



JOÃO RICARDO NÓBREGA CALDEIRA

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Uma proposta de metodologia para simulação numérica de propagação de fenda por fadiga em provete normalizado através do programa computacional Abaqus®

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica
Março, 2023

Uma proposta de metodologia de simulação numérica de propagação de fenda por fadiga em provete normalizado através do programa computacional Abaqus®

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

JOÃO RICARDO NÓBREGA CALDEIRA

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins,
Professor Associado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa

Coorientadores: Doutor José Manuel Cardoso Xavier,
Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor António José Freire Mourão, Professor Associado, FCT NOVA-DEMI

Arguente: Doutor Luís Filipe Galvão dos Reis, Professor Associado, IST/UL

Orientador: Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins, Professor Associado, FCT NOVA-DEMI

Uma proposta de metodologia para simulação numérica de propagação de fenda por fadiga em provete normalizado através do programa computacional Abaqus®

Copyright © João Ricardo Nóbrega Caldeira, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

À minha família e amigos

Agradecimentos

Durante todo o processo de realização desta tese de mestrado contei com o apoio de várias pessoas e entidades a quem aproveito para expressar o meu agradecimento:

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador, o Professor Rui Fernando Martins, do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, por toda a atenção dispensada, pela constante preocupação em todas as fases de desenvolvimento desta tese, por todo o conhecimento que me transmitiu e por todas as sugestões que facilitaram a elaboração da tese de mestrado. De igual forma, agradecer ao meu coorientador, o Professor José Xavier, pertencente ao mesmo Departamento, que apresentou uma grande disponibilidade e atenção ao longo destes meses.

À Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa no âmbito da simulação numérica, e a todos os docentes que estiveram presentes no meu percurso académico que me transmitiram conhecimento e conceitos teóricos que se provaram bastante úteis na realização da tese de mestrado.

A todos os meus colegas e amigos, especialmente o Daniel Camacho, João Lopes e Francisco Cunha, pela amizade, pelo constante apoio e pela motivação que me transmitiram não só no mestrado, mas em todo o meu percurso académico.

À Cláudia Freitas, por todo o amor e compreensão, por ter constituído um enorme suporte durante todo o meu percurso académico, e por me ter transmitido sempre uma enorme motivação e positividade. Agradecer também por todos os momentos de descontração que passámos juntos e que foram fundamentais para trazer tranquilidade e estabilidade.

Por último, agradecer profundamente à minha família, especialmente à minha mãe, aos meus irmãos e à minha avó materna, por todos os conselhos e pelo apoio incondicional e por mostrarem uma vontade e satisfação enormes em que alcançasse todos os meus objetivos.

Resumo

De forma a evitar falhas estruturais, a integridade dos componentes é avaliada através de uma área de grande importância na engenharia: a Mecânica da Fratura. No fundo, trata de investigar a resistência à fratura dos materiais, tendo em conta, quando é necessário, o estudo da fadiga. Um dos parâmetros que torna possível caracterizar a resistência à fratura do material em estudo é o Fator de Intensidade de Tensão (K). Uma das formas de avaliar a resistência à fratura de componente pelo Fator de Intensidade de Tensão é através de métodos computacionais, que permitem obter resultados precisos de forma bastante eficiente.

No presente trabalho o principal objetivo é simular o comportamento mecânico de um provete CT fabricado no material AISI 316L, através de ensaios de tenacidade à fratura e de um ensaio à fadiga, no *software* Abaqus® utilizando o método XFEM. Tendo em conta as propriedades do material, foi construído um modelo para cada ensaio, tendo sido possível observar a direção da propagação da fenda e retirados os valores de K_I , K_{II} e K_{III} . Desta forma, foram realizados três ensaios de tenacidade à fratura: em Modo I puro, em Modo II puro e em Modo misto plano de carregamento (I+II). O carregamento aplicado no ensaio de fadiga foi em Modo I puro. Com os resultados numéricos obtidos, foi feita uma comparação com os valores analíticos e foi avaliada a metodologia utilizada em cada ensaio.

Relativamente aos valores numéricos de K_I , verificou-se uma grande precisão comparativamente aos analíticos, sendo que o erro mais elevado foi de 6.77%, registado quando a fenda já se encontra com um comprimento próximo ao total do comprimento útil do provete, onde a fenda se propaga, com valores de K_I consideravelmente altos. Devido a falta de estudos realizados a provetes em Modo II puro e em Modo misto plano de carregamento, não houve forma de comparar os resultados obtidos para K_{II} e K_{III} . No ensaio de propagação da fenda por fadiga, analisado através da Lei de Paris, para além de observar a direção da propagação da fenda e de retirar os valores numéricos de K_I , foi também analisado o crescimento da fenda em relação ao número de ciclos efetuados. Verificou-se que o refinamento da malha de elementos finitos gerada tem grande impacto nos resultados obtidos.

Palavras-chave: Fator de Intensidade de Tensão; AISI 316L; Abaqus®; XFEM; Ensaio de tenacidade à fratura; Propagação da fenda por fadiga; Lei de Paris.

Abstract

In order to avoid structural failure, the integrity of components is evaluated through an area of great importance in engineering: Fracture Mechanics. Basically, it is about investigating the fracture toughness of materials, taking into account, when necessary, the study of fatigue. One of the parameters that make it possible to characterize the fracture toughness of the material under study is the Stress Intensity Factor (K). One of the ways to evaluate the fracture resistance of a component by the Stress Intensity Factor is through computational methods, which allow obtaining accurate results in a very efficient way.

In this work the main objective is to simulate the mechanical behavior of a CT specimen made of AISI 316L material, through fracture toughness tests and a fatigue test, in Abaqus® using the XFEM method. Taking into account the material properties, a model was built for each test, and it was possible to observe the crack propagation direction and to extract the values of K_I , K_{II} and K_{III} . Thus, three fracture toughness tests were performed: in pure Mode I, in pure Mode II, and in mixed plain loading Mode (I+II). The loading applied in the fatigue test was in pure Mode I. With the numerical results obtained, a comparison was made with the analytical values and the methodology used in each test was evaluated.

The numerical values of K_I were very accurate compared to the analytical ones, and the highest error was 6.77%, recorded when the crack is already close to the total length of the specimen, where the crack propagates, with K_I values considerably high. Due to the lack of studies performed on specimens in pure Mode II and in mixed Mode loading plan, there was no way to compare the results obtained for K_{II} and K_{III} . In the fatigue crack propagation test, analyzed using the Paris Law, in addition to observing the direction of the crack when propagating and taking the numerical values of K_I , the crack growth was also analyzed in relation to the number of cycles performed. It was verified that the refinement of the finite element mesh has a great impact on the results obtained.

Keywords: Stress Intensity Factor; AISI 316L; Abaqus®; XFEM; Fracture toughness test; Fatigue crack propagation; Paris Law

Índice Geral

Agradecimentos	I
Resumo	III
Abstract	V
Índice Geral	VII
Índice de Figuras	XI
Índice de Tabelas	XV
Siglas e Acrónimos	XVII
1. Introdução.....	1
1.1. Objetivos	1
1.2. Enquadramento.....	1
1.3. Estrutura da Tese	3
2. Pesquisa Bibliográfica	5
2.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura	5
2.1.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura	6
2.1.2. Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação.....	7
2.1.3. Fator de Intensidade de Tensão	10
2.1.4. Fator de Intensidade de Tensão Equivalente	13
2.1.5. Integral J	15
2.1.6. Relação entre K e J	17
2.1.7. Propagação de Fendas por Fadiga	18
2.2. Métodos Numéricos	21
2.2.1. Método dos Elementos Finitos	21
2.2.2. Sistema de equações	21
2.2.3. Criação dos elementos.....	23
2.2.4. eXtended Finite Element Method (XFEM)	26

2.2.4.1. Enriquecimento do XFEM: Função de descontinuidade	27
2.2.4.2. Enriquecimento do XFEM: Função assintótica na frente da fenda	30
3. Casos de Estudo	33
3.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura	34
3.1.1. Dimensões do provete CT	35
3.2. Tipo de ensaio	35
4. Metodologia Numérica Computacional.....	39
4.1. Introdução ao software Abaqus®.....	39
4.2. Simulação Numérica	41
4.2.1. Módulo Part: Modelação dos provetes CT e da pré-fenda	41
4.2.2. Módulo Property: Modelo e propriedades do material.....	42
4.2.3. Módulo Assembly: Montagem do provete com pré-fenda.....	44
4.2.4. Módulo Step: definição da análise pretendida.....	44
4.2.5. Módulo Interaction: Modelação dos pinos e definição da fenda.....	46
4.2.6. Módulo Load: definição das condições de fronteira e dos carregamentos.....	48
4.2.6.1. Ensaio de tenacidade à fratura	49
4.2.6.2. Ensaio de propagação da fenda por fadiga	50
4.2.7. Módulo Step: definição da análise pretendida.....	51
4.2.7.1. Ensaio de tenacidade à fratura	53
4.2.7.2. Ensaio de propagação da fenda por fadiga	55
4.2.8. Metodologia das análises a realizar	55
4.2.8.1. Análise numérica estática	56
4.2.8.2. Análise numérica da propagação da fenda por fadiga.....	58
5. Apresentação e Análise dos Resultados.....	65
5.1. Análises estáticas para observação da direção da propagação da fenda.....	65
5.2. Análises estáticas para obtenção dos valores numéricos de K	66
5.2.1. Validação dos resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo I puro.....	67

5.2.2. Resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo II puro.....	70
5.2.3. Resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo misto plano	73
5.2.4. Validação dos resultados numéricos para o ensaio de propagação da fenda por fadiga	77
5.3. Análise "Direct cyclic" para propagação da fenda por fadiga.....	80
6. Conclusões.....	85
7. Bibliografia	87
8. Apêndices	93

Índice de Figuras

Figura 1.1: Navio <i>Liberty</i> [2].....	2
Figura 1.2: Fraturas em navios <i>Liberty</i> [2].....	3
Figura 2.1: Modos de carregamento [9].....	7
Figura 2.2: Fenda num provete com uma carga aplicada [11].....	8
Figura 2.3: Fratura no Estado Plano de Tensão [11].....	8
Figura 2.4: Fratura no Estado Plano de Deformação [11].....	9
Figura 2.5: Influência da espessura na tenacidade à fratura e na forma de propagação da fenda [8].....	9
Figura 2.6: Eixo de coordenadas polares considerado na extremidade da fenda [3].....	10
Figura 2.7: Contorno arbitrário em torno da extremidade da fenda [3].....	15
Figura 2.8.: Ciclo de tensão de fadiga. Adaptado [24].....	18
Figura 2.9: Curva de propagação de fendas por fadiga [8].....	19
Figura 2.10: Domínios do MEF num corpo sujeito a tensões aplicadas [33].....	22
Figura 2.11: Coordenadas locais e globais de um elemento bidimensional [3].....	24
Figura 2.12: Malha adaptada à fenda [39].....	27
Figura 2.13: Malha sem fenda [39].....	28
Figura 2.14: Nós enriquecidos pela função de Heaviside em torno de uma fenda desalinhada com a malha. Adaptado [40].....	29
Figura 2.15: Enriquecimento de nós de uma fenda arbitrária [41].....	30
Figura 2.16: Eixos de coordenadas locais para fendas com duas extremidades [41].....	30
Figura 3.1: Geometria padrão de um provete CT. [3].....	33
Figura 3.2: Gráfico para obtenção da função $f\left(\frac{a}{w}\right)$ [3].....	34
Figura 3.3: Dimensionamento do provete CT em estudo [13].....	35
Figura 3.4: Máquina <i>Instron 8874</i> com aparelho de medição da propagação da fenda [13].....	36
Figura 3.5: Esquema das fendas e respetivas ramificações do provete submetido ao Modo III de carregamento [13].....	37
Figura 3.6: Superfície de fratura [13].....	37
Figura 4.1: Fases de simulação do Abaqus® [44].....	39
Figura 4.2: Fluxograma do processo de cálculo do Abaqus® [45].....	40
Figura 4.3: Módulos do Abaqus®.....	41
Figura 4.4: Modelação do provete CT.....	42
Figura 4.5: Pré-fenda incluída no provete.....	44
Figura 4.6: Análises estática (a) e dinâmica (b) a utilizar.....	45

Figura 4.7: Output's inseridos para obter os valores numéricos de K	46
Figura 4.8: Pontos de referência acoplados às superfícies interiores dos orifícios.....	47
Figura 4.9: Setup a simular no Abaqus® [47].....	47
Figura 4.10: Definição da fenda e seleção da análise pelo XFEM.....	48
Figura 4.11: Condições de fronteira aplicadas ao provete.....	49
Figura 4.12: Representação do carregamento aplicado em Modo misto plano.....	49
Figura 4.13: Representação de um ciclo de carregamento.....	50
Figura 4.14: Definição da amplitude.....	50
Figura 4.15: Chanfro e resultante secção de geometria simples para geração da malha.....	51
Figura 4.16: Exemplos de tipos de elementos finitos disponíveis [48].....	52
Figura 4.17: Geometria do elemento C3D8R [48].....	52
Figura 4.18: Significado da sigla referente ao nome do elemento. Adaptado [44].....	52
Figura 4.19: Escolha das propriedades do elemento C3D8R.....	53
Figura 4.20: Malhas utilizadas nos ensaios de tenacidade à fratura.....	54
Figura 4.21: Refinamento da malha.....	54
Figura 4.22: Malha para análise da propagação da fenda por fadiga.....	55
Figura 4.23: Fluxograma da análise estática para observar a direção da propagação da fenda.....	56
Figura 4.24: Fluxograma da análise estática para obter os valores numéricos de K	57
Figura 4.25: Ficheiro de texto com os resultados numéricos.....	58
Figura 4.26: Propagação da fenda por fadiga com base na lei de Paris segundo o Abaqus® [44].....	60
Figura 4.27: Fluxograma da análise da propagação da fenda por fadiga.....	63
Figura 5.1: Direção da propagação da fenda em Modo I puro de carregamento.....	65
Figura 5.2: Direção da propagação da fenda em Modo II puro de carregamento.....	66
Figura 5.3: Direção da propagação da fenda em Modo misto plano de carregamento.....	66
Figura 5.4: Evolução de ambos os valores de K obtidos ao longo do comprimento da fenda.....	69
Figura 5.5: Elementos ao longo da espessura do provete.....	69
Figura 5.6: Pontos de análise para obtenção dos valores de K , aquando aplicação do Modo II puro de carregamento.....	70
Figura 5.7: Evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento das fendas para Modo II puro de carregamento	71
Figura 5.8: Evolução dos valores de K_I ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.	72
Figura 5.9: Evolução dos valores de K_{II} ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.....	72
Figura 5.10: Evolução dos valores de K_{III} ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.....	73

Figura 5.11: Pontos de análise para obtenção dos valores de K_I aquando da aplicação do Modo misto de carregamento.....	74
Figura 5.12: Evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento das fendas para Modo misto plano de carregamento.....	75
Figura 5.13: Evolução dos valores de K_I ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.....	75
Figura 5.14: Evolução dos valores de K_{II} ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.....	76
Figura 5.15: Evolução dos valores de K_{III} ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.....	76
Figura 5.16: Evolução de ambos os valores de K_I obtidos ao longo do comprimento da fenda.....	78
Figura 5.17: Elementos ao longo da espessura do provete.....	79
Figura 5.18: Valores de K_I para três valores de a ao longo da espessura para o ensaio de propagação da fenda por fadiga.....	79
Figura 5.19: Comprimento da fenda em função do número de ciclos para a malha de 55 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.....	80
Figura 5.20: Taxa de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão para a malha de 55 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.....	81
Figura 5.21: Comprimento da fenda em função do número de ciclos para a malha de 40 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.....	82
Figura 5.22: Taxa de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão para a malha de 40 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.....	82

Índice de Tabelas

Tabela 3.1: Propriedades mecânicas do AISI 316L e do Cr-Mn. Adaptado [13].....	35
Tabela 3.2: Resultados experimentais obtidos de [13].....	36
Tabela 4.1: Propriedades mecânicas do aço AISI 316L [6;13].....	42
Tabela 5.1: Valores dos parâmetros a utilizar na fórmula (3.1).....	67
Tabela 5.2: Valores analíticos e numéricos de K_I e respetivo erro.....	68
Tabela 5.3: Valores de K , $[MPa \cdot \sqrt{m}]$ ao longo dos nós da espessura.....	69
Tabela 5.4: Valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo do comprimento da fenda para Modo II puro de carregamento.....	71
Tabela 5.5: Valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo do comprimento da fenda para Modo misto plano de carregamento.....	74
Tabela 5.6: Valores analíticos e numéricos de K_I e respetivo erro.....	77

Siglas e Acrónimos

- **AISI** | American Iron and Steel Institute
- **CT** | Compact Tension (Specimen)
- **MEF** | Método dos Elementos Finitos
- **MFEP** | Mecânica da Fratura Elastoplástica
- **MFLE** | Mecânica da Fratura Linear-Elástica
- **XFEM** | *Extended Finite Element Method*
- **2D** | Duas dimensões
- **3D** | Três dimensões

1. Introdução

1.1. Objetivos

A presente tese de mestrado visa estabelecer uma metodologia de simulação de propagação de fenda em provetes CT normalizados (*Compact Tension*), para o material AISI 316L, sujeitos a vários modos de carregamento, nomeadamente Modo I, Modo II e Modo misto plano, isto é, Modo I e Modo II aplicados em conjunto, através da utilização do programa computacional Abaqus®. Simultaneamente, esta dissertação tem como finalidade desenvolver uma metodologia de simulação de propagação de fenda por fadiga, tendo como objeto de estudo os mesmos provetes e *software*. Para além disto, é do interesse calcular numericamente os valores do Fator de Intensidade de Tensão, K , para os vários ensaios efetuados. De notar que os ensaios, à exceção daqueles que contemplam um carregamento aplicado no Modo I puro, serão analisados maioritariamente a nível numérico, visto que, ao contrário do que acontece com os ensaios em Modo I puro, a bibliografia e resultados experimentais existentes são escassos e não apresentam normas para calcular analiticamente os valores de K_{II} e K_{III} . Posto isto, nos ensaios em Modo I puro, para além de ser calculado o K_I numericamente, este será comparado com os valores obtidos analiticamente, de forma a estabelecer uma precisão dos resultados obtidos através da utilização do Abaqus®.

Neste estudo, as principais tarefas foram as que se apresentam em baixo:

- Realização de pesquisa bibliográfica, de forma a reunir toda a informação necessária de trabalhos de índole semelhante aos previstos nesta dissertação;
- Simulação de propagação de fenda num ensaio de tenacidade à fratura, em Modo I e Modo II puros, e Modo misto plano (Modo I + Modo II), em provetes CT normalizados, de forma a obter a direção de propagação da fenda e os valores de K .
- Simulação de propagação de fenda por fadiga em Modo I puro, no mesmo provete e com a finalidade de não só obter a direção de propagação da fenda e os respetivos valores de K_I , como também analisar simultaneamente o número de ciclos em função do comprimento da fenda.

1.2. Enquadramento

A análise e avaliação do comportamento mecânico dos vários materiais quando sujeitos a condições de serviço são fundamentais para evitar que os mesmos sofram fraturas completas ou que surjam fendas que, após um certo número de ciclos de carga, culminem na rotura do próprio material. Este

processo, caracterizado por tensões cíclicas que provocam a degradação física dos materiais, denomina-se por fadiga.

O estudo da integridade dos componentes mecânicos constitui uma área essencial na engenharia e com o avanço tecnológico surgiram novas exigências e consequentemente novas técnicas nessa mesma área. Como aconteceu com outras áreas, foi no período da revolução industrial que foram registados os primeiros avanços científicos importantes na Mecânica da Fratura, e que tem vindo a evoluir até os dias de hoje, sendo atualmente um tópico amplamente estudado.

A investigação referente aos domínios da mecânica dos meios contínuos e da análise de tensões e deformações em peças lineares e curvas teve como principais impulsionadores do desenvolvimento investigadores como Cauchy, Navier, Poisson e Mohr. Posteriormente, com os estudos realizados por Von-Mises, Airy, Prandtl, Nadai, no fim do século XIX e início do século XX, foram apresentados novos desenvolvimentos nos domínios das teorias da elasticidade e plasticidade. Relativamente à fadiga e fratura dos materiais, que é o tópico central desta dissertação, foram registados primeiramente os avanços científicos através dos trabalhos publicados por Wohler, que estabeleciam uma relação entre o número de ciclos até à fratura com a aplicação de uma carga, e por Griffith, que estudou a propagação instável de fendas por fadiga [1].

Devido à falta de conhecimento que levou a falhas no dimensionamento de projetos e à sua conjugação com a crescente complexidade e exigência pretendida, foram várias as estruturas que sofreram falhas catastróficas e que puseram em causa um grande número de vidas como também investimentos de grande escala aplicados em diversos setores, como o da aeronáutica.

Um exemplo em que se verificou uma falha catastrófica foram os navios *Liberty*, presentes na Figura 1.1 [2]. Trata-se de um navio que simbolizava a produção industrial em massa durante a Segunda Guerra Mundial. Os efeitos da temperatura e das concentrações de tensão e tensões residuais não eram completamente compreendidos, tornando este navio um exemplo clássico de acidentes originados pela fadiga. Aproximadamente 33% dos navios contruídos sofreram deste fenómeno, algumas destas possíveis de observar na Figura 1.2 [2].



Figura 1.1: Navio *Liberty* [2].

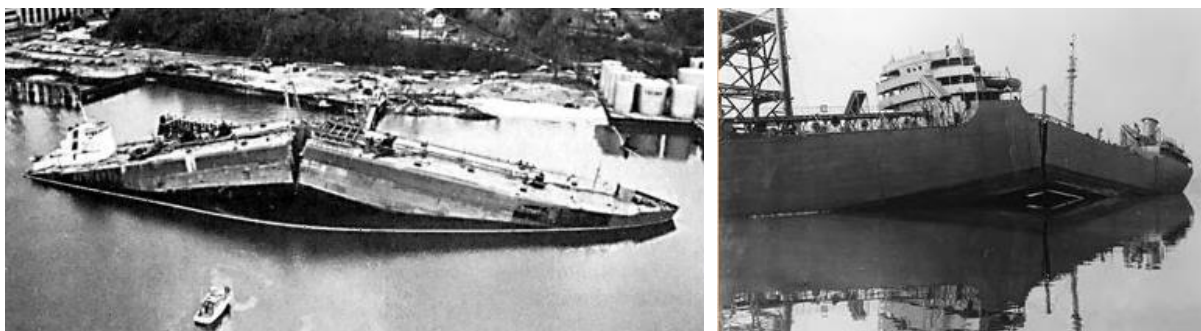


Figura 1.2: Fraturas em navios *Liberty* [2].

1.3. Estrutura da Tese

O presente trabalho é dividido em 6 capítulos.

O capítulo 1 conta com a apresentação dos objetivos a desenvolver na presente dissertação, juntamente com uma breve introdução ao tema em estudo e sobre a sua importância na engenharia.

No capítulo 2 está presente a pesquisa bibliográfica que contém os conceitos teóricos que servem como base deste trabalho, onde foram consultados diversos artigos científicos e outros trabalhos com objetivos comuns aos desta dissertação.

No terceiro capítulo apresentam-se os casos de estudo com maior interesse para o estudo a desenvolver neste trabalho, uma vez que se tratam de estudos experimentais com informações fundamentais para as simulações numéricas a realizar.

O capítulo 4 contém as metodologias das análises a realizar para os ensaios propostos. É realizada uma introdução ao *software* utilizado, o Abaqus®, e descritos os procedimentos a pôr em prática de forma a obter os resultados pretendidos.

No capítulo 5 estão apresentadas as direções de propagação da fenda dos ensaios e os resultados numéricos de K obtidos pelo Abaqus® e comparados com os resultados analíticos.

Por fim, o capítulo 6 junta os pontos mais importantes a retirar da metodologia utilizada no *software* tendo em conta a comparação de resultados e as limitações do mesmo.

2. Pesquisa Bibliográfica

2.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura

A principal causa das falhas estruturais pode ter origem aquando da realização do *design*, na construção ou na própria operação da respetiva estrutura. Para além disto, pode também surgir da aplicação de um novo *design* ou material, que traz resultados inesperados e, por vezes, indesejados.

No caso de erros de conceção/fabrico/operação, deverão existir procedimentos que apresentam soluções suficientes para evitar uma potencial falha.

Já quando se adicionam novos componentes, é inevitável o aparecimento de novas variáveis que muitas vezes conduzem a resultados que não são possíveis de antecipar. Deste modo, um novo *design*/material só deve ser aplicado após uma análise detalhada dos resultados obtidos a partir de uma vasta gama de testes, uma vez que, embora possa apresentar inúmeras vantagens, pode também trazer potenciais problemas. Com os testes e a respetiva análise reduz-se a frequência e a probabilidade das falhas, mas não é possível eliminá-las totalmente.

Não obstante, a Mecânica da Fratura tem uma enorme preponderância na prevenção de falhas estruturais. Quando aplicada corretamente, previne os tipos de falhas abordados anteriormente, uma vez que os designers são apoiados por uma análise racional e não só por tentativa e erro [3].

