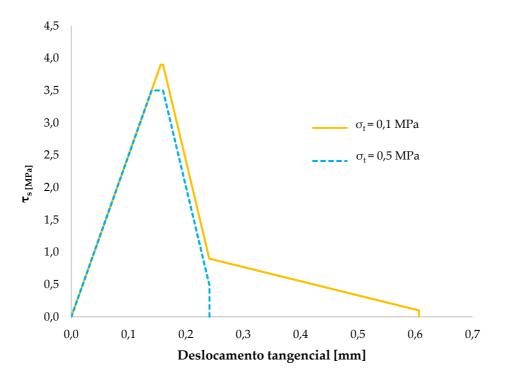


Figura 3. 13 - Ensaio de corte em tração: curvas de tensão-deslocamento, considerando diferentes tensões normais (modelo MC21).

Para o modelo frágil, considerando a resposta inicial, a tensão de corte máxima depende da tensão normal e da coesão máxima, pois  $\tau_{s,max} = \tau + \sigma \mu$ . Considerando  $\mu = 1,0$ , tem-se os valores esperados, para as tensões normais aplicadas, indicados na Tabela 3.4, tanto para o ensaio de compressão/corte, como para o ensaio de tração/corte.

Tabela 3. 4 - Valores de tensão de corte obtidos com os modelos MC1 e MC21, para as tensões normais aplicadas.

-	τ <sub>s,max</sub> (MPa)	τ <sub>s,max</sub> (MPa)
	(MC1)	(MC21)
Compressão - $\sigma_c$ = 0,1 (MPa)	4,10	4,05
Compressão - $\sigma_c$ = 1,0 (MPa)	5,00	4,52
Compressão - $\sigma_c$ = 5,0 (MPa)	9,00	6,58
Compressão - $\sigma_c$ = 10,0 (MPa)	14,00	10,80
Tração - $\sigma_t$ = 0,1 (MPa)	3,90	3,90
Tração - $\sigma_t$ = 0,5 (MPa)	3,50	3,50

É assim possível concluir que para o caso dos ensaios com tensão normal à tração, os modelos conseguiram atingir a tensão tangencial máxima estimada. Contudo, quando o contacto fica fendilhado, este deixa de funcionar, ocorrendo a separação entre a partícula e a parede.

No caso dos ensaios de compressão-corte, os modelos não atingiram a tensão de corte máxima esperada. Este fenómeno acontece devido ao facto de os modelos já apresentarem dano relativamente à coesão máxima antes de se atingir o valor máximo de resistência ao corte, como se pode verificar na Figura 3.14, que mostra a curva do modelo de enfraquecimento bilinear para uma tensão normal à compressão de 1,0 MPa e a evolução do dano no contacto durante o ensaio realizado.

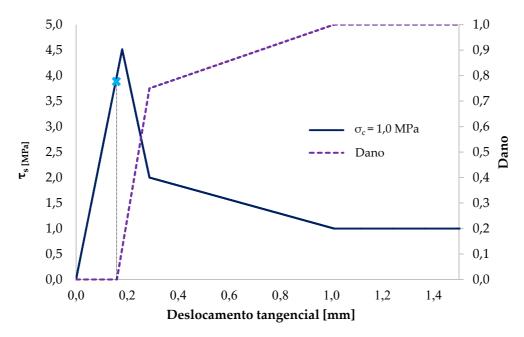


Figura 3. 14 - Ensaio compressão-corte: curvas de tensão-deslocamento e dano, para uma energia de fratura de 1,00 N/mm.

É possível também analisar, para o mesmo caso de compressão/corte para um valor de tensão normal à compressão de 1,0 MPa, onde a tensão máxima esperada seria  $\approx$ 5,0 MPa e considerando o respetivo ensaio de corte puro, Figura 3.15. Conclui-se que o dano apenas afeta o termo de coesão  $\tau$ , e é possível obter o valor do dano que o mesmo apresenta para cada modelo e como este afeta a tensão de corte máxima  $\tau_{s,max}$  obtida, como exibido anteriormente na Tabela 3.4.

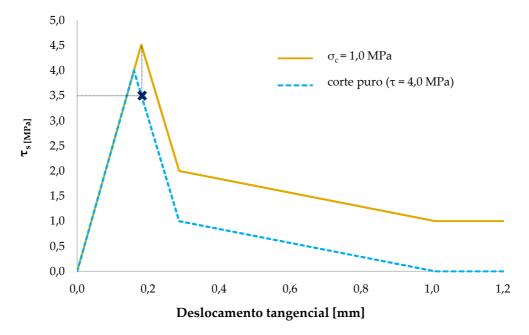


Figura 3. 15 - Gráfico tensão tangencial-deslocamento para um ensaio considerando uma tensão normal de compressão de 1,0 MPa e para um ensaio de corte puro.

Após esta análise comparativa, é possível, por fim, concluir que num ensaio de compressão/corte ou tração/corte a resposta do modelo vai ser mais dúctil quanto maior for a tensão normal aplicada e quanto maior for a energia de fratura ao corte.

# ENSAIOS DE COMPRESSÃO AXIAL E COMPRESSÃO-CORTE EM MODELOS EXPERIMENTAIS

## 4.1 Introdução

Neste capítulo, descrevem-se os modelos experimentais de alvenaria ordinária (muretes) cujos ensaios mecânicos foram simulados numericamente nesta dissertação. Apresentam-se os resultados dos ensaios de caracterização dos materiais de construção utilizados. No final são descritos também os resultados obtidos por Pinho (2007) nos ensaios de compressão uniaxial e compressão-corte sobre os muretes de referência.

Este capítulo está organizado em duas secções: uma primeira onde é feita uma classificação das paredes de edifícios antigos, principalmente focado na função das paredes de alvenaria de pedra ordinária; e uma segunda onde é descrita a caracterização dos materiais de construção dos muretes, bem como os ensaios utilizados para essa mesma caracterização, conduzidos por Pinho (2007).

Finalmente, na última secção deste capítulo, serão escrutinados os resultados obtidos por Pinho (2007) durante o seu trabalho experimental nos modelos que construiu.

# 4.2 Classificação de paredes de edifícios antigos

Pode-se definir paredes de edifícios antigos como elementos construtivos nos quais a sua altura excede muito a sua espessura, sejam de alvenaria ou cantaria (Pinho, 2008). Por sua vez, podem ser divididas em paredes interiores ou exteriores, e podem desempenhar funções estruturais ou não estruturais (divisórias).

As paredes de alvenaria podem ser constituídas por pedras e tijolos de betão ou argila, como é possível ver na Figura 4.1. De uma forma geral, as paredes exteriores têm funções estruturais e podem ser designadas como paredes resistentes ou mestras. Já as paredes interiores também podem ter funções estruturais, chamadas de frontais, ou funções não estruturais, chamadas de paredes divisórias.

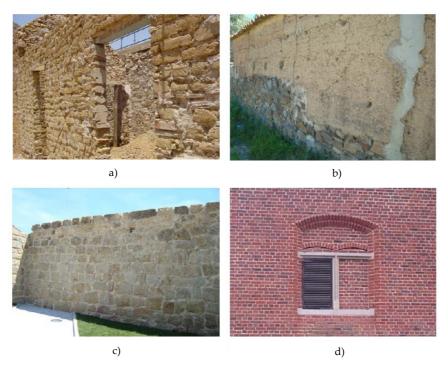


Figura 4. 1 - Tipos de paredes resistentes: a) parede de adobe; b) parede de taipa; c) parede de alvenaria de pedra; d) parede de alvenaria de tijolo maciço (Rodrigues, 2010).

Segundo Pinho (2008), as características comuns das paredes resistentes são que estas apresentam, na generalidade, uma grande espessura e a sua constituição é heterogénea, que dá origem a elementos rígidos e com boa capacidade de resistência à compressão, mas menor resistência ao corte, à flexão e à tração. O facto de estas paredes terem uma espessura considerável não se deve só à sua componente estrutural, mas a mais dois fatores: estas paredes têm uma boa capacidade de mobilização de forças estabilizantes, devido à sua elevada massa; a sua espessura reduz a esbelteza do elemento, logo, o risco de instabilidade por encurvadura é significativamente menor.

As paredes resistentes ou mestras são assim aquelas que, "dadas as suas características geométricas e mecânicas, contribuem de forma decisiva para a estabilidade do edifício, quer quando sujeito à ação das forças verticais (designadamente as de natureza gravítica), quer quando sujeito à atuação das forças horizontais de natureza aleatória (vento e sismos)" (Appleton, 1991).

Nos edifícios antigos todas as suas paredes, exteriores e interiores, na maior parte dos casos, contribuem de forma direta ou indireta, consoante a sua disposição espacial, de forma a favorecer a mobilização das capacidades resistentes dos edifícios (Pinho, 2008).

#### 4.2.1 Paredes de alvenaria ordinária

Segundo Rodrigues (2010) designa-se por alvenaria de pedra o material compósito resultante, em geral, da associação de um conjunto de pedras e argamassa. As alvenarias de pedra podem também ser reforçadas através de perfis de madeira ou elementos metálicos, de maneira a conferir uma melhor ligação entre as paredes, bem como entre estas e os pavimentos e coberturas. Uma outra característica destas paredes é o facto de estas possuírem, em grau elevado ou não, um volume de vazios.

As alvenarias de pedra constituem, num todo, um material heterogéneo, com muito boa resistência à compressão, muito fraca resistência à tração, o que as torna muito vulneráveis face à ação sísmica. Apesar de as ligações entre as pedras e a argamassa serem frágeis, estas estruturas tendem a ter uma grande durabilidade e estabilidade ao longo do tempo, podendo até mesmo durar vários séculos. Isto deve-se às tensões de atrito geradas entre a pedra e a argamassa serem suficientemente fortes para evitar o movimento entre pedras e evitar o deslizamento entre elas sob ações verticais (Rodrigues, 2010).

# 4.3 Modelos experimentais de alvenaria ordinária

Os muretes utilizados como referência nesta dissertação fazem parte de uma série de 62 muretes de alvenaria de pedra irregular e a sua construção decorreu no Departamento de Engenharia Civil, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa (DEC-FCT/NOVA) em julho de 2002, no âmbito do trabalho de doutoramento do Professor Fernando Pinho (Pinho, 2007).

O objetivo do trabalho do Professor Pinho foi estudar do ponto de vista experimental o comportamento das construções de alvenaria de pedra ordinária, simples ou reforçadas, sujeitas a ensaios de compressão uniaxial e a ensaios de compressão-corte, podendo assim analisar e caracterizar a resistência mecânica dos modelos. Para este estudo, realizaram-se no total trinta e cinco ensaios, dos quais vinte e três em de compressão axial e os restantes doze em compressão-corte.

Dos 62 muretes construídos, estes foram divididos em dois grupos distinguindo-se pelas suas geometrias, em que 42 modelos têm dimensões de 0,80m×1,20m×0,40m (muretes pequenos) e os restantes 20 modelos têm dimensões de 1,20m×1,20m×0,4m (muretes grandes). Na Figura 4.2 consta a esquematização gráfica dos muretes adotados em (Pinho, 2007).

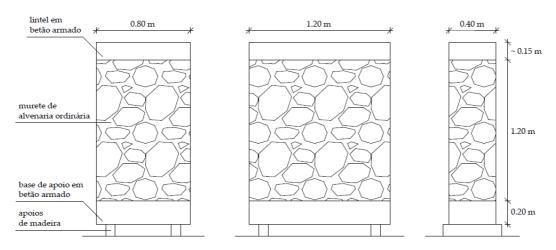


Figura 4. 2 - Esquematização dos modelos experimentais (adaptado de (Pinho, 2007)).

#### 4.3.1 Processo construtivo dos muretes

A construção dos muretes foi feita sobre bases individuais de betão armado, com uma altura de 0,20 m, e área de 0,80m×0,40m ou 1,20m×0,40m (consoante a geometria dos muretes). Sobre estas bases, os muretes foram edificados com pedra calcária, assente em argamassa de cal aérea hidratada e areia de rio e de areeiro. Na Figura 4.3, apresenta-se uma imagem da construção dos muretes.



Figura 4. 3 - Construção dos modelos experimentais (Pinho, 2007).

Os muretes foram construídos segundo técnicas tradicionais por uma equipa de sete operários com experiência em trabalhos de conservação e reabilitação de edifícios antigos. No

seu processo de construção, foram mantidas a sua geometria, o traço da argamassa de assentamento e as dimensões da pedra, procurando-se assim minimizar a dispersão dos resultados dos futuros ensaios mecânicos.

Como foi dito, os muretes foram divididos em dois grupos, distinguindo-se pela sua geometria, mas, por outro lado, os 62 muretes também foram distinguidos em outros dois grupos, consoante a sua percentagem de argamassa por unidade de volume da alvenaria. Na Tabela 4.1 identificam-se os muretes construídos.

Nos muretes M1 a M57, definiu-se a proporção de alvenaria de pedra e argamassa em 1:3, ou seja, têm uma composição volumétrica de 25% de argamassa e 75% de pedra. Por outro lado, os últimos 6 muretes, M58 a M62, foram construídos com 75% de argamassa dos precedentes.

Tabela 4. 1 - Identificação, datas de construção e dimensões dos muretes (Pinho, 2007).

Murete	Data de	Din	nensões	
with the control of t	construção	Comprimento	Altura	Espessura
M1, M2, M6	15/7/02			
M3, M4, M5	16/7/02			
M7, M8, M9, M10, M11	17/7/02	1,20 m		
M12, M13, M14, M15	18/7/02			
M16, M17, M18, M19, M20	19/7/02			
M21, M22, M23, M24, M25, M26	22/7/02		1,20 m	0,40 m
M27, M41, M42, M43, M44, M45, M46	23/7/03		1,20 111	0,40 111
M28, M29, M30, M31, M32, M47	24/7/04			
M33, M34, M48, M49, M50, M51	25/7/05	0,80 m		
M35, M36, M37, M52, M53, M54	26/7/06			
M38, M39, M40, M55, M56, M57	29/7/07			
M58, M59, M60, M61, M62	30/7/08			

Em relação às condições de cura, os muretes foram colocados sobre um abrigo coberto, que permitiu protegê-los da chuva e da incidência direta da luz solar, garantindo uma boa ventilação natural e as melhores condições possíveis para a sua cura.

Nesta dissertação, foram objeto de estudo os muretes M57 e M12 para efeitos de elaboração dos modelos numéricos, e foram utilizados os resultados dos ensaios experimentais dos muretes M43, M21 e M32 para os ensaios de compressão axial, e os muretes M20, M5 e M12 para os ensaios monotónicos de compressão-corte, como meio de comparação dos resultados dos ensaios numéricos aqui realizados.

# 4.3.1.1 Argamassa de assentamento

Em (Pinho, 2007), descreve-se que a argamassa de assentamento foi produzida ao traço volumétrico de uma parte de cal aérea hidratada para três partes de areia, repartidas igualmente por areia de rio e de areeiro, com uma relação A/L (água/ligante) de 2,4/2,0=1,2.

Os constituintes da argamassa de assentamento são os agregados finos (areia) e o ligante (cal aérea hidratada), e, quando estes são misturados com água, resultam no produto final, com a função de fixar as pedras da alvenaria umas às outras. Deste modo, a areia não deve conter matéria orgânica e, para este caso, a argamassa não deve conter agregados muito finos, tais como argila ou silte, pois estes contribuem para um maior efeito de retração da argamassa.

### 4.3.1.2 Pedra calcária

Para a preparação da pedra calcária, esta foi lavada com água para remoção do pó e outras impurezas e determinou-se que a máxima dimensão da pedra era na ordem de 25 cm (Pinho, 2007).

De modo a melhorar o travamento vertical da alvenaria dos muretes, prepararam-se pedras com uma das dimensões superior à máxima dimensão da pedra de assentamento, algumas com dimensão igual à da espessura da parede, chamadas de "perpianhos". Estes elementos foram colocados, na generalidade, a 1/3 e 2/3 da altura de cada murete (0,40 m e a 0,80 m acima das bases de apoio).

# 4.3.2 Caracterização dos materiais utilizados na construção dos muretes

Para definir as características dos materiais utilizados na construção dos muretes (pedra, areias, cal e argamassa), estes tiveram de ser sujeitos a vários ensaios conduzidos em (Pinho, 2007), através de amostras recolhidas durante os trabalhos de construção dos muretes. O objetivo destes ensaios teve em vista o conhecimento de algumas propriedades físicas, mecânicas e químicas. Apenas as propriedades físicas e mecânicas dos materiais serão descritas de seguida.

### 4.3.2.1 Caracterização da pedra

### 4.3.2.1.1 Características físicas

Para determinar as características físicas da pedra calcária utilizada na alvenaria, foram realizados ensaios para a determinação da massa volúmica real e aparente, porosidade aberta

e índice volumétrico, Tabela 4.2. O índice volumétrico médio obtido foi de  $IV_m = 0,26$ , que incluem os perpianhos, colocados a terços da altura dos muretes. Este índice avalia a forma de uma partícula, e, de acordo com Coutinho (1997), o valor obtido significa que existe predominância de duas das suas três dimensões.

Tabela 4. 2 - Características físicas da pedra.

Massa volúmica real	[kg/m³]	2709,4
Massa volúmica aparente	$[kg/m^3]$	2490,6
Porosidade aberta	%	8,1

### 4.3.2.1.2 Características mecânicas

Para determinar as características mecânicas da rocha calcária, foram efetuados ensaios de determinação da resistência mecânica à compressão. O valor médio obtido por Pinho (2007) foi de 47,8 MPa. No entanto, segundo Souza (2019), a caracterização da pedra calcária não apresenta todas as propriedades exigidas pelo protocolo do programa *Parmac2D*, pelo que foram pesquisadas em bibliografia as propriedades em falta, mediante os critérios dos valores medidos por Pinho (2007), a respeito da resistência à compressão e a porosidade da pedra calcária. Em (Azevedo et al., 2022) foram realizados ensaios para a determinação do módulo de elasticidade da pedra calcária utilizada na construção dos muretes.

Neste trabalho, foi utilizado o valor de resistência à compressão,  $\sigma_c$ , de Pinho (2007), o módulo de elasticidade, E, mencionado em (Azevedo et al., 2022), e o coeficiente de Poisson, v, de Ghafoori et al. (2017), Tabela 4.3.

Tabela 4. 3 - Propriedades elásticas e mecânicas da rocha calcária.

P	$\sigma_c$	E	υ	Referências
[%]	[MPa]	[GPa]		Referencias
8.1	47.80	-	-	(Pinho, 2007)
-	-	5.89	-	(Azevedo, et al., 2022)
9.5	53.83	24.10	0.29	(Ghafoori, et al., 2017)

# 4.3.2.2 Caracterização das areias

#### 4.3.2.2.1 Características físicas

Para determinar as características físicas das areias (de rio e de areeiro) foram conduzidos ensaios de análise granulométrica, determinação da massa volúmica, baridade, volume de vazios e teor de partículas finas.

Na análise granulométrica, entende-se como máxima dimensão do agregado como a menor abertura da malha do peneiro da série de peneiros ATSM, na qual passa uma quantidade de agregado igual ou superior a 90%. A mínima dimensão de agregado é a maior abertura da malha do peneiro da série na qual passa uma quantidade de agregado igual ou inferior a 5%. Por fim, o módulo de finura é a soma das percentagens totais retidas em cada peneiro da série principal (exceto o peneiro nº 200, com abertura de 75µm e o refugo), dividida por 100. Os resultados desta análise granulométrica, tanto da areia de rio como para a areia de areeiro, elaborada por Pinho (2007) constam na Figura 4.4, onde se apresentam as curvas granulométricas, e na Tabela 4.4, onde se apresentam os valores dos parâmetros mencionados.

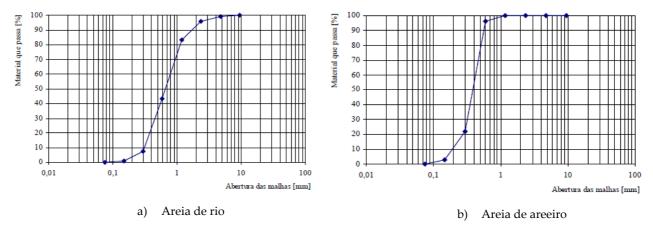


Figura 4. 4 - Curva granulométrica (Pinho, 2007).

Tabela 4. 4 - Granulometria das areias (Pinho, 2007).

Parâmetros		Areia de rio	Areia de areeiro
Máxima dimensão do agregado	[mm]	2,38	0,595
Mínima dimensão do agregado	[mm]	0,149	0,149
Módulo de finura	-	2,7	1,8

A massa volúmica e a baridade foram calculadas após a secagem da areia, a uma temperatura de 60  $^{\circ}$ C, e entende-se por partícula fina aquela que passa pelo peneiro com abertura de malha de 75  $\mu$ m, Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Características físicas das areias (Pinho, 2007).

Característica		Areia de rio	Areia de areeiro
Massa volúmica	[kg/m³]	2631,5	2647,5
Baridade	$[kg/m^3]$	1584,4	1527,3
Volume de vazios	[%]	38,2	39,5
Teor de partículas finas	[%]	1,2	7,6

### 4.3.2.3 Caracterização da cal aérea

### 4.3.2.3.1 Características físicas

Para determinar das características físicas da cal aérea procedeu-se a ensaios de análise granulométrica. Este estudo granulométrico foi realizado pela empresa Lusical, S.A., marca que forneceu o material. Os valores médios estão apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4. 6 - Granulometria da cal aérea (valores médios) (Pinho, 2007).

Análise	Valor médio (retido) [%]
2 μm	85,10
5 μm	57,00
10 μm	32,60
$40~\mu m$	14,40
50 μm	12,80
80 µm	9,23
125 μm	5,68
200 μm	2,50
315 µm	0,54
500 μm	0,00
Diâmetro médio	6,07 μm

# 4.3.2.4 Água

Através de ligação a uma boca de rega, a água utilizada para a amassadura da argamassa de assentamento da alvenaria foi retirada da rede pública de abastecimento da FCT-UNL.

### 4.3.2.5 Caracterização da argamassa de assentamento endurecida

### 4.3.2.5.1 Características físicas

Para a definição das características físicas, em (Pinho, 2007) realizou-se ensaios em provetes prismáticos de 16cm×4cm×4cm de argamassa endurecida. Estes ensaios

contribuíram para a determinação da massa volúmica real, da massa volúmica aparente e da porosidade aberta, Tabela 4.7.

Tabela 4. 7 - Características físicas da argamassa endurecida (Pinho, 2007).

Canadanistica		Valor médio	
Característica -		Entre as 6 e as 8 semanas	Aos 90 dias
Massa volúmica real	[kg/m³]	2590,0	2590,1
Massa volúmica aparente	[kg/m³]	1745,8	1742,9
Porosidade aberta	[%]	32,6	32,7

### 4.3.2.5.2 Características mecânicas

Para a definição das características mecânicas, utilizando os mesmos provetes prismáticos, foram realizados ensaios para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, resistência à compressão, resistência à tração por flexão e aderência ao suporte (Pinho, 2007).

Em provetes com noventa dias de idade foram medidas as resistências à tração e à compressão. Obtiveram-se os resultados de 0,300 MPa para a resistência à tração por flexão e de 0,650 MPa para a resistência à compressão.

Retirado to trabalho de Pinho (2007), apresenta-se na Figura 4.5 o diagrama do módulo de elasticidade dinâmico em função do tempo.

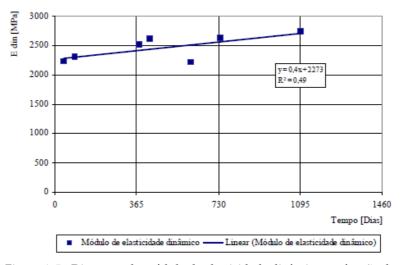


Figura 4. 5 - Diagrama do módulo de elasticidade dinâmico em função do tempo (Pinho, 2007).

Após a realização dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, foi estimado o módulo de elasticidade secante em 63.00 MPa, para provetes de 739 dias e considerando o intervalo de aplicação da tensão máxima entre 15% e 60%.

Apesar de que em (Pinho, 2007) se pôde retirar os valores de resistência à compressão, resistência à tração e os módulos de elasticidade secante e dinâmico, este, no seu trabalho, não determinou o coeficiente de Poisson, sendo uma variável importante em relação às propriedades elásticas da argamassa endurecida. Por isso, com base na relação cal aérea: areia de 1:3 e nos valores das propriedades mecânicas mencionadas em (Pinho, 2007), procurou-se na bibliografia um valor compatível para o coeficiente de Poisson (Souza, 2019). Em (Azevedo et al., 2022) é referido que novos valores de caracterização das propriedades da argamassa foram considerados.

Neste trabalho, foram utilizados os valores de resistência à compressão,  $\sigma_c$ , e resistência à tração,  $\sigma_t$ , de Pinho (2007), o módulo de elasticidade, E, mencionado em (Azevedo et al., 2022), e o coeficiente de Poisson, v, de Drougkas et al. (2016), Tabela 4.8.

Relação cal	$\sigma_c$	$\sigma_t$	<u>E</u>	υ	Referências
aérea:areia	[MPa]	[MPa]	[MPa]		
1:3	0.650	0.30	63.00	-	(Pinho, 2007)
1:3	1.230	0.43	125.00	0.16	(Drougkas, et al., 2016)
1:3	0.633	-	74.95	-	(Azevedo, et al., 2022)

Tabela 4. 8 - Propriedades elásticas e mecânicas da argamassa de cal aérea.

# 4.3.3 Modelos experimentais

Em (Pinho, 2007), foram obtidos valores de resistência à compressão para carregamentos verticais e para carregamentos horizontais. Para a validação dos resultados numéricos obtidas na presente dissertação, são necessários estes valores como meio de comparação de resultados.

Nesta dissertação, foram alvo de objeto de modelação numérica os muretes M57, de dimensões  $0.80 \text{m} \times 1.20 \text{m} \times 0.40 \text{m}$ , e o M12, de dimensões  $1.20 \text{m} \times 1.20 \text{m} \times 0.40 \text{m}$ . A relação entre o volume de pedra calcária e o volume de argamassa é de 1:3, 25% e 75%, respetivamente.

Os valores de resistência à compressão para "muretes de referência", ou seja, muretes simples e sem reforço, obtidos por (Pinho, 2007), foram utilizados nesta dissertação. Para o modelo numérico do murete M57, serão usados os muretes de referência M43, M21 e M32, que foram sujeitos apenas a ensaios de compressão uniaxial, e para o modelo numérico do murete

M12, serão usados os muretes de referência M20, M5 e o próprio M12, que foram sujeitos a ensaios monotónicos de compressão-corte.

### 4.3.3.1 Ensaios de compressão uniaxial - muretes de referência

Os muretes M43, M21 e M32 não reforçados ensaiados à compressão, foram considerados como muretes de referência para os ensaios numéricos. Apresentam-se sucintamente os resultados experimentais em termos de curvas de tensão-deslocamento, Figura 4.6, e força máxima, tensão máxima, deslocamento e deformação correspondente à força máxima na Tabela 4.9.

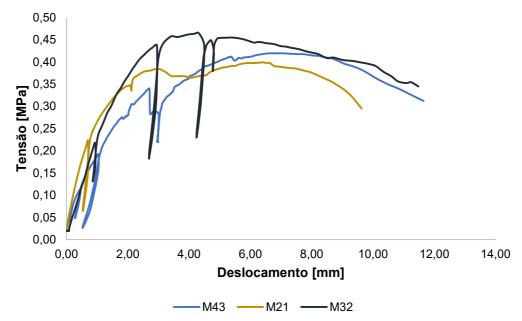


Figura 4. 6 - Diagrama de tensão-deslocamento dos muretes M42, M21 e M32 (Pinho, 2007).

Tabela 4.9 - Resultados de ensaios de compressão axial (muretes não reforçados) (Pinho et al., 2018).

Marraha	Força máxima	Tensão máxima	Deslocamentos	Deformação
Murete	[kN]	[MPa]	[mm]	[‰]
M43	134.2	0.42	6.8	5.7
M21	127.7	0.40	6.4	5.3
M32	148.5	0.46	4.3	3.6
Média	136.8	0.43	5.8	4.9

# 4.3.3.2 Ensaios monotónicos de compressão-corte - muretes de referência

Os resultados obtidos experimentalmente em ensaios monotónicos de compressão-corte dos muretes de referência não reforçados M20, M5 e M12 são apresentados na Figura 4.7. Na

Figura 4.7a), apresenta a carga vertical média aplicada e a força horizontal máxima. A força resultante calculada através da expressão 4.1 é apresentada na Figura 4.7b).

$$R = \sqrt{(F_V)^2 + (F_H^{max})^2}$$
 (4.1)

Na expressão 4.1,  $F_V$  é a carga vertical média para a qual o murete rompeu em resultado do deslocamento horizontal imposto pelo atuador, e  $F_H^{max}$  a força horizontal máxima correspondente (Pinho, 2007).

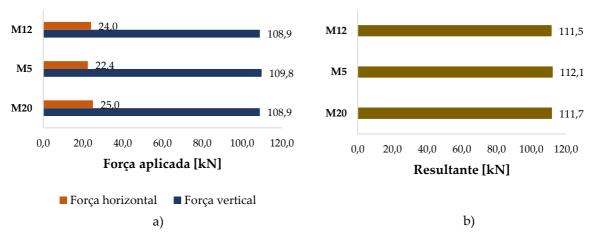


Figura 4. 7 – Diagramas de: a) força horizontal máxima e força vertical média e b) resultante aplicada nos muretes de referência (adaptado de (Pinho, 2007)).

Na Figura 4.8, apresenta-se o diagrama tensão horizontal – deslocamento horizontal dos ensaios de compressão-corte dos muretes de referência.

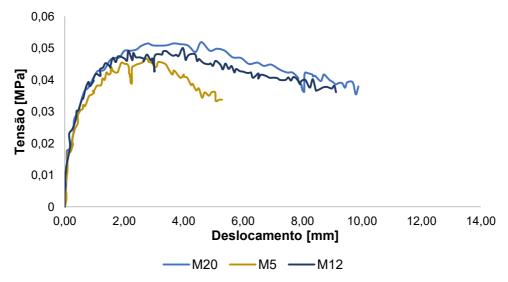


Figura 4. 8 - Diagrama de tensão-deslocamento dos muretes M20, M5 e M12 (Pinho, 2007).

# GERAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

# 5.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o procedimento de geração aleatória dos sistemas de partículas, de forma a representar o material objeto de modelação. Os modelos, do tipo MP, envolvem um grau elevado de discretização, pelo que estes procuram representar o melhor possível a sua heterogeneidade, incerteza nas propriedades dos materiais, incluindo comportamento não linear, e irregularidade geométrica das pedras da alvenaria ordinária. Desta forma, quanto mais detalhada for a representação da heterogeneidade da alvenaria, melhores serão os resultados obtidos pelo modelo.

A geração de um modelo MP consiste em duas fases distintas. A primeira, envolve a geração de um sistema de partículas inicial, a qual é procedida por uma segunda fase onde se vai definir os pontos de contacto através da tesselação de Voronoi de Laguerre dos centros de gravidade das partículas circulares.

# 5.2 Geração aleatória do sistema de partículas

A modelação de uma parede de alvenaria de pedra com um modelo MP de elementos discretos requer uma geração de um conjunto de partículas inseridas nos elementos que representam a pedra, e por outro conjunto de partículas inseridas no domínio exterior que representam as juntas de argamassa (Azevedo et al., 2016).

Os algoritmos de geração de partículas são propostos para a geração de conjuntos compactos de partículas inseridos num domínio poligonal com uma dada forma e tamanho (Azevedo, 2003), seguindo os princípios propostos por Wang et al. (1999). Em cada unidade de pedra e de argamassa é necessário definir o intervalo do tamanho das partículas. Para reduzir os custos computacionais, a estrutura de partículas adotada é geralmente simplificada

adotando partículas de maior dimensão, normalmente assumindo uma distribuição de raio uniforme.

Uma das vantagens da modelação de partículas, quando comparada com uma análise pelo MEF, é que é relativamente simples definir a disposição inicial das partículas a partir de uma representação em CAD ou, no caso deste trabalho, a partir de uma imagem digital onde é possível distinguir as unidades das pedras, que por regra apresentam disposições irregulares.

De seguida, é descrito o processo de geração de partículas adotado, Figura 5.1. Primeiramente, é discretizada, através de uma imagem digital, cada unidade de pedra, conhecendo a localização destas, Figura 5.1a). Concluída esta fase, cada unidade de pedra é discretizada com um conjunto de partículas compactas independentes, adotando para as unidades de pedra uma distribuição de partículas uniforme, Figura 5.1b). Por fim, a argamassa é discretizada seguindo os mesmos princípios que para as unidades de pedra, Figura 5.1c). Para a argamassa, é utilizada uma distribuição de partículas de tamanho menor, não apenas para refletir o facto de a argamassa conter partículas menores na sua constituição, mas também pelo facto de ser necessário partículas de menor tamanho para preencher os espaços mais estreitos do modelo.



Figura 5. 1 - Representação de uma parede, desde cada unidade de pedra até ao conjunto final de partículas (Azevedo et al., 2016).

Os conjuntos de partículas apresentam uma baixa porosidade, pelo que a geração do modelo segue o princípio da eliminação de vazios, apresentado em (Azevedo, 2003), em que a solução do modelo de partículas tem um comportamento descontínuo característico de um material granular de modo a permitir uma distribuição das sobreposições das partículas ao longo do conjunto total de partículas. Em (Bazant et al., 1990) é definida a sequência a adotar para o processo de geração de provetes aleatórios de partículas circulares em relação ao seu

tamanho e localização. Os passos do processo iterativo são apresentados de seguida, também seguidos em (Manco, 2018) e (Souza, 2019).

- Definição dos diâmetros máximo e mínimo das partículas a considerar, D<sup>s</sup><sub>max</sub> e D<sup>s</sup><sub>min</sub>, respetivamente (para este trabalho, o raio máximo da partícula é de 0,005 m e o raio mínimo da partícula é de 0,003 m, estes valores foram adotados para os diâmetros máximo e mínimo, respetivamente);
- Calcular o diâmetro, D<sup>s</sup>, de cada partícula, equação 5.1.;

$$D^{s} = D_{min}^{s} + \eta_{0}(D_{max}^{s} - D_{min}^{s})$$
 (5.1)

Onde a  $\eta_o$  é correspondido um número aleatório entre 0,0 e 1,0.

Geração de pares de coordenadas aleatórias (x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>) para a definição da posição do centro das partículas atribuída a uma função de distribuição normal, equação 5.2. e
 5.3.;

$$x_i = X_{min} + \eta_1 (X_{max} - X_{min}) (5.2)$$

$$y_i = Y_{min} + \eta_2 (Y_{max} - Y_{min}) \tag{5.3}$$

Onde,  $X_{min}$ ,  $X_{max}$ ,  $Y_{min}$  e  $Y_{max}$  são as coordenadas mínimas e máximas, respetivamente, que definem cada ponto de contorno das pedras e da secção retangular do provete. Os valores de  $\eta_1$  e  $\eta_2$  correspondem a números aleatórios entre 0.0 e 1.0.

Por se tratar de uma geometria irregular, adota-se uma secção retangular que envolve o domínio da pedra, para de seguida, eliminar os pares de coordenadas que estão fora do domínio a apresentar. O contorno de cada pedra subtraído à área da secção retangular corresponde ao domínio da argamassa.

 Para cada novo par de coordenadas gerado é verificada a hipótese de sobreposição com partículas já inseridas ou paredes de fronteira. Se a sobreposição ocorrer, a posição da partícula gerada é rejeitada. Para as novas partículas geradas cumprirem a hipótese de sobreposição, deve ser necessário manter uma distância entre todas as outras igual a  $\gamma \frac{D_A - D_B}{2}$ . A variável  $\gamma$  foi definida como o diâmetro mínimo das duas partículas consideradas, ou seja,  $\gamma = \min(D_A; D_B)$  (Wang et al., 1999). Os raios das partículas são progressivamente reduzidos de forma que estas sejam mais facilmente encaixadas nos limites previamente definidos;

- A geração aleatória de coordenadas continua até que a área de vazios do provete passe a ser inferior a  $\pi(D_{min}^s)^2$ , considerando-se em seguida um novo material para preencher os vazios, que corresponde às juntas de argamassa;
- O processo termina quando a última partícula do último material (argamassa) é inserida.

A distribuição do tamanho das partículas para o modelo numérico devia realizar-se com base na distribuição granulométrica real dos materiais. Para a realidade das estruturas de alvenaria de pedra esta solução não se torna viável, pois iria conduzir a um nível muito elevado de partículas. De modo a elaborar um modelo de partículas mais simples, adota-se um raio maior para as partículas. É assumida a distribuição uniforme dos raios, tendo como base um raio mínimo e um raio máximo (Souza, 2019) (Azevedo et al., 2016).