A Mecânica da Fratura é então utilizada com vista a avaliar a robustez de um componente ou de uma estrutura na presença de alguma fenda (ou defeito), através da análise de diversos fatores como a dimensão e orientação da própria fenda, a intensidade e a distribuição do campo de tensões presente na vizinhança da fenda e a tensão aplicada, sendo então possível definir as condições para as quais a fenda se propaga. Antecede a esta análise um conhecimento das fendas “pré-existent”, que são detetadas através de ensaios não destrutivos.

De acordo com as condições do modelo em estudo, existem duas abordagens na Mecânica da Fratura. Trata-se da Mecânica da Fratura Linear-Elástica (MFLE) e da Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP).

A primeira, MFLE, apresenta os mesmos princípios básicos da Mecânica dos Materiais, em que o material é homogéneo, isotrópico e contínuo e as tensões são proporcionais às deformações, que apresentam dimensões reduzidas. É, portanto, utilizada perante materiais que apresentem um comportamento linear-elástico e em que a plastificação na zona da frente da fenda seja reduzida. O campo de tensões/deformações no material é condicionado pela espessura e pela tensão de cedência do componente em estudo, pelo carregamento que é aplicado, pelas dimensões da fenda, entre outros [4].

A MFEP, contrariamente à MFLE, já é utilizada quando a plastificação relacionada com a propagação das fendas é considerável. A reduzida espessura do componente relativamente às suas

dimensões globais pode estar na origem desta deformação plástica mais acentuada, tal como a aplicação de um carregamento elevado [5].

Os dois parâmetros ligados à Mecânica da Fratura que controlam a propagação de fissuras ao longo de componentes sujeitos a forças externas são o fator de intensidade de tensão, K , e o Integral J .

O fator de intensidade de tensão K é apresentado como função da geometria do componente, da dimensão, forma e local da fenda, e da intensidade e do modo de carregamento aplicado. De modo a prever a ocorrência de uma falha procede-se à comparação de K com a tenacidade, K_c , que se trata do seu valor crítico, e quando este é atingido estamos perante uma possibilidade de falha catastrófica [6].

O Integral J consiste num método energético que permite calcular a taxa de energia de deformação que é libertada, para a propagação virtual de uma fenda com um certo comprimento. Tal é feito através de um integral de contorno arbitrário que é definido, no sentido anti-horário, em torno da extremidade de uma fenda, começando numa das suas superfícies e terminando na outra, de um componente de natureza não-linear elástica [7].

Para determinar numericamente estes parâmetros são utilizados vários *softwares*, como o ANSYS e o Abaqus®, através de métodos de elementos finitos. Estes métodos permitem obter resultados de forma prática e com menos custos experimentais.

2.1.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura

Os modos como são aplicados os carregamentos num sólido com uma fenda existente de um certo tamanho definem, por consequência, o modo de abertura da mesma. Os modos de carregamento são três (I, II e III), e encontram-se apresentados na Figura 2.1. Para cada um deles está associado um fator de intensidade de tensão específico (K_I , K_{II} , K_{III}), respetivamente.

O modo I (“*opening*”) caracteriza-se por um carregamento que é aplicado numa direção perpendicular ao plano da fenda, resultando em tensões normais de tração na extremidade desta última. Neste modo, a propagação da fenda dá-se sempre na direção perpendicular ao plano de carregamento.

O modo II (“*In-Plane Shear*”) consiste na aplicação de um carregamento na direção paralela à das superfícies da fenda, promovendo tensões de corte na sua extremidade.

O modo III (“*Out-of-Plane Shear*”) define-se por um carregamento na direção paralela tanto com a superfície como com a frente da fenda, o que também origina tensões de corte na extremidade da fenda [8].

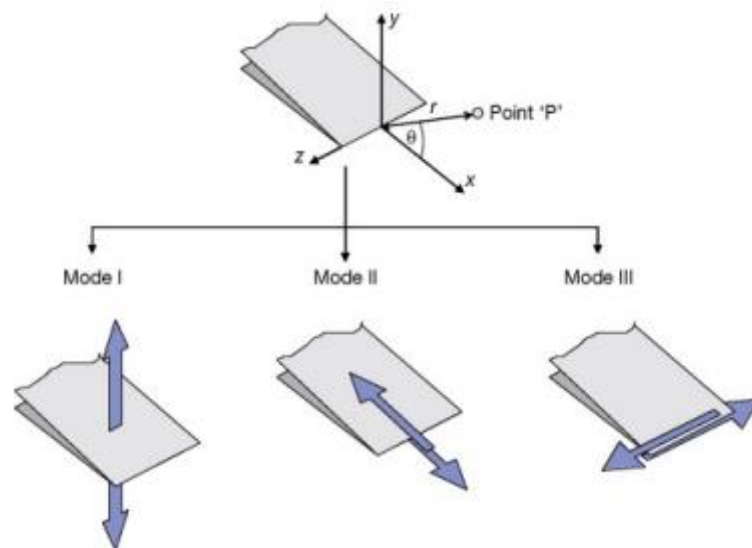


Figura 2.1: Modos de carregamento [9].

De todos os modos de carregamento, aquele que é mais estudado na engenharia é o Modo I, uma vez que a propagação se dá sempre na direção perpendicular ao plano de carregamento e é o modo de propagação mais recorrente nas aplicações de engenharia. No entanto, grande parte das estruturas está sujeita a carregamentos mistos, que implica mais do que um modo de carregamento. Esta combinação dos modos pode ser classificada em modo misto plano (I + II) ou espacial (I + II + III). Em modo misto, a taxa de propagação da fenda e a sua direção são os aspetos mais importantes.

2.1.2. Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação

Um material sujeito a tensões exteriores, tais como as apresentadas na Figura 2.2, pode apresentar um estado plano de tensão ou um estado plano de deformação. O fator que tem uma maior preponderância na definição do estado de tensão é a espessura do próprio componente. O estado de tensão influencia as suas propriedades mecânicas, tais como a tenacidade, e também a forma como a fenda se irá propagar.

O material está sujeito a um estado plano de tensão se não houver tensão na direção normal às superfícies laterais do provete, isto é, $\sigma_z = 0$, verificando-se um estado biaxial de tensões, como observado na Figura 2.3. O estado plano de tensão está associado a casos onde a espessura do material é reduzida, como as chapas finas.

Por outro lado, o estado plano de deformação é o estado característico em materiais com valores de espessura mais elevados. Conta com um estado triaxial de tensões que resulta em superfícies de fratura planas e normais à direção de aplicação da carga, o que é possível verificar na Figura 2.4. O material que se encontra na zona plástica, ilustrada na Figura 2.2, teria a tendência de fluir e contrair na

direção da espessura se não fosse o material em redor que não permite, por apresentar um comportamento elástico [10].

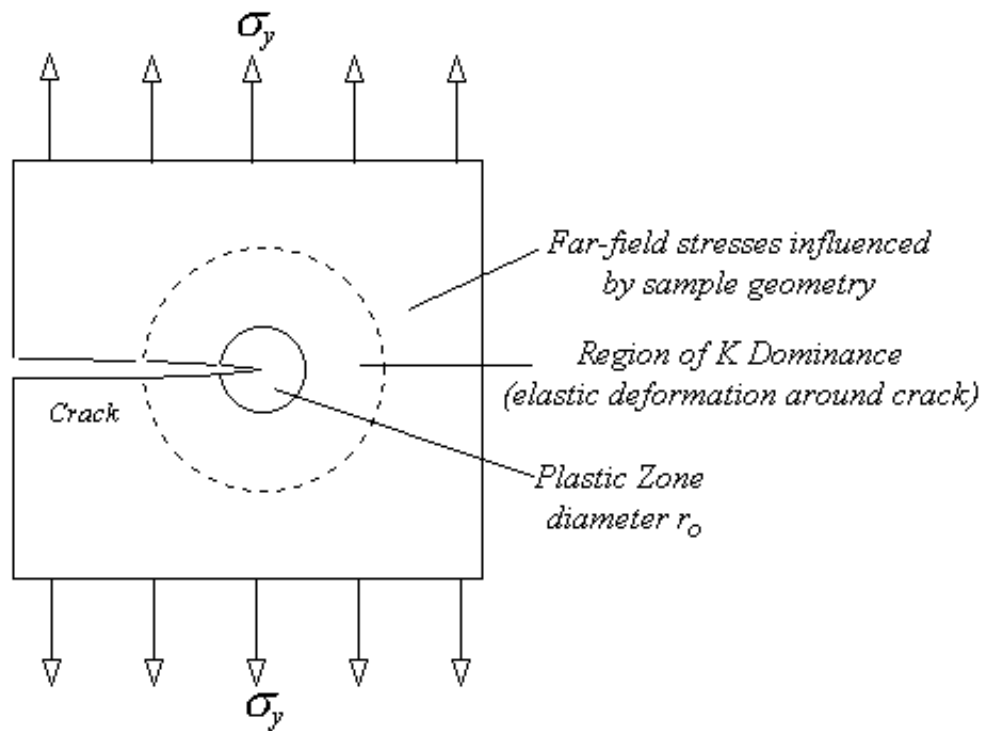


Figura 2.2.: Fenda num provete com uma carga aplicada [11].

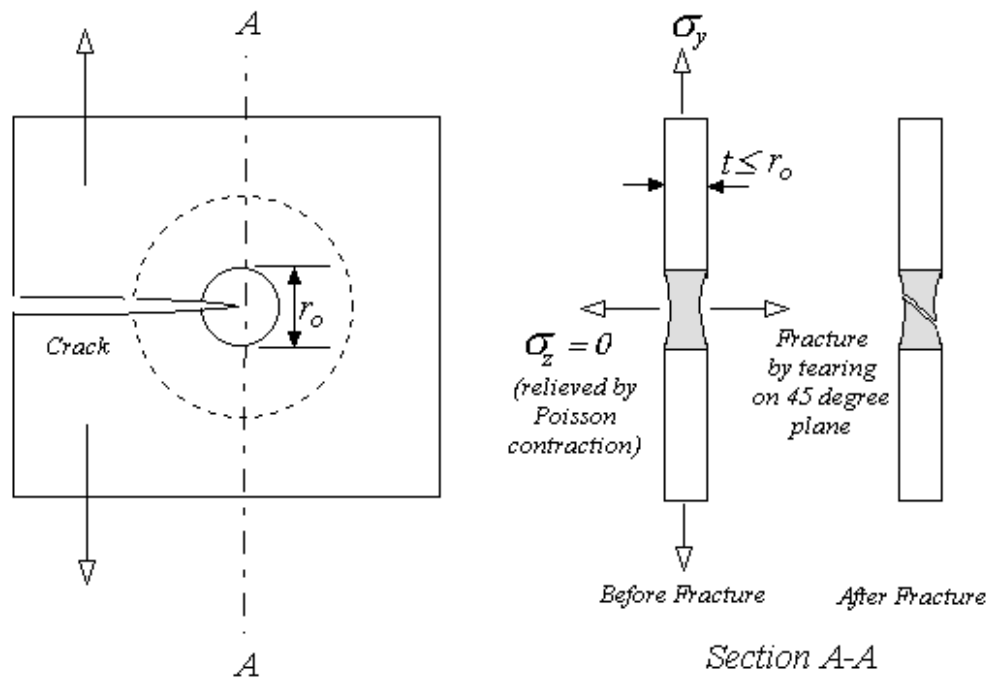


Figura 2.3: Fratura no Estado Plano de Tensão [11].

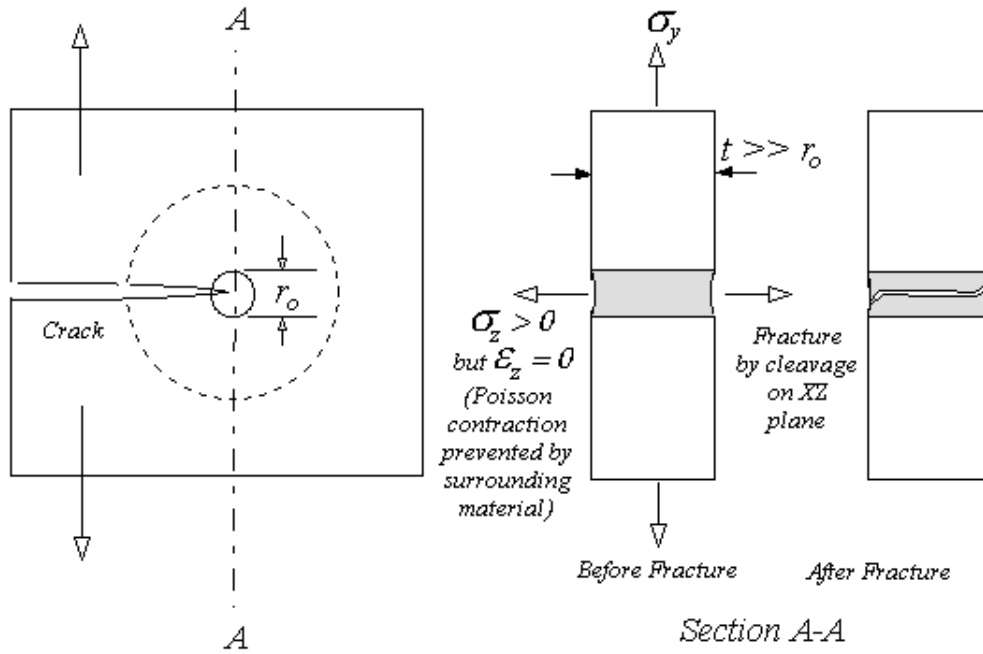


Figura 2.4: Fratura no Estado Plano de Deformação [11].

A tenacidade é estimada como a energia que um material é capaz de reter antes de ocorrer a fratura. Como já foi mencionado, esta propriedade é influenciada pela espessura do componente, e diminui com o aumento da última, sendo máxima para uma espessura reduzida, até que estabiliza num valor que é independente desta, tratando-se da tenacidade à fratura em estado plano de deformação, K_{IC} . Esta dependência da tenacidade está apresentada na Figura 2.5.

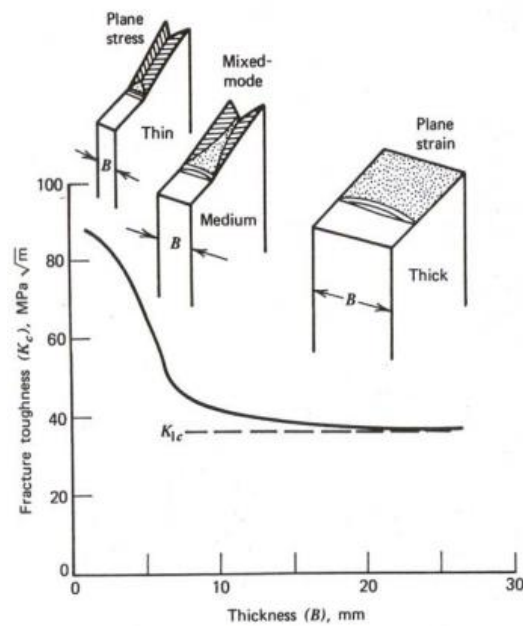


Figura 2.5: Influência da espessura na tenacidade à fratura e na forma de propagação da fenda [8].

O valor da espessura mínima para que se verifique um estado plano de tensão é dada pela seguinte equação (2.1) [12]:

$$B \leq 2.5 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{ced}} \right)^2 \quad (2.1)$$

2.1.3. Fator de Intensidade de Tensão

O Fator de Intensidade de Tensão K é um parâmetro da Mecânica da Fratura que caracteriza o campo de tensões na frente da fenda. Para cada modo de carregamento, o campo de tensões está associado ao respectivo K . O valor do Fator de Intensidade de Tensão depende, para além da intensidade e do tipo de carregamento, da geometria do componente analisado, e da dimensão e localização da fenda existente.

Para certas configurações com fendas e sujeitas a forças exteriores é possível chegar ao nível de tensão do corpo em análise, assumindo-o como isotrópico e com um comportamento linear-elástico, através da equação seguinte (2.2) [13], que considera um sistema global de coordenadas polares, como mostra a Figura 2.6.

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^m(\theta) \quad (2.2)$$

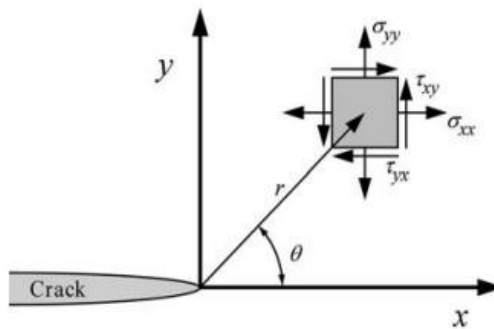


Figura 2.6: Eixo de coordenadas polares considerado na extremidade da fenda [3].

σ_{ij} é o tensor das tensões, r e θ estão definidos na Figura 2.6, f_{ij} é uma função adimensional em função de θ e depende do carregamento aplicado e da geometria. Quanto aos termos de ordem superior,

A_m representa a amplitude e g_{ij} é outra função adimensional, também em função de θ , para o m -ésimo termo da equação.

De salientar que na extremidade da fenda, quando $r \rightarrow 0$, o termo principal tende para infinito e os outros termos para zero, ou então permanecem finitos. As tensões na vizinhança da extremidade da fenda variam $\frac{1}{\sqrt{r}}$ independentemente da geometria do componente.

Cada modo de carregamento contém uma singularidade de $\frac{1}{\sqrt{r}}$ na extremidade da fenda, mas K e f_{ij} dependem do modo de carregamento.

Para os diferentes modos também há expressões para os seus campos de tensão, e estão apresentadas em seguida tanto para o estado plano de tensão como para o estado plano de deformação (2.3, 2.4, 2.5) [14,16].

No Modo I:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.3a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.3b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.3c)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0 & \rightarrow \text{Estado plano de tensão} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \rightarrow \text{Estado plano de deformação} \end{cases} \quad (2.3d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.3e)$$

No Modo II:

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.4a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.4b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.4c)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0 & \rightarrow \text{Estado plano de tensão} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \rightarrow \text{Estado plano de deformação} \end{cases} \quad (2.4d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.4e)$$

No Modo III:

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.5a)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.5b)$$

Posto isto, é possível estabelecer uma ligação entre os Fatores de Intensidade de Tensão e os valores de tensão para cada carregamento, como demonstrado nas seguintes equações (2.6) [6]:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (2.6a)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (2.6b)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (2.6c)$$

Em modo misto, cada modo de carregamento aplicado tem a sua contribuição individual da componente de tensão, resultando na seguinte equação (2.7).

$$\sigma_{ij}^{Total} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (2.7)$$

2.1.4. Fator de Intensidade de Tensão Equivalente

Uma vez que coexistam, de forma temporária ou permanente, os três modos básicos de carregamento, irá haver presença de fatores de intensidade de tensão do tipo K_I , K_{II} e K_{III} . Para carregamentos em modo I puro existem critérios definidos para a propagação de fendas por fadiga, sendo possível afirmar que a fenda se propagará assim que o fator de intensidade de tensão, ΔK_I , localizado, seja superior ao fator de intensidade de tensão limite, ΔK_{Ith} . No caso do valor de $K_{I max}$ exceder a tenacidade à fratura em modo I, K_{Ic} , a fenda propagar-se-á de forma instável. Estas propriedades podem ser obtidas para o material em estudo, de forma experimental, sendo que já foram extensamente estudadas e estão acessíveis para uma grande variedade de materiais.

Com a utilização destes critérios para situações em que se verifique um carregamento misto de qualquer natureza, quer seja plano (modo I + II) ou espacial (modo I + II + III), os resultados obtidos seriam não conservadores, uma vez que K_{II} e K_{III} também contribuem para o início da propagação

instável da fenda, existindo sempre a hipótese de fratura do componente. Posto isto, surge a necessidade de estabelecer um parâmetro que inclua as contribuições de K_I , K_{II} e K_{III} e que se possa relacionar com K_{Ith} e K_{IC} , apresentando-se sob a forma de um fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} .

Richard et al. (2004) [17] analisaram os diferentes critérios que foram propostos, nomeadamente os de Pook [4] e de Richard [17], e concluíram que este último, o de Richard, era o que se adequava melhor à propagação de fendas. O fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} , pode ser calculado através do critério de Pook, em duas etapas, conforme está apresentado nas equações (2.8a) e (2.8b),

$$K_{eq\ I,II} = \frac{0.83K_I + \sqrt{0.4489K_I^2 + 3K_{II}^2}}{1.5} \quad (2.8a)$$

$$K_{eq\ (Pook)} = \frac{K_{eq\ I,II}(1 + 2\nu) + \sqrt{K_{eq\ I,II}^2(1 - 2\nu)^2 + 4K_{III}^2}}{2} \quad (2.8b)$$

ou, em alternativa, pelo critério de Richard, através da equação (2.8c)

$$K_{eq\ (Richard)} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{K_I^2 + 4.62K_{II}^2 + 4K_{III}^2} \quad (2.8c)$$

Ao substituir o fator de intensidade de tensão em modo I, K_I , pelo fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} , nas condições previamente apresentadas, são obtidas duas novas condições de propagação de uma fenda ou de propagação instável, que são de aplicação possível em casos onde se verifica um carregamento em modo misto, e que estão apresentadas em baixo:

$$K_{Ith} < \Delta K_{eq} < \Delta K_{IC}, \text{ para propagação por fadiga.}$$

$$\Delta K_{IC} < \Delta K_{eq}, \text{ para propagação instável.}$$

2.1.5. Integral J

O Integral J trata-se de um integral de contorno e constitui um parâmetro baseado num método energético que permite caracterizar um campo de tensões e deformações nas vizinhanças de uma fenda, tanto para materiais lineares como para não-lineares elásticos com um comportamento homogêneo. É definido em torno da extremidade de uma fenda, no sentido positivo (anti-horário), e começa na superfície inferior da fenda terminando na superior, através de um contorno bem definido, como está demonstrado na Figura 2.7, permitindo assim calcular a taxa de libertação de energia de deformação num material [18,21].

O contorno presente no integral tem a propriedade de ser independente se forem verificadas as seguintes condições [6]:

- O processo tem de ser quasi-estático (processos independentes do tempo, excluindo efeitos dinâmicos associados com acelerações e produção de energia cinética;
- Ausência de forças aplicadas no corpo;
- Ausência de tensões térmicas induzidas;
- Ausência de forças de tração nas faces da fenda;
- O material tem de ser elástico homogêneo.

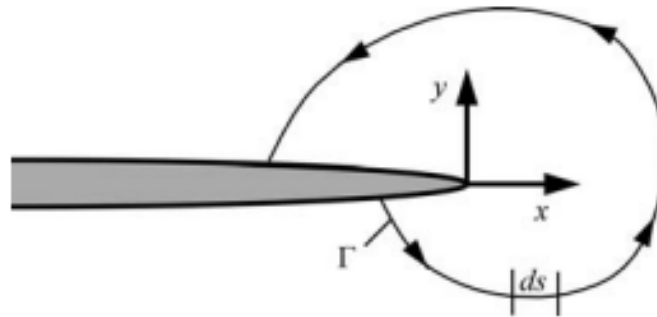


Figura 2.7: Contorno arbitrário em torno da extremidade da fenda [3].

O valor do integral, representado pela equação (2.9) é sempre o mesmo para qualquer que seja o contorno à volta de uma fenda, e é idêntico à taxa de libertação de energia de um sólido, G, com comportamento elástico não-linear para qualquer extensão do plano de falha.

$$J = G = -\frac{dU}{da} \quad (2.9)$$

U representa a energia elástica de deformação e da o incremento da extensão da fenda.

O integral J pode ser representado pela equação (2.10) [18]:

$$J = \oint_{\Gamma} (W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}) ds \quad (2.10)$$

Considerando um contorno em redor da extremidade da fenda Γ , W representa a densidade de energia de deformação ou trabalho de deformação por unidade de volume. É definido através da equação (2.11) abaixo apresentada em que σ_{ij} é o tensor de tensão e ε_{ij} o tensor de deformação:

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.11)$$

$\vec{T}$ é o vetor de tração que inclui as componentes cartesianas do tensor das tensões com sentido para o exterior e normal ao contorno definido. Define-se pela expressão (2.12) seguinte, em que n_j são as componentes do vetor unitário normal a Γ .

$$\vec{T} = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (2.12)$$

u é o deslocamento na direção de x e ds , como ilustrado na Figura 2.7, é o comprimento de um incremento ao longo do contorno.

A propagação da fenda ocorre assim que a taxa crítica de libertação de energia de deformação, G , é atingida, isto é, quando o Fator de Intensidade de Tensão na extremidade da fenda for crítico. Para além disto, variáveis como o comprimento da fenda ou a espessura do provete contribuem para definir até que ponto é que a extremidade da fenda plastifica, e também influenciam a propagação da fenda se estiver a ser aplicado um modo misto de carregamento. Para um provete com espessura finita, a propagação da fenda nunca estará sob o efeito apenas do modo I, mas sim de uma combinação desse com o modo III. Por isso, tanto o modo I como o modo III pode ser dominante, no entanto, se for aplicado um carregamento de modo II, há a possibilidade da fenda se propagar para fora do plano tangente original, o que vai contra um crescimento codirecional [21].