# 5.3 Definição dos pontos de contacto

Após a geração aleatória do sistema de partículas circulares inicial, constituindo um modelo de elementos discretos, a parede de alvenaria de pedra é discretizada num conjunto de partículas que interagem entre si através de interfaces poligonais. Este processo passa pela definição dos planos de contacto através da tesselação de Voronoi de Laguerre (Okabe et al., 1992), usando primeiro uma triangulação de Delaunay dos centros de gravidade das partículas (Azevedo et al., 2013). O modelo de tesselação de Voronoi de Laguerre permite incorporar o raio da partícula, ou seja, a distância entre um ponto no espaço e o centro de gravidade da partícula, dada em função da distância Euclidiana e do quadrado do raio da partícula. É preferível, assim, usar a tesselação de Laguerre, pois esta irá gerar diagramas de Voronoi com arestas similares aos planos de contacto geométricos, a meia distância, quando considerando duas partículas circulares em contacto (Azevedo et al., 2014) como demonstrado na Figura 2.3.

A assembleia de partículas circulares inicial é criada primeiramente ao serem inseridas as partículas com metade do seu raio de forma a garantir que as partículas não se sobrepõem umas com as outras. De seguida, o raio real das partículas é adotado e é obtida uma solução MED do tipo não coesivo, conduzindo a uma redistribuição da sobreposição das partículas ao longo de toda a assembleia, Figura 5.2a). Os centros de gravidade das partículas são então medidos, usando a triangulação de Delaunay, Figura 5.2b), e finalmente as interfaces poligonais das partículas são obtidas e dadas pela tesselação de Laguerre. As partículas continuam a ser circulares, mas considera-se que estas interagem com as partículas vizinhas através das arestas de Voronoi que formam as interfaces poligonais, Figura 5.2c).

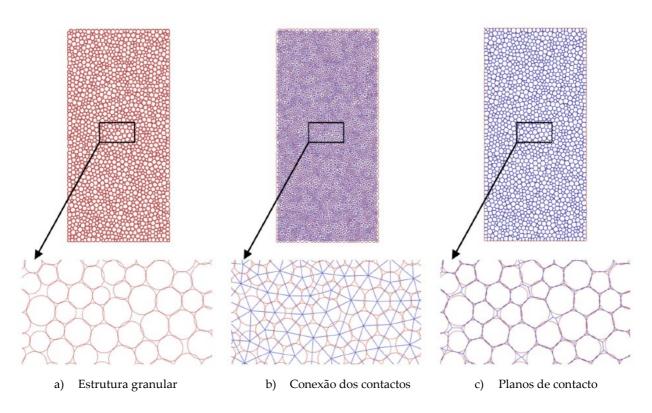


Figura 5. 2 - Evolução do modelo desde a estrutura granular simples à geometria dos planos de contacto (Azevedo, et al., 2014).

# 5.4 Definição e elaboração dos modelos computacionais dos muretes

A geração do modelo de partículas dos muretes é feita tendo por base a definição dos contornos das pedras. Este levantamento, no presente estudo, foi feito através do registo fotográfico a partir dos muretes M57 e M12.

# 5.4.1 Levantamento fotográfico

A primeira etapa para a elaboração do modelo numérico dos muretes foi a recolha de material fotográfico, tendo sidos selecionados os muretes M57 e M12, de dimensões  $0.80 \text{m} \times 1.20 \text{m} \times 0.40 \text{m}$  e  $1.20 \text{m} \times 1.20 \text{m} \times 0.40 \text{m}$ , respetivamente. O murete M57 foi preparado para a recolha de imagem fotográfica através da marcação dos contornos das pedras para facilitar o processo de digitalização das imagens, Figura 5.3. Este processo teve um desenvolvimento cuidadoso que será descrito no ponto 5.4.1.1.



Figura 5. 3 - Duas faces frontais do murete M57, já com os contornos.

As fotografias ao serem recolhidas tinham que ter uma boa qualidade e uma distorção reduzida.

O murete M12 foi ensaiado experimentalmente em ensaio monotónico à compressão-corte pelo que as imagens foram recolhidas do arquivo fotográfico de Pinho (2007). Os contornos das pedras foram marcados de forma digital, Figura 5.4. Procedeu-se à pintura do contorno da fronteira das pedras para ser possível distinguir com clareza as juntas de argamassa, ao mesmo tempo que fosse possível observar com nitidez o contorno das pedras.



Figura 5. 4 - Duas faces frontais do murete M12, sem contornos em cima (Pinho, 2007), com contornos em baixo.

O murete M12 foi objeto de estudo no trabalho de Souza (2019), onde foi feita a análise numérica de ensaios à compressão uniaxial das faces laterais do murete. Este murete foi escolhido para este trabalho, pois procurou-se validar o ensaio numérico à compressão uniaxial utilizando as faces frontais e estudar a influência das propriedades resistentes dos contactos pedra-argamassa na sua resposta. Foram realizados ensaios numéricos à compressão-corte do mesmo, tendo os resultados experimentais disponíveis em (Pinho, 2007).

Escolheu-se também um murete de dimensões menores, o murete M57, por duas razões: ver a influência de escala e geometria dos muretes e verificar o efeito de aleatoriedade da distribuição das pedras.

### 5.4.1.1 Transporte, preparação e pintura dos muretes

Este ponto é referente ao processo de preparação do murete M57 anterior à recolha do material fotográfico deste.

Primeiramente, o murete teve de ser retirado do local onde estava armazenado, nas instalações do Departamento de Engenharia Civil, na FCT-NOVA, para de seguida ser transportado, através de uma empilhadora, para o exterior do hangar do Laboratório de Estruturas, Figura 5.5(1). Devido ao facto do murete se ter encontrado armazenado por um longo período, este foi limpo utilizando uma mangueira de ar em pressão, Figura 5.5(2).

Para se distinguir com clareza as juntas de argamassa das pedras, procedeu-se à remoção da argamassa que cobria a face exterior das pedras, com um berbequim com uma escova metálica acoplada, Figura 5.5(3). Este passo foi importante para que as juntas entre a argamassa e as pedras sejam mais fáceis de identificar. Este processo foi realizado com os maiores cuidados, devido à fragilidade do murete e dos seus materiais constituintes.

No final, utilizou-se novamente a mangueira de ar em pressão para retirar o pó proveniente da remoção da argamassa, e foi pintada com um marcador a fronteira das pedras do murete, de ambas as faces frontais, Figura 5.5(4), dando origem ao resultado final, Figura 5.5(5). Este registo fotográfico foi necessário para elaborar o modelo numérico.











Figura 5. 5 - Processo de transporte, limpeza, preparação e pintura do murete M57.

# 5.4.2 Marcação dos pontos

A partir do material fotográfico obtido, fazendo uso da ferramenta *DigXY* (Mark James 1998), a marcação dos pontos é realizada através de um processo que se divide em três partes: definição do domínio onde os pontos vão ser inseridos, definição do máximo e mínimo dos eixos coordenados do domínio e por fim a marcação dos pontos, Figura 5.6.

Através da ferramenta, foi criada uma lista de pontos coordenados segundo os eixos X e Y. A definição do domínio, onde os pontos vão ser inseridos é criado através do desenho de uma caixa, Figura 5.6(1). De seguida, são definidos os eixos coordenados do domínio criado para a face a modelar, onde são definidos o máximo e o mínimo para cada eixo coordenado X e Y, Figura 5.6(2). Por fim, sobre as linhas pintadas no contorno das pedras são marcados os pontos e para cada vértice é atribuído um par de coordenadas, Figura 5.6(3).

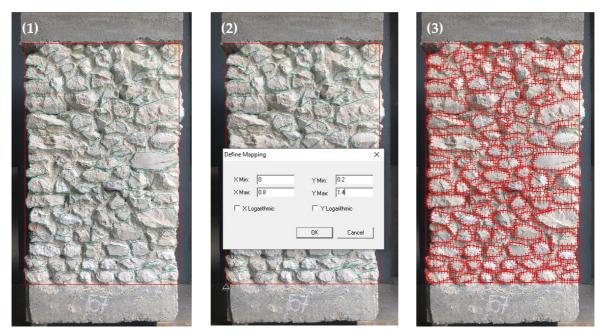


Figura 5. 6 - Fases de geração da lista de pontos coordenados segundos os eixos X e Y.

No fim deste processo, os pontos coordenados de cada vértice são agrupados em polígonos, que representam as pedras, e transferidos para uma folha de código de programação, na aplicação *Notepad++* (Don Ho 2022). Esta lista de pontos coordenados incorporados na folha de código, quando lida pelo programa *Parmac2D*, a cada conjunto de pontos coordenados vai gerar um polígono, Figura 5.7, e passa-se de uma imagem fotográfica, para uma imagem em pontos coordenados.

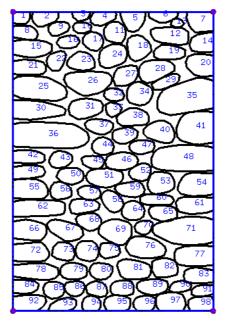


Figura 5.7 - Geração dos polígonos no programa Parmac2D do murete M57, Lado B.

Sendo uma modelação em 2D, o processo aqui demonstrado, foi realizado da mesma forma para os dois muretes em estudo.

# 5.4.3 Geração do modelo numérico no Parmac2D

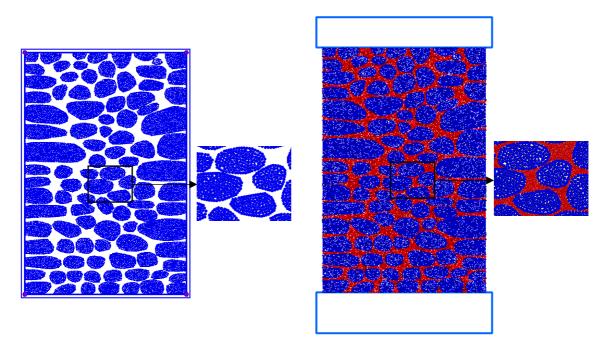
Após a definição da disposição dos blocos de pedra, é necessário implementar um processo de geração do modelo no programa *Parmac2D*. A informação ao ser exportada para a linguagem utilizada no programa, consta nos seguintes passos, de acordo com a Figura 5.8:

- Preenchimento dos blocos de pedra com partículas, Figura 5.8a);
- Preenchimento dos espaços vazios do domínio com partículas, correspondentes à argamassa, Figura 5.8b);
- Definição dos contactos através da tesselação de Voronoi de Laguerre dos centros de gravidade das partículas circulares, Figura 5.8c);
- Definição dos materiais associados aos contactos.

A Figura 5.8 mostra os diferentes passos para a elaboração dos modelos numéricos, neste caso, para o murete M57, Lado B. A geração do modelo MP, ao incluir uma estrutura discreta, apresenta a possibilidade de considerar novos contactos à medida que o cálculo avança, o que simplifica o processo de geração, facto que se torna importante no caso da alvenaria de pedra, dada a sua heterogeneidade (Azevedo et al., 2022).

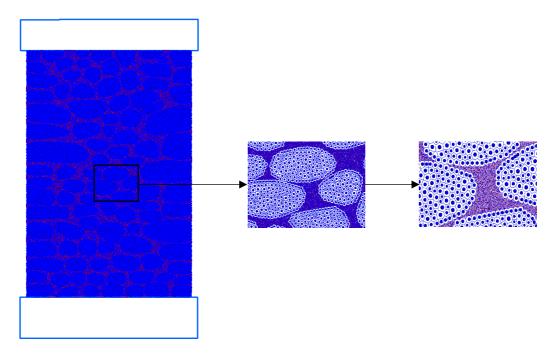
Na discretização de cada bloco de pedra, com uma dimensão média de 16,7 cm (Pinho, 2007), para o modelo MP adotou-se uma distribuição de partículas uniforme com o raio a variar entre 0,003 m e 0,005 m, similar ao estudo realizado por Souza (2019). Para a discretização da argamassa, foi adotada uma distribuição de partículas com raio variável, entre 0,00714 m e 0,00119 m, uma aproximação mais grosseira da granulometria real da areia de areeiro e areia de rio obtidas no estudo experimental da argamassa.

Dados os diâmetros mínimo e máximo das partículas, constituindo o sistema e a porosidade final desejada, as partículas vão ser inseridas dentro da área definida dos polígonos segundo uma distribuição uniforme, mas com metade do seu raio para evitar a sobreposição entre as partículas, para que, despois de inseridas, as partículas retomem o seu raio final, o que, consequentemente, vai conduzir ao arranjo final dos elementos.



a) Discretização da pedra.

b) Discretização da argamassa, pelo processo de eliminação de vazios.



c) Definição dos contactos, através da tesselação de Voronoi de Laguerre.

Figura 5. 8 – Processo de criação dos modelos numéricos MP representativos da face frontal do murete M57, Lado B, com ampliação da assembleia de partículas, incluindo os contactos entre partículas.

O material associado a cada contacto varia dependendo do material das partículas em contacto. Assim sendo, foram considerados seis tipos de materiais:

- Material 1: pedra/pedra (contacto na própria pedra) (p-p);
- Material 2: argamassa/argamassa (a-a);
- Material 3: argamassa/pedra (a-p);
- Material 4: parede/pedra (pr-p);
- Material 5: parede/argamassa (pr-a);
- Material 6: pedra/pedra (entre duas pedras diferentes) (pe-pe);

A Tabela 5.1 apresenta, para cada modelo MP, o número total de partículas adotadas na discretização dos modelos numéricos dos muretes M57 e M12, e o número total de contactos.

Para cada material, tiveram de ser definidas as propriedades mecânicas dos contactos, com base num processo de calibração.

Partículas			Contactos					
Modelo	Pedra (p)	Argamassa (a)	p-p	a-a	a-p	pr-p	pr-a	pe-pe
M57, Lado A	14999	94133	39842	264660	21338	710	624	12
M57, Lado B	14917	95758	39452	269260	21706	705	594	107
M12, Lado A	22061	142519	59708	403914	28512	650	692	2
M12, Lado B	22082	140378	60310	399682	25866	596	638	40

Tabela 5. 1 - Modelos numéricos - número de partículas e contactos.

# 5.5 Calibração dos parâmetros do modelo de partículas

As micro propriedades elásticas e resistentes dos contactos argamassa-argamassa e pedrapedra dos modelos numéricos dos muretes foram calibradas com base nos resultados
experimentais. Apresenta-se resumidamente o processo de calibração dos parâmetros,
elaborado em (Souza, 2019) e (Azevedo et al., 2022). O processo consta de reprodução de testes
experimentais no programa *Parmac2D*, nomeadamente, testes de compressão axial das
unidades de pedra e argamassa, bem como testes à flexão nas unidades de argamassa.

Nesta fase do processo de modelação, procurou-se corresponder as propriedades mecânicas do modelo numérico a ensaiar no programa às propriedades mecânicas macroscópicas resultantes dos valores apresentados em (Pinho, 2007), correspondentes à caracterização dos materiais utilizados nos seus modelos experimentais, submetidos a ensaios laboratoriais.

As propriedades elásticas dos contactos são inicialmente definidas em ordem de igualar os valores macroscópicos do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson. De seguida, as propriedades resistentes dos contactos são definidas em ordem de igualar os valores de pico de resistência conhecidos. Nos modelos MP é, geralmente, adotado um comportamento elástico dos materiais em ensaios de compressão. Durante as simulações numéricas levadas a cabo, ocorreram valores muito altos da força normal de compressão nos contactos argamassa-argamassa, devido à heterogeneidade presente nos muretes de alvenaria de pedra (Azevedo et al., 2022), pelo qual o modelo de comportamento vai ser adaptado para limitar a ocorrência de tensões de compressão elevadas nos contactos.

O processo de calibração inicia-se através da criação de um provete simples, preenchido por um conjunto de partículas dentro de todo o seu domínio, tomando por base a distribuição adotada na discretização dos muretes de alvenaria de pedra, Figura 5.9. Para os contactos pedra-pedra, representantes das unidades de pedra, foram utilizados provetes numéricos com 0.20m×0.20m de dimensões. Para os contactos argamassa-argamassa, representantes das unidades de argamassa, foram utilizados provetes numéricos de 0.04m×0.04m de dimensões para os testes de compressão uniaxial, e provetes de 0.16m×0.04m de dimensões para os testes à flexão (Azevedo et al., 2022).

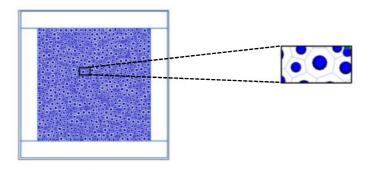


Figura 5. 9 - Geração do provete (adaptado de (Souza, 2019)).

A calibração dos parâmetros do modelo é um processo iterativo de tentativa e erro realizado de forma manual, isto é, define-se valores de *input* na folha de código para que o programa *Parmac2D* submeta o provete a um teste numérico, e no final obtém-se um valor de *output*. Procura-se obter as mesmas propriedades mecânicas e elásticas para os ensaios numéricos, ou seja, ao serem atribuídos valores aos parâmetros que controlam estas propriedades no *Parmac2D*, tentou-se igualar os resultados aos valores das propriedades que caracterizam os materiais a simular (Souza, 2019).

# 5.5.1 Propriedades mecânicas dos contactos

A calibração das propriedades mecânicas dos contactos distingue-se em dois processos: a calibração das propriedades elásticas e a calibração das propriedades resistentes.

Existem sete parâmetros de contacto (valores de *input*) que vão influenciar os parâmetros elásticos e resistentes (valores de *output*) das partículas, sendo estes:  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{E}$  os termos de entrada relacionados com as propriedades elásticas,  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{C}$  e  $\bar{\mu}$  os termos de entrada relacionados com as propriedades resistentes e, por fim,  $G_I$  e  $G_{II}$  as energias de fratura à tração e ao corte no plano, respetivamente, que influenciam os valores de saída da tensão de tração e compressão das partículas.

Como se trata de um processo iterativo, à medida que as iterações são feitas, é possível perceber como é que cada parâmetro influencia a resposta.

# 5.5.1.1 Propriedades elásticas

O processo de calibração das propriedades elásticas – módulo de elasticidade, *E*, e coeficiente de Poisson, *v* - passa por criar dois provetes, Figura 5.9, um para calibrar os parâmetros da pedra calcária, outro para calibrar os parâmetros da argamassa endurecida. O processo de geração dos provetes é idêntico ao da geração das assembleias de partículas e contactos das pedras e da argamassa dos muretes de alvenaria de pedra.

Numa folha de código já padronizada estabelece-se os parâmetros através da atribuição de valores às incógnitas  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{E}$ , para que o programa Parmac2D submeta o provete a um ensaio de compressão uniaxial (Souza, 2019).