2.1.6. Relação entre K e J

Como referido anteriormente, o Fator de Intensidade de Tensão e o Integral J constituem duas abordagens para avaliar o campo de tensões na vizinhança da extremidade de uma fenda, e para um material homogéneo, isotrópico e com um comportamento linear-elástico, é possível relacionar o integral J com o Fator de Intensidade de Tensão associado a cada modo de carregamento (K_I, K_{II}, K_{III}).

Para o modo I tem-se, para o estado plano de tensão e estado plano de deformação, respetivamente, as seguintes relações (2.13a) e (2.13b) [22]:

$$J_I = K_I^2 \left(\frac{1}{E} \right) \quad (2.13a)$$

$$J_I = K_I^2 \left(\frac{1 - \nu^2}{E} \right) \quad (2.13b)$$

Para o modo II tem-se, para o estado plano de tensão e estado plano de deformação, respetivamente, as seguintes relações (2.14a) e (2.14b):

$$J_{II} = K_{II}^2 \left(\frac{1}{E} \right) \quad (2.14a)$$

$$J_{II} = K_{II}^2 \left(\frac{1 - \nu^2}{E} \right) \quad (2.14b)$$

Para o modo III tem-se apenas uma relação (2.15) que é igual tanto para o estado plano de tensão como para o estado plano de deformação:

$$J_{III} = K_{III}^2 \left(\frac{1}{2G} \right) = K_{III}^2 \left(\frac{1 + \nu}{E} \right) \quad (2.15)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.16)$$

Para um carregamento de modo misto, o valor de J inclui a contribuição dos valores de cada modo. O valor de J, como referido, corresponde ao valor da taxa de libertação de energia (G) que está representado

na equação (2.16), e é uma quantidade escalar, e as suas parcelas são aditivas. Posto isto, tem-se para o estado plano de tensão e para o estado plano de deformação, respetivamente, as seguintes relações (2.17a) e (2.17b) [6]:

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \left(\frac{1 + \nu}{E} \right) K_{III}^2 \quad (2.17a)$$

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \left(\frac{1 + \nu}{E} \right) K_{III}^2 \quad (2.17b)$$

2.1.7. Propagação de Fendas por Fadiga

Uma estrutura tem a sua resistência significativamente reduzida com a presença de fendas. No entanto, de forma geral, a existência de uma fenda não é sinónimo de rotura catastrófica imediata da estrutura. Há um crescimento controlado subcrítico da fenda criada até atingir uma dimensão crítica que provocará então uma rotura da estrutura. A fadiga consiste num carregamento suficientemente elevado aplicado na estrutura cujo valor sofre variações durante um número suficiente de ciclos. É este o fenómeno que origina o crescimento controlado da fenda.

A melhor forma de ilustrar o ciclo de tensão de fadiga que mais se assemelha ao que será posto em prática nesta dissertação, é o gráfico apresentado na Figura 2.8, que se trata de uma solitação a amplitude de tensão constante repetida.

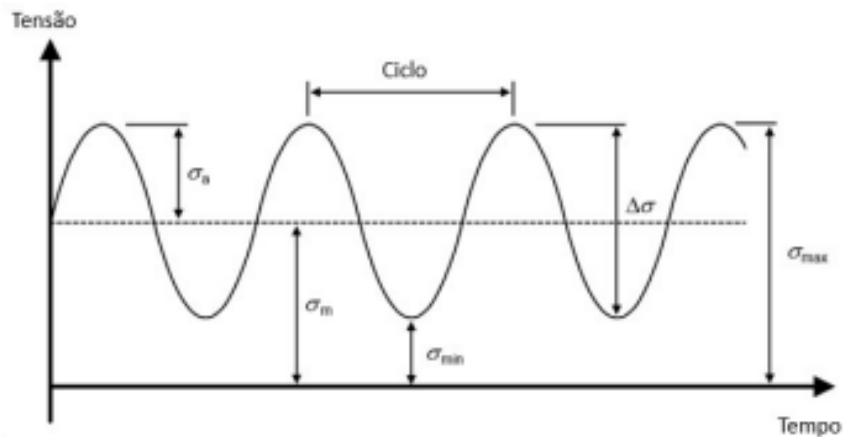


Figura 2.8: Ciclo de tensão de fadiga. Adaptado [23].

A variação acima mencionada do valor do carregamento que é aplicado na estrutura fissurada, gama de tensão ($\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$) faz com que a fratura por fadiga aconteça para valores inferiores à tensão de cedência do material, σ_{ced} . O mesmo se aplica ao K_{crit} Fator de Intensidade de Tensão, K , em que há uma variação do mesmo e que pode ser inferior ao seu valor crítico.

A propagação de fendas por fadiga divide-se em três regimes (Figura 2.9) [24]:

- Regime I (nucleação): Corresponde à zona do limiar de propagação, ΔK_{th} , abaixo do qual não é possível observar qualquer propagação das fendas que, existindo, não são propagáveis. A nucleação da fenda por fadiga está associada a uma concentração de tensões em defeitos que poderão existir no material, caso não existam, a fenda por fadiga forma-se à superfície e onde se verifique uma tensão máxima.
Neste estágio ocorre uma propagação inicial muito lenta, sendo controlada pela microestrutura do material, tensão média, frequência e condições ambientais.
- Regime II (propagação estável): Neste regime a fenda propaga-se de forma estável e regra geral na direção normal ao carregamento aplicado. É caracterizada por uma relação aproximadamente linear entre $\text{Log}\left(\frac{da}{dN}\right)$ e $\text{Log}\Delta K$, a Lei de Paris. A taxa de propagação de fendas acontece sob a influência das condições ambientais, mas menos sob a influência da microestrutura e da tensão média.
- Regime III (propagação instável): A fenda encontra-se com uma propagação instável, apresentando taxas de propagação elevadas, uma vez que o Fator de Intensidade de Tensão Crítico, K_{crit} , aproxima-se da tenacidade crítica do material. A taxa de propagação é influenciada então pela tenacidade do material, que depende da microestrutura, espessura, tensão média ($\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$) e condições ambientais.

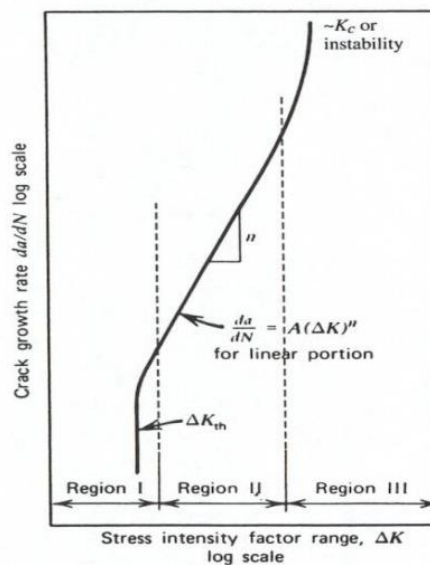


Figura 2.9: Curva de propagação de fendas por fadiga [8].

Normalmente é estabelecida a relação entre a taxa de propagação de fendas de fadiga e a variação do Fator de Intensidade de Tensão, ΔK , que se apresenta na seguinte equação (2.18a) [24]:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (2.18a)$$

sendo ΔK definido pela expressão (2.18b):

$$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.18b)$$

onde Y é um parâmetro que depende da geometria do componente.

Apesar da curva não ser linear nas suas extremidades, grande parte da vida útil do componente passa-se no regime II, que é aproximadamente linear. Posto isto, uma das relações mais simples foi proposta por Paris, que traduz a relação linear que está presente no regime II, presente na equação 2.19 [25,26]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.19)$$

$\frac{da}{dN}$ representa a mudança de comprimento da fenda por fadiga (a) por número de ciclos (N). C e m são constantes empíricas, que são determinadas experimentalmente em função das propriedades do material e da microestrutura, que dependem das condições ambientais, da tensão média aplicada, da frequência e do rácio entre a tensão mínima e a tensão máxima, R_σ .

Para além da Lei de Paris, com vista a alargar o domínio da mesma, foram propostas outras leis, como a Lei de Forman presente na equação (2.20), que abrange os regimes II e III de propagação [27]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1 - R_\sigma)K_c - \Delta K} \quad (2.20)$$

2.2. Métodos Numéricos

De forma a garantir a estabilidade das estruturas, é necessário testá-las experimentalmente de maneira a obter uma estimativa da sua vida útil e prevenir a propagação de fendas por fadiga. No entanto, muitos dos métodos de testagem de estruturas/componentes acarretam custos elevados, e por isso são utilizados processos computacionais que permitem uma análise precisa da propagação de fendas por fadiga.

2.2.1. Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como principal objetivo determinar o campo de tensões gerado pela deformação de qualquer sólido com qualquer geometria, carga aplicada e constrangimentos. O MEF avalia o domínio do problema e decompõe-no em diversos subdomínios, que se tratam dos elementos finitos, que determinarão a precisão da análise. Quando mais definido for o domínio maior será a precisão final da análise, uma vez que haverá mais elementos finitos. Cada elemento finito contém um certo número de nós que em conjunto conferem uma forma ao elemento. Estes vários nós estabelecem ligações entre si de modo que o elemento tenha uma fronteira definida. Dependendo do tipo de problema em análise, estes elementos podem ter diversas configurações. Para problemas bidimensionais os elementos podem ser triangulares, quadrados ou retangulares, se forem tridimensionais apresentam-se como tetraedros, pentaedros ou hexaedros. Um conjunto de elementos designa-se por malha, que pode ser mais ou menos refinada dependendo da precisão requerida para a análise [28,29].

A capacidade que o MEF tem de incluir todo o tipo de geometrias na sua análise e destas apresentarem as suas configurações deformadas, sem que haja um grande esforço computacional, é uma das suas grandes vantagens. No entanto, relativamente à análise de propagação de fendas por fadiga, com o MEF é necessário que a própria fenda coincida com a fronteira dos elementos, o que implica que à medida que a propagação da fenda evolui, é necessária a realização de uma nova malha na extremidade da fenda a cada iteração. Esta particularidade faz com que se torne menos prático utilizar o MEF na análise de propagação de fendas por fadiga [30,31].

2.2.2. Sistema de equações

Considerando o domínio, Ω , é possível repartir a sua fronteira, Γ , em três conjuntos: $\Gamma_u, \Gamma_t, \Gamma_c$, em que $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t \cup \Gamma_c$, como mostra a Figura 2.10. Os deslocamentos são definidos em Γ_u enquanto a tração é imposta em Γ_t . É assumido que a superfície da fenda, Γ_c (linhas em 2D e superfícies em 3D), está livre de tração [32].

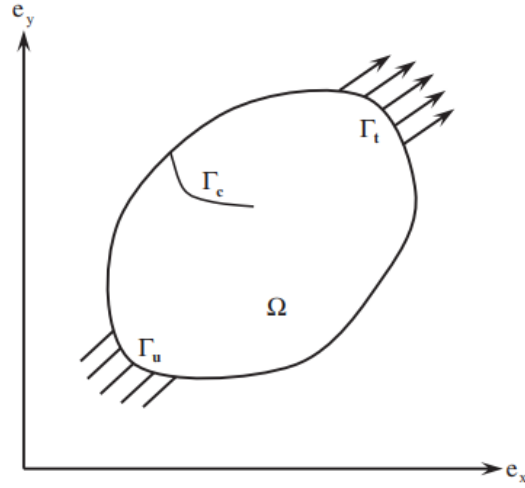


Figura 2.10: Domínios do MEF num corpo sujeito a tensões aplicadas [33].

As equações de equilíbrio e condições de fronteira apresentam-se nas seguintes expressões (2.21):

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \text{ no domínio } \Omega \quad (2.21a)$$

$$\sigma \cdot \hat{n} = \bar{t} \quad (2.21b)$$

$$\sigma \cdot \hat{n} = 0 \text{ em } \Gamma_c^+ \text{ (superfície superior da fenda)} \quad (2.21c)$$

$$\sigma \cdot \hat{n} = 0 \text{ em } \Gamma_c^- \text{ (superfície inferior da fenda)} \quad (2.21d)$$

Neste conjunto de equações, σ representa o tensor de tensões de Cauchy, $\hat{n}$ é o vetor unitário normal exterior, b consiste nas forças de volume e $\bar{t}$ trata-se da respetiva tensão de tração aplicada. Para deslocamentos reduzidos, a relação deformação-deslocamento é descrita da forma apresentada na equação (2.22):

$$\varepsilon = \varepsilon(u) = \nabla_s u \quad (2.22)$$

onde ∇_s é a parte simétrica do gradiente e ε é o tensor das deformações linear, e conta com uma condição de fronteira, que se encontra na expressão (2.23):

$$u = \bar{u} \text{ em } \Gamma_u \quad (2.23)$$

As equações de equilíbrio podem ser formuladas na sua forma fraca correspondente, tendo em conta uma deformação infinitesimal $\nabla \delta u$, conforme representado na equação (2.24) [34]:

$$\int_{\Omega} \sigma \cdot \nabla \delta u = \int_{\Omega} b \cdot \nabla \delta u \, d\Omega + \int_{\Gamma_c} \bar{t} \cdot \nabla \delta u \, d\Omega \quad (2.24)$$

2.2.3. Criação dos elementos

No Método dos Elementos Finitos, o componente em estudo é dividido em formas definidas que se designam por elemento. Como mencionado, estes são ligados por nós, onde a continuidade do campo de deslocamento é reforçada.

A Figura 13 mostra um elemento bidimensional para problemas de estado plano de tensão ou estado plano de deformação, acompanhado pelos referenciais de coordenadas local e global. As coordenadas locais variam entre -1 e 1 em toda a área do elemento, sendo (-1, 1) o conjunto de coordenadas que definem o nó esquerdo inferior, já o nó direito superior é definido pelas coordenadas (1, 1). Este sistema de coordenadas não é necessariamente ortogonal. Considerando agora um ponto no elemento com um conjunto de coordenadas locais (ξ, η) as coordenadas globais do ponto são dadas pelas seguintes equações (2.25) [3]:

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) x_i \quad (2.25a)$$

$$y = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) y_i \quad (2.25b)$$

em que n é o número de nós no elemento e N_i representa as funções de forma correspondentes ao nó i , que tem como coordenadas globais (x_i, y_i) e como coordenadas locais (ξ_i, η_i) .

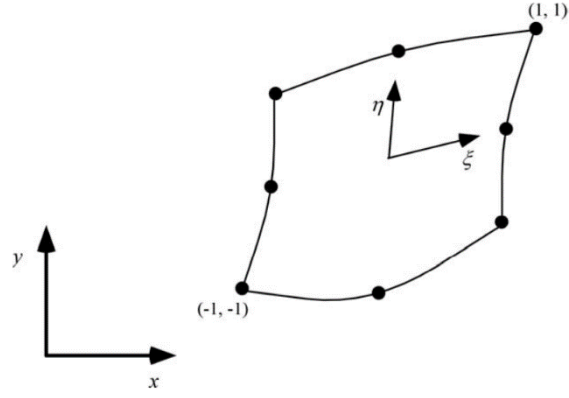


Figura 2.11: Coordenadas locais e globais de um elemento bidimensional.

Para o caso do elemento representado na Figura 2.11, as funções de forma para o elemento direito superior (1) e esquerdo inferior (2) são as seguintes (2.26), respetivamente [35]:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (2.26a)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (2.26b)$$

São também considerados polinómios interpoladores cujo grau depende do número de nós do respetivo elemento, é dado pela relação $n - 1$.

Os deslocamentos dentro de um elemento são dados pelas equações que se seguem (2.27) [35]:

$$u = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) u_i \quad (2.27a)$$

$$v = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) v_i \quad (2.27b)$$

onde (u_i, v_i) são os deslocamentos nodais na direção de x e y , respetivamente.

Da mesma forma também é possível estabelecer o valor da tensão e da extensão de um elemento, que é dado pelas equações abaixo (2.28) [35]:

$$\sigma = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \sigma_i \quad (2.28a)$$

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \varepsilon_i \quad (2.28b)$$

A matriz de deformação nas coordenadas (x, y) é representada na equação (2.29a), onde $[B]$ está representado na equação (2.29b) [35].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2.29a)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.29b)$$

Uma vez que as funções de forma estão dependentes das coordenadas locais (ξ, η) , é necessário convertê-las para coordenadas globais para que seja possível utilizá-las na matriz de rigidez, daí o aparecimento da matriz Jacobiana, que permite relacioná-las através da equação (2.30) [35]:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

A matriz Jacobiana é a definida pela equação (2.31) [35]:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \dots \\ \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ x_i y_i \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

A matriz da tensão apresentada pela equação (2.32), em que $[D]$ trata-se da matriz constitutiva tensão-deformação [35].

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2.32)$$

Os deslocamentos nos nós dependem da rigidez do elemento e das forças nodais. A matriz de rigidez de cada elemento é dada pela equação (2.33) [35]:

$$[K] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det[J] d\xi d\eta \quad (2.33)$$

As matrizes de rigidez dos elementos são assembladas e resulta a matriz de rigidez global $[K_G]$. As matrizes globais de rigidez, forças e deslocamentos relacionam-se consoante a equação (2.34) [35]:

$$[K_G][u] = [F] \quad (2.34)$$

2.2.4. eXtended Finite Element Method (XFEM)

O Método dos Elementos Finitos foi utilizado como base para o *eXtended Finite Element Method*, que permite a existência de descontinuidades no interior dos elementos, ou seja, a localização e a propagação da fenda não são dependentes do tipo de malha definida. Esta independência é possível devido ao enriquecimento do espaço da solução do modelo de elementos finitos para soluções de equações diferenciais com funções descontínuas [30,31;36].

Para um material isotrópico com um comportamento linear-elástico o enriquecimento destas funções consiste em dois conjuntos de funções. Um dos conjuntos consiste num grupo de funções

assíntotas na extremidade da fenda cuja utilidade é descrever o comportamento da extremidade da fenda. O outro conjunto trata-se de funções descontínuas, como a função de Heaviside, que representa o salto de deslocamento ao longo das faces da fenda. Ambos os tipos de enriquecimento são multiplicados pelas funções de forma do Método dos Elementos Finitos convencional [37].

O XFEM encontra-se implementado no *software* Abaqus® para modelos bidimensionais e tridimensionais. Apesar de ser mais prático do que o MEF, também tem as suas desvantagens, tendo em conta a utilização deste *software*. Uma delas é o facto de não conseguir obter valores para o Fator de Intensidade de Tensão e para o Integral J para modelos bidimensionais e apenas para tridimensionais, conseguindo, no entanto, obter a propagação de uma fenda arbitrária num modelo bidimensional. Para além disto, o Abaqus® só permite análises estáticas de fendas estacionárias, para materiais isotrópicos com um comportamento linear-elástico. Por último, também não permite realizar a simulação da propagação da fenda em simultâneo com a obtenção dos valores do Fator de Intensidade de Tensão e do Integral J [38].

2.2.4.1. Enriquecimento do XFEM: Função de descontinuidade

Este modelo consiste, como referido, num modelo de elementos finitos padrão e uma representação de uma fenda que é independente da malha formada pelos vários elementos, tendo como base um conceito de enriquecimento de descontinuidades. De forma a introduzir este conceito, considera-se um caso bidimensional simples com uma fenda modelado por quatro elementos, como mostra a Figura 2.12. Para efeitos de simplificação, o referencial de coordenadas locais tem como origem a extremidade da fenda. O objetivo é demonstrar que um espaço discreto equivalente pode ser construído a partir de uma malha sem qualquer fenda modelada, presente na Figura 2.13, com a adição de um enriquecimento da descontinuidade da fenda [39].

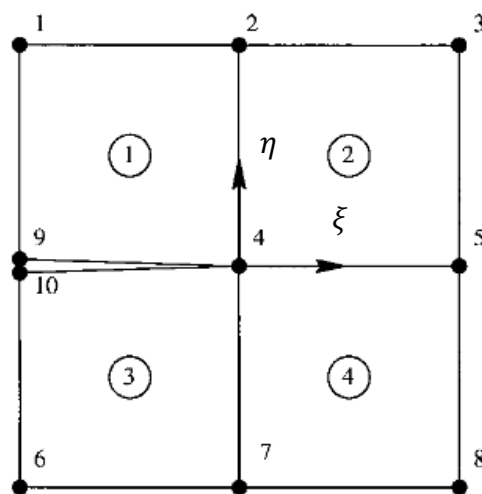


Figura 2.12: Malha adaptada à fenda [39].

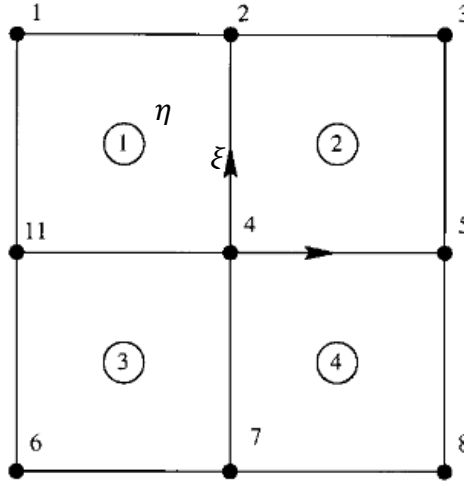


Figura 2.13: Malha sem fenda [39].

O deslocamento é dado pela seguinte aproximação dos elementos finitos para esta malha, a equação (2.35), em que $N_i(\xi, \eta)$ é a função de forma do nó i com coordenadas (ξ, η) , e u_i é o vetor deslocamento nesse mesmo nó.

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{10} N_i(\xi, \eta) u_i \quad (2.35)$$

Definindo a variável M como um ponto médio entre os deslocamentos dos nós 9 e 10, u_9 e u_{10} , respectivamente, e D como a distância entre os dois nós dos mesmos deslocamentos, tem-se as seguintes equações (2.36) [39]:

$$M = \frac{u_9 + u_{10}}{2} \quad (2.36a)$$

$$D = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (2.36b)$$

Apresentando agora em função de u_9 e u_{10} :

$$u_9 = M + D \quad (2.36c)$$

$$u_{10} = M - D \quad (2.36d)$$

Substituindo na equação (2.35) os termos dos deslocamentos u_9 e u_{10} em função das variáveis M e D , surge a equação (2.37):

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) u_i + M(N_9 + N_{10}) + D(N_9 + N_{10})H(\xi, \eta) \quad (2.37)$$

Presente na equação (2.38) encontra-se a função de Heaviside, $H(\xi, \eta)$, que é definida no referencial de coordenadas local da fenda, segundo o sistema apresentado [39].

$$H(\xi, \eta) = \begin{cases} 1, & \text{para } \eta > 0 \\ -1, & \text{para } \eta < 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

Considerando agora a malha presente na Figura 2.13, o termo $N_9 + N_{10}$ pode ser substituído por N_{11} , e M por u_{11} . A aproximação de elementos finitos apresenta assim a seguinte forma da equação (2.39):

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 (N_i(\xi, \eta)u_i + u_{11}N_{11}) + (D(N_{11})H(\xi, \eta)) \quad (2.39)$$

No primeiro termo do segundo membro da equação está representada a aproximação clássica de elementos finitos, e o segundo termo consiste no enriquecimento da função de Heaviside. É possível então, num caso onde esteja modelada uma fenda numa malha, como apresenta a Figura 14, interpretar o espaço dos elementos finitos como a soma de um que não tenha a fenda (Figura 2.13) com um enriquecimento proveniente da descontinuidade da fenda, logo a geometria da fenda dispensa uma malha que apresente a descontinuidade, devido à soma com a função de Heaviside.

Nos casos em que a fenda não está sob a fronteira dos elementos finitos, e através da função de Heaviside, os nós enriquecidos são aqueles cujos suportes são “cortados” pela fenda e divididos, como representado na Figura 2.14.

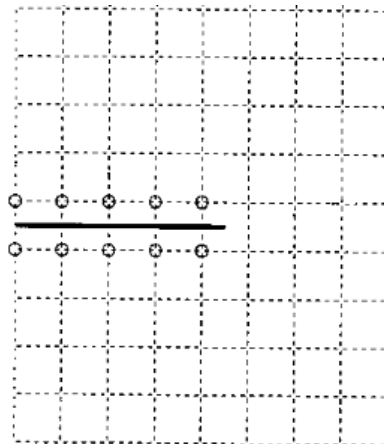


Figura 2.14: Nós enriquecidos pela função de Heaviside em torno de uma fenda desalinhada com a malha. Adaptado [40].

2.2.4.2. Enriquecimento do XFEM: Função assintótica na frente da fenda

De modo a descrever a descontinuidade da superfície da fenda recorre-se à função descontínua de Heaviside, e utiliza-se a função assintótica na frente da fenda de forma a permitir o enriquecimento dos nós que a rodeiam, existindo então dois tipos de enriquecimento. É possível verificar na Figura 2.15 os nós que são enriquecidos pela função de Heaviside (nós circulares) e aqueles que são enriquecidos pela função assintótica nas extremidades da fenda (nós quadrados) [41].

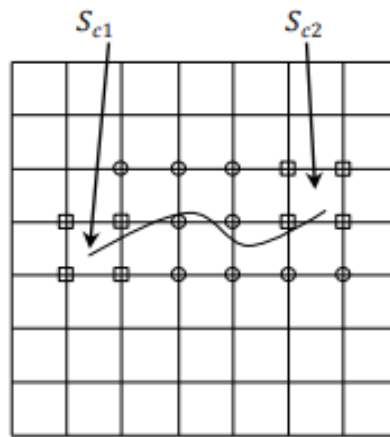


Figura 2.15: Enriquecimento dos nós de uma fenda arbitrária [41].

Com esta segunda função de enriquecimento é possível formular a equação de elementos finitos completa do XFEM. Denominando o conjunto de todos os nós da malha S , os nós em redor das extremidades da fenda S_c , e os restantes nós que são interseçados pela fenda (excluindo os do conjunto S_c) S_h , e tendo em conta os referenciais da Figura 2.16, temos a equação de elementos finitos apresentada na equação (2.40).

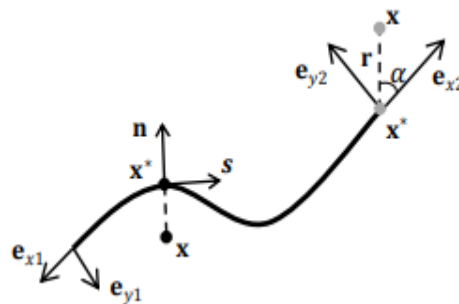


Figura 2.16: Eixos de coordenadas locais para fendas com duas extremidades [41].

$$u = \sum_{I \in S} N_I(x) \left[u_I + H(x)_{I \in S_h} a_I + \sum_{i=1}^4 \varphi_i(x)_{I \in S_c} b_I^i \right] \quad (2.40)$$

u_I é o vetor de deslocamento nodal, a_I trata-se do vetor nodal de enriquecimento de graus de liberdade através da função de Heaviside ($H(x)$) que representa as descontinuidades ao longo das superfícies fraturadas, e b_I^i é o vetor nodal de enriquecimento de graus de liberdade através das funções assintóticas nas extremidades da fenda ($\varphi_i(x)$). A função de Heaviside ($H(x)$) pode ser definida da seguinte forma, presente na equação (2.41) para uma fenda generalizada [42]:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.41)$$

em que x^* é o ponto na fenda mais próximo de x e n trata-se da normal exterior da fenda no ponto x^* .

Para um material isotrópico linear elástico as soluções da função assintótica nas extremidades da fenda ($\varphi_i(x)$) são representadas na equação (2.42), onde (r, α) são as coordenadas polares locais na extremidade da fenda, sendo que $-\pi \leq \alpha \leq \pi$.

$$\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^4 = \left(\sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha) \right) \quad (2.42)$$

3. Casos de Estudo

O objetivo principal da presente dissertação consiste em determinar uma metodologia de simulação de propagação de fenda em provetes normalizados, através da utilização do programa computacional Abaqus® e da implementação do *XFEM*. Para tal serão simulados ensaios de tenacidade à fratura (Modo I e II puro, e Modo misto plano (I+II)) e ensaios de fratura por fadiga (Modo I), em provetes CT normalizados, que é possível observar na Figura 3.1.

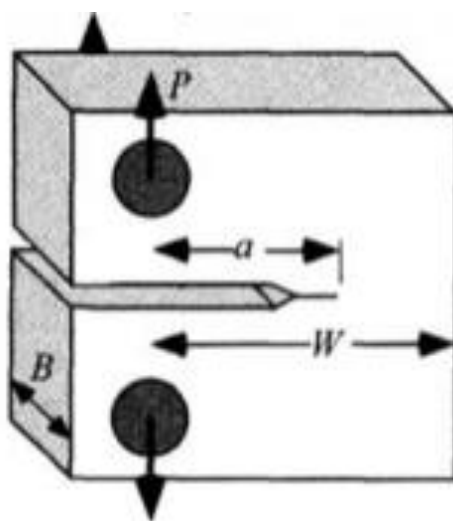


Figura 3.1: Geometria padrão de um provete CT. [3]

O processo de simulação visa obter a direção de propagação da fenda em cada ensaio e por calcular o Fator de Intensidade de Tensão para vários comprimentos de fenda diferentes, através de análise estáticas. Para além disto, no caso da simulação da propagação da fenda por fadiga tendo por base a lei de Paris, é fundamental determinar o número de ciclos registados para determinados comprimentos de fenda, utilizando análises dinâmicas (cíclicas).

3.1. Conceitos Fundamentais da Mecânica da Fratura

O provete CT contém um entalhe na sua geometria que será a origem do início da propagação da fenda, com a aplicação de um carregamento. No caso de se ter o modo de carregamento I, a solução para Fator de Intensidade, K_I , é dada pela equação apresentada abaixo (3.1) [3]:

$$K_I = \frac{P}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (3.1)$$

sendo P o valor nominal do carregamento que está a ser aplicado, B trata-se da espessura do provete, W a largura útil e a o comprimento característico da fenda.

A função $f\left(\frac{a}{W}\right)$ é adimensional e está relacionada com as características geométricas e com o modo de carregamento aplicado. Esta função pode ser obtida pela equação (3.2), ou pelo gráfico da Figura 3.2 [3].

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{W}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right] \quad (3.2)$$

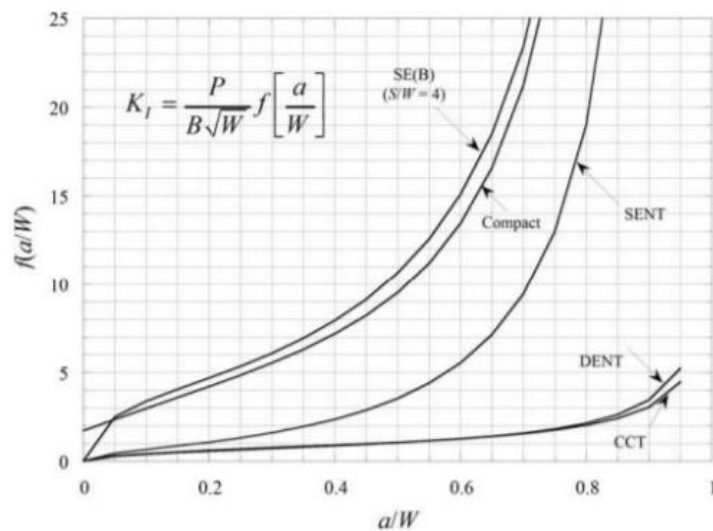


Figura 3.2: Gráfico para obtenção da função $f\left(\frac{a}{W}\right)$ [3].

Através da fórmula acima mencionada e dos valores obtidos pelos cálculos realizados no Abaqus®, será possível estabelecer comparações entre os resultados analíticos e numéricos.

3.1.1. Dimensões do provete CT

O provete CT a utilizar encontra-se dimensionado na Figura 3.3, cotado em milímetros, e conta com uma espessura de 2,5 mm para os ensaios de fadiga, 2 mm para tenacidade em modo I puro, e de 1,6 mm para os ensaios de tenacidade em modo II puro e modo misto plano (modo I + II).

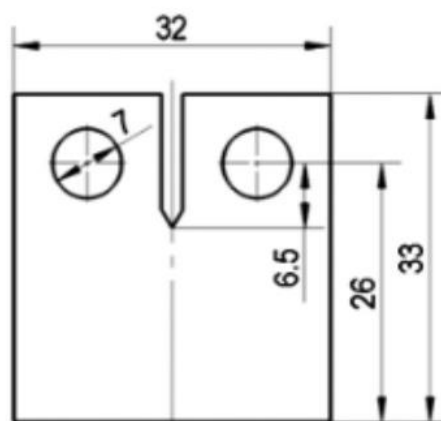


Figura 3.3: Dimensionamento do provete CT em estudo [13].

3.2. Tipo de ensaio

O tipo de ensaio a simular no *software* Abaqus® nesta dissertação é semelhante ao estudo realizado por Martins *et al.* (2016) [13], onde foram utilizados provetes CT normalizados com as dimensões apresentadas na Figura 3.3, com uma espessura reduzida, sujeitos a ensaios de propagação de fendas por fadiga em Modo III puro de carregamento. Foram ensaiados provetes de dois materiais diferentes, ambos de aços inoxidáveis austeníticos (Cr-Mn e AISI 316L), com as propriedades que se encontram na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Propriedades mecânicas do AISI 316L e do Cr-Mn. Adaptado [13]

	σ_R (MPa)	σ_c (MPa)	ε (mm/mm)
AISI 316L	600	290	> 40% (RT*)
Cr-Mn	800	480	

*RT - temperatura ambiente.

sendo σ_R a tensão de rotura, σ_c a tensão de cedência e ε a ductilidade do material. O material também foi considerado como um material elástico, homogêneo e isotrópico, com um módulo de Young (E) de 200 GPa, e um coeficiente de Poisson (ν) de 0,3.

Os ensaios foram conduzidos através da aplicação de cargas por uma máquina servo-hidráulica biaxial *Instron 8874*, presente na Figura 3.4, e a propagação da fenda era observada nas duas faces do provete através de uma câmara de vídeo juntamente com uma lente ótica que se encontravam conectados a um aparelho de medição, tal como se pode observar na mesma Figura 3.4.



Figura 3.4: Máquina *Instron 8874* com aparelho de medição da propagação da fenda [13].

Na parte inferior do provete estava presente um encastramento e na parte superior era aplicada a carga respetiva a cada ensaio. Os provetes foram sujeitos a uma carga máxima de 2,5 kN, em modo I puro, com uma razão de carregamento $R_\sigma = 0,1$, de forma a criar uma pré-fenda que não estivesse sujeita ao efeito da plastificação na zona do entalhe criado ao fabricar o próprio provete, tal como referido nos estudos experimentais realizados por Martins *et al* (2020) [43].

As cargas torcionais cíclicas ($R_\sigma = -1$) aplicadas aos provetes com pré-fenda estão presentes na Tabela 3.2, juntamente com o número de ciclos de carga a que foram submetidos e os resultados experimentais obtidos.

Tabela 3.2: Resultados experimentais obtidos de [13].

		L1 (mm)	L2 x-axis (mm)	L2 y-axis (mm)	L2 (mm)	θ_2 (°)	L3 x-axis (mm)	L3 y-axis (mm)	L3 (mm)	θ_3 (°)	No. of cycles (Mode III)	Load (N m) $R = -1$
Specimen no. 1 AISI 316L	Front surface	2.2	2.1	6.5	6.8	71.7	2	5.5	5.8	70.0	354035	8.4; 9; 10.5
	Back surface	($a_0 = 8.7$ mm)	2.5	7.0	7.4	70.4	2.7	6.5	7.1	67.1		
Specimen no. 3 (Cr-Mn)	Front surface	1.7	2.3	6.3	6.6	70.2	3.0	7.0	7.6	66.8	348194	5; 7.5; 8.5
	Back surface	($a_0 = 8.2$ mm)	2.0	5.8	6.1	70.8	1.4	4.2	4.4	70.4		

Não só o estudo de Martins *et al* (2016) [13] como o de Martins *et al* (2020) [43] verificou que, após ter sido criada a pré-fenda no entalhe (L1) fruto do carregamento em Modo I aplicado, em Modo III e com poucos ciclos esta propagou e formou-se uma bifurcação (L2 e L3) com ângulos de $\theta_{2,3} = \pm 70^\circ$, como se pode observar na Figura 3.5.

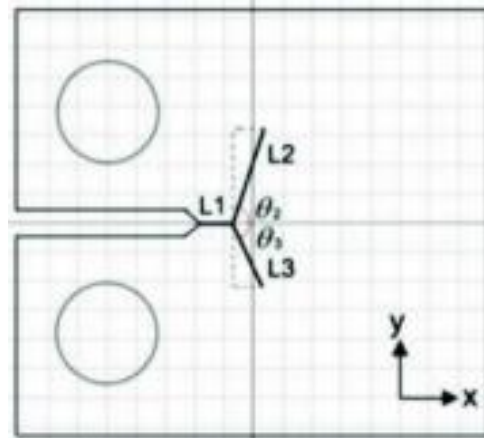


Figura 3.5: Esquema das fendas e respectivas ramificações do provete submetido ao Modo III de carregamento. [13]

Para além disso, foi observado que a velocidade de propagação das ramificações era superior nas proximidades das superfícies laterais do provete, como se pode verificar na Figura 3.6.

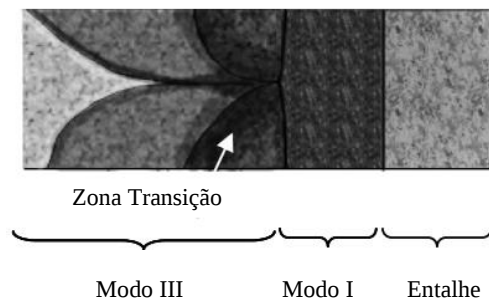


Figura 3.6: Superfície de fratura [13].

4. Metodologia Numérica Computacional

O presente capítulo visa descrever as capacidades computacionais do *software* Abaqus® e a metodologia aplicada com o objetivo de demonstrar como foi feita a modelação dos provetes, a aplicação das condições de fronteira e carregamentos, a realização da malha e as análises realizadas, para os ensaios de tenacidade à fratura e para o de propagação de fenda por fadiga.

4.1. Introdução ao software Abaqus®

O Abaqus® é um software comercial utilizado para realizar análise de elementos finitos de modelos computacionais. Foi desenvolvido pela HKS Inc de Rhode Island (Estados Unidos da América) e agora é comercializado pela SIMULIA, que se trata de uma marca da Dassault Systemes S.A. O processamento do Abaqus® apresenta três fases: o pré-processamento, que cria um ficheiro de entrada; a solução (simulação), que gere um ficheiro de saída; e o pós-processamento, como podemos observar na Figura 4.1.

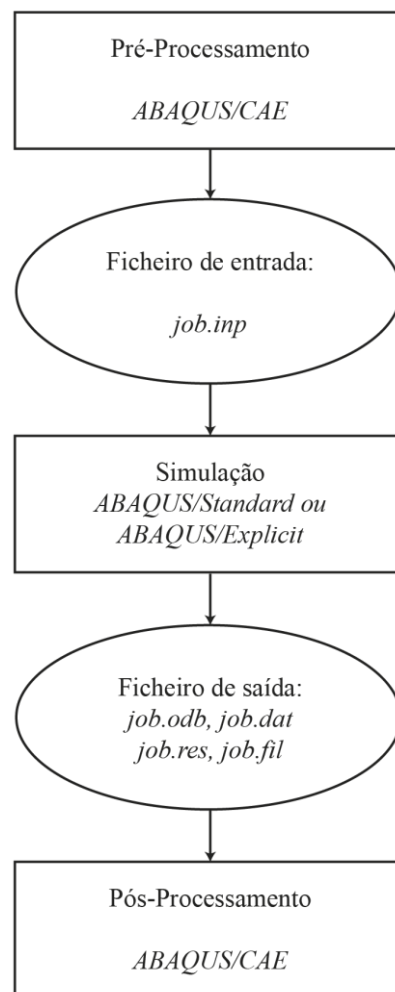


Figura 4.1: Fases de simulação do Abaqus® [44].

É na fase do pré-processamento que é definida a geometria do provete, as propriedades do material, as condições de fronteira e os carregamentos a aplicar, a fenda e os seus parâmetros, o tipo de malha gerada e a análise a realizar. Na fase da simulação é onde são efetuados os cálculos numéricos de acordo com a análise escolhida previamente, no pré-processamento. Por fim, no pós-processamento, são apresentados todos os resultados das variáveis pedidas na primeira fase (deslocamentos, tensões, fator de intensidade de tensão, entre outros) através de gráficos, tabelas e/ou animações. Estas três fases estão explicadas de forma mais detalhada na Figura 4.2.

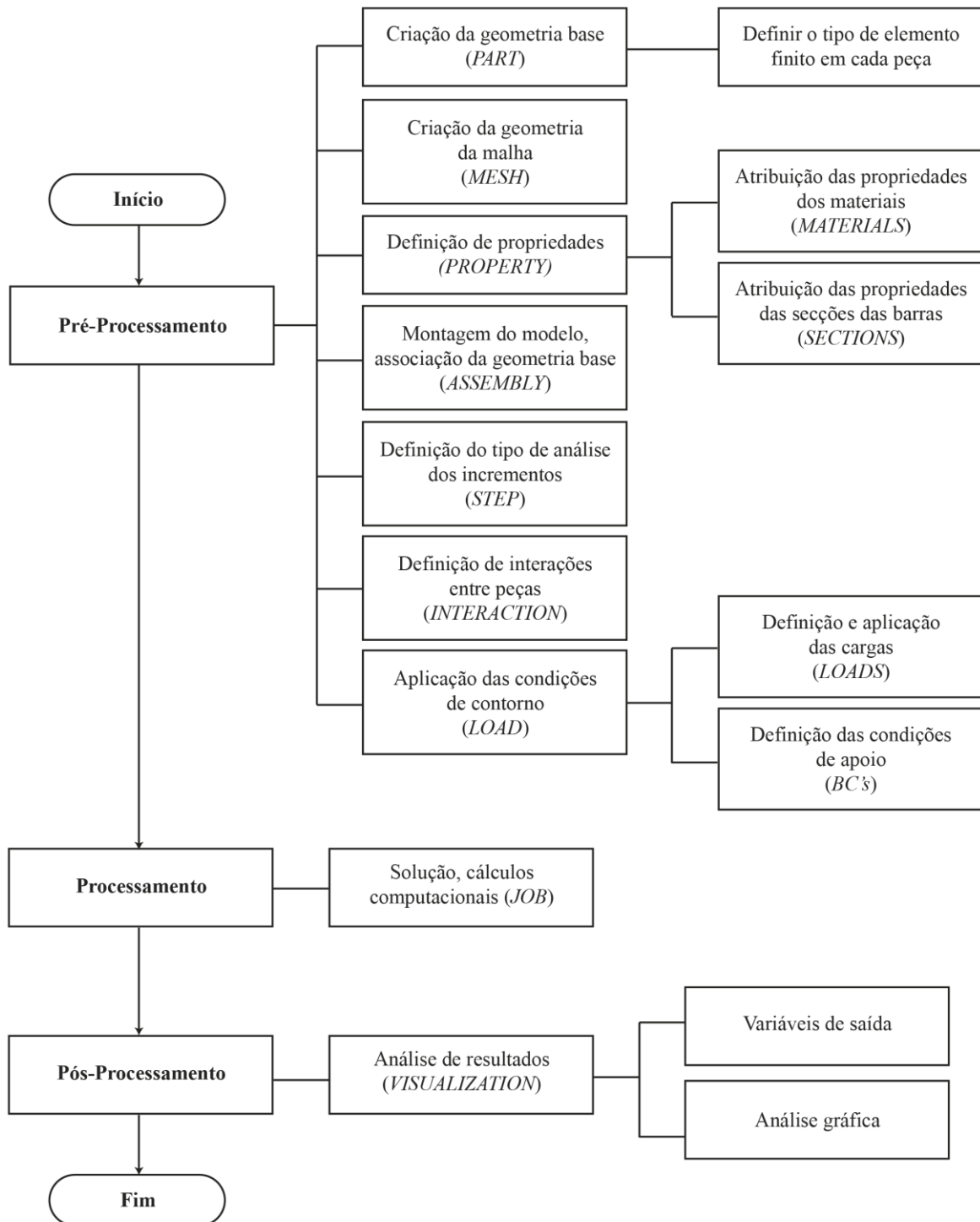


Figura 4.2: Processo de cálculo do Abaqus® [45].

4.2. Simulação Numérica

A metodologia realizada no Abaqus® para construir um modelo de elementos finitos passa pela definição de vários módulos, presentes na Figura 4.2, em que cada um é responsável por um aspecto lógico do processo de modelação, como a geometria a utilizar, as propriedades do material em estudo, os carregamentos a aplicar e as condições de fronteira, a formação da malha, etc. Os módulos existentes na versão utilizada do *software* são os que se encontram na Figura 4.3. A ordem destes módulos corresponde a uma sequência lógica para a construção do modelo em estudo e, por isso, serão descritos ordenadamente nesta dissertação, embora seja possível definir qualquer módulo em qualquer altura.

Assim que os módulos estão definidos, o problema está pronto a ser submetido e, dependendo da análise pedida, os resultados pretendidos serão obtidos.

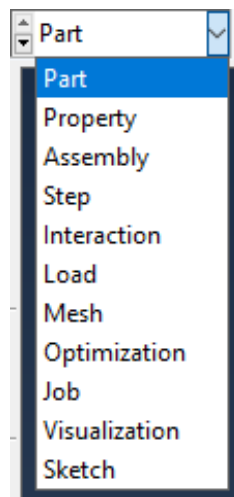


Figura 4.3: Módulos do Abaqus®.

4.2.1. Módulo Part: Modelação dos provetes CT e da pré-fenda

De forma a simular a propagação de fendas, o primeiro passo é modelar os provetes a estudar; para isso é utilizado o módulo *Part*, que permite construir peças individuais através das ferramentas de desenho presentes no próprio módulo do *software* Abaqus®, ou através da importação da geometria pretendida de outro programa, como o *Solidworks*®.

Neste caso, trata-se de um provete CT com as dimensões mencionadas anteriormente no capítulo 3.1.1, como se pode observar na Figura 4.4, modelado no próprio Abaqus®.

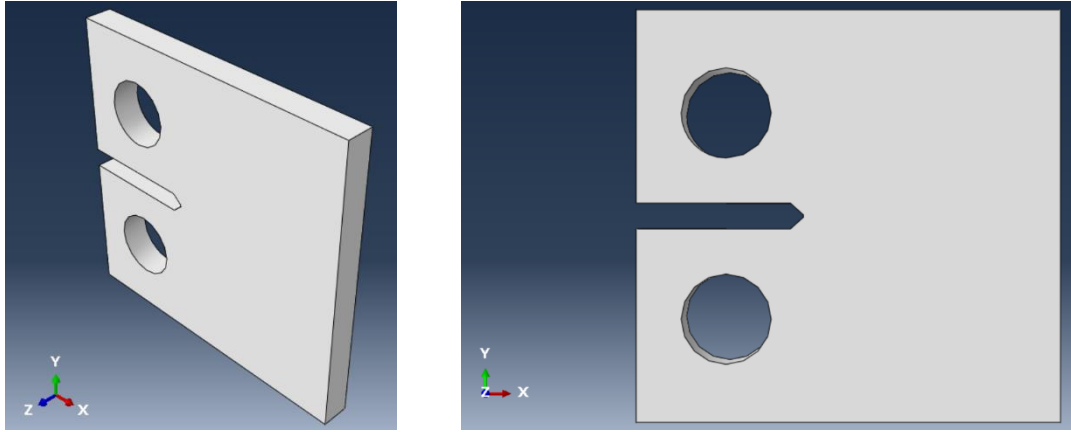


Figura 4.4: Modelação do provete CT.

Para além do provete é também necessário modelar uma pré-fenda que será incluída no entalhe do provete. Esta pré-fenda, tendo em conta que o XFEM não contempla geometrias com volume como fendas, trata-se de uma geometria retangular plana sem volume, tratando-se da modelação de um elemento com a forma de uma casca, a partir da qual é possível simular uma fenda. A pré-fenda terá uma largura igual à apresentada pelo provete e um comprimento inicial de 1 mm a partir do qual se irá propagar, e à medida que o comprimento da mesma aumenta serão analisados vários valores de K .

4.2.2. Módulo *Property*: Modelo e propriedades do material

Neste módulo é possível definir não só as propriedades de uma peça e o respetivo material como também a geometria da sua secção transversal.

O modelo do material é do tipo estrutural com um comportamento linear elástico e isotrópico e trata-se do AISI 316L, um aço inoxidável austenítico caracterizado pela sua resistência à corrosão e boas propriedades mecânicas a baixas e elevadas temperaturas, o que o torna num aço útil para diversas aplicações. As suas propriedades mecânicas estão apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades mecânicas do aço AISI 316L [6;13].

σ_c (MPa)	σ_R (MPa)	E (GPa)	ν
290	600	200	0.3

onde σ_c é a tensão de cedência, σ_R a tensão de rotura, E trata-se do Módulo de Young, e ν é o coeficiente de Poisson.

Para todos os ensaios efetuados são submetidos no *software* os valores do Módulo de Young e do coeficiente de Poisson da forma apresentada no Apêndice 1. Juntamente com estes dados, também foram submetidos outros valores, tal como mostra o Apêndice 2, referentes à evolução da propagação da fenda que serão explicados posteriormente neste capítulo.

De forma a analisar a propagação da fenda por fadiga é necessário definir os valores de C e de m , constantes do próprio material, de acordo com a lei de Paris. Para o aço AISI 316L à temperatura ambiente estes valores são os seguintes [46]:

- $C = 1.04 \times 10^{-09} \left[\frac{mm}{ciclo}; MPa \sqrt{m} \right]$
- $m = 3.34$

Para além dos valores acima mencionados, há mais parâmetros a ter em conta relativamente aos ensaios de propagação da fenda por fadiga que serão anunciados posteriormente, como os mencionados acima referentes à evolução da propagação da fenda e outros, juntamente com uma explicação da forma como o Abaqus® analisa o ensaio de fadiga supercíclica, uma vez que é mais complexo do que a análise estática.