Quando o ensaio de compressão uniaxial está finalizado vai haver uma "saída" de valores dos parâmetros E e v, e, se estes corresponderem aos valores obtidos de forma experimental, os parâmetros consideram-se calibrados, e regista-se os valores de  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{E}$ . Caso isso não aconteça, continua-se a atribuir valores às incógnitas  $\bar{\alpha}$  e  $\bar{E}$  até o *output* final ser igual aos parâmetros experimentais. O processo de calibração das propriedades elásticas no programa Parmac2D é sintetizado na Figura 5.10.



Figura 5. 10 - Quadro síntese do processo de calibração de E e v (adaptado de (Souza, 2019)).

# 5.5.1.2 Propriedades resistentes

Para a calibração das propriedades resistentes – resistência à compressão,  $\sigma_c$ , e resistência à tração,  $\sigma_t$  – utilizou-se um processo semelhante de geração dos provetes ao realizado anteriormente para a calibração das propriedades elásticas. Nesta calibração, na folha de código padronizada estabelece-se os parâmetros através da atribuição de valores às incógnitas  $\bar{\sigma}$ , para a tensão à tração,  $\bar{C}$ , para a tensão ao corte, e  $\bar{\mu}$ , para o termo de atrito (Souza, 2019).

O provete, Figura 5.9, vai ser submetido a um ensaio de tração simples, e a um ensaio de compressão uniaxial. Do ensaio de tração simples obtém-se a tensão máxima à tração,  $\sigma_t$ , e do ensaio de compressão uniaxial obtém-se a tensão máxima à compressão,  $\sigma_c$ . O processo de calibração das propriedades resistentes é sintetizado na Figura 5.11.



Figura 5. 11 - Quadro síntese do processo de calibração de  $\sigma_t$  e  $\sigma_c$  (adaptado de (Souza, 2019)).

Na folha de código é atribuído um valor à incógnita de tensão à tração,  $\bar{\sigma}$ , e no programa Parmac2D é realizado um ensaio de tração simples, onde se obtém o valor de output de  $\sigma_t$ . Se o valor de  $\sigma_t$  for igual ao obtido experimentalmente o processo de calibração continua com o passo seguinte, caso contrário, continua-se a atribuir valores a  $\bar{\sigma}$  até o valor de output ser igual ao experimental. Quando  $\sigma_t$  estiver determinado, é atribuído um valor à incógnita de tensão ao corte,  $\bar{C}$ , e no programa é realizado um ensaio de compressão uniaxial, onde se obtém o valor de output de  $\sigma_c$ . Se o valor de  $\sigma_c$  for igual ao obtido experimentalmente o processo dá-se por concluído, se não for, continua-se a atribuir valores a  $\bar{C}$  até o output final ser igual aos parâmetros experimentais.

Se no final os valores de  $\sigma_t$  e  $\sigma_c$  forem iguais aos valores obtidos experimentalmente, os parâmetros consideram-se calibrados e regista-se os valores de  $\bar{\sigma}$  e  $\bar{C}$ . Caso isso não aconteça, tem de se retroceder o processo até ao início, para a primeira atribuição do valor de  $\bar{\sigma}$  até ao *output* final ser igual aos parâmetros experimentais apresentados.

# 5.5.2 Parâmetros ótimos de calibração

As propriedades mecânicas para os contactos argamassa-argamassa e pedra-pedra presentes no modelo numérico foram inicialmente calibradas por Souza (2019). A calibração

realizada em (Souza, 2019) carece da existência de valores experimentais das propriedades da pedra calcária e algumas propriedades da argamassa. No decorrer do trabalho realizado por Azevedo et al. (2020) foram realizados ensaios mecânicos adicionais para caracterizar os constituintes da alvenaria de pedra: testes de compressão uniaxial da pedra e argamassa e testes de flexão em provetes de argamassa. Foram atualizadas as propriedades dos contactos através de ensaios de calibração numérica de maneira que o modelo responda de forma o mais próximo possível dos resultados experimentais do murete. Em (Azevedo et al., 2022) foram realizados ensaios adicionais de calibração à compressão uniaxial nas partículas de pedra e argamassa, e ensaios à flexão apenas para as partículas de argamassa. Na Tabela 5.2, apresentam-se os valores experimentais e os valores obtidos após a calibração do modelo MP.

Tabela 5. 2 - Propriedades mecânicas: valores macroscópicos (Azevedo et al., 2022).

Valores experimentais								
Material	$\sigma_c$ [MPa]	$\sigma_t$ [MPa]	E [GPa]	υ				
Pedra calcária	47.8	-	6.0	0.30				
Argamassa endurecida	0.65	0.30	0.075	0.16				
Valores numéricos após calibração								
Pedra calcária	47.8	-	6.0	0.30				
Argamassa endurecida	0.66 (0.69)	0.15 (0.16)	0.075	0.16				

Verifica-se que existe uma boa aproximação dos valores macroscópicos numéricos da pedra e da argamassa com os valores experimentais.

As propriedades elásticas e resistentes dos contactos calibrados apresentam-se na Tabela 5.3. Por não ser possível calibrar os contactos argamassa-pedra foi assumido, numa primeira fase, as propriedades destes contactos iguais às dos contactos argamassa-argamassa.

Tabela 5. 3 - Propriedades mecânicas: valores de contacto (Azevedo et al., 2022).

Contactos	$\overline{m{E}}$	$\overline{\alpha}$	$\overline{m{\sigma}}$	<u></u> \( \overline{C} \)	$\overline{\mu}$	$G_{I}$	$G_{II}$
Contactos	[GPa]		[MPa]	[MPa]		[N/m]	[N/m]
р-р	8.60	0.11	8.90	35.70	1.00	0.3838	56.1403
a-a e a-p	0.09	0.43	0.16	0.16	1.00	0.0013	0.0030

# MODELAÇÃO NUMÉRICA DOS ENSAIOS DE COMPRESSÃO AXIAL

# 6.1 Introdução

Neste capítulo procede-se a apresentação e discussão dos resultados dos modelos numéricos ensaiados à compressão axial. Os muretes ensaiados numericamente correspondem aos muretes M57 (murete pequeno) e o M12 (murete grande).

Na condução desta discussão, vai-se usar os resultados experimentais de referência do modelo experimental M21 de Pinho (2007). O murete M21 foi construído com base nos materiais caracterizados por Pinho (2007), que serviram de base para o processo de calibração apresentado na Secção 5.5.

# 6.2 Ensaio de compressão uniaxial

Os ensaios de compressão uniaxial, ou de compressão simples, avaliam o esforço máximo suportado pelo murete, sem confinamento (Souza, 2019). Na Tabela 6.1 apresentamse as dimensões dos muretes frontais utilizados nos ensaios de compressão uniaxial.

Em (Pinho, 2007), a relação em volume de pedra/argamassa adotada foi de 75%/25%. No entanto, nos modelos numéricos é difícil atingir esta relação de forma perfeita. Com base na metodologia adotada no Capítulo 5 para a elaboração dos modelos numéricos, uma das maiores dificuldades foi a reprodução de uma percentagem tão elevada de pedra, devido a uma aproximação bidimensional simplificada. Os contornos das pedras nas faces dos muretes podem não corresponder a 100% aos contornos reais da pedra. Para reduzir a percentagem de argamassa e conseguir uma aproximação da relação pedra/argamassa mais aceitável aos

valores reais teve-se de recorrer a uma ferramenta na folha de código a inserir no programa *Parmac2D* para aumentar o tamanho das pedras.

Tabela 6. 1 - Geometria dos muretes numéricos frontais

Modelo	Largura [m]	Altura [m]	Espessura [m]
M57	0.80	1.20	0.40
M12	1.20	1.20	0.40

Na primeira fase, os muretes foram sujeitos a ensaios de compressão simples e comparados com os resultados experimentais do murete M21 de Pinho (2007).

# 6.2.1 Estudo paramétrico I

No estudo paramétrico presente utilizou-se os parâmetros de calibração mencionados no Capítulo 5, secção 5.5.2, segundo Azevedo et al. (2022), apresentados na Tabela 5.3.

### 6.2.1.1 Muretes M57 e M12 - compressão uniaxial

No ensaio numérico de compressão axial para os muretes M57 e M12, utilizou-se um modelo de contacto com enfraquecimento bilinear (MC21). Posteriormente será feita uma comparação dos resultados obtidos entre os muretes M57 e M12, para avaliar o efeito de escala nos resultados.

#### 6.2.1.1.1 Murete M57

Na Figura 6.1 apresentam-se os dois provetes para o modelo numérico do murete M57, correspondentes às duas faces frontais, Lado A e B. É possível admitir que os muretes em estudo correspondem a uma parede de alvenaria de duas folhas, pelo que as duas faces apresentam padrões de distribuição das pedras diferente.

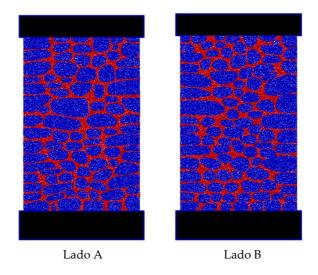


Figura 6. 1 - Provetes numéricos do murete M57.

Na Figura 6.2 é apresentada a curva de tensão-deslocamento obtida numericamente para o ensaio de compressão uniaxial de ambas as faces frontais do modelo numérico do murete M57. Por comparação também é apresentada a curva de tensão-deslocamento obtida experimentalmente por (Pinho, 2007) do murete M21, de dimensões iguais ao murete M57.

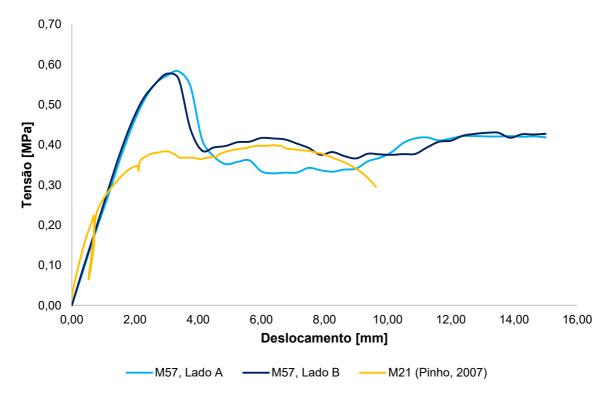


Figura 6. 2 - Resultados numéricos do modelo M57 e experimental M21 - curva de tensão-deslocamento.

Para esta calibração, verifica-se que a tensão máxima obtida com o modelo numérico é aproximadamente 50% superior aos valores máximos obtidos experimentalmente. Este resultado indica que é necessário identificar os parâmetros do modelo numérico responsáveis por produzirem esta diferença e procurar compreender que ajustes são indicados a fazer na fase de calibração e no modelo constitutivo para que o modelo numérico possa fornecer uma resposta próxima da experimental. É possível observar que tanto para o Lado A como para o Lado B do murete M57, os resultados numéricos obtidos foram muito idênticos, o que indica que a disposição ligeiramente diferente das pedras dos muretes não tem uma influência significativa nos resultados numéricos obtidos.

De referir, no entanto, que a curva numérica obtida se desenrola de forma parecida à obtida experimentalmente e o valor residual pós-pico é muito semelhante.

### 6.2.1.1.2 Murete M12

Na Figura 6.3 apresentam-se os dois provetes para o modelo numérico do murete M12, correspondentes às duas faces frontais, Lado A e Lado B.

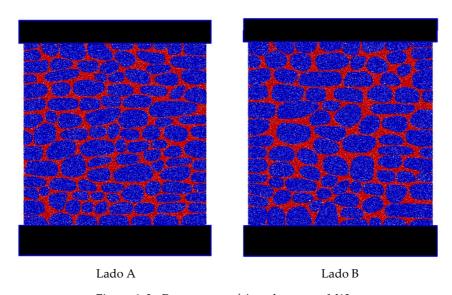


Figura 6. 3 - Provetes numéricos do murete M12.

Na Figura 6.4, são apresentadas as curvas de tensão-deslocamento obtidas numericamente no ensaio de compressão simples para os dois provetes do murete M12 tendo por base um modelo de contacto com enfraquecimento bilinear MC21. Acompanhando estas curvas, também consta a curva obtida no ensaio experimental de compressão uniaxial do murete M21 de Pinho (2007).

Por análise do gráfico, verifica-se que os resultados foram muito parecidos aos resultados dados pelas curvas da Figura 6.2, pelo que se pode supor que também a geometria dos muretes, bem como a disposição das pedras, não influencia a capacidade resistente à compressão dos muretes. Também é possível verificar que a capacidade resistente do modelo numérico é 50% superior à capacidade resistente do ensaio experimental. De referir, no entanto, que tal como no exemplo anterior, curva numérica obtida evolui de forma parecida à obtida experimentalmente e o valor residual pós-pico é muito semelhante.

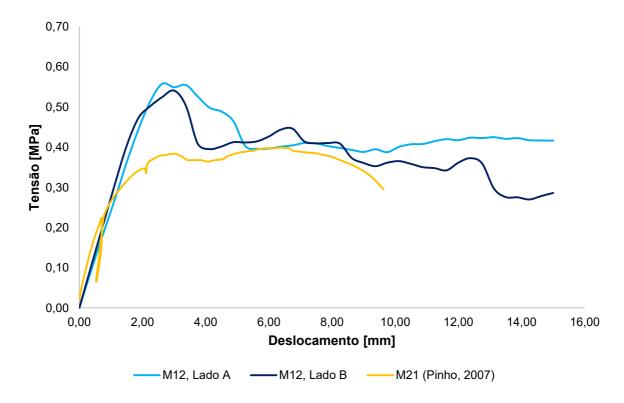


Figura 6. 4 - Resultados numéricos do modelo M12 e experimental M21 - curva de tensão-deslocamento.

Em estudos anteriores, como em (Azevedo et al., 2022), já se tinha chegado à conclusão que as propriedades dos contactos argamassa-pedra tinham de ser revistas, o que foi confirmado pelos resultados apresentados nos modelos frontais dos muretes. O efeito desta alteração será avaliado de seguida no estudo paramétrico II, que consiste na redução em 50% da resistência do contacto argamassa-pedra.

# 6.2.2 Estudo paramétrico II

De maneira a reduzir a tensão máxima de compressão obtida numericamente, reduziuse em 50% os parâmetros resistentes de contacto argamassa-pedra, assumindo-se que esta ligação apresenta propriedades inferiores às existentes no contacto argamassa-argamassa.

Visto que os resultados obtidos anteriormente para os ensaios numéricos de compressão axial para os Lado A e Lado B dos muretes M57 e M12 foram muito parecidos, de seguida irá apenas mostrar-se os resultados para o Lado A dos muretes M57 e M12. Os modelos numéricos com modelo de contacto com enfraquecimento MC21 e redução em 50% dos parâmetros resistentes do contacto pedra-argamassa serão indicados nas legendas dos gráficos como M57-PA0.5 e M12-PA0.5.

Na Figura 6.5 apresenta-se a curva de tensão-deslocamento para o modelo de contacto com enfraquecimento bilinear MC21 para os dois provetes numéricos M57-PA0.5 e M12-PA0.5, assim como os resultados experimentais do murete M21.

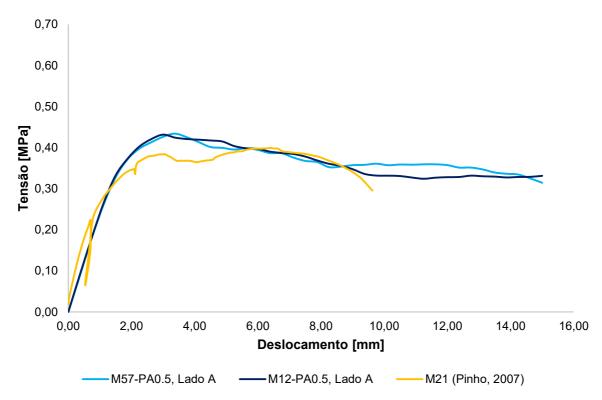


Figura 6. 5 - Resultados numéricos do modelo M57-PA0.5, M12-PA0.5 e experimental M21 - curva de tensãodeslocamento.

Da análise dos gráficos, é possível constatar que a redução dos parâmetros resistentes do contacto argamassa-pedra permitiu uma melhor aproximação dos valores numéricos aos valores experimentais em termos de tensão máxima, não comprometendo a ductilidade já verificada.

Nas Figuras 6.6 e 6.7, são apresentadas as figuras de rotura obtidas ao longo do ensaio numérico para os dois provetes. São apresentadas quatro figuras para cada provete, cada uma correspondendo a um ponto marcado nas curvas do gráfico tensão-deslocamento.

É de notar que mesmo antes do ponto de rotura já existe algum dano e formação de fendas nos muretes, pelo que será interessante também analisar o ensaio do ponto de vista do dano e das fendas provocadas pelo ensaio.

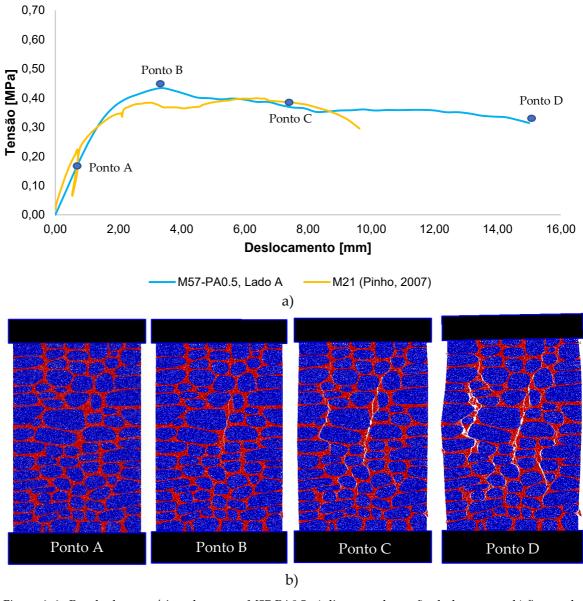


Figura 6. 6 - Resultados numéricos do murete M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento; b) figuras de rotura.

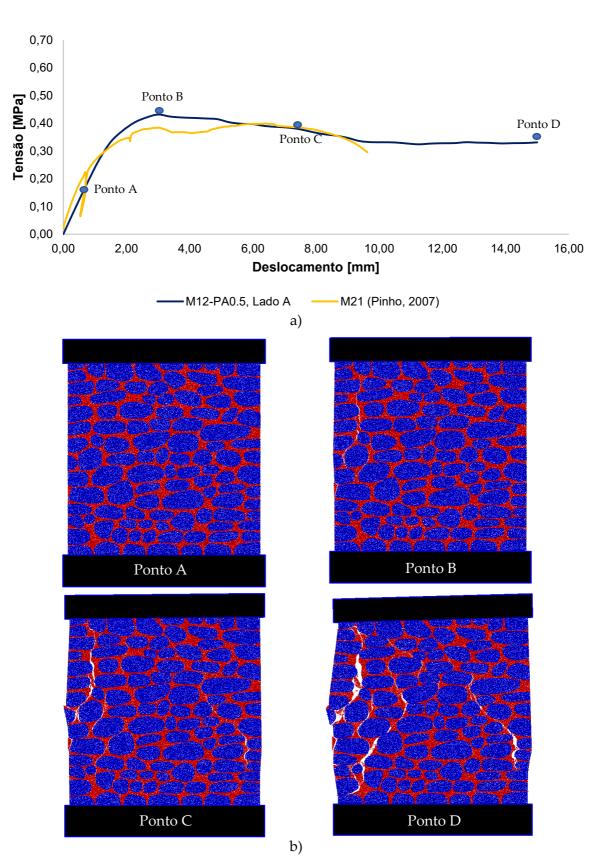
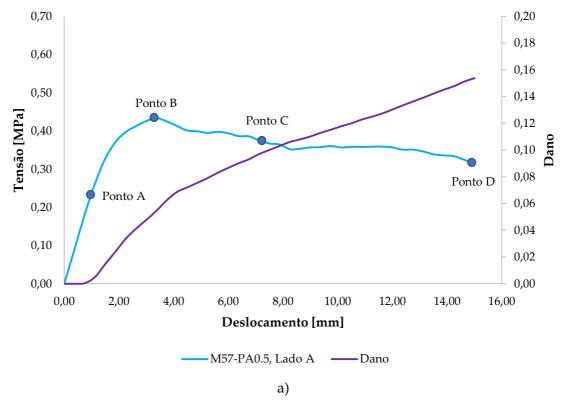


Figura 6. 7 - Resultados numéricos do murete M12-PA0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento; b) figuras de rotura.

Na Figura 6.8, é possível observar a evolução do dano no murete M57, bem como as figuras de rotura por dano de cada ponto mencionado no gráfico.



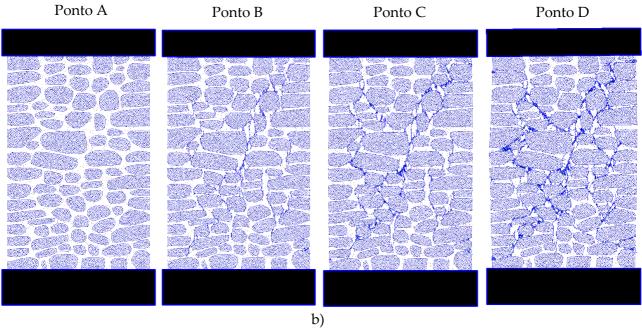


Figura 6. 8 - Resultados numéricos do modelo M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento e curva de dano; b) figuras de rotura.

Ainda que pouco percetível nas figuras de rotura, Figura 6.6b), da análise da Figura 6.8a), observa-se a existência de algum dano antes do ponto de tensão máxima, Ponto B, e a acumulação do mesmo de uma forma constante e mais acentuada até à rotura final.

Um comportamento parecido verifica-se no caso do modelo M12-PA0.5, Figura 6.9. Neste, o dano começa a ser mais acentuado um pouco depois de se atingir a tensão máxima de compressão. No entanto, tirando este aspeto, o comportamento foi muito parecido ao que aconteceu com o provete numérico M57-PA0.5. O dano ao início começa por ser nulo, mas mesmo em fase elástica o provete já começa a ter dano, com declive menos acentuado, antes de atingir a rotura, para depois apresentar um declive mais acentuado, como seria de esperar.

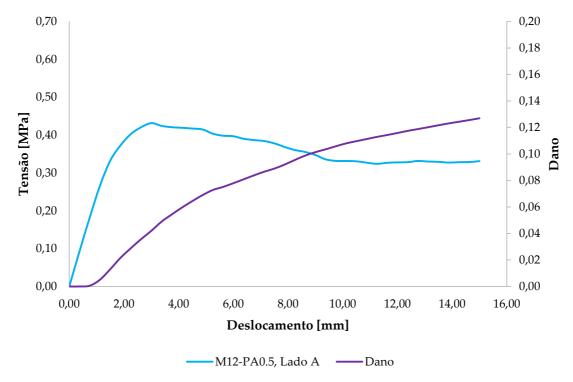


Figura 6. 9 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5: diagrama de tensão-deslocamento e curva de dano.

Com base nos resultados obtidos, pode-se deduzir que a geometria e disposição ligeiramente diferente das pedras numa parede de alvenaria de pedra não tem uma grande influência nos resultados. Verifica-se também que é possível adotar o modelo de partículas na previsão do comportamento de uma parede real de alvenaria de pedra à compressão uniaxial.

Nos resultados experimentais de Pinho (2007) surgiram apenas fendas na argamassa, geralmente contornando o "caminho" em volta das pedras, originando assim fendas diagonais. Um comportamento semelhante observa-se nos modelos numéricos M57-PA0.5 e M12-PA0.5. O dano apenas ocorre nos contactos entre a pedra e a argamassa ou então somente entre as

partículas de argamassa, não havendo qualquer dano ocorrido nos contactos pedra-pedra. Na Figura 6.10 mostra a sequência do ensaio experimental de compressão uniaxial de um dos muretes de referência M21 de Pinho (2007), onde é possível observar o desenvolvimento das fendas.



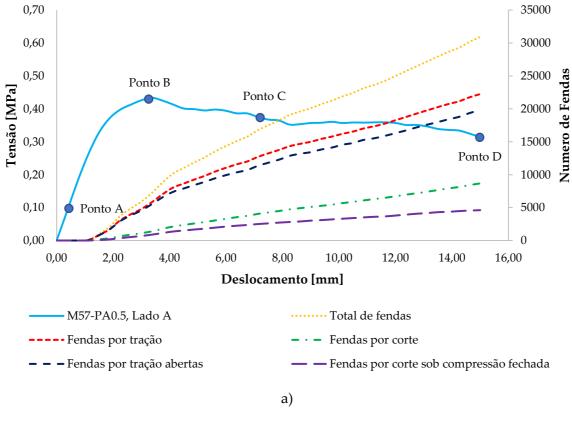




Figura 6. 10 - Ensaio de compressão uniaxial sobre o murete M21 (Pinho, 2007).

Para se poder comparar melhor o comportamento das fendas dos ensaios numéricos com os ensaios experimentais, apresenta-se na Figura 6.11a) a distribuição de fendas e a sua evolução ao longo do ensaio numérico do modelo M57-PA0.5. É possível verificar que o campo de fendilhação previsto pelo modelo numérico é muito semelhante ao campo de fendilhação observado experimentalmente. A diferença no desenvolvimento e caminho das fendas até à rotura final deve-se à disposição diferente das pedras nos dois modelos numéricos e à heterogeneidade inerente no modelo experimental. É possível verificar a evolução do número total de fendas, começando ainda mesmo na fase elástica, com declive menos acentuado e, na fase pós-rotura, o declive torna-se mais acentuado, ou seja, a taxa de formação de fendas é maior.

Na Figura 6.11a), também é possível acompanhar a evolução por tipo de fenda. Assim, as primeiras fendas e com maior taxa de evolução são por tração seguidas por fendas por corte. Observa-se um número apreciável de fendas por corte sob compressão fechada.



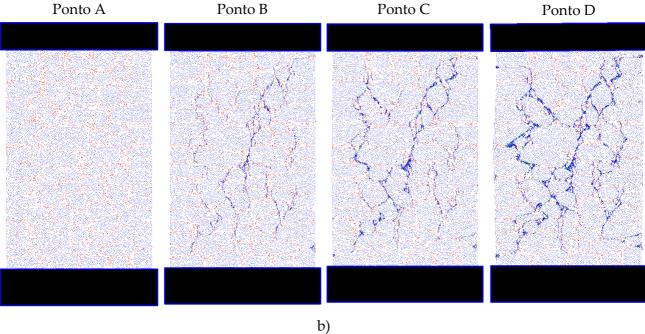


Figura 6. 11 - Resultados numéricos de modelo M57-PA0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento e curva do número de fendas; b) figuras de rotura por fendas.

#### 6.2.3 Análise dos estudos paramétricos

Para facilitar a comparação da variação da resistência dos modelos numéricos, em termos de valores da tensão máxima de compressão uniaxial consoante as calibrações utilizadas, calibração segundo Azevedo et al. (2022) ou a calibração em que a resistência do contacto argamassa-pedra é reduzida para metade, na Tabela 6.2 são apresentados os resultados para todos os ensaios numéricos realizados e o valor médio experimental. Também são apresentados os tempos de duração que cada ensaio levou a correr no programa *Parmac2D*.

Tabela 6. 2 - Valores de tensão máxima de compressão dos ensaios numéricos e tempos de duração.

Modelo	σ <sub>c</sub> <sup>max</sup> [MPa]	Tempo de duração [dias]
M57, Lado A	0.58	6.64
M57, Lado B	0.58	6.01
M12, Lado A	0.56	9.60
M12, Lado B	0.54	9.49
M57-PA0.5, Lado A	0.43	4.85
M57-PA0.5, Lado B	0.41	4.92
M12-PA0.5, Lado A	0.43	6.71
M12-PA0.5, Lado B	0.43	6.64
(Pinho, 2007)	0.43	-

Como se pode observar, os ensaios numéricos são muito demorados devido à elevada discretização que este tipo de modelação requer. Para o estudo paramétrico onde a resistência do contacto argamassa-pedra é reduzida em 50%, os ensaios demoraram menos até estarem concluídos, pois requerem a realização de um menor número de ciclos. O computador utilizado para estes ensaios tem como características um processador *intel CORE i7 7th Gen*, memória RAM de 1TB SSD e placa gráfica *NVIDIA GEFORCE*.

Em relação às tensões máximas de compressão comparativamente à tensão máxima média obtida por Pinho (2007) de 0,43 MPa, para a calibração segundo Azevedo et al. (2022) os valores atingidos foram mais elevados do que os obtidos com a resistência do contacto argamassa-pedra reduzida em 50%.

Os resultados numéricos obtidos permitem concluir que a qualidade da ligação argamassa-pedra influencia a resistência global do modelo numérico. Demonstra-se que se obtém uma melhor concordância com o comportamento observado experimentalmente, valor de resistência de pico e valor de resistência residual, caso se adote uma redução de 50% dos

valores resistentes do contacto face aos valores obtidos durante o processo de calibração. De referir, no entanto, que na realização destes ensaios não foi considerado o processo de carbonatação dos materiais nem a idade dos muretes, o que originará um ligeiro aumento dos valores de tensão máxima.

# MODELAÇÃO NUMÉRICA DOS ENSAIOS DE COMPRESSÃO-CORTE

# 7.1 Introdução

Neste capítulo é feita uma pequena descrição da importância do estudo do comportamento da alvenaria face à ação sísmica, bem como os seus mecanismos de colapso. Procede-se à discussão sobre os ensaios à compressão-corte dos modelos numéricos dos muretes M57 e M12.

Os resultados experimentais de referência serão do modelo experimental M12 de Pinho(2007). Importa salientar que os materiais usados na construção do murete M12 serviram de base para o processo de calibração dos modelos numéricos apresentado na Secção 5.5.

# 7.2 Ensaio monotónico de compressão-corte

Os ensaios de compressão-corte avaliam o esforço máximo que um elemento suporta quando é submetido a forças verticais e horizontais. Estes ensaios permitem avaliar a capacidade de um elemento estrutural suportar ações sísmicas.

Os ensaios numéricos monotónicos de compressão-corte realizados decorreram em duas fases: na primeira fase é aplicada uma força vertical através de incrementos até convergir numa força constante; na segunda fase, iniciada depois de concluído o carregamento vertical, são impostos deslocamentos horizontais através da aplicação de uma velocidade de corte.

Para validar o modelo numérico foram realizados estudos paramétricos, tendo em conta a incerteza que se tem em relação aos valores dos parâmetros resistentes dos contactos argamassa-pedra, bem como a influência que a carga vertical aplicada exerce sobre os muretes. Os resultados numéricos serão comparados com os resultados experimentais do murete M12 de Pinho (2007).

#### 7.2.1 Estudo paramétrico I

Neste primeiro estudo paramétrico adotou-se os parâmetros de calibração utilizados na Secção 5.3.3, segundo Azevedo et al. (2022). As propriedades dos contactos encontram-se na Tabela 5.3.

Nos ensaios numéricos, tentou-se reproduzir as condições adotadas nos ensaios experimentais. Como dito anteriormente, o ensaio é composto por dois complementos de solicitações. Na primeira fase aplicou-se cargas verticais sobre o murete M12, da ordem do que um murete situado no R/C estaria solicitado num hipotético edifício de 3 pisos (Pinho, 2007). No murete M57, de menores dimensões, aplicou-se uma carga vertical com uma tensão vertical atuante associada da mesma ordem da adotada no modelo M12. As características do ensaio encontram-se na Tabela 7.1.

Compressão Corte Tensão Carga Velocidade de corte **Incrementos** Número de vertical vertical Modelo incrementos [kN] [MPa] [kN] [m/s]1.25x10<sup>-8</sup> 0.23 12.10 M57 72.60 6 0.23 1.25x10<sup>-8</sup> M12 108.9 18.15 6

Tabela 7. 1 – Características do ensaio numérico de compressão-corte.

#### 7.2.1.1 Ensaio monotónico de compressão-corte - Muretes M57 e M12

No ensaio numérico monotónico de compressão-corte dos muretes M57 e M12, usouse o modelo de contacto de enfraquecimento bilinear (MC21).

#### 7.2.1.1.1 Murete M57

Na Figura 7.1 é apresentada a curva de tensão-deslocamento obtida numericamente para o ensaio monotónico de compressão-corte de ambas as faces do murete M57.

Em (Pinho, 2007), as curvas apresentadas são de força-deslocamento. Nesta dissertação, os valores de força-deslocamento foram convertidos para tensão-deslocamento segundo a expressão 7.1.

$$\tau = \frac{F}{A} \tag{7.1}$$

Onde *F* é a força aplicada no murete e *A* a área.

Todos os gráficos com os resultados apresentados nos próximos são de tensãodeslocamento.

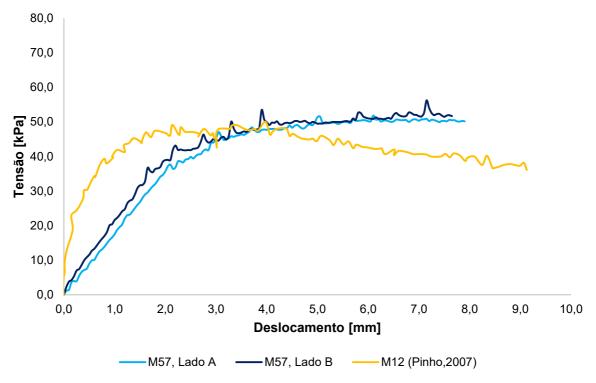


Figura 7. 1 - Resultados numéricos do modelo M57 e experimental M12 - curva de tensão-deslocamento.

Visto que não foram ensaiados experimentalmente muretes com as mesmas dimensões ao M57, considerou-se comparar os resultados numéricos juntamente com os resultados experimentais obtidos para o M12.

Pela análise do gráfico, as curvas de tensão-deslocamento para os modelos do murete M57 apresentam uma menor rigidez de corte e um valor de pico da mesma ordem de grandeza. Observa-se que tanto para o Lado A como para o Lado B, as curvas são muito próximas apesar da disposição das pedras ser ligeiramente diferente.

Na Figura 7.2 consegue-se identificar que o modo de rotura é de flexão na base do murete. Em muretes destas dimensões, a resultante das forças aplicadas no murete não está equilibrada, ver Capítulo 4, secção 4.3.3.2, equação 4.1. Segundo Pinho (2007), para que não ocorra movimento de corpo rígido, a resultante tem de estar inclinada de forma que esta não passe pelo seu centro de rotação. A Figura 7.3 exemplifica esta situação. Num murete com as dimensões do M57 a força vertical aplicada teria de ser muito maior o que tornaria o ensaio mais próximo de um ensaio de compressão axial, razões pelas quais os muretes de dimensões  $0.80m\times1.20m\times0.40m$  não foram ensaiados à compressão-corte no trabalho de Pinho (2007).

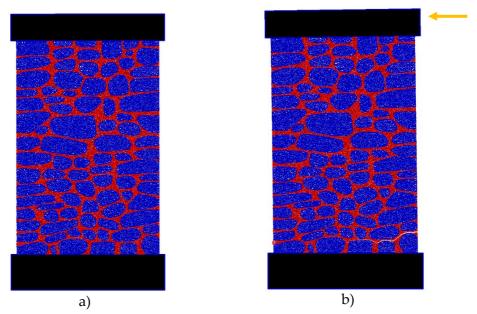


Figura 7. 2 – Figuras de rotura para o modelo numérico do murete M57, Lado A, ao início (a) e ao fim (b) do ensaio monotónico de compressão-corte.

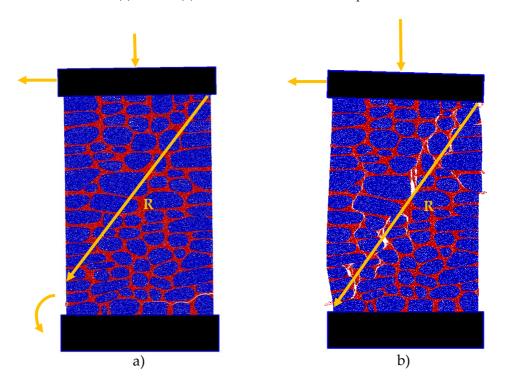


Figura 7. 3 – Influencia da força de compressão no ensaio de compressão-corte: a) movimento de corpo rígido; b) compressão do murete.

Por este murete apresentar este comportamento, nos estudos paramétricos seguintes este será excluído da análise focando-se apenas no murete M12 que será discutido de seguida.

#### 7.2.1.1.2 Murete M12

Na Figura 7.4 é apresentada a curva de tensão-deslocamento obtida numericamente para o ensaio monotónico de compressão-corte de ambas as faces frontais do murete M12.