Uma vez definidos todos os valores, é necessário criar uma secção e atribuí-la ao modelo. Para criar uma secção é através da funcionalidade "*Section Manager*", onde é escolhida uma secção sólida e homogénea, como mostra o Apêndice 3. O próximo passo é atribuí-la ao modelo, através da funcionalidade "*Section Assignment Manager*", em que é escolhida a secção criada e a região onde esta se aplica que, neste caso, trata-se do provete, como se pode observar no Apêndice 4.

4.2.3. Módulo Assembly: Montagem do provete com pré-fenda

Através do módulo *Assembly* é possível posicionar as peças individuais criadas no módulo *Part* relativamente a um sistema de coordenadas global, e é o que acontece com a pré-fenda: é deslocada da origem do sistema de coordenadas global para o entalhe do provete, como se pode verificar na Figura 4.5.

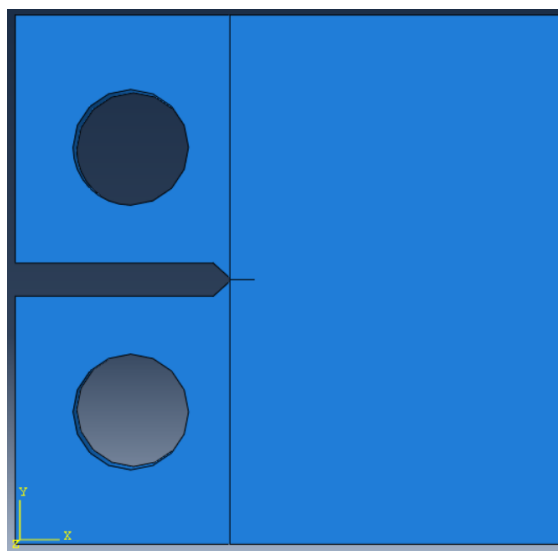


Figura 4.5: Pré-fenda incluída no provete.

Para além disto, e como se pode observar também na Figura 4.5, é criada uma divisão no provete através da funcionalidade "*Create Partition*" que será útil depois na geração da malha, e que será devidamente explicado posteriormente. Trata-se de uma face que contempla toda a espessura do provete e que está num plano perpendicular ao plano da pré-fenda.

4.2.4. Módulo Step: definição da análise pretendida

No módulo *Step* é onde se define o tipo de análise pretendida e se especifica os dados de saída requeridos. Para além disso também são definidos os incrementos para cada análise. Nos estudos a realizar haverá sempre dois *Steps*, um inicial, em que serão definidas as condições de fronteira, e um segundo que é referente à análise pretendida, onde também serão definidos os carregamentos aplicados. As duas análises a utilizar na presente dissertação são as que estão apresentadas na Figura 4.6.

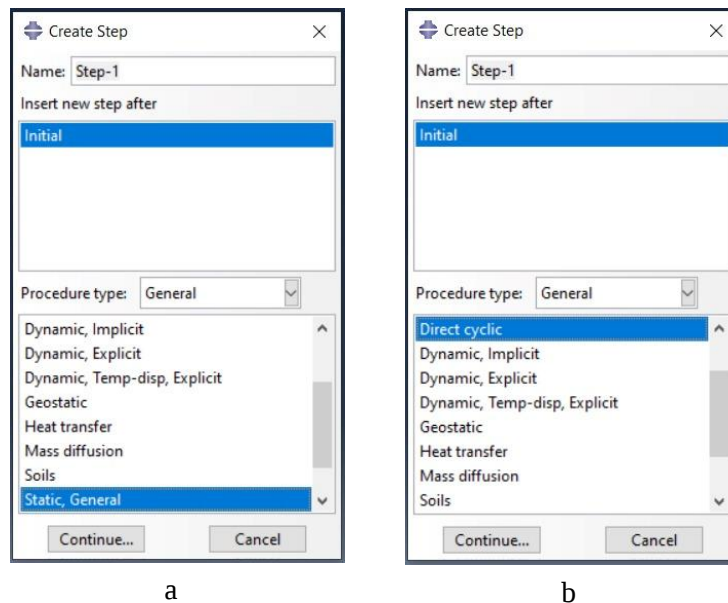


Figura 4.6: Análises estática (a) e dinâmica (b) a utilizar.

De forma a analisar a direção da propagação da fenda nos ensaios de tenacidade e os valores de K retirados do Abaqus® em qualquer dos ensaios, é utilizada uma análise estática (a). Para estudar a propagação da fenda por fadiga através da lei de Paris é utilizada uma análise dinâmica (b) com a inclusão do critério de fadiga. Após inseridos os *Steps* é necessário definir o tamanho dos incrementos das análises. Uma análise (*Step*) é composta por vários incrementos e no fim de cada um os resultados estarão disponíveis. A definição dos parâmetros referentes aos incrementos está presente nos Apêndices 5, 6 e 7.

É neste módulo que são definidas as variáveis de saída (denominados por *Outputs* no *software*) que variam dependendo se o objetivo é apenas retirar os valores de K ou observar a direção de propagação da fenda. Na Figura 4.7 verifica-se como são definidos os *Outputs* para a análise que visa obter os valores numéricos de K_I . Para observar a direção da propagação de fenda os *Output's* são os pré-definidos pelo Abaqus®.

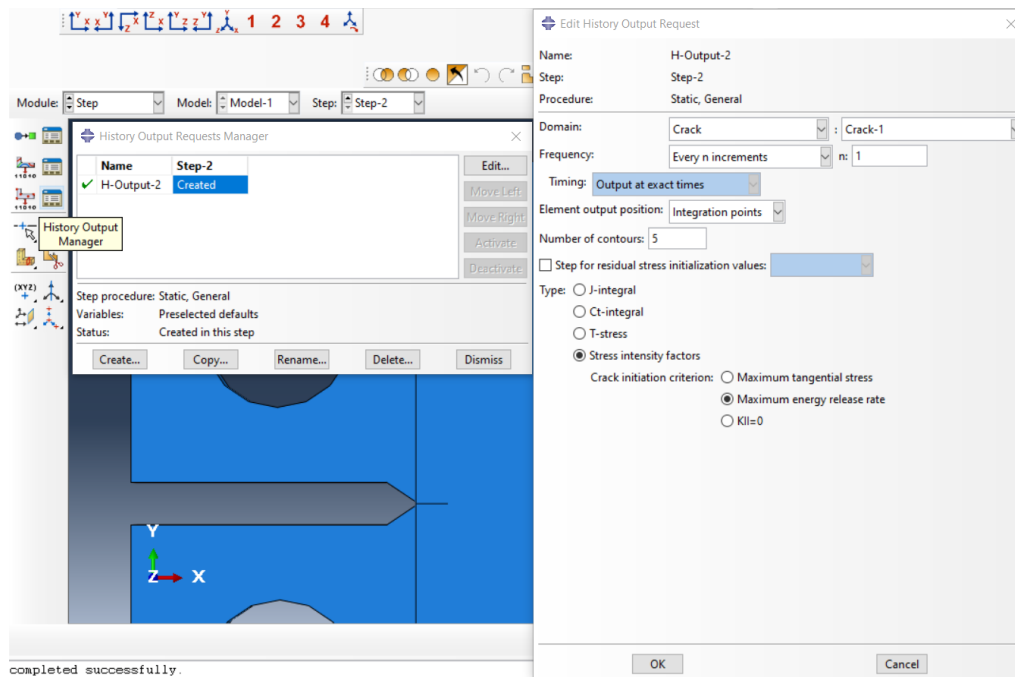


Figura 4.7: Output's inseridos para obter os valores numéricos de K .

4.2.5. Módulo Interaction: Modelação das cavilhas e definição da fenda

O módulo *Interaction* é utilizado com vista a estabelecer interações mecânicas e térmicas entre várias regiões de um só modelo ou entre uma região de um modelo e a sua vizinhança. Para que esteja estabelecido, por exemplo, o contacto mecânico entre duas regiões de um modelo, é necessário que se defina uma interação de contacto e que se especifique as regiões sujeitas a essa condição. É também através deste módulo que é possível definir fendas numa ou mais regiões do modelo, e se estas se propagam ou não.

As interações definidas têm de estar especificadas numa das etapas da análise (*Step*), sendo que nesta dissertação todas as interações estarão definidas para o *Step* inicial e propagar-se-ão para o *Step* seguinte.

Para serem definidas as condições de fronteira são criados dois pontos de referência localizados no centro dos dois orifícios do provete e a meio da sua espessura. Com estes pontos, e através da funcionalidade "*Create Constraint*", é possível acoplá-los às superfícies interiores de ambos os orifícios, criando assim duas "cavilhas" onde num deles se pode aplicar um constrangimento e no outro a carga, de forma fidedigna, como é possível observar na Figura 4.8.

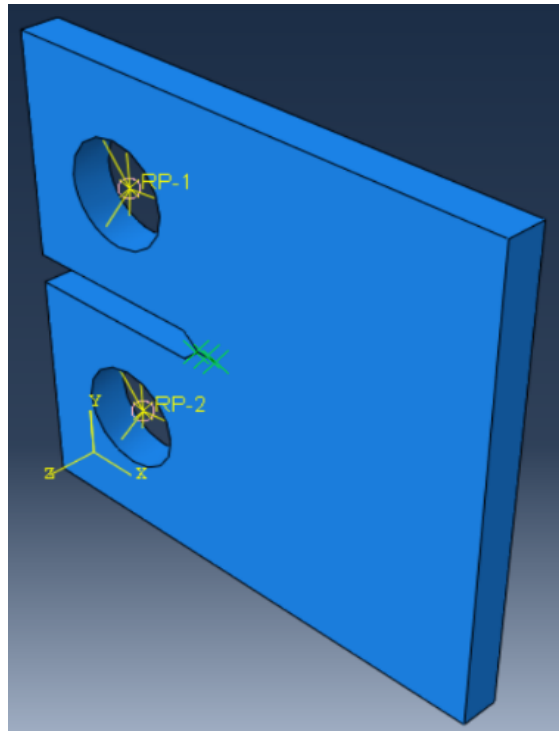


Figura 4.8: Pontos de referência acoplados às superfícies interiores dos orifícios.

Na Figura 4.9 está esquematizado um ensaio onde se pode verificar a existência das cavilhas colocados nos orifícios e que estão ligados a umas amarras [47] e que serviu de base para a definição das condições de fronteira das simulações a realizar nesta dissertação.

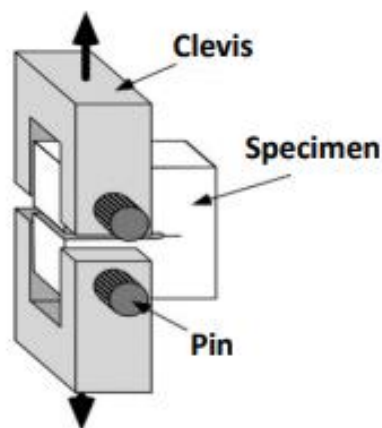


Figura 4.9: Setup a simular no Abaqus® [47].

Depois de ambos os "pinos" estarem modelados, é necessário definir devidamente a fenda, uma vez que o *software* não reconhece a geometria da pré-fenda como tal. O primeiro passo é, através da funcionalidade "*Special* → *Crack*", como se pode observar pela Figura 4.10, especificar o domínio em

que a fenda se encontra, que no caso é o próprio provete, e se esta se pode ou não propagar, e em seguida especificar a geometria da mesma. Por último, é selecionado o *XFEM* como método de análise da solução.

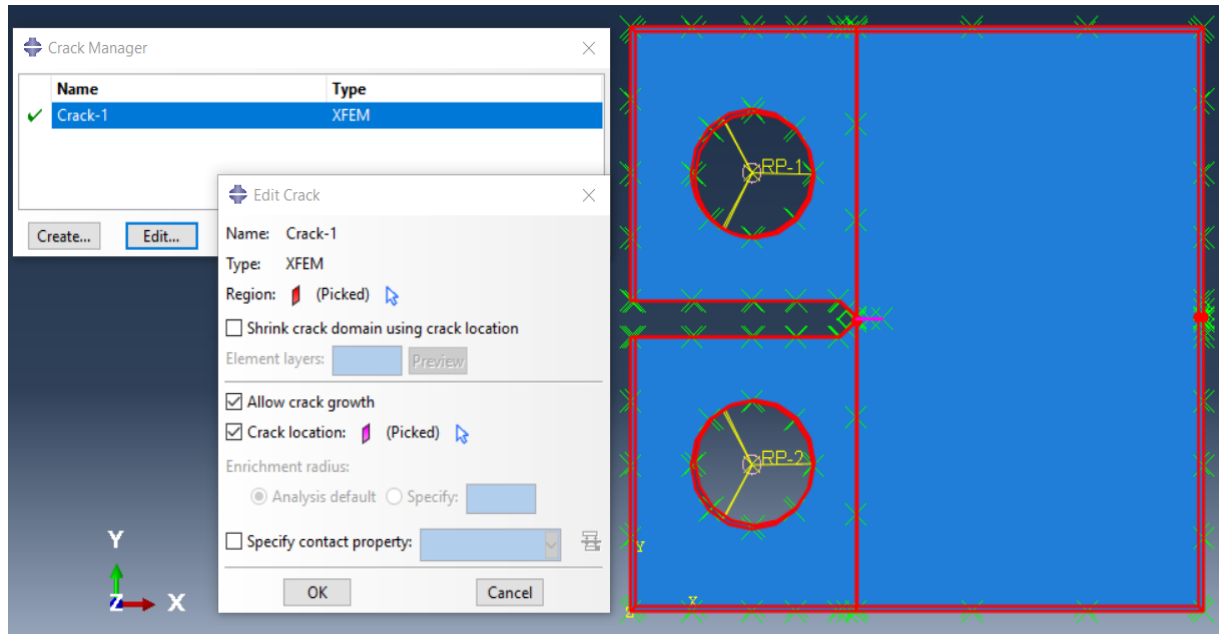


Figura 4.10: Definição da fenda e seleção da análise pelo XFEM.

No caso dos ensaios onde o objetivo é obter a direção de propagação da fenda, a opção de permitir a propagação da fenda ("*Allow crack growth*") tem de estar ativa; no entanto, o contrário acontece quando a análise visa obter os valores de K , uma vez que para esta análise, a fenda é estacionária.

4.2.6. Módulo Load: definição das condições de fronteira e dos carregamentos

É no módulo *Load* que são especificadas as condições de fronteira e o tipo de carregamento aplicado na análise em questão. As condições de fronteira limitam os movimentos do objeto em análise, interferindo com os graus de liberdade. Tal como o módulo anterior, é necessário especificar em que etapa da análise (*Step*) se encontram definidas as condições de fronteira e os carregamentos. Para este estudo, as primeiras estarão ativas no *Step* inicial e os segundos no seguinte, como referido no capítulo referente ao módulo *Step*.

Primeiramente são definidas as condições de fronteira utilizando o Ponto de Referência 1 ("pino" superior), onde é aplicado um encastramento, como é possível verificar na Figura 4.11. Estas condições de fronteira aplicam-se para todos os ensaios realizados nesta dissertação.

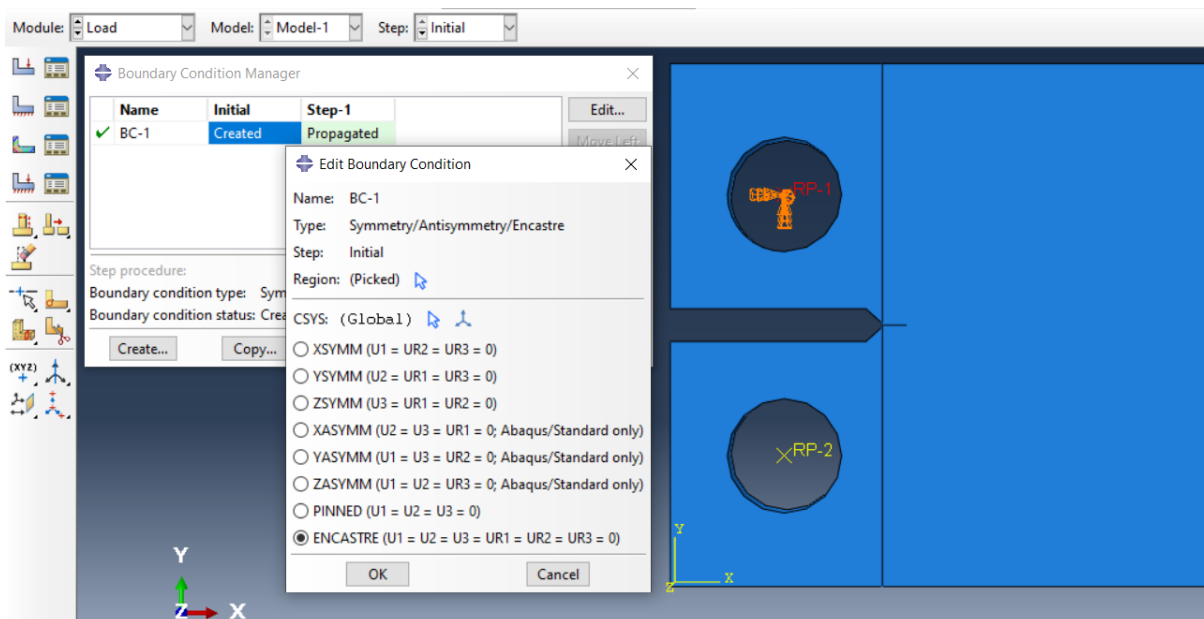


Figura 4.11: Condições de fronteira aplicadas ao provete.

4.2.6.1. Ensaios de tenacidade à fratura

Nos ensaios de tenacidade à fratura foi aplicado um carregamento estático de 2000 *N* no Ponto de Referência 2 ("pino" inferior), e a sua direção depende do Modo de carregamento aplicado. Na Figura 4.12 está representado o carregamento em Modo misto plano (I+II), como exemplo.

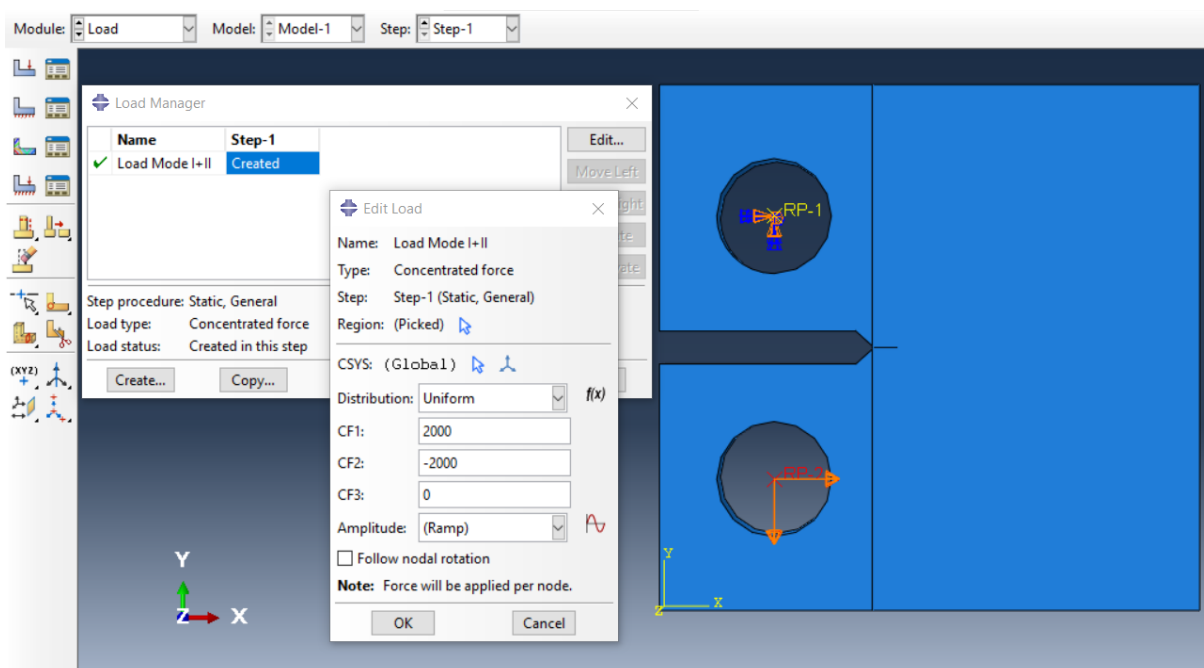


Figura 4.12: Representação do carregamento aplicado em Modo misto plano.

4.2.6.2. Ensaio de propagação da fenda por fadiga

Com vista a analisar a propagação da fenda por fadiga é necessário definir um ciclo de tensão a aplicar no provete. Este carregamento caracteriza-se por ter vários ciclos de carregamento e descarregamento, com uma razão de carregamento ($\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$) equivalente a 0.1, tal como apresentado na Figura 4.13.

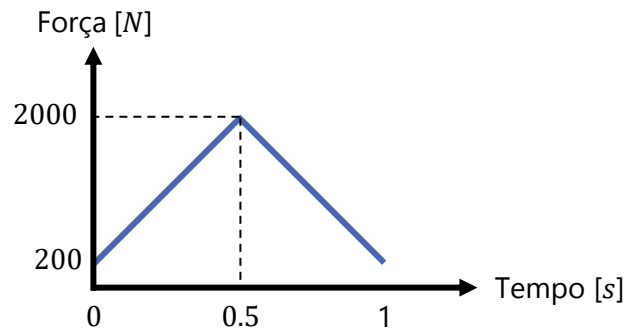


Figura 4.13: Representação de um ciclo de carregamento.

Este ciclo de carregamento é definido no Abaqus® através da funcionalidade "Amplitude → Tabular", cujos dados de entrada são um fator multiplicador da carga associado aos três instantes de tempo presentes no gráfico da Figura 4.13. Sendo que a carga aplicada é de 2000 N, de forma a obter o ciclo pretendido os dados submetidos são os que se encontram na Figura 4.14.

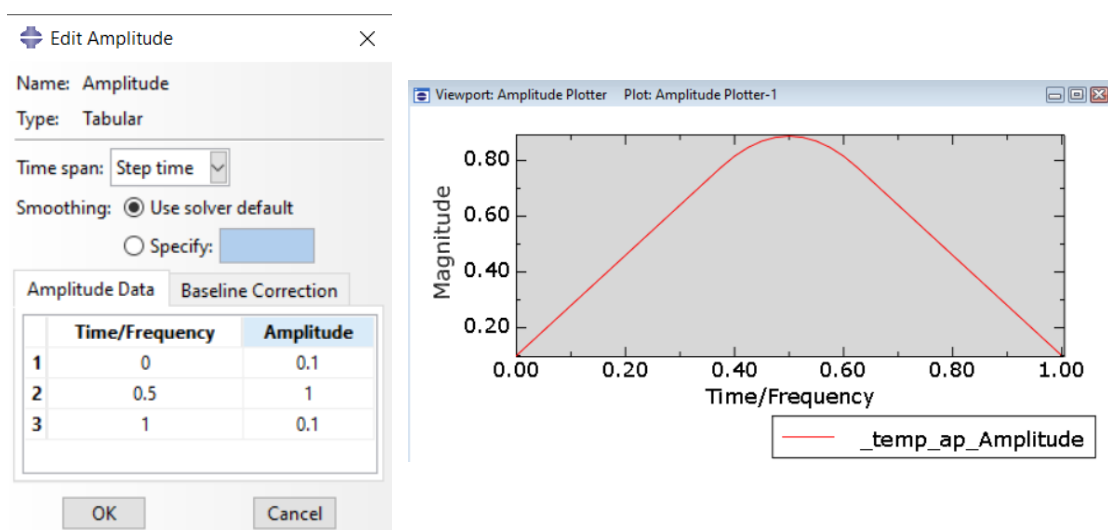


Figura 4.14: Definição da amplitude.

4.2.7. Módulo Mesh: definição da análise pretendida

A malha de elementos finitos aplicada num modelo tem uma grande influência nos resultados obtidos, uma vez que estes podem variar significativamente dependendo do tipo de malha, da densidade dos elementos e do próprio elemento utilizado.

A definição da malha tem de ter em conta a geometria da peça em questão, uma vez que se existirem formas irregulares como entalhes e furos, ou mudanças bruscas de geometria, e for gerada uma malha automaticamente pelo *software*, esta não vai apresentar uma configuração que garanta resultados precisos. Posto isto, o módulo *Mesh* oferece um conjunto de ferramentas que, tendo o utilizador em consideração as particularidades geométricas da peça em estudo, permite gerar malhas capazes de concluir corretamente a análise pretendida.

Com vista a colmatar a influência do entalhe do provete na malha gerada, uma vez que este representa uma forma irregular na geometria, procedeu-se à realização de um chanfro na extremidade do entalhe. Esta alteração não constituiu qualquer mudança significativa na geometria inicial do provete e juntamente com a secção particionada descrita no capítulo 4.2.3 e ilustrada na Figura 4.5, resulta uma secção geometricamente simples sem qualquer forma irregular que garante uma malha bem formada e que permite manter o rigor e precisão dos resultados, como representado na Figura 4.15.