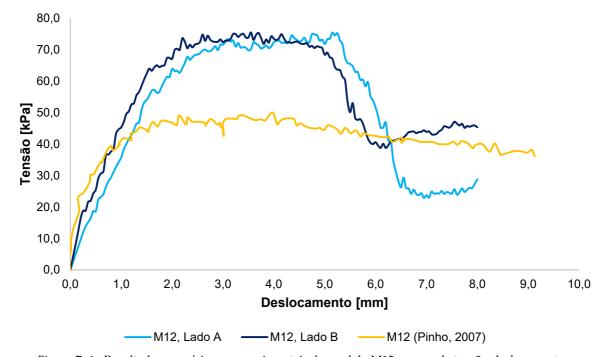


Figura 7. 4 - Resultados numéricos e experimentais do modelo M12 - curva de tensão-deslocamento.

Verifica-se que a rigidez de corte prevista com este modelo é muito próxima da obtida experimentalmente. No entanto, a tensão de corte máxima prevista com o modelo de partículas é superior à obtida experimentalmente. A capacidade resistente ao corte estimada numericamente é cerca de 60% maior a do valor obtido experimentalmente. Este resultado está em concordância com os resultados obtidos no Capítulo 6 para os ensaios de compressão axial utilizando as propriedades dos contactos da Tabela 5.3, em que a resistência do contacto argamassa-pedra foi assumido igual à do contacto argamassa-argamassa. Obtiveram-se resultados numéricos muito próximos com os modelos numéricos do Lado A e do Lado B, mais uma vez, verifica-se que a distribuição das pedras nos muretes não tem grande influência nos resultados.

# 7.2.2 Estudo paramétrico II

Os ensaios numéricos de compressão uniaxial mostraram que as propriedades resistentes do contacto argamassa-pedra influenciam a resposta global, para que não ocorram tensões de pico superiores ao valor residual, é necessário reduzir-se em 50% os parâmetros resistentes de contacto argamassa-pedra. Adicionalmente reduziu-se a velocidade de corte

inicialmente adotada em 50%. O valor da velocidade de corte influencia a resposta do modelo de partículas sendo que a mesma deve garantir condições de ensaio quási-estáticas. A velocidade de corte aplicada para este estudo paramétrico foi de 6.25x10-9 m/s.

Na Figura 7.5 é apresentada a curva de tensão-deslocamento obtida numericamente para o ensaio monotónico de compressão-corte de ambas as faces frontais do modelo numérico do murete M12. Apresenta-se ainda a curva experimental de Pinho (2007) para o murete M12.

Nas legendas dos gráficos, M12-PA0.5-V0.5 representa o modelo numérico do M12 como modelo de contacto com enfraquecimento MC21 e redução em 50% dos parâmetros resistentes do contacto argamassa-pedra e redução em 50% da velocidade de corte.

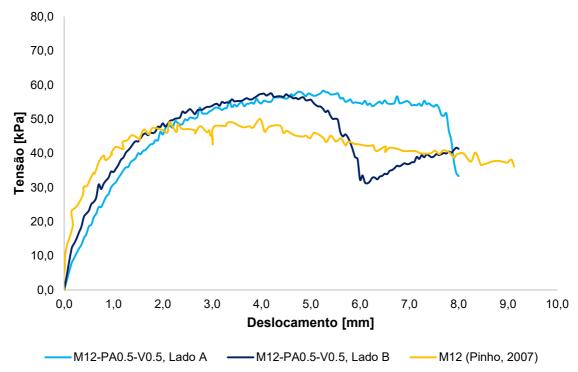


Figura 7. 5 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5 e experimental M12 - curva de tensãodeslocamento.

Os resultados numéricos obtidos são mais próximos dos valores obtidos experimentalmente, nomeadamente o valor de pico e a ductilidade. Os resultados obtidos indicam que é possível, dado o processo construtivo e o tipo de material adotados, que a zona do contacto argamassa-pedra apresente características resistentes inferiores às existentes no interior da argamassa.

Dados os resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5, Lado A e Lado B, serem muito próximos, em algumas das análises serão apenas mostrados os resultados numéricos obtidos com o Lado A do murete.

Na Figura 7.6 são apresentadas as figuras de rotura obtidas ao longo do ensaio numérico para o provete M12-PA0.5-V0.5. Pela análise da Figura 7.6b), Ponto C, é possível observar que as fendas iniciais ocorrem por flexão próximo da base do murete. No entanto, o murete acaba por fendilhar diagonalmente ao longo da sua face, como mostra o Ponto D.

Da análise dos modos de rotura é possível observar comportamento de flexão, ocorrendo movimento de corpo rígido com esmagamento na base da parede, no caso do murete M57, e fendilhação diagonal por corte no murete M12.

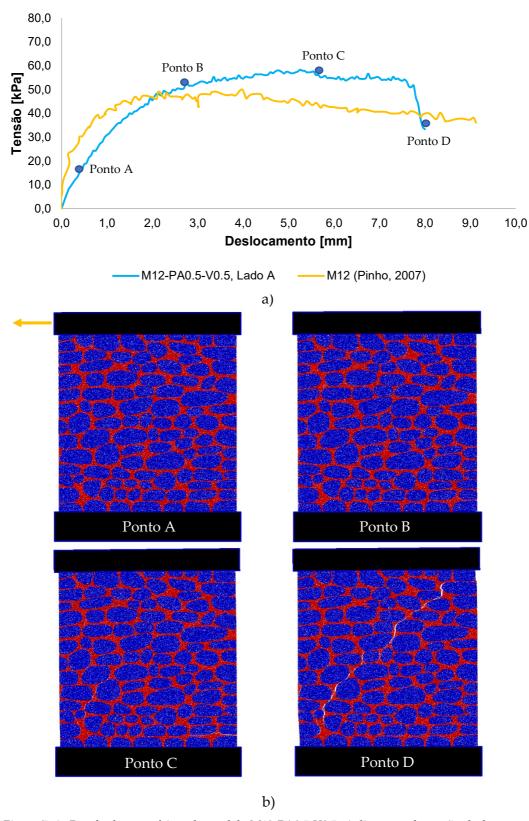
As paredes entram em rotura de acordo com o modo de rotura mais fraco e a sua ocorrência depende essencialmente da geometria da parede, das condições de fronteira e do nível de compressão.

Na Figura 7.7 apresenta-se a evolução do dano no murete M12, Lado A, ao longo do ensaio, bem como as figuras de rotura por dano de cada ponto identificado no gráfico. É possível ver que o dano infligido ao longo do ensaio vai aumentando mantendo um declive constante, Figura 7.7a), este crescimento constante está associado à ductilidade verificada com o modelo numérico. Na Figura 7.7b), observa-se também que o dano no murete se estende sobretudo ao longo da sua diagonal, a 45º. Embora, no Ponto B, o primeiro dano ocorrido é no lado esquerdo do provete, fora da diagonal principal. As fendas são localizadas e propagaram-se através das juntas de argamassa contornando as pedras, dado que o dano ocorreu nos contactos argamassa-argamassa e argamassa-pedra.

Para se poder compreender melhor a evolução das fendas ao longo do ensaio numérico do modelo M12-PA0.5-V0.5, apresenta-se na Figura 7.8a) a distribuição e evolução do número de fendas ocorridas nos contactos juntamente com o diagrama tensão-deslocamento.

As primeiras fendas ocorreram nas zonas laterais do murete, visível no Ponto B, Figura 7.8b), para de seguida começarem a formar-se fendas diagonais ao longo da face frontal. É possível verificar uma fenda diagonal predominante, a 45º. O número total de fendas vai evoluindo, começando depois da fase elástica, sendo a taxa de formação de fendas constante ao longo de todo o ensaio.

Na Figura 7.8a), também é possível acompanhar a evolução por tipo de fenda. Assim, as primeiras fendas e com maior taxa de evolução são por tração seguidas por fendas por corte. Observa-se um número apreciável de fendas de corte sob compressão.



 $\label{eq:figura} \begin{tabular}{ll} Figura 7. 6-Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento; b) \\ figuras de rotura. \\ \end{tabular}$ 

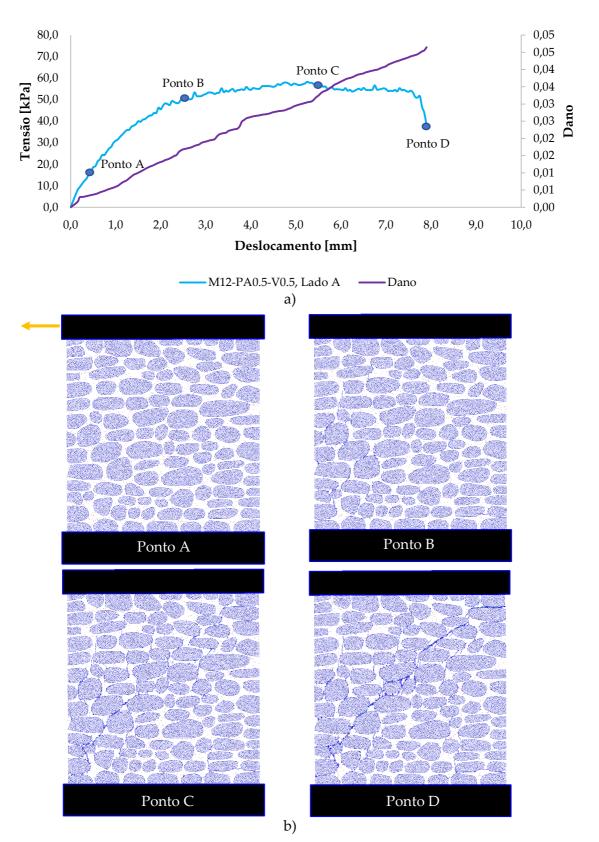


Figura 7. 7 - Resultados numéricos do modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento e curva de dano; b) figuras de rotura por dano.

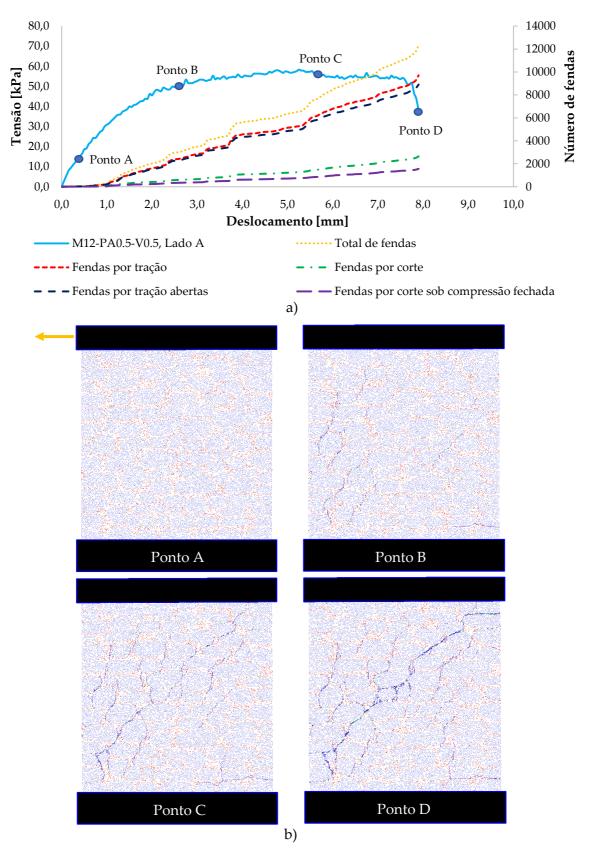


Figura 7. 8 - Resultados numéricos de modelo M12-PA0.5-V0.5: a) diagrama de tensão-deslocamento e curva do número de fendas; b) figuras de rotura por fendas.

Os resultados numéricos obtidos com uma redução em 50% da resistência do contacto argamassa-pedra permitem obter uma boa correspondência em relação à resposta tensão-deslocamento e uma aproximação razoável do modo de rotura do murete observado experimentalmente.

Os resultados numéricos indicam que a ligação argamassa-pedra poderá ter uma menor resistência que a que ocorre no interior da argamassa.

#### 7.2.3 Estudo paramétrico III

Um dos parâmetros que pode influenciar o comportamento da alvenaria de pedra em compressão-corte é o nível de pré-compressão. Tomando como referência os parâmetros do ensaio numérico utilizados no estudo paramétrico II avaliou-se a influência do valor da carga vertical atuante no comportamento do murete. Foram realizados mais quatro ensaios: dois em que a carga vertical é 25% maior (M12-CM) e outros dois em que a carga vertical é 25% menor (M12-Cm). Na Tabela 7.2 são apresentadas as cargas verticais aplicadas.

Tabela 7. 2 – Características do ensaio numérico de compressão-corte.

	Compressão					
Modelo	Carga vertical [kN]	Tensão vertical [MPa]	tical incrementos Número		Velocidade de corte [m/s]	
M12-CM	136.14	0.28	22.69	6	6.25x10 <sup>-9</sup>	
M12-Cm	81.68	0.17	13.61	6	6.25x10 <sup>-9</sup>	

Na Figura 7.9 são apresentadas as curvas de tensão-deslocamento obtidas numericamente para o ensaio monotónico de compressão-corte do modelo M12-CM (Lado A e Lado B) em comparação com os ensaios para o modelo M12-PA0.5-V0.5. Apresenta-se ainda a curva experimental de Pinho (2007) para o murete M12.

Pela análise do gráfico, observa-se uma ligeira redução da tensão máxima de corte e uma redução da ductilidade da resposta do modelo M12-CM comparativamente com o modelo M12-PA0.5-V0.5.

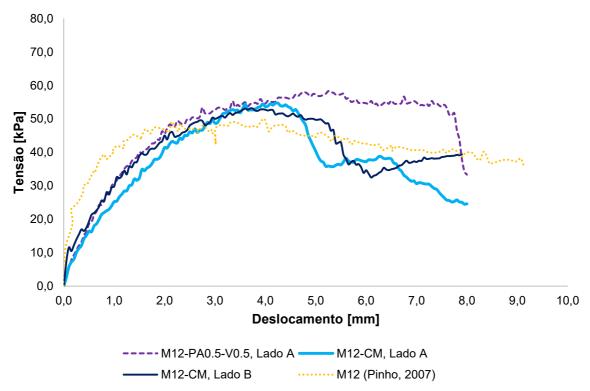


Figura 7. 9 - Resultados numéricos dos modelos M12-CM, M12-PA0.5-V0.5 e experimental M12 - curva de tensãodeslocamento.

A Figura 7.10 mostra a comparação dos modos de rotura observados experimentalmente em (Pinho, 2007) com os resultados numéricos, para ambos os lados do murete M12.

Pela análise das figuras de rotura numéricas, Figura 7.10, verifica-se que o Lado A do modelo M12-CM evidencia um comportamento um pouco diferente comparando com o Lado B. No modelo numérico do Lado A, a rotura ocorre por fendilhação na zona lateral do murete por compressão e no Lado B a rotura ocorre pela formação de uma fenda diagonal por compressão/corte. De referir que o nível de pré-compressão aplicado corresponde a 66% do valor experimental da resistência à compressão da alvenaria de pedra tradicional,  $f_c$  (0.43 MPa).

Em estudos anteriores, resultados numéricos, com modelos de elementos finitos, mostram que a capacidade resistente de provetes de alvenaria de pedra a ensaios de compressão-corte aumenta até um certo nível de pré-compressão (Ponte, et al., 2019). Após se atingir esse nível, o modo de rotura do murete começa a ser regido por compressão, em vez de apresentar fendas por corte ou por flexão, e a capacidade resistente ao corte do provete começa a diminuir.

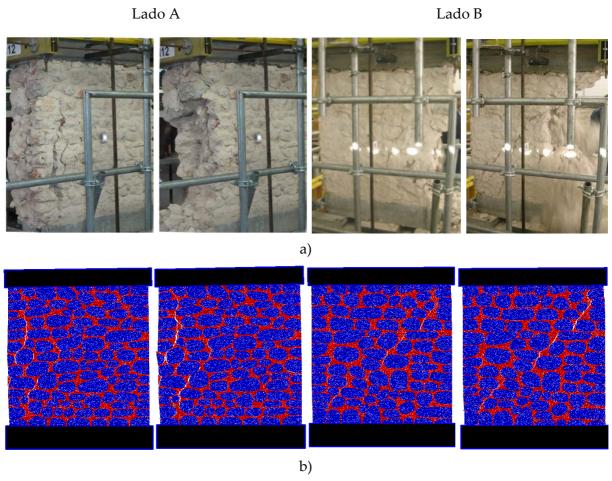


Figura 7. 10 - Modos de rotura dos lados A e B do murete M12: a) experimentais (Pinho, 2007), b) modelo M12-CM.

No estudo realizado por Ponte et al. (2019), a capacidade máxima resistente ao corte do provete foi atingida para um nível de pré-compressão de 15-35% do valor de  $f_c$  (relação geométrica h/l=1). Em outros estudos, mencionados em (Ponte, et al., 2019), a capacidade máxima resistente ao corte foi atingida para valores de pré-compressão cerca de 40-50% do valor de  $f_c$ . Do estudo paramétrico realizado no presente trabalho não foi possível caracterizar de forma fidedigna este patamar, necessitando futuramente averiguar o valor em causa. As diferenças observadas podem dever-se à variabilidade das propriedades e da constituição dos provetes analisados.

Na Figura 7.11 são apresentadas as curvas de tensão-deslocamento obtidas numericamente para o ensaio monotónico de compressão-corte do modelo M12-Cm em comparação com os ensaios para o modelo M12-PA0.5-V0.5.

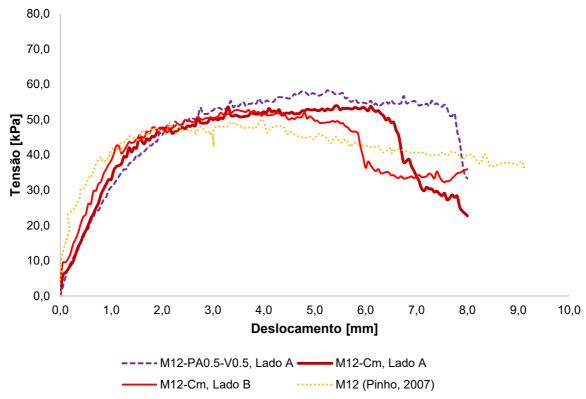


Figura 7. 11 - Resultados numéricos dos modelos M12-Cm, M12-PA0.5-V0.5 e experimental M12 - curva de tensão-deslocamento.

Pela análise do gráfico, verifica-se que houve redução da tensão máxima de corte no modelo M12-Cm em comparação com o modelo M12-PA0.5-V0.5. O comportamento das curvas para ambos os lados do murete do modelo M12-Cm foi bastante similar.

Verificou-se que o modo de rotura é de corte diagonal, a formação de fendas é bastante similar ao estudo paramétrico II, Figura 7.12.