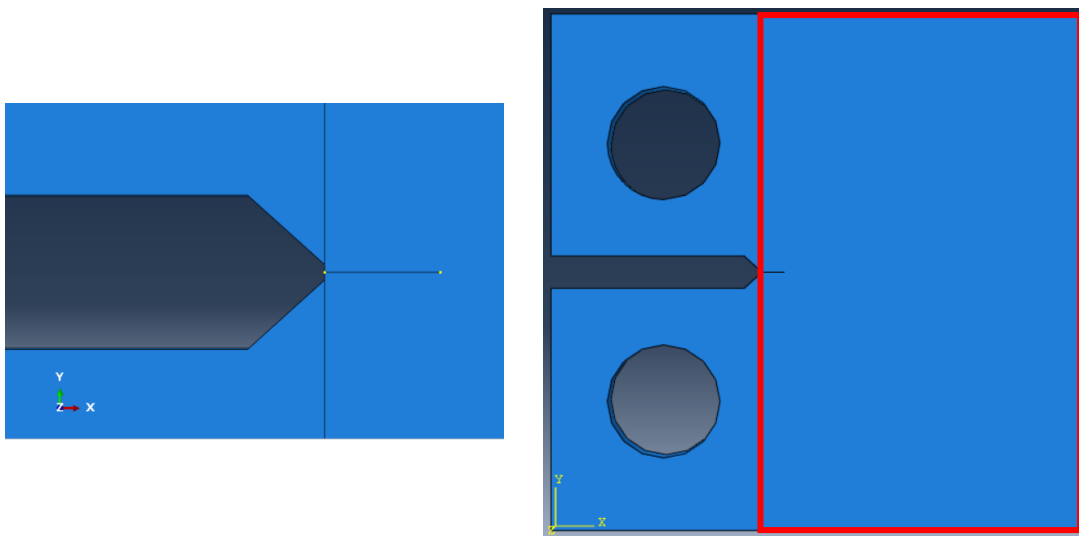


Figura 4.15: Chanfro e resultante secção de geometria simples para geração da malha.

Com o objetivo de discretizar o problema, o Abaqus® apresenta uma variedade de elementos que podem ser utilizados, como apresentado na Figura 4.16. A escolha do tipo de elemento, dependendo da análise a realizar, constitui um passo importante na definição do modelo uma vez que intervém de

maneira significativa com os resultados obtidos. Os elementos finitos estabelecem uma ligação entre si através dos nós, cada qual com um número de graus de liberdade.

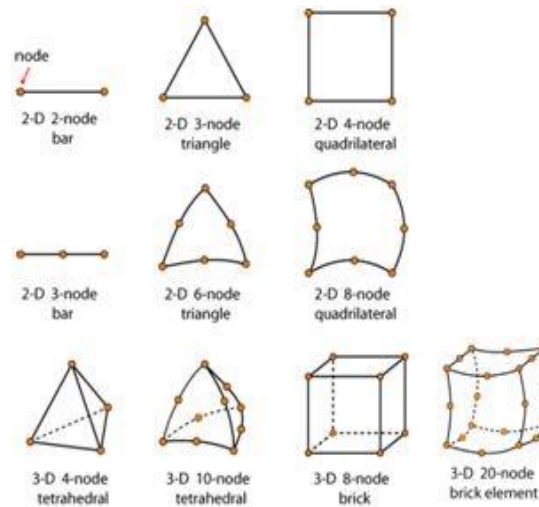


Figura 4.16: Exemplos de tipos de elementos finitos disponíveis [48].

Na presente dissertação, e para todas as análises, foi escolhido o elemento C3D8R, um elemento hexaédrico representado esquematicamente na Figura 4.17. É o elemento mais utilizado quando se trata de análises estruturais uma vez que, perante a existência de particularidades geométricas, apresenta uma boa adaptabilidade numa malha gerada automaticamente.

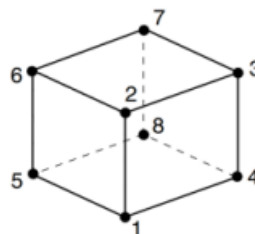


Figura 4.17: Geometria do elemento C3D8R [48].

É um elemento com uma geometria linear, sólido, e conta com 8 nós, cada qual com três graus de liberdade, correspondentes às translações segundo as direções x, y e z. O nome do elemento tem por base as características presentes na Figura 4.18.

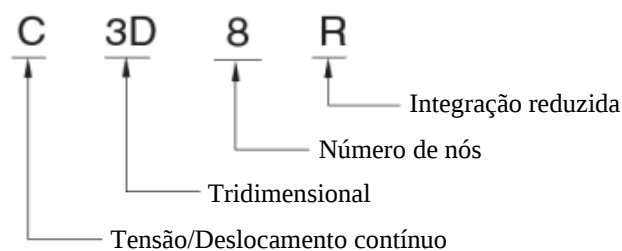


Figura 4.18: Significado da sigla referente ao nome do elemento. Adaptado [44]

O Abaqus® oferece a possibilidade de escolher integração reduzida que utiliza uma integração de menor ordem para gerar a matriz de rigidez, o que reduz o tempo de análise mantendo os resultados precisos, especialmente em problemas tridimensionais, que é o caso.

Para que a malha gerada pelo *software* seja então constituída pelo elemento C3D8R é necessário que sejam definidas as características mencionadas anteriormente na funcionalidade "*Element Type*", como se pode verificar na Figura 4.19, onde se encontram agregadas as propriedades suportadas pelo elemento escolhido.

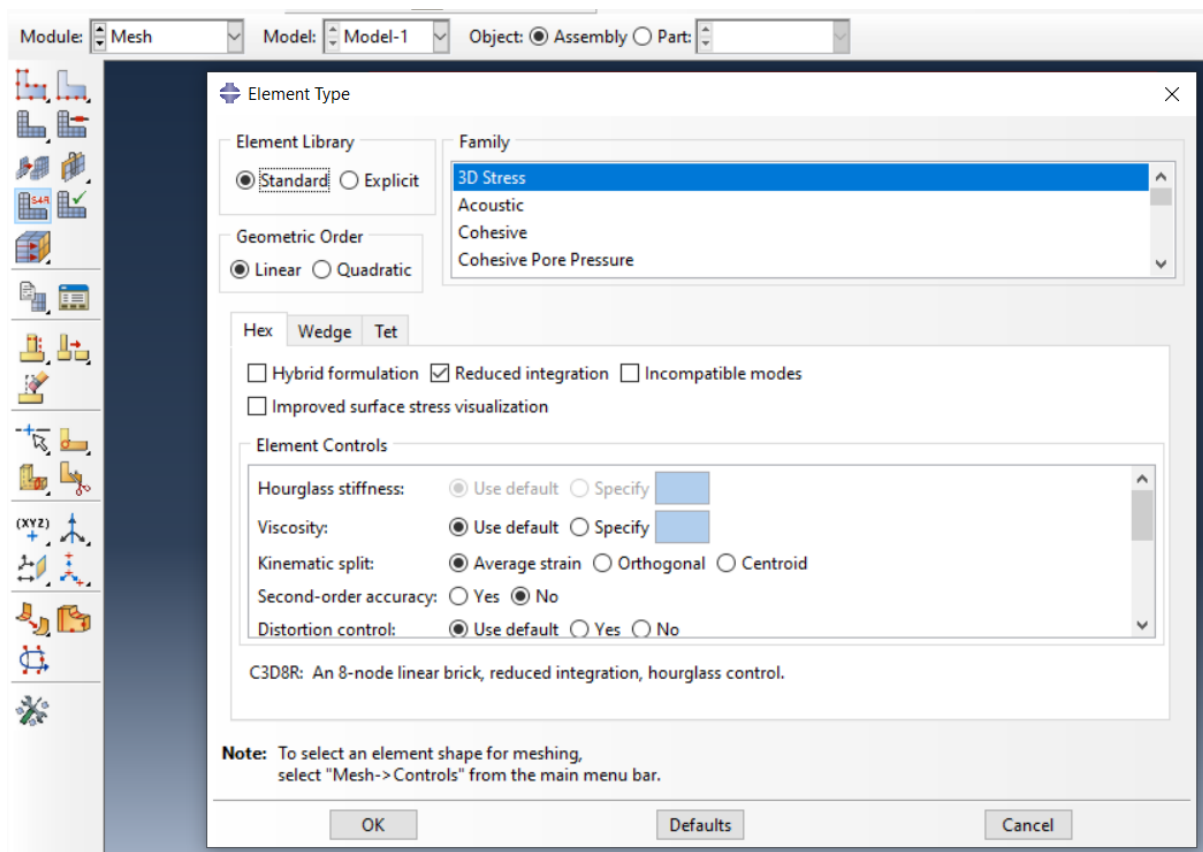


Figura 4.19: Escolha das propriedades do elemento C3D8R.

4.2.7.1. Ensaios de tenacidade à fratura

As malhas geradas para os ensaios de tenacidade à fratura estão presente na Figura 4.20. Em (a) está a malha gerada automaticamente pelo Abaqus® que foi utilizada nos ensaios em que foram aplicados o Modo II puro e o Modo misto plano de carregamento e em (b) está a mesma malha, utilizada no ensaio onde foi aplicado o Modo I puro de carregamento, mas com um número maior de elementos ao longo do comprimento do provete na secção de geometria simples apresentada na Figura 4.15. Procedeu-se a este refinamento da malha uma vez que os resultados obtidos relativamente à direção da propagação

da fenda não eram tão precisos quando comparados aos apresentados ao longo da bibliografia consultada.

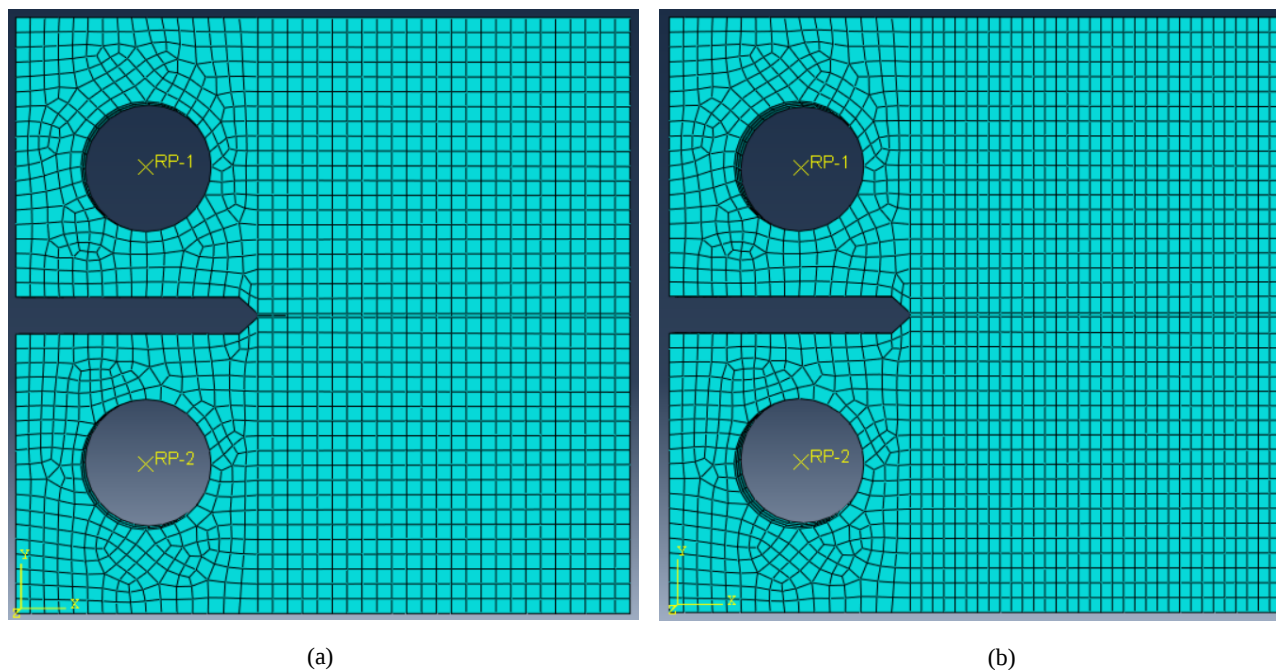


Figura 4.20: Malhas utilizadas nos ensaios de tenacidade à fratura.

De modo a refinar a malha com mais elementos como foi descrito é utilizada a funcionalidade "*Assign Local Seeds*", que permite escolher regiões no modelo e aumentar ou diminuir o número de elementos nas mesmas. As regiões escolhidas foram as arestas pertencentes à secção da Figura 4.15, onde se regista a propagação da fenda, como se verifica na Figura 4.21.

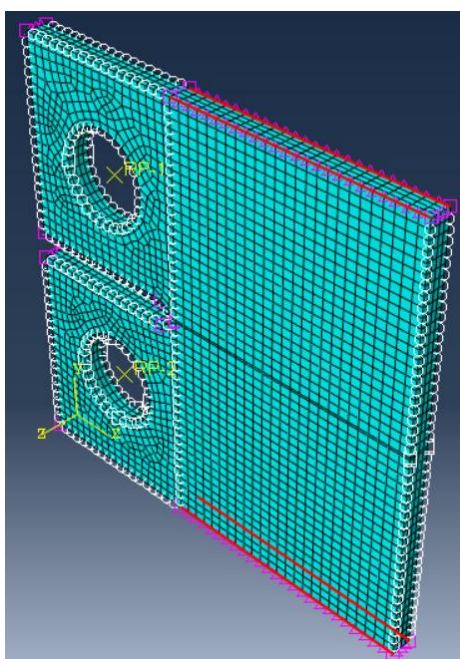


Figura 4.21: Refinamento da malha.

Ambas as malhas geradas para os ensaios de tenacidade à fratura contam com 4 elementos por espessura do provete. Posto isto, a malha presente na Figura 4.20 (a) conta com 6448 elementos e 8685 nós, e a da Figura 4.20 (b) tem 7760 elementos e 10365 nós.

4.2.7.2. Ensaio de propagação da fenda por fadiga

Uma vez que a análise da propagação da fenda por fadiga é mais complexa que a análise feita para os ensaios de tenacidade à fratura, a malha gerada é muito mais refinada que as anteriores, com vista a garantir uma propagação precisa. A técnica de refinação é a mesma que foi descrita anteriormente. A malha tem um maior número de elementos ao longo do comprimento do provete na secção de geometria simples apresentada na Figura 4.15 e também ao longo da espessura onde conta com 15 elementos. Tem no total 48780 elementos e 54672 nós e pode ser observada na Figura 4.22.

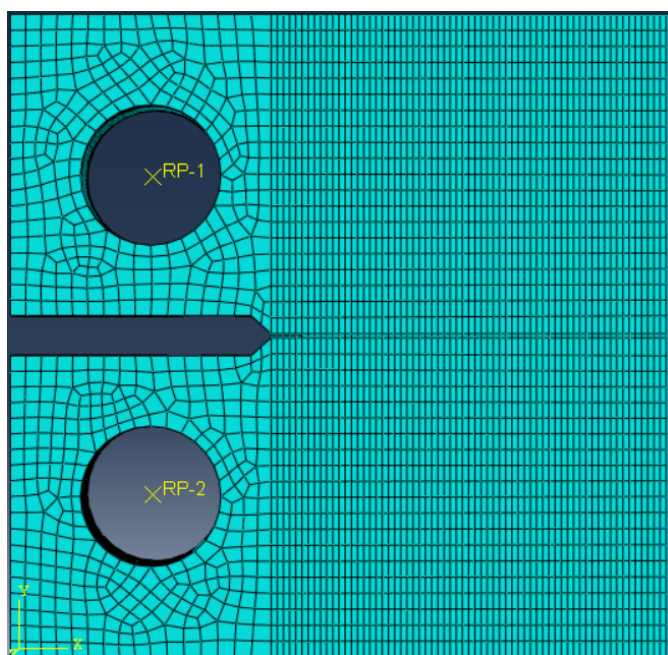


Figura 4.22: Malha para análise da propagação da fenda por fadiga.

4.2.8. Metodologia das análises a realizar

Neste capítulo será descrito o procedimento a realizar nas análises pretendidas. As análises estáticas têm como principal objetivo observar a direção da propagação da fenda nos ensaios de tenacidade à fratura, com a fenda a propagar com a aplicação constante da carga e a partir daí obter os valores numéricos de K ao longo do comprimento da fenda para todos os ensaios, com a fenda estacionária. A análise referente à propagação da fenda por fadiga irá permitir observar a direção da propagação da fenda por fadiga e analisar o número de ciclos até à fratura, tendo em conta os parâmetros da lei de Paris.

4.2.8.1. Análise numérica estática

Foram então realizadas duas análises estáticas. Uma delas com vista a observar a direção da propagação da fenda nos ensaios de tenacidade à fratura e a outra com o intuito de obter os valores numéricos de K para os vários comprimentos de fenda para todos os ensaios. As análises mencionadas seguem os fluxogramas representados nas Figuras 4.23 e 4.24, respetivamente, até correr a simulação.

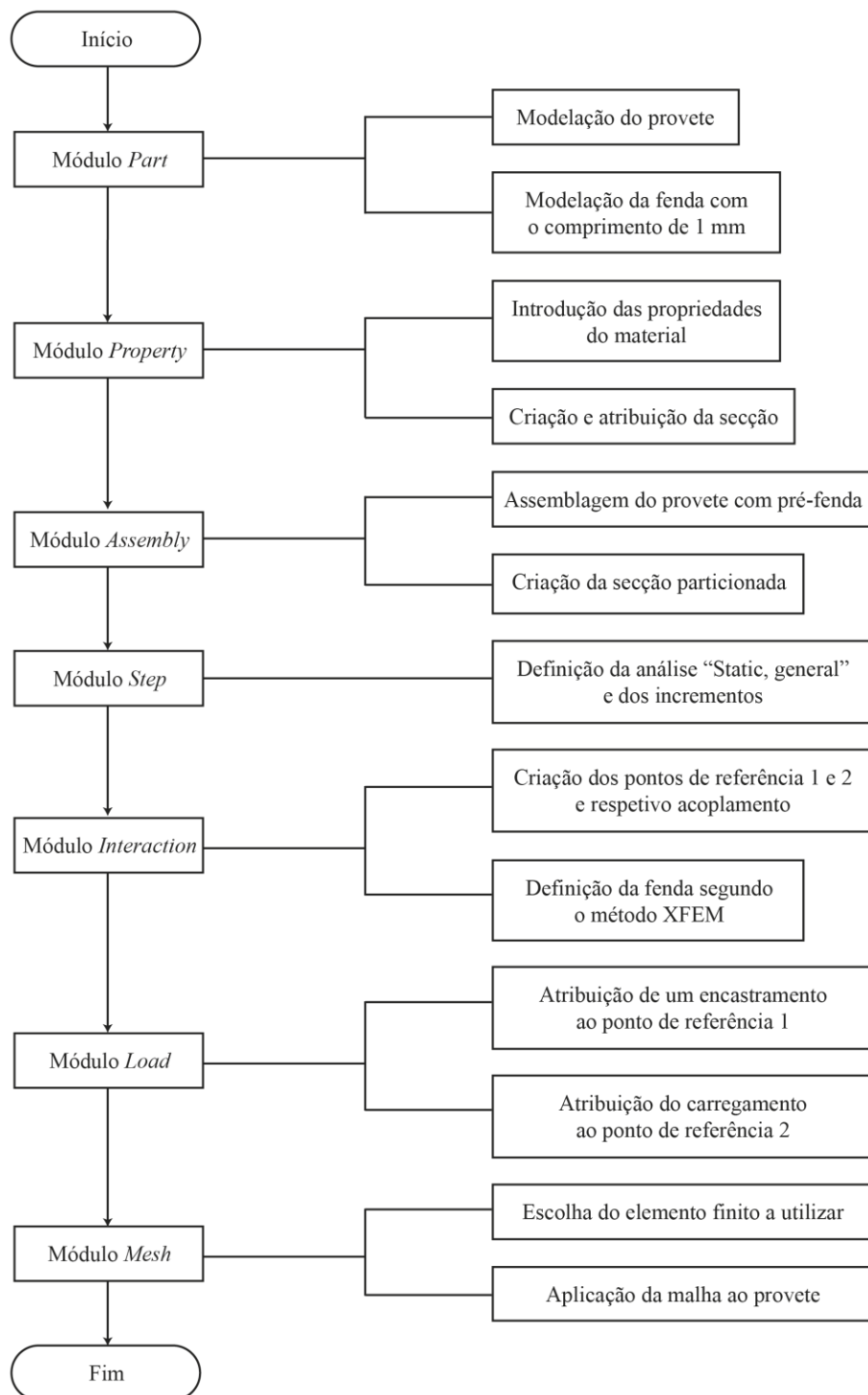


Figura 4.23: Fluxograma da análise estática para observar a direção da propagação da fenda.

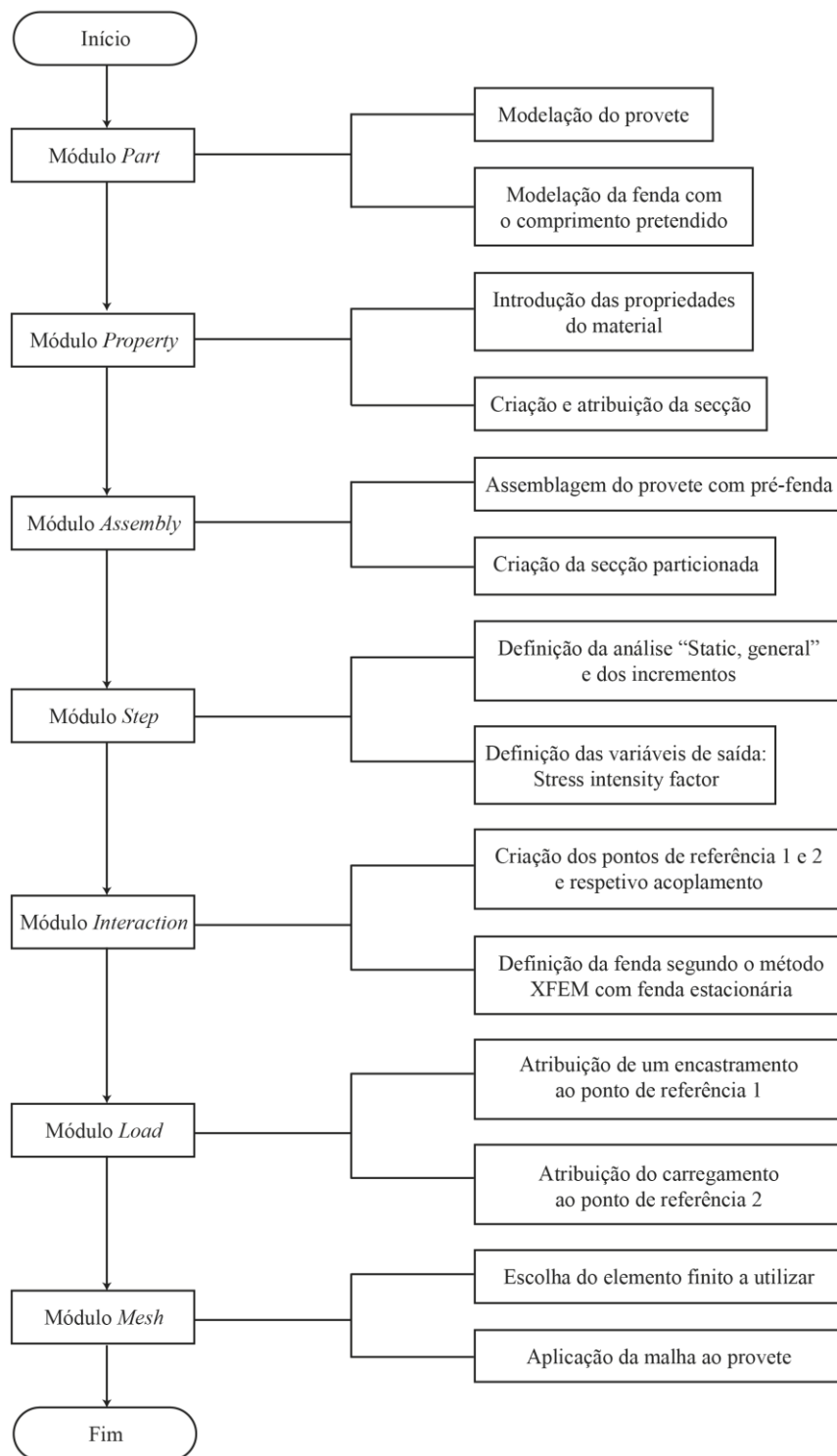


Figura 4.24: Fluxograma da análise estática para obter os valores numéricos de K .

No caso da análise com vista a obter os valores numéricos de K , após terminada a simulação é criado um ficheiro de texto que contém os valores pretendidos ao longo da espessura do provete, como é possível observar no exemplo da Figura 4.25, obtido pela funcionalidade *Monitor* que está no módulo *Job*.