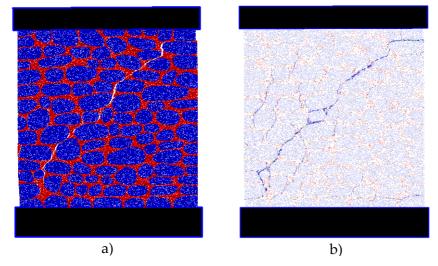


Figura 7. 12 - Figuras de rotura finais do modelo M12-Cm, Lado A: a) modo de rotura e b) fendas formadas.

Comparativamente à figura de rotura obtida com o modelo M12-CM, a figura de rotura do modelo M12-Cm apresenta uma fenda diagonal com maior abertura. De referir que no modelo M12-Cm, o nível de pré-compressão aplicado corresponde a 40% do valor de  $f_c$ .

#### 7.2.4 Análise dos estudos paramétricos

Para facilitar a análise e comparação nos estudos paramétricos, estes são apresentados na Tabela 7.3, juntamente com os resultados experimentais do murete M12. São apresentados os valores de *drift* no ponto de tensão máxima de corte para o Lado A dos modelos M12-PA0.5-V0.5, M12-CM e M12-Cm. Os modos de rotura observados em cada modelo também constam na Tabela 7.3. A análise numérica pelo MP é muito exigente computacionalmente, isto é, em termos de memória e tempo de análise, pelo também são apresentados os tempos de duração que cada ensaio levou a correr no programa *Parmac2D*. O computador utilizado para estes ensaios tem como características um processador *intel CORE i7 7th Gen*, memória RAM de 1TB SSD e placa gráfica *NVIDIA GEFORCE*.

Ao se analisar os resultados da Tabela 7.3, é possível observar que a ductilidade do murete em termos de drift no ponto de tensão máxima de corte de cada modelo diminui quando se aumenta o nível de pré-compressão [% $f_c$ ]. Este comportamento é observado nos estudos relatados por Ponte et al. (2019).

Tabela 7. 3 - Valores de tensão máxima de corte dos ensaios numéricos e tempos de duração.

Modelo	$ au^{max}$	drift	Modo de	Tempo de duração
Modelo	[kPa]	[%]	rotura	[dias]
M57, Lado A	51.80	-	flexão	1.86
M57, Lado B	56.20	-	flexão	4.04
M12, Lado A	75.40	-	misto	4.26
M12, Lado B	75.40	-	misto	4.13
M12-PA0.5-V0.5, Lado A	58.30	0.44	misto	7.98
M12-PA0.5-V0.5, Lado B	57.50	-	misto	7.83
M12-CM, Lado A	54.70	0.35	compressão/corte	7.89
M12-CM, Lado B	53.10	-	misto	7.74
M12-Cm, Lado A	53.77	0.45	misto	7.42
M12-Cm, Lado B	52.80	-	misto	7.79
M12 (Pinho, 2007)	~50.10	-	-	-

O ensaio numérico de compressão-corte tem custos computacionais significativos, não só devido à elevada discretização como também devido à maior complexidade das cargas

aplicadas e à maior ductilidade observada. Os ensaios dos estudos paramétricos I e II apresentam tempos computacionais ligeiramente mais baixos porque a velocidade de corte adotada é cerca de duas vezes superior ao valor adotado nos restantes ensaios.

Na Figura 7.13, apresenta-se uma comparação gráfica das curvas de tensão-deslocamento de todos os modelos ensaiados. Na Figura 7.14, apresenta-se a relação entre tensão de corte máxima e tensão de compressão em cada modelo. Os valores de pico correspondem ao valor médio de cada modelo presente na Tabela 7.3 e Figura 7.13.

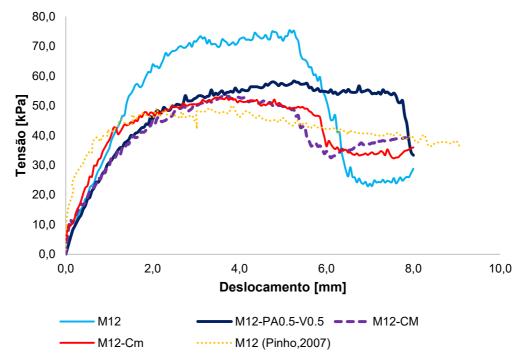


Figura 7. 13 - Curvas de tensão-deslocamento dos modelos numéricos realizados.

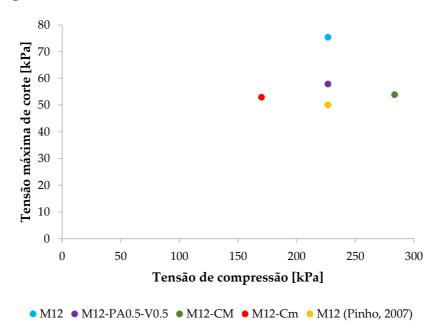


Figura 7. 14 - Relação entre tensão máxima de corte e tensão de compressão dos modelos estudados.

Em relação às tensões máximas de corte comparativamente à tensão máxima média obtida por (Pinho, 2007), de aproximadamente 50.10 kPa, o modelo M12, considerando as propriedades resistentes dos contactos argamassa-pedra idênticas à dos contactos argamassa-argamassa, foram 60% superiores ao M12 experimental. Após a calibração dos contactos argamassa-pedra que resultou na redução em 50% das suas propriedades resistentes, modelo M12-PA0.5-V0.5, resultou numa melhoria da previsão das tensões máximas de corte, ou seja, numa redução em relação ao modelo numérico M12.

Para uma variação do valor de pré-compressão de ±25% do valor de referência, verificase que os valores obtidos da tensão máxima de corte são mais baixos em relação aos valores do modelo base. O aumento do nível de compressão, no modelo M12-CM, resultou na mudança do mecanismo de rotura numa das faces do murete, com o desenvolvimento de fendas de compressão com alguma extensão antes da evolução das fendas de compressãocorte.

Na realização dos ensaios numéricos não foi considerado o processo de carbonatação dos materiais nem a idade dos muretes, o que originará um ligeiro aumento dos valores de tensão máxima.

# CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

## 8.1 Principais conclusões sobre o trabalho realizado

A avaliação sísmica dos edifícios de alvenaria apresenta um desafio e é essencial para a definição de soluções que melhorem o seu comportamento estrutural. Nesta dissertação procurou-se compreender o comportamento das paredes de alvenaria de pedra antiga, não reforçadas, através da simulação numérica utilizando uma abordagem de micro modelação com recurso a um modelo de partículas. O estudo do comportamento de paredes de alvenaria de pedra incidiu sobre a simulação de ensaios experimentais de aplicação de cargas de compressão-corte no plano da parede e a sua caraterização em termos de capacidade resistente, ductilidade e análise dos mecanismos de rotura. Para atingir os objetivos propostos foi necessário melhorar a previsão do modelo numérico sob compressão uniaxial e a seguir realizar a calibração do modelo para cargas de compressão-corte. As principais conclusões do trabalho e os contributos para o conhecimento da informação sobre o comportamento de edifícios antigos serão a seguir apresentados.

Os estudos paramétricos realizados permitiram avaliar a importância da ligação argamassa-pedra na resposta global do modelo numérico em ensaios de compressão uniaxial. Verifica-se que com uma redução de 50% das propriedades resistentes do contacto argamassa-pedra é possível melhorar a concordância das previsões obtidas com o modelo de partículas com o comportamento experimental das paredes de alvenaria de pedra sob compressão uniaxial, nomeadamente a concordância entre o valor de resistência máxima e o valor de resistência residual.

Os ensaios numéricos realizados demonstram que o modelo de partículas adotado consegue reproduzir a resistência máxima, o modo de rotura e o comportamento mecânico global observado experimentalmente em paredes de alvenaria de pedra sob compressão-corte (Pinho, 2007). Tal como nos ensaios numéricos sob compressão uniaxial verifica-se que é

necessário realizar uma redução de 50% das propriedades resistentes do contacto argamassapedra de forma a obter uma resposta numérica, mas próxima da obtida experimentalmente.

Os estudos numéricos realizados indicam ainda que a resposta destas estruturas sob compressão-corte é sensível ao valor de pré-compressão adotado e à sua relação com o valor de pico sobre compressão uniaxial. Verifica-se que para um valor de pré-compressão de cerca de 66% do valor de pico uniaxial a figura de rotura final pode ser mais próxima da observada em ensaios de compressão uniaxial.

Em todos os ensaios foi utilizado como modelo de contacto o modelo com enfraquecimento bilinear MC21. Verifica-se que este modelo permitiu obter uma resposta dúctil, após se atingir a tensão máxima de compressão e de corte, aproximando-se de forma significativa da resposta dos resultados experimentais.

Foi verificado que as diferentes geometrias e disposição das pedras dos muretes em pouco influencia os resultados à compressão uniaxial, dando sempre resultados muito similares. Já nos ensaios de compressão-corte a geometria tem uma maior influência no modo de rotura dos muretes. Em alguns casos, como na Secção 7.3.3, a disposição das pedras teve influência nos resultados, pelo que é necessário levar sempre estes fatores em consideração.

Por fim, esta dissertação mostra que os modelos MP conseguem prever a propagação e a formação de fendas, a evolução do dano, o comportamento elástico inicial e o valor da tensão máxima de compressão uniaxial e o valor máximo de corte em ensaios de compressão corte. Os resultados apresentados mostram que os modelos MP são uma ferramenta útil de previsão do comportamento e capacidade estrutural de paredes de alvenaria de pedra ordinária e que pode ser utilizada para identificar os principais parâmetros que influenciam os mesmos, com potencial para serem aplicados em ensaios cíclicos sob compressão-corte.

## 8.2 Recomendações para trabalhos futuros

Na esfera do trabalho realizado nesta dissertação considera-se interessante a realização dos seguintes estudos:

- Aplicação dos modelos de partículas desenvolvidos considerando o efeito de carbonatação da argamassa.
- Avaliação da influência do nível de pré-compressão em ensaios numéricos de compressão-corte para uma maior grandeza de valores (0 a 0,7 $f_c$ ).

- Análise de carregamentos mais complexos por aplicação do modelo de partículas desenvolvido: ensaios cíclicos ou alternados de compressão-corte.
- Adoção do modelo de partículas desenvolvido para análise de paredes de alvenaria reforçadas.
- Geração de modelos de partículas tridimensionais para o estudo de paredes de alvenaria.

### **BIBLIOGRAFIA**

- Appleton, J. (1991) Edifícios Antigos Contribuição para o Estudo do seu Comportamento e das Acções de Reabilitação a Empreender. Lisboa: LNEC.
- Appleton, J. (2011). Reabilitação de Edifícios Antigos Patologias e Tecnologias de Intervenção (2ª Edição). Lisboa: Editora ORION.
- Azevedo, N. M. (2003). A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plain and reinforced concrete. *PhD Thesis. Heriot-Watt University.* Edinburgh, UK.
- Azevedo, N. M., Lemos, J. V., & de Almeida, J. R. (2008). Influence of aggregate deformation and contact behaviour on discrete particle modelling of fracture of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(6), 1569–1586. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.06.008.
- Azevedo, N. M., Lemos, J. V., & Rocha de Almeida, J. (2016). Discrete Element Particle Modelling of Stone Masonry, 146–170. https://doi.org/10.4018/978-1-5225-0231-9.ch007.
- Azevedo, N. M., Pinho, F. F. S., Cismaşiu, I., & Souza, M. (2022). Prediction of Rubble-Stone Masonry Walls Response under Axial Compression Using 2D Particle Modelling. *Buildings*, 12(8), 1–21. https://doi.org/10.3390/buildings12081283.
- Azevedo, N., & Gouveia, F. (2013). Um modelo discreto de partículas 2D para simulação da fratura em rocha: formulação e calibração. *Geotecnia*, (129), 73–101. https://doi.org/10.14195/2184-8394\_129\_4.

- Bažant, Z. P. (1986). *Mechanics of distributed cracking*. *Applied Mechanics Reviews* (Vol. 39). https://doi.org/10.1115/1.3143724.
- Bažant, Z. P., Tabbara, M. R., Kazemi, M. T., & Pijaudier-Cabot, G. (1990). Random Particle Model for Fracture of Aggregate or Fiber Composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(8), 1686–1705. https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9399(1990)116:8(1686).
- Callister, W. D. J. (2007). *Materials Science and Engineering: An Introduction. Journal of Materials Science* (Vol. 26). John Wiley & Sons, Inc. https://doi.org/10.1007/BF01184995.
- Candeias, P., Correia, A., Costa, A. C., Catarino, J. M., Pipa, M., Cruz, H., Carvalho, E. C., Costa, A. (2020). Aspetos gerais da aplicação em Portugal do Eurocódigo 8 Parte 3 Anexo C (Informativo) Edifícios de alvenaria. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*. LNEC. Série III. n.º 12. ISSN 2183-8488. 99-120.
- Celes, W. (2017). Diagrama de Voronoi. Retirado de <a href="https://web.tecgraf.puc-rio.br/~celes/docs/inf2604/voronoi.pdf">https://web.tecgraf.puc-rio.br/~celes/docs/inf2604/voronoi.pdf</a>, consultado a 28/03/2023.
- Colville, J., & Samarasinghe, W. (1991). Finite Element Model for Brick Masonry, *Brick and Block Masonry*, 726–734.
- Coutinho, A. S. (1997). Fabrico e Propriedades do Betão. Volume I. Lisboa: LNEC.
- Cundall, P., & Hart, R. D. (1992). Numerical Modelling of Discontinua. *Engineering Computations*, 101–113.
- Cundall, P., & Strack, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechinique*, 47–65.
- Cundall, P. A. (1971). A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems. *Proceedings of the Symposium of the International Society for Rock Mechanics*, France, pp. II–8.
- Cundall, P. A. (1987). Distinct element models for rock and soil structure. *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*, pp. 129-163.
- Decreto-Lei n.º 95/2019 de 18 de julho da Presidência do Conselho de Ministros. Diário da República: I série, N.º 136 (2019). Acedido a 27/05/2023. Disponível em <a href="https://www.dre.pt">www.dre.pt</a>

- Drougkas, A., Roca, P., & Molins, C. (2016). Compressive strength and elasticity of pure lime mortar masonry. *Materials and Structures*, 49(3).
- Ghafoori, M., Rastegarnia, A., & Lashkaripour, G. (2017). Estimation of static parameters based on dynamical and physical properties in limestone rocks. *Journal of African Earth Sciences*, 137.
- Goodman, R. E., Taylor, R. L., & Brekke, T. L. (1968). A model for the mechanics of jointed rock. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 94(3), pp.637–659.
- Hegemier, G. A., Arya, S. K., Krishnamoorthy, G., Nachbar, W., & Furgerson, R. (1978). On the Behavior of Joints in Concrete Masonry. *Proceedings of the North American Conference*, Boulder, Colorado, 4.1-4.21.
- Hockney, H. B., & Eastwood, J. (1981). Computer simulation using particles. McGraw-Hill.
- Hughes, T.J.R. (1983), "Transient algorithms and stability", in Belytschko, T. and Hughes, T.J.R. (Eds), Computational Methods for Transient Analysis, Computational Methods in Mechanics Series, Vol. 1., North Holland, New York, NY.
- Instituto Nacional de Estatística (2012). Censos 2011 Resultados Definitivos Portugal. Lisboa: INE.
- Lemos, J. V. (2016). The Basis for Masonry Analysis with UDEC and 3DEC. In Computational Modeling of Masonry Structures Using the Discrete Element Method (pp. 61–89).
- Manco, C. (2018). Análise comparativa de leis de enfraquecimento em modelos de partículas: aplicação a betão. *Dissertação de Mestrado. Universidade NOVA de Lisboa*. Diponível em <a href="http://hdl.handle.net/10362/63799">http://hdl.handle.net/10362/63799</a>
- Mustafaraj, E.; Luga, E.; Corradi, M.; Borri, A.; Muceku, Y.; Zharkalli, A. Physical-Mechanical Properties of Stone Masonry of Gjirokastër, Albania. Materials 2021, 14, 1127.
- NP EN 1998-1:2009. Eurocódigo 8 Projecto de Estruturas para Resistência aos Sismos Parte 1: Regras gerais, ações sísmicas e regras para edifícios. *Instituto Português da Qualidade*.

- Okabe, A., Boots, B., & Sugihara, K. (1992). Spatial Tessellations Concepts and Applications of Voronoi Diagrams. *Wiley*.
- Oliveira, D. V., Araújo, A. S., Lourenço, P. B., Magenes, G., & Penna, A. (2016). Modelling of the in-plane behaviour of stone masonry panels. *Structural Analysis of Historical Constructions*. London.
- Page, A. W. (1978). A Finite Element Model for Masonry. *Journal of the Structural Division*, 104, 1267–1285.
- Pereira, João M.; Correia, António A.; Lourenço, Paulo B. In-plane behaviour of rubble stone masonry walls: Experimental, numerical and analytical approach, 2021 *Construction and Building Materials*, Vol. 271 Elsevier BV p. 121548.
- Pinho, F. F. S. (2008). Paredes de Edifícios Antigos em Portugal. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC).
- Pinho, F. S. (2007). Paredes de alvenaria ordinária Estudo experimental com modelos simples e reforçados. *Tese de Doutoramento. Universidade Nova de Lisboa*. Disponível em <a href="http://hdl.handle.net/10362/12065">http://hdl.handle.net/10362/12065</a>
- Pinho, F. F. S., Lúcio, V. (2018). Ligação Pavimentos/Paredes de Alvenaria de Pedra. Análise Experimental. *Conferência Internacional sobre Reabilitação de Estruturas Antigas de Alvenaria CIRea2018* (pp. 49-59). Lisboa. Ordem dos Engenheiros.
- Ponte, M., Milosevic, J., Bento, R. (2019). Parametrical study of rubble stone masonry panels through numerical modelling of the in-plane behavior. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 17, 1553-1574. https://doi.org/10.1007/s10518-018-0511-9.
- Rodrigues, J. M. V. (2010). Principais Técnicas de Consolidação e Reforço de Paredes de Edifícios Antigos, 196. *Dissertação de Mestrado. Universidade NOVA de Lisboa.*
- Rokugo, K. I. (1989). Testing method to determine tensile softening curve and fracture. *Francture Toughness and Fracture Energy*, 153–163.
- Samarasinghe, W. (1980). The In-Plane Failure of Brickwork. *PhD Thesis. University of Edinburgh, U.K.*
- Saw, C. B. (1974). Linear Elastic Finite Element Analysis of Masonry Walls on Beam. *Building Science*, *9*, 299–307.

- Souza, M. (2019). Modelação de paredes de alvenaria ordinária com um modelo de partículas. *Dissertação de Mestrado. Universidade NOVA de Lisboa.*
- Stafford-Smith, B., & Carter, C. (1970). Distribution of Stresses in Masonry Walls Subjected to Vertical Loading. *Proceedings of the 2nd International Conference on Brick Masonry*, Stoke-on-Trent, 119–124.
- Stepinac, M.; Lourenço, P.B.; Atalić, J.; Kišiček, T.; Uroš, M.; Baniček, M.; Novak, M.Š. Damage classification of residential buildings in historical downtown after the ML5.5 earthquake in Zagreb, Croatia in 2020. Int. J. Disaster Risk Reduct. 2021, 56, 102140.
- Taquenho, I. (2017). Avaliação do comportamento sísmico de um edifício Pombalino reforçado. *Dissertação de Mestrado. Universidade NOVA de Lisboa.* Disponível em <a href="http://hdl.handle.net/10362/23400">http://hdl.handle.net/10362/23400</a>
- Tavarez, F. A., & Plesha, M. E. (2006). Discrete element method for modelling solid and particulate materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70, 379–404.
- Underwood, P. (1983). Dynamic relaxation. *Computational Methods for Transient Analysis*, 246–265.
- Vlachakis, G.; Vlachaki, E.; Lourenço, P.B. Learning from failure: Damage and failure of masonry structures, after the 2017 Lesvos earthquake (Greece). Eng. Fail. Anal. 2020, 117, 104803.
- Wang, F., Feng, Y., Kwan, A. K., & Chan, H. C. (1999). Mesoscopic study of concrete I: Generation of random structure and finite element mesh. *Computers & Stucture*, 5, 533–544.
- Yettram, A. L., & Hirst, M. T. (1971). An Elastic Analysis for the Composite Action of Walls Supported on Simple Beams. *Building Science*, 6, 151–159.
- Zamri, M. N., Abd Rahman, N., Mohd Jaini, Z., Ahmad, Z., & Azra Khairuddin, S. A. (2018). Experimental study on fracture energy of foam concrete at different notch depth. *MATEC Web of Conferences*, 250, 1–7. https://doi.org/10.1051/matecconf/201825003006

# ANEXO – MATRIZ DE RIGIDEZ DO CONTACTO DO MP

Para uma melhor compreensão, apresenta-se a obtenção da matriz de rigidez do contacto entre duas partículas, Figura A.1. Cada uma das partículas possuí três graus de liberdade  $(d_1, d_2 \ e \ d_3)$  e  $(d_4, d_5 \ e \ d_6)$ : duas translações  $(d_1 \ e \ d_2)$  e  $(d_4 \ e \ d_5)$ , e uma rotação  $(d_6)$  e  $(d_6)$ , associados aos seus centros de gravidade.

As forças de gravidade aplicadas no centro de gravidade das partículas são calculadas em função do deslocamento de acordo com a seguinte relação:

$$\{f\}_{(6\times1)} = [K]_{(6\times6)} \cdot \{u\}_{(6\times1)}$$

Onde  $\{f\}$  é o vetor das forças aplicadas no centro de gravidade das partículas,  $\{u\}$  o vetor dos deslocamentos e [K] a matriz de rigidez do contacto entre as partículas.

As grandezas  $k_n$  e  $k_s$  são a rigidez na direção normal e a rigidez tangencial, respetivamente, e  $d_{iC}$  a distância do centro de gravidade da partícula i ao ponto de contacto.

O plano de referência considerado é o plano normal ao ponto de contacto,  $n_i$ .

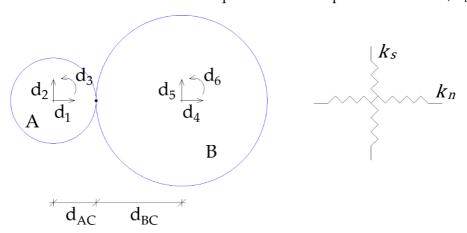


Figura A. 1 - Modelo de contacto para obtenção da matriz de rigidez.

Para este anexo, apenas será exemplificado o cálculo dos coeficientes de rigidez para os graus de liberdade da partícula A. Para o cálculo pode-se aplicar, teoricamente, barras para a ligação dos centros de gravidade das partículas e o método dos deslocamentos.

O deslocamento na mola,  $\Delta d_{mola}$ , é obtido através da expressão:

$$\Delta d_{mola} = R \cdot d_i$$

Onde R é o raio da partícula e  $d_i$  representa o deslocamento unitário imposto.

A força na mola,  $F_{mola}$ , calcula-se de acordo com a expressão:

$$F_{mola} = k \cdot \Delta d_{mola}$$

Onde k é a rigidez da mola.

O termo  $k_{ij}$  representa o trabalho realizado pela ação na direção i causada por um deslocamento unitário na direção j.

Quando  $d_1 = 1$  e  $d_{j \neq 1} = 0$ , Figura A.2, então:

#### **Deslocamentos:**

 $\Delta n = 1$ 

 $\Delta s = 0$ 

Forças:

$$F_n = k_n \cdot \Delta n = k_n$$

$$F_s = 0$$

#### Coeficientes de rigidez:

$$\begin{aligned} k_{11} &= k_n \times 1 = k_n \\ k_{21} &= k_n \times 0 = 0 \\ k_{21} &= k_{31} = k_{51} = k_{61} \\ k_{41} &= -k_n \times 1 = -k_n \end{aligned}$$

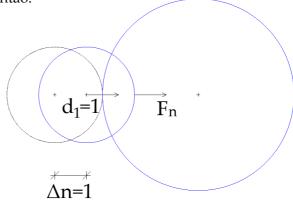


Figura A. 2 - Deslocamento de  $d_1 = 1$ .

Quando  $d_2 = 1$  e  $d_{j\neq 2} = 0$ , Figura A.3, então:

#### **Deslocamentos:**

$$\Delta n = 0$$

$$\Delta s = 1$$

#### Forças:

$$F_n = 0$$

$$F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s$$

#### Momentos:

$$M_A = F_s \cdot d_{AC} = k_s d_{AC}$$

$$M_B = F_s \cdot d_{BC} = k_s d_{BC}$$

#### Coeficientes de rigidez:

$$k_{12} = k_{42} = 0$$

$$k_{22} = k_s \times 1 = k_s$$

$$k_{32} = k_s d_{AC} \times 1 = k_s d_{AC}$$

$$k_{52} = -k_s \times 1 = -k_s$$

$$k_{62} = k_s d_{BC} \times 1 = k_s d_{BC}$$

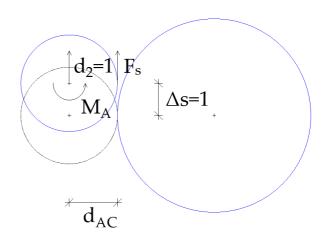


Figura A. 3 - Deslocamento de  $d_2 = 1$ .

# Quando $d_3=1$ e $d_{j\neq 3}=0$ , Figura A.4, então:

#### **Deslocamentos:**

$$\Delta n = 0$$

$$\Delta s = d_{AC} \times 1 = d_{AC}$$

#### Forças:

$$F_n = 0$$

$$F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s d_{AC}$$

#### Momentos:

$$M_A = F_s \cdot d_{AC} = k_s d_{AC}^2$$

$$M_B = F_s \cdot d_{BC} = k_s d_{AC} d_{BC}$$

#### Coeficientes de rigidez:

$$k_{13} = k_{43} = 0$$

$$k_{23} = k_s d_{AC} \times 1 = k_s d_{AC}$$

$$k_{33} = k_s d_{AC}^2 \times 1 = k_s d_{AC}^2$$

$$k_{53} = -k_s d_{AC} \times 1 = -k_s d_{AC}$$

$$k_{63} = k_s d_{AC} d_{BC} \times 1 = k_s d_{AC} d_{BC}$$

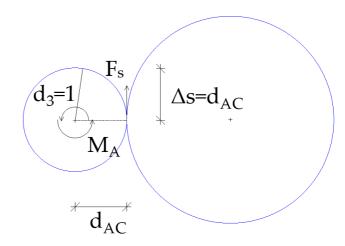


Figura A. 4 - Deslocamento de  $d_3 = 1$ .

Calculando depois os coeficientes de rigidez para os graus de liberdade da partícula B, usando o mesmo método, tem-se a matriz de rigidez generalizada para qualquer contacto:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 & -k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_s & k_s d_{AC} & 0 & -k_s & k_s d_{BC} \\ 0 & k_s d_{AC} & k_s d_{AC}^2 & 0 & -k_s d_{AC} & k_s d_{AC} d_{BC} \\ -k_n & 0 & 0 & k_n & 0 & 0 \\ 0 & -k_s & -k_s d_{AC} & 0 & k_s & -k_s d_{BC} \\ 0 & k_s d_{BC} & k_s d_{AC} d_{BC} & 0 & -k_s d_{BC} & k_s d_{BC}^2 \end{bmatrix}$$

# ANEXO – RESPOSTA DE UM OSCILADOR DE UM GRAU DE LIBERDADE SEM E COM AMORTECIMENTO – PARMAC2D

Para demonstração do comportamento algoritmo explícito com diferentes passos de cálculo, recorreu-se a um modelo de duas partículas discretas, Figura B.1, circulares, de características definidas na Tabela B.1, representantes de um oscilador de um grau de liberdade, sem amortecimento e com amortecimento, utilizando o programa *Parmac2D*.

Tabela B. 1 - Características para o modelo de duas partículas rígidas circulares.

E (GPa)	υ	$R_A$ (m)	$R_B$ (m)	<i>L</i> (m)	t (m)	$k_n$ (MN/m)	$k_s$ (MN/m)
32,00	0,30	0,30	0,60	0,90	0,20	4688,65	1641,03

Onde E é o módulo de elasticidade do material, v o coeficiente de Poisson do material,  $R_i$  o raio da partícula, L a distância entre os centros de gravidade das partículas, t a espessura das partículas,  $k_n$  a rigidez normal do contacto e  $k_s$  a rigidez ao corte do contacto.

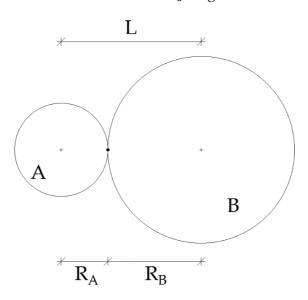


Figura B. 1 - Esquema do modelo de duas partículas circulares rígidas.

No modelo, restringiram-se os graus de liberdade correspondentes às duas translações e rotação da partícula A e a translação vertical e rotação da partícula B. Ao se aplicar uma força de 10kN ao centro de gravidade da partícula B na direção horizontal, foi possível verificar a resposta do modelo em termos de deslocamento da mesma partícula em função do tempo.

# B.1 Resposta de um oscilador de um grau de liberdade sem amortecimento – *Parmac2D*

O algoritmo explícito foi estudado para três casos diferentes e posteriormente comparados para discussão final.

#### Caso 1

Foi arbitrado um intervalo de tempo, de modo a garantir a convergência. Este intervalo de tempo é inferior ao passo de tempo crítico obtido (equação 2.31, Capítulo 2, secção 2.8), de forma a verificar o passo crítico calculado pelo algoritmo.

$$\Delta t_{arb} = 1,000 \times 10^{-4} \, s$$

O passo de tempo crítico calculado pelo algoritmo para o modelo foi de:

$$\Delta t_{crit} = 2.397 \times 10^{-4} \, s$$

#### Caso 2

Para intervalos de tempo correspondentes a:

$$\Delta t_1 = \frac{T}{\pi}; \ \Delta t_2 = \frac{T}{2\pi}$$

Onde T corresponde ao período do sistema da função ideal u(t), com base no intregal de Duhamel e foi calculado em base em:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k_n}{m_B}}} = 2,181 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Com  $k_n = 4688645 \, kN/m \, e \, m_B = 0,565 \, ton.$ 

Fazendo os cálculos temos assim:

a) 
$$\Delta t_1 = 6,943 \times 10^{-4} s$$
;  
b)  $\Delta t_2 = 3,471 \times 10^{-4} s$ .

#### Caso 3

Verificar a função f(t) para um intervalo de tempo igual ao passo crítico e obter a resposta analiticamente utilizando o integral de Duhamel. Para um sistema de um grau de liberdade sujeita a uma força f(t), de condições iniciais  $u(0) = \dot{u}(0) = 0$  e amortecimento nulo, tem-se:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t f(\tau) \sin \omega (t - \tau) \ d\tau$$

E considera-se uma força constante  $f(t) = F_0$ , temos:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t F_0 \sin \omega (t - \tau) \ d\tau = \frac{F_0}{m\omega^2} [\cos \omega (t - \tau)]_0^t = \frac{F_0}{k} (1 - \cos \omega t)$$

Onde  $F_0 = 10 \, kN$ ,  $\omega = 2880,71 \, rad/s$ , e os restantes valores foram indicados anteriormente.

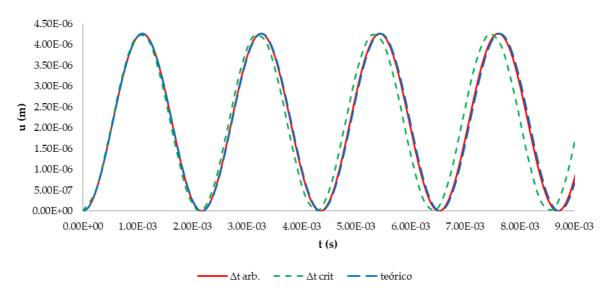


Figura B. 2 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade para o Caso 1.

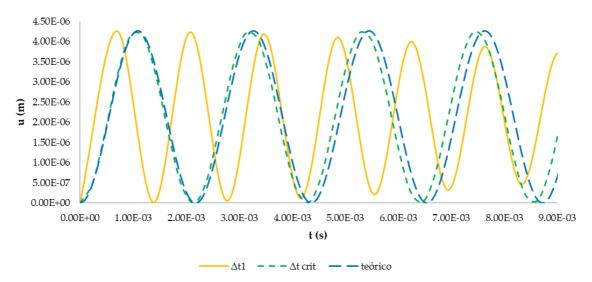


Figura B. 3 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade para o Caso 2(a).

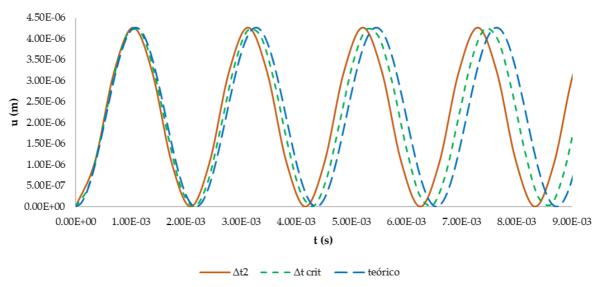


Figura B. 4 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade para o Caso 2(b).

Pela análise dos casos estudados apresentados é possível observar, através da Figura B.3, que para intervalos de tempo superiores ao passo crítico levam ao acumular de erros, o que conduz a resultados errados.

No geral, conclui-se que o intervalo de tempo adotado deve o mais próximo possível do passo crítico de forma a garantir maior estabilidade e rapidez da solução. No Caso 1, Figura B.2, o intervalo de tempo arbitrado, que é o menor de todos, verifica-se uma proximidade melhor da solução teórica dada pelo integral de Duhamel, para um sistema de um grau de liberdade. Para além de ser o menor intervalo de tempo arbitrado, é também o que se aproxima mais do passo crítico.

Verificou-se também que o passo crítico para o sistema de um grau de liberdade é conservativo, como se pode verificar:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2,181 \times 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2\pi} = 3,471 \times 10^{-4} \text{ s}$$
$$t_{crit} = 2,397 \times 10^{-4} \text{ s} < \frac{T}{2\pi}$$

# B.2 Resposta de um oscilador de um grau de liberdade com amortecimento – *Parmac2D*

Para demonstração do comportamento do algoritmo explícito, para obtenção da resposta amortecida utilizou-se um passo de cálculo de  $\Delta t = 1,000 \times 10^{-4}$  s.

Foram adotados três coeficientes de amortecimento: para D=0.20, D=0.50 e D=0.70.

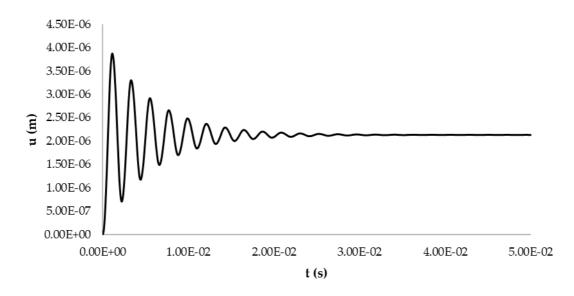


Figura B. 5 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade com coeficiente de amortecimento de 0,20.

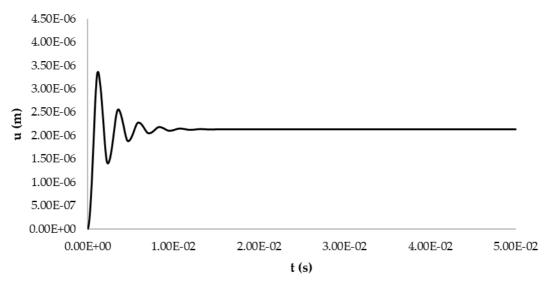


Figura B. 6 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade com coeficiente de amortecimento de 0,50.

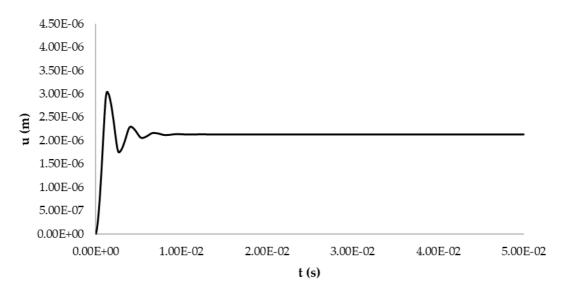


Figura B. 7 – Resposta do oscilador de um grau de liberdade com coeficiente de amortecimento de 0,70.

Pela análise dos diferentes gráficos é possível concluir que quanto maior for o coeficiente de amortecimento, melhor vai ser a estabilidade e mais rápido se irá atingir a convergência da solução. No entanto, se o coeficiente de amortecimento for próximo de 1, o contacto irá funcionar como um modelo frágil, pelo que o coeficiente ótimo a ser utilizado é de D=0.70, pois este é o que permite convergência com mais rapidez, e não afeta a fragilidade do contacto.



e comp

s Deligi