CRACK NAME	CRACKFRONT NODE SET	K F A C T O R E S T I M A T E S				
		C O N T O U R S				
		1	2	3	4	5
CRACK-1	XFEM_1	K1:	5.6139E+07	4.0539E+07	5.7996E+07	5.1014E+07
		K2:	7693.	6465.	6234.	4931.
		K3:	1408.	1776.	2608.	3110.
	MERR DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		J from Ks:	1.4340E+04	7478.	1.5304E+04	1.1841E+04
						1.4524E+04

Figura 4.25: Ficheiro de texto com os resultados numéricos.

No caso da Figura 4.25 os resultados apresentados são referentes ao nó 1, que faz parte de uma das superfícies laterais do provete, e foram utilizados 5 contornos, que garante um maior número de resultados para analisar sem que o tempo de computação aumente significativamente. Para retirar os valores de K ao longo da espessura foi realizada uma média dos valores dos 5 contornos para todos os nós. Relativamente aos valores para os vários comprimentos da fenda é necessário uma simulação para cada comprimento. Neste caso, os valores são retirados do nó que corresponde a meio da espessura do provete, também com uma média dos 5 contornos, embora não se verifique muita diferença dos valores ao longo da espessura em qualquer dos ensaios, uma vez que a espessura dos provetes é reduzida.

Na análise para observar a direção da propagação da fenda, uma vez que a simulação está concluída, é possível consultar a propagação da fenda através do módulo *Visualization* ou através da funcionalidade *Results*, presente no módulo *Job*.

4.2.8.2. Análise numérica da propagação da fenda por fadiga

A análise da propagação da fenda por fadiga trata-se de uma análise mais complexa uma vez que requer a definição de novos parâmetros resultando assim num tempo de cálculo superior relativamente à análise estática. Na presente dissertação a fenda propagar-se-á segundo a lei de Paris, que é enunciada com o parâmetro da taxa de libertação de energia G , contrariamente à forma convencional que envolve o parâmetro K . Neste capítulo é explicado como simular a propagação da fenda por fadiga segundo a lei de Paris tendo em conta a convenção utilizada pelo Abaqus®. Um aspeto importante a realçar acerca da implementação da lei de Paris nesta análise é que não se trata de uma funcionalidade presente nos menus do Abaqus®, sendo por isso necessário introduzi-la manualmente no software através de uma linha de código que requer a definição de alguns parâmetros que será feito de seguida. A linha de código tem a forma apresentada abaixo com os seguintes dados de entrada [44]:

fracture criterion, type=fatigue, mixed - mode behavior=BK/Power, tolerance=tol

$c_1, c_2, c_3, c_4, r_1, r_2, G_{Ic}, G_{IIc}$

G_{IIIc}, η

De acordo com a documentação fornecida pelo Abaqus®, para casos gerais onde são aplicados os Modos de carregamento I, II e III puros, a propagação da fenda ocorre quando é satisfeita a condição referente ao critério de fratura, expressa na equação 4.1 [44],

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equiv_c}} \geq 1.0 \quad (4.1)$$

sendo G_{equiv} a taxa de libertação de energia calculada no respetivo nó e G_{equiv_c} a taxa de libertação de energia crítica que é calculada tendo em conta o parâmetro definido no *software* referente ao *mixed-mode behavior*. As leis disponíveis encontram-se descritas abaixo [44].

- **BK Law**

$$G_{equiv_c} = G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \cdot \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (4.2)$$

A lei apresentada na equação (4.2) necessita da definição dos parâmetros G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} e η .

- **Power Law**

$$\frac{G_{equiv}}{G_{equiv_c}} = \left(\frac{G_I}{G_{Ic}} \right)^{\alpha_m} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right)^{\alpha_n} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right)^{\alpha_o} \quad (4.3)$$

Para a aplicação da lei anteriormente enunciada na equação (4.3) é preciso definir os parâmetros G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} , α_m , α_n e α_o .

- **Lei de Reeder**

$$G_{equiv_c} = G_{I_c} + (G_{II_c} - G_{I_c}) \cdot \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta + (G_{III_c} - G_{II_c}) \cdot \left(\frac{G_{III}}{G_{II} + G_{III}} \right) \cdot \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (4.4)$$

A lei de Reeder apresentada na equação (4.4) só pode ser aplicada em problemas tridimensionais. Se for o caso, é necessário definir dos parâmetros G_{I_c} , G_{II_c} , G_{III_c} e η . Para além disso, num modelo em que $G_{II_c} = G_{III_c}$ a lei de Reeder fica equivalente à primeira lei enunciada na equação (4.2). Apesar de estar disponível no Abaqus®, esta lei não é aplicável na análise pretendida.

A lei de Paris é aplicada com base num intervalo de valores bem definido para o Fator de Intensidade de Tensão, como descrito no capítulo 2.1.7. No entanto, e como mencionado anteriormente, o Abaqus® implementa-a noutra convenção: em função da taxa de libertação de energia, G , como mostra o gráfico da Figura 4.26 e a equação (4.5), sendo que a fenda propaga-se para a região II da lei de Paris, onde se verifica uma relação de linearidade.

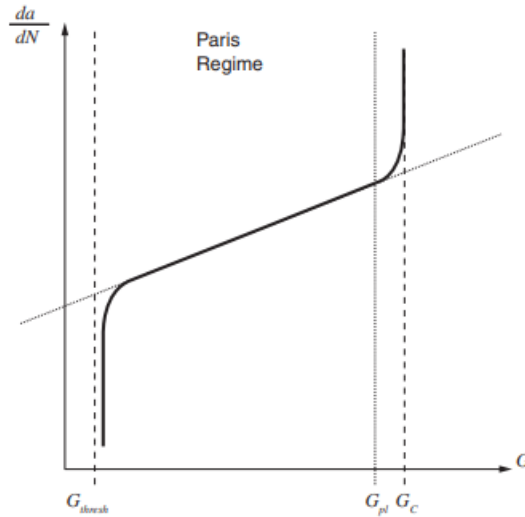


Figura 4.26: Propagação da fenda por fadiga com base na lei de Paris segundo o Abaqus® [44].

$$\frac{da}{dN} = c_3 \cdot \Delta G^{c_4}, \quad G_{thresh} < G_{max} < G_{pl} \quad (4.5)$$

onde c_3 e c_4 são as constantes da lei de Paris do material e N o número de ciclos.

A região II da lei de Paris é caracterizada pelo parâmetro $\Delta G = G_{max} - G_{min}$, que representa a diferença entre a taxa de libertação de energia obtida quando o provete é carregado com P_{max} e P_{min} . O regime de Paris é delimitado por G_{thresh} , valor abaixo do qual não há iniciação nem propagação da fenda, e por G_{pl} , parâmetro que estabelece o limite a partir do qual a fenda propaga-se de forma acelerada. G_C trata-se da taxa de libertação de energia crítica calculada com base no parâmetro *mixed-mode behavior*, descrito acima.

O critério de iniciação da propagação da fenda por fadiga é definido através da equação (4.6).

$$f = \frac{N}{c_1 \cdot \Delta G^{c_2}} \geq 1.0 + tol \quad (4.6)$$

onde c_1 e c_2 são constantes do material.

Para se verificar a propagação da fenda por fadiga esta condição tem de ser satisfeita em conjunto com a relação apresentada na equação (4.5). Os valores de c_1 e c_2 são 0.5 e -0.1 , respetivamente, que correspondem aos valores de uma iniciação de fenda por fadiga de um aço típico.

De forma a obter os valores referentes aos parâmetros necessários para implementar a linha de código no software, há que a lei de Paris para a convenção de ΔG através da relação apresentada na equação (4.7).

$$\Delta G = \frac{\Delta K_I^2}{E'} \quad (4.7)$$

sendo $E' = E$ no caso de tensão plana e $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ no caso de deformação plana. Na análise realizada é considerada a tensão plana, ou seja, $E' = E = 200 \text{ GPa}$.

Os coeficientes na lei de Paris, C e m , também precisam de ser convertidos nesta convenção, através das constantes c_3 e c_4 , através das equações (4.8) e (4.9). [49].

$$c_4 = \frac{m}{2} \quad (4.8)$$

$$c_3 = C(E')^{c_4} \quad (4.9)$$

Tendo em conta os valores de C e m apresentados no capítulo 4.2.2, os valores de c_4 e c_3 são 1.67 e 0.74089, respetivamente.

Os próximos parâmetros a definir são r_1 e r_2 , que segundo [44] apresentam-se da seguinte forma nas equações (4.10) e (4.11).

$$r_1 = \frac{G_{thresh}}{G_c} \quad (4.10)$$

$$r_2 = \frac{G_{pl}}{G_c} \quad (4.11)$$

Inicialmente para ambos os parâmetros foram escolhidos os valores pré-definidos do Abaqus®, 0.01 e 0.85, respetivamente. No entanto, de forma a reduzir significativamente o tempo de análise, r_1 foi definido como 0.001 de forma a que a fenda entre no regime de propagação estável mais rapidamente.

Com a equação (4.7) é possível retirar os valores de G_{Ic} , G_{IIc} e G_{IIIc} . Uma vez que na presente dissertação, no caso da propagação da fenda por fadiga, é aplicado apenas o Modo I de carregamento só é necessário o valor de G_{Ic} , sendo que os outros valores serão submetidos como 0. Segundo a equação (4.7):

$$G = \frac{K_I^2}{E'} = 50000 \text{ J/m}^2$$

O valor de K_I foi extrapolado a partir dos dados de velocidade de propagação de fendas observados nos ensaios à fadiga de provetes CT fabricados em aço inoxidável austenítico [46;50].

Por último, o parâmetro a ser submetido é o expoente η que foi definido como 1 que se trata do valor padrão usado pelo Abaqus®.

A linha de código a inserir, através do comando "*Edit Keywords*", que permite a análise da propagação da fenda por fadiga segundo a lei de Paris fica com a seguinte forma:

```
*fracture criterion, type=fatigue, mixed mode behavior=BK, tolerance=0.1
0.5,-0.1,0.74089,1.67,0.001,0.85,50000,0,
0,1.
```

A análise em questão segue o fluxograma representado na Figura 4.27 até correr a simulação.

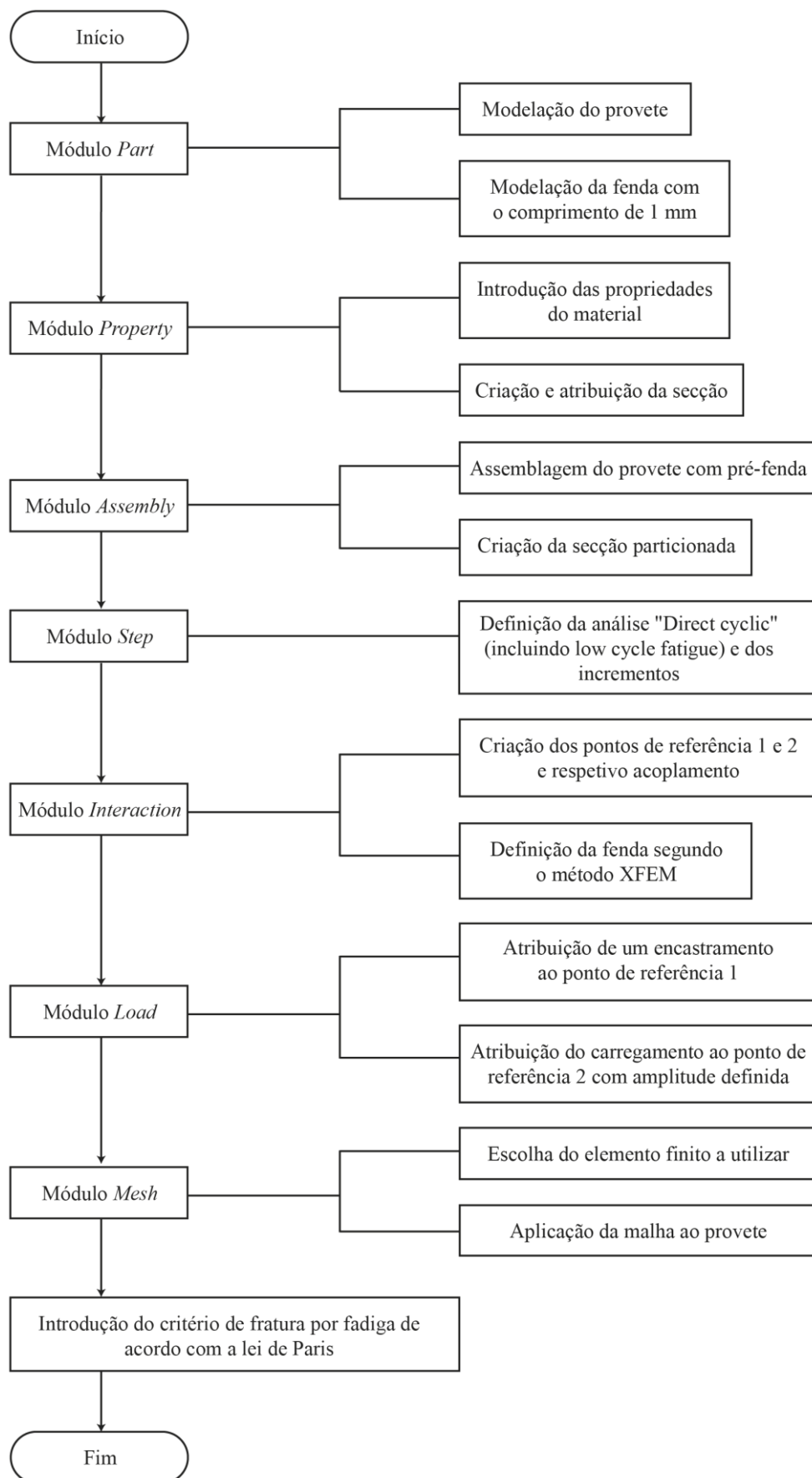


Figura 4.27: Fluxograma da análise da propagação da fenda por fadiga.

5. Apresentação e Análise dos Resultados

5.1. Análises estáticas para observação da direção da propagação da fenda

Neste capítulo são analisadas as direções de propagação da fenda em todos os ensaios, através de análises estáticas que permitem o crescimento da fenda. Através da direção obtida para cada ensaio é possível modelar a fenda de forma a replicar a propagação e retirar os valores de K_I para cada comprimento pretendido. A análise estática com vista a obter a direção de propagação da fenda nos ensaios de tenacidade à fratura é realizada tendo em conta o fluxograma presente da Figura 4.23.

A direção de propagação da fenda aquando da aplicação de carregamento em Modo I puro é a que se verifica na Figura 5.1.

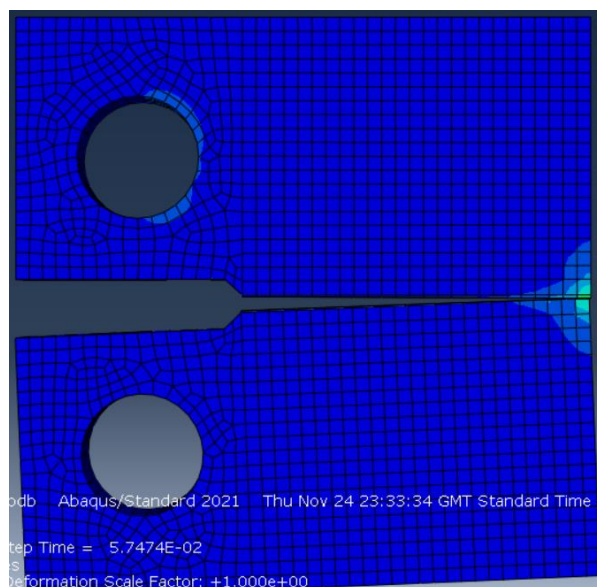


Figura 5.1: Direção da propagação da fenda em Modo I puro de carregamento.

Através da simulação é possível observar que a fenda se propagou sem mudar de direção, mantendo o plano inicial da pré-fenda, o que facilita o processo de obtenção dos valores numéricos de K_I uma vez que é necessário apenas acrescentar comprimento na direção horizontal da pré-fenda para cada comprimento. Como seria de esperar, dada a natureza do carregamento, tal não ocorre quando é aplicado o Modo II puro de carregamento e o Modo misto plano, como se pode observar nas Figuras 5.2 e 5.3, respetivamente.

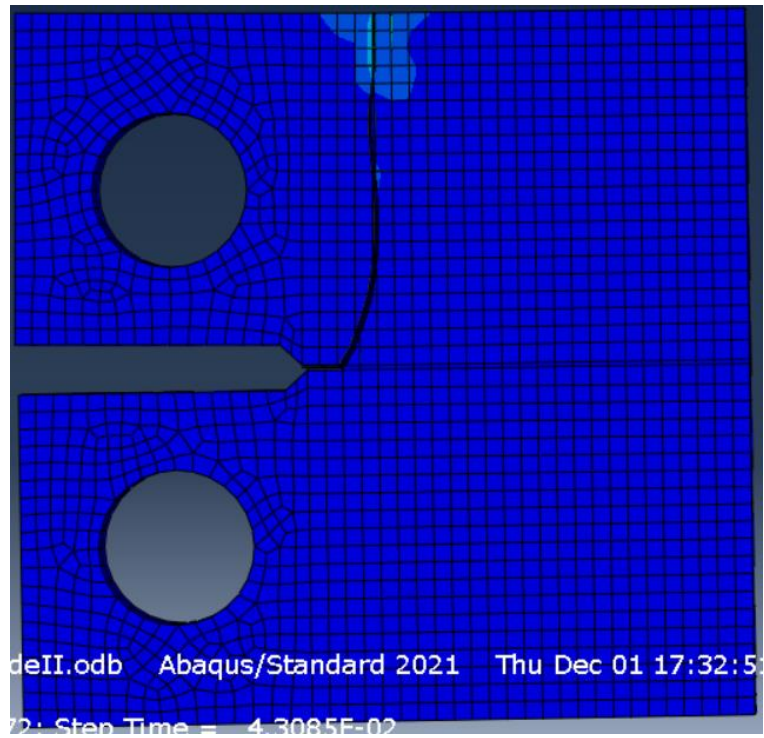


Figura 5.2: Direção da propagação da fenda em Modo II puro de carregamento.

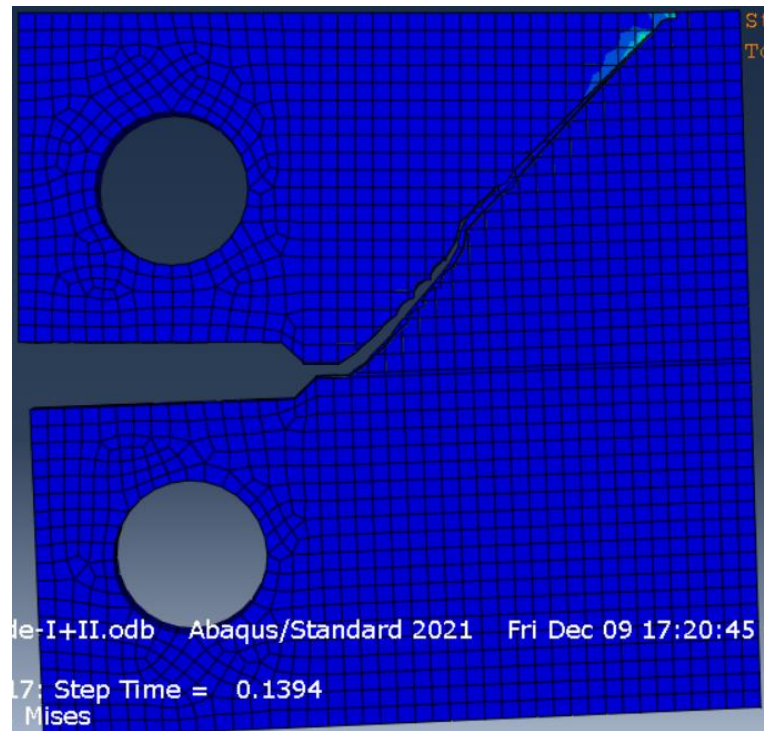


Figura 5.3: Direção da propagação da fenda em Modo misto plano de carregamento.

5.2. Análises estáticas para obtenção dos valores numéricos de K

Neste capítulo são apresentados os valores numéricos de K para todos os ensaios realizados e a respetiva validação com os valores teóricos obtidos através da equação (3.1) presente no capítulo 3.1. De notar que os valores analíticos são retirados apenas para os valores de K_I nos ensaios onde foi aplicado o Modo I puro de carregamento; uma vez que quando se trata de ensaios que incluem o Modo II e III de carregamento não há bibliografia que contenha fórmulas que permitam calcular o valor de K , nestes ensaios apenas serão apresentados e analisados os valores obtidos numericamente.

De forma a aplicar a fórmula mencionada é necessário definir os parâmetros para cada ensaio, uma vez que os provetes são diferentes para cada ensaio. Os parâmetros para os ensaios de propagação da fenda por fadiga e tenacidade à fratura (Modo I puro) estão presentes na tabela 5.1 que se segue.

Tabela 5.1: Valores dos parâmetros a utilizar na fórmula (3.1).

	P [N]	W [m]	B [m]	a [mm]
Propagação da fenda por fadiga	2000	0.026	0.0025	7.5 – 25.5
Tenacidade à fratura	2000	0.026	0.002	7.5 – 25.5

5.2.1. Validação dos resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo I puro

Obtidos os valores analíticos de K_I , é possível compará-los aos numéricos obtidos através do fluxograma presente na Figura 4.24. Na tabela 5.2 que se segue estão apresentados os valores analíticos e numéricos de K_I , ao longo da propagação, juntamente com o erro relativo percentual de forma a estabelecer a comparação pretendida.

Tabela 5.2: Valores analíticos e numéricos de K_I e respetivo erro.

a [mm]	Fenda [mm]	K_I analítico [MPa · $\sqrt{m}$]	K_I numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	Erro relativo [%]
7.5	1	33.83	34.66	2.45
8.5	2	37.36	37.77	1.10
9.5	3	41.24	41.85	1.48
10.5	4	45.60	44.79	1.78
11.5	5	50.62	51.03	0.81
12.5	6	56.52	57.79	2.25
13.5	7	63.63	65.26	2.56
14.5	8	72.39	72.38	0.01
15.5	9	83.42	85.48	2.47
16.5	10	97.65	101.72	4.17
17.5	11	116.52	119.35	2.43
18.5	12	142.31	147.17	3.42
19.5	13	178.96	185.82	3.83
20.5	14	233.69	243.04	4.00
21.5	15	321.31	335.03	4.27
22.5	16	476.80	504.63	5.84
23.5	17	803.26	857.62	6.77
24.5	18	1754.09	1852.26	5.60
25.5	19	9216.87	8670.94	5.92

Como podemos observar, os valores numéricos são muito próximos dos valores analíticos, e ambos apresentam um aumento ao longo do comprimento da fenda, como seria de esperar. Não há qualquer tipo de relação que seja possível retirar relativamente ao erro obtido ao longo do comprimento da fenda, a não ser que os valores mais altos são relativos aos resultados de K_I para comprimentos de fenda próximos ao comprimento total do provete, o que se traduz em valores de K_I de tal forma elevados que na prática não fazem sentido na ótica deste tipo de análise. Isto porque os valores de K_I para este ensaio, com este provete e carregamento, deveriam estar entre os $20 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ e os $100 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ dado a natureza do material. Acima do limite era esperado que o provete entrasse em rotura e não continuasse com a propagação da fenda. De forma a visualizar a evolução de ambos os valores obtidos para K_I e estabelecer outra comparação entre os mesmos, tem-se o gráfico presente na Figura 5.4. No gráfico mencionado apenas estão apresentados os valores de K_I até aos 14 mm de comprimento de fenda, uma vez que a partir desse comprimento os valores são de tal forma elevados que, como mencionado, não fazem sentido nesta análise.

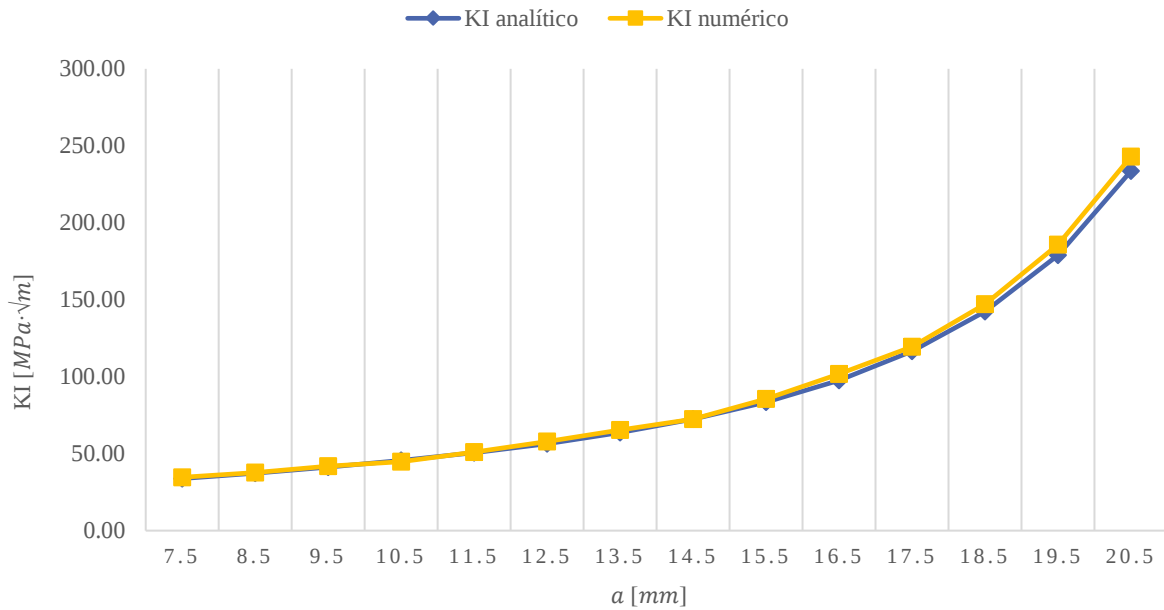


Figura 5.4: Evolução de ambos os valores de K obtidos ao longo do comprimento da fenda.

Através do gráfico apresentado também se verifica que, na grande maioria dos casos, os valores numéricos de K_I são superiores aos valores obtidos analiticamente, o que torna o método numérico mais conservador na medida em que oferece uma certa margem de erro relativamente à realidade.

Também foi analisada a distribuição dos valores de K_I ao longo da espessura do provete. Para tal foram escolhidos três comprimentos intermédios de fenda (que se encontram assinalados na tabela 5.2.), onde os valores de K_I estão dentro do intervalo referido como esperado e retirados os valores pretendidos. Como mencionado no capítulo 4.2.7.1, nos ensaios de tenacidade à fratura, os provetes utilizados contam com 4 elementos pela sua espessura, o que se traduz num total de 5 nós ao longo da mesma, como se pode observar na Figura 5.5. Foi então retirado um valor de K_I para cada nó e os resultados estão apresentados na tabela 5.3.

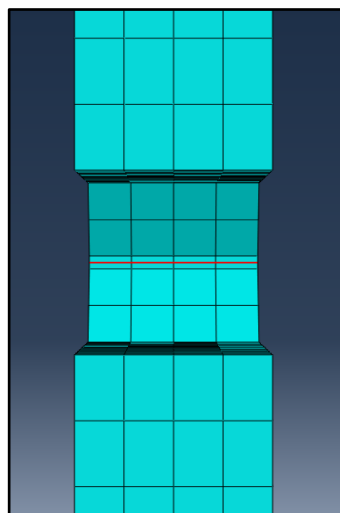


Figura 5.5: Elementos ao longo da espessura do provete.

Tabela 5.3: Valores de K_I [$MPa \cdot \sqrt{m}$] ao longo dos nós da espessura.

a [mm]	Fenda [mm]	1	2	3	4	5
11.5	5	50.26	50.94	51.03	50.58	50.26
12.5	6	57	57.41	57.79	57.49	57
13.5	7	64.32	64.62	64.88	64.77	64.32

Como seria de esperar, uma vez que se trata de um provete de espessura reduzida (2 mm) não há grande variação nos valores de K_I ao longo da espessura do provete. Apesar da pouca diferença, nota-se um aumento em relação ao centro do provete, sendo o valor mais elevado no nó 3, e menor no 1 e no 5.

5.2.2. Resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo II puro

Para este ensaio a obtenção dos valores numéricos de K_I é mais morosa uma vez que implica a modelação de uma fenda mais complexa, dado a direção da propagação da fenda. No comprimento da fenda ao longo da propagação são feitas divisões e cada uma delas representa um ponto de análise e por consequência um valor de K_I . As divisões realizadas são 10, incluindo a pré-fenda de 1 mm, e estão ilustradas na Figura 5.6.

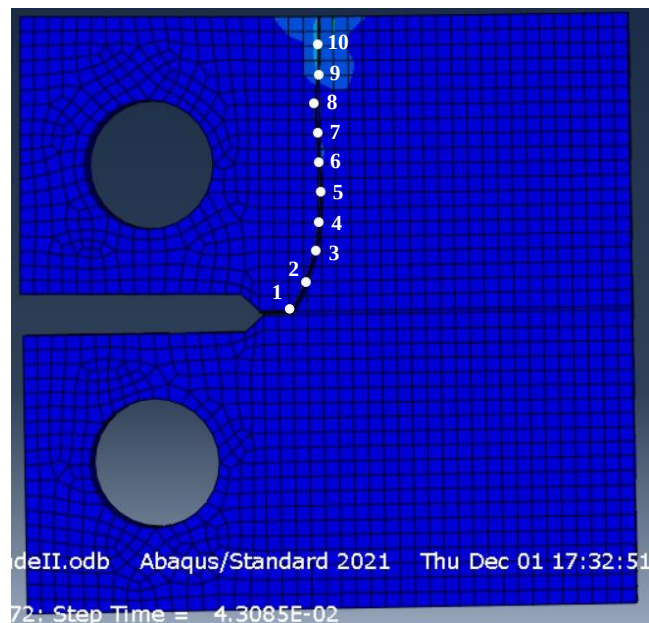


Figura 5.6: Pontos de análise para obtenção dos valores de K_I aquando aplicação do Modo II puro de carregamento.

Seguindo o fluxograma da Figura 4.24 foram retirados os valores de K_I , K_{II} e K_{III} para os pontos apresentados na Figura 5.6, que estão apresentados na Tabela 5.4 e no gráfico da Figura 5.7.

Tabela 5.4: Valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento da fenda para Modo II puro de carregamento.

Secção	KI numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	KII numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	KIII numérico [MPa · $\sqrt{m}$]
1	25.63	7.43	1.00
2	28.62	2.48	0.85
3	33.31	3.21	0.28
4	39.85	3.01	0.29
5	42.94	3.11	0.54
6	40.96	7.39	0.35
7	35.57	9.38	0.34
8	30.01	13.39	0.70
9	23.08	16.76	0.70
10	12.17	21.66	0.63

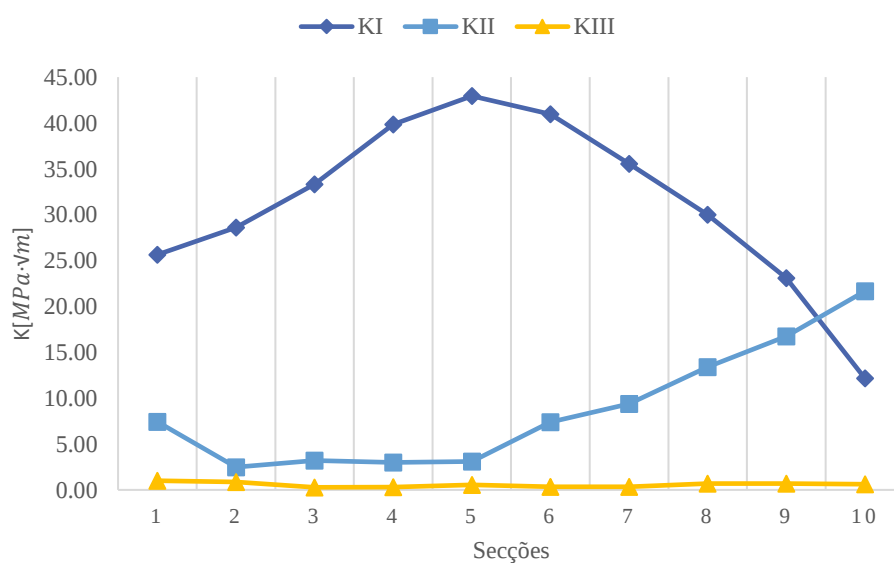


Figura 5.7: Evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento das fendas para Modo II puro de carregamento.

Através dos valores obtidos é possível verificar, relativamente aos valores de K_I , que têm o máximo na secção 5, que corresponde praticamente a metade do comprimento da fenda, sendo que este valor vem a aumentar desde a pré-fenda, e após a secção 5 diminui até o seu mínimo na última secção. Os valores de K_{II} também apresentam um comportamento pouco linear. Após a pré-fenda não são

verificadas grandes variações nos valores, e também na secção 5 estes começam a aumentar até atingirem o seu máximo na última secção. Já os valores de K_{III} não apresentam flutuações assinaláveis, sendo que o seu valor máximo regista-se na secção 1, referente à pré-fenda.

Relativamente à evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo da espessura do provete, foram escolhidos três secções intermédias da propagação da fenda, da secção 5 à 7, e analisados os valores ao longo dos 5 nós presentes na frente da fenda, como apresentado na Figura 5.5. Os resultados obtidos encontram-se nos gráficos das Figuras 5.8, 5.9 e 5.10.

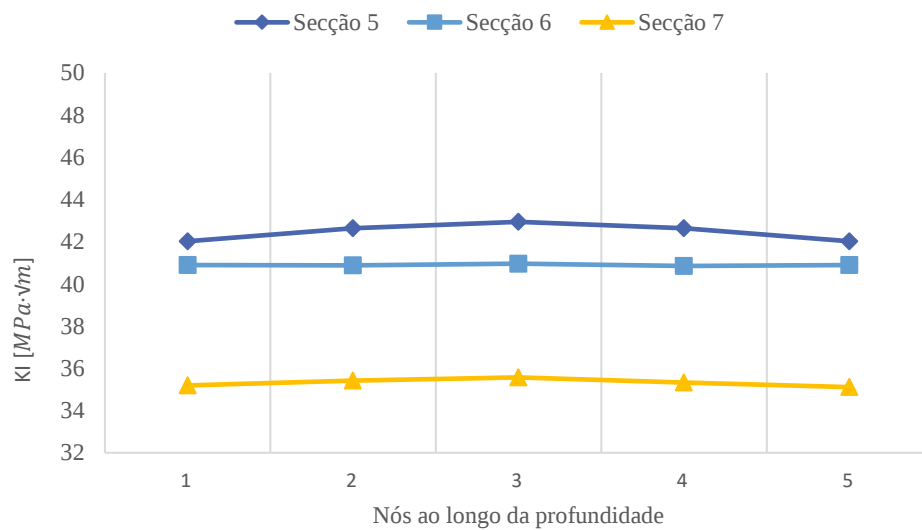


Figura 5.8: Evolução dos valores de K_I ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.

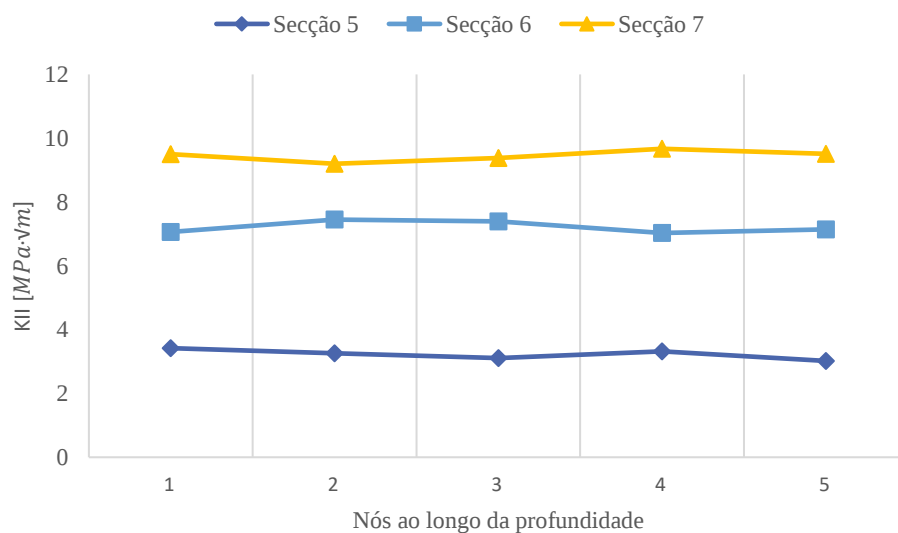


Figura 5.9: Evolução dos valores de K_{II} ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.

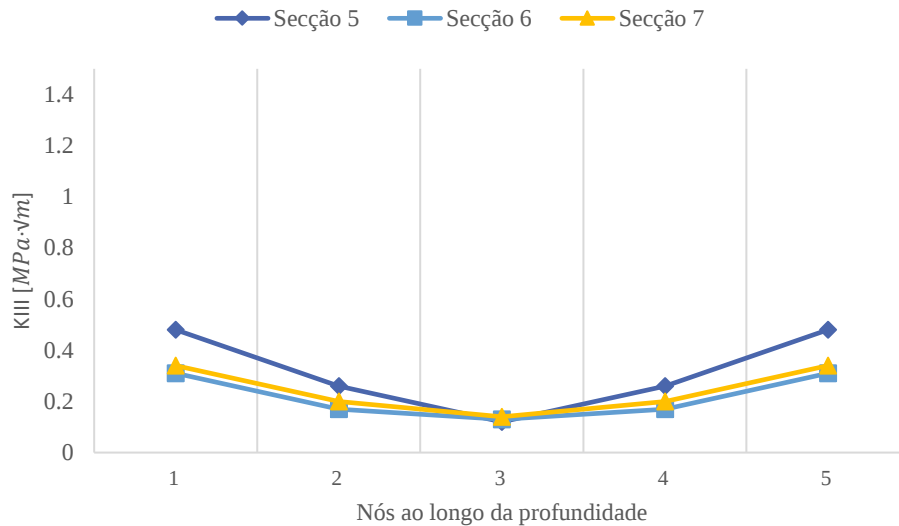


Figura 5.10: Evolução dos valores de K_{III} ao longo da espessura para Modo II puro de carregamento.

É possível observar através da Figura 5.8 que os valores de K_I mantêm-se constantes ao longo da espessura, sem variações consideráveis, tal como se verificou no ensaio de tenacidade em Modo I puro. O mesmo se pode dizer relativamente aos valores de K_{II} , que se mantêm praticamente inalterados. Os valores de K_{III} já apresentam um comportamento que permite estabelecer outra relação. Os seus valores máximos registam-se nas superfícies laterais do provete e à medida que se aproxima do centro do provete diminuem até encontrarem o seu valor mínimo precisamente no centro da espessura. Para além disso os valores apresentam uma simetria desde o centro do provete até ambas as laterais.

5.2.3. Resultados numéricos para o ensaio de tenacidade à fratura com carregamento em Modo misto plano

Tal como no ensaio analisado anteriormente, o comprimento da fenda ao longo da propagação foi dividido e analisado. Neste caso, são 12 secções, sendo a primeira delas a pré-fenda de 1 mm, e estão ilustradas na Figura 5.11.

Os valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} obtidos para os pontos pretendidos encontram-se na Tabela 5.5 e no gráfico da Figura 5.12.

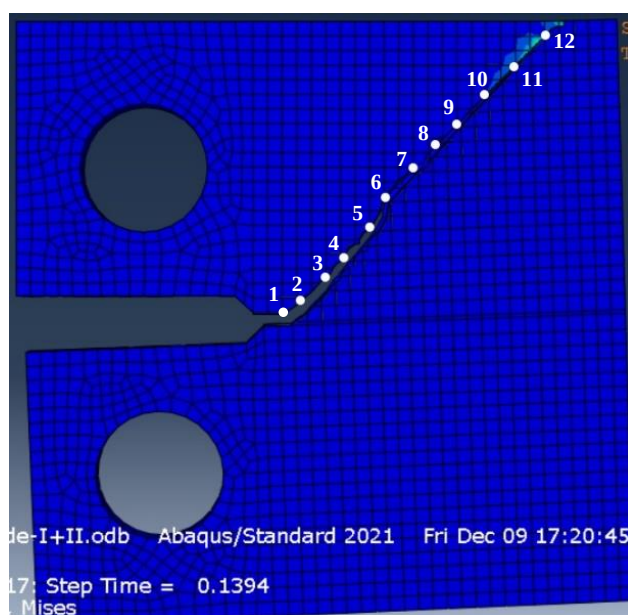


Figura 5.11: Pontos de análise para obtenção dos valores de K_I quando da aplicação do Modo misto de carregamento.

Tabela 5.5: Valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento da fenda para Modo misto plano de carregamento.

Secção	KI numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	KII numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	KIII numérico [MPa · $\sqrt{m}$]
1	47.06	8.35	1.37
2	45.58	9.07	2.45
3	41.65	12.57	1.33
4	39.23	15.45	2.26
5	32.13	17.06	1.57
6	22.38	17.38	0.90
7	12.02	16.95	0.72
8	3.74	16.48	0.51
9	4.51	16.32	0.68
10	4.44	15.84	0.54
11	6.22	13.27	0.58
12	5.13	12.97	0.5

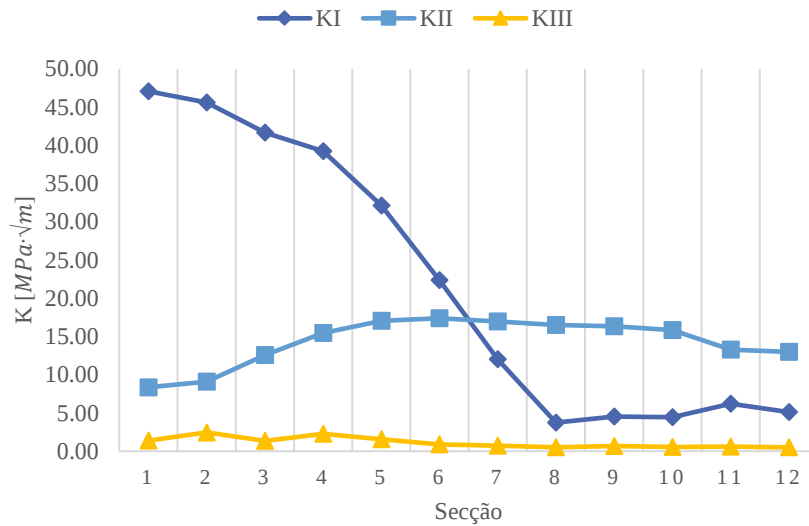


Figura 5.12: Evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo do comprimento das fendas para Modo misto plano de carregamento.

Através da apresentação dos resultados verifica-se que o valor máximo de K_I regista-se logo na pré-fenda e até à secção 8 desce até ao seu mínimo, mantendo-se sem grandes alterações até ao fim do crescimento da fenda. Relativamente a K_{II} , depois da pré-fenda propagar regista-se um crescimento até ao seu valor máximo na secção 7, a partir da qual há uma diminuição reduzida até ao fim da propagação da fenda. Já os valores de K_{III} , tal como no ensaio anterior, apresentam-se sem grandes variações, sendo possível observar que os valores mais elevados encontram-se nas primeiras secções da propagação.

Relativamente à evolução dos valores de K_I , K_{II} e K_{III} ao longo da espessura do provete, e de igual forma à análise anterior, foram analisados os 5 nós ao longo da espessura do provete nas secções 5, 6 e 7. Os resultados encontram-se nas Figura 5.13, 5.14 e 5.15.

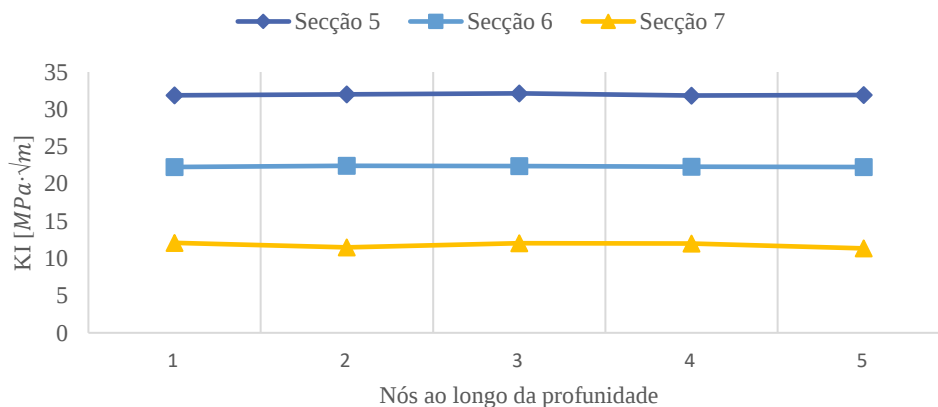


Figura 5.13: Evolução dos valores de K_I ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.

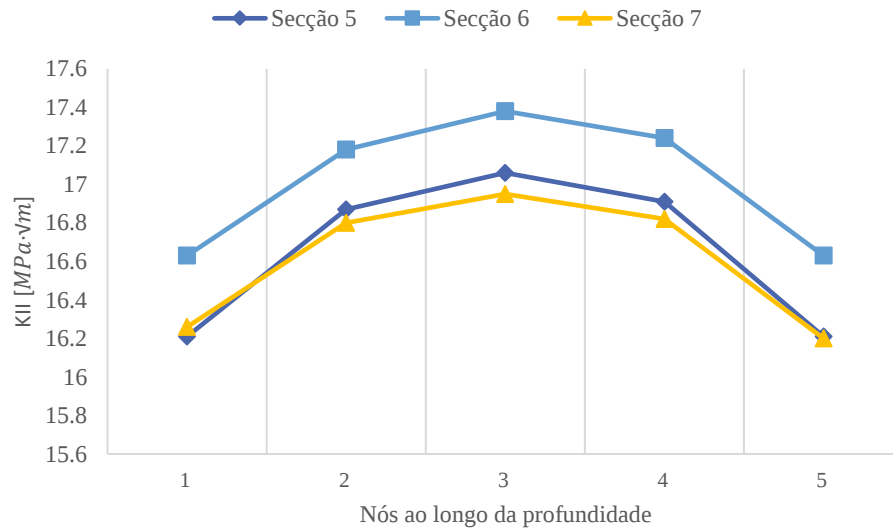


Figura 5.14: Evolução dos valores de K_{II} ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.

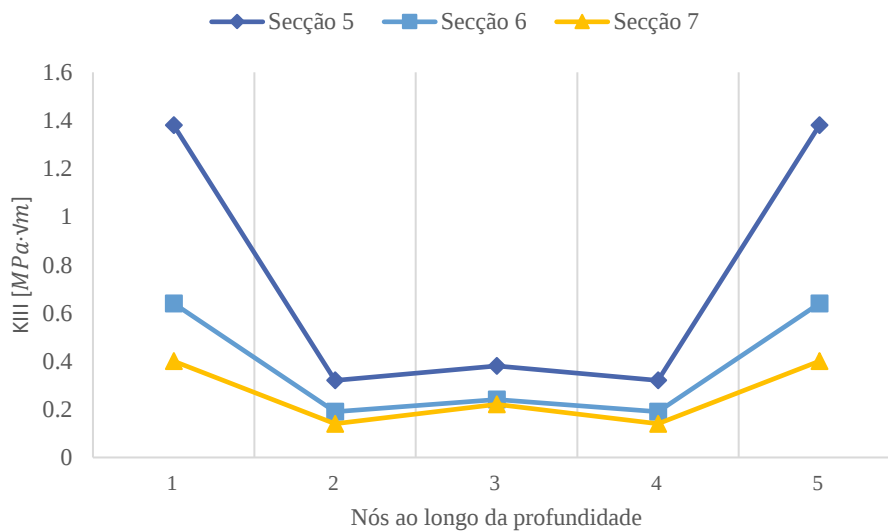


Figura 5.15: Evolução dos valores de K_{III} ao longo da espessura para Modo II misto plano de carregamento.

A partir do gráfico da Figura 5.13 que, tal como nos outros ensaios, os valores de K_I mantêm-se constantes ao longo da espessura do provete. Já os valores de K_{II} apresentam um comportamento diferente neste ensaio. Embora as variações não sejam consideravelmente elevadas, por se tratar de provetes de espessura reduzida, é possível verificar que os seus mínimos registam-se nas superfícies laterais do provete e aumentam até o seu máximo na secção 3, que corresponde ao centro do provete. Por último, também de forma semelhante ao ensaio anterior, os valores de K_{III} apresentam uma simetria desde o

centro do provete até às superfícies laterais, e o seu máximo também se regista junto às últimas. A única diferença passa apenas pelo mínimo não estar precisamente no centro do provete, mas sim nas secções 2 e 4, sendo que há um ligeiro aumento no centro do provete comparativamente às secções mencionadas.

5.2.4. Validação dos resultados numéricos para o ensaio de propagação da fenda por fadiga

Tal como nos ensaios anteriores, retirar os valores numéricos de K_I no ensaio de propagação de fadiga é através do fluxograma da Figura 4.24. É importante referir que no ensaio em questão a direção da propagação da fenda obtida foi na prática a mesma do ensaio de tenacidade à fratura em que foi aplicado o carregamento em Modo I puro, presente na Figura 5.1. Para além disso, os resultados são muito parecidos uma vez que o modo de carregamento é o mesmo, só muda a espessura do provete.

Os valores numéricos e analíticos de K_I ao longo do comprimento da fenda para o ensaio em questão apresentam-se na tabela 5.6, com o respetivo erro relativo percentual associado.

Tabela 5.6: Valores analíticos e numéricos de K_I e respetivo erro.

a [mm]	Fenda [mm]	K_I analítico [MPa · $\sqrt{m}$]	K_I numérico [MPa · $\sqrt{m}$]	Erro relativo [%]
7.5	1	27.06	27.44	1.40
8.5	2	29.89	30.40	1.71
9.5	3	32.99	33.79	2.42
10.5	4	36.48	35.68	2.19
11.5	5	40.50	40.30	0.49
12.5	6	45.22	46.36	2.52
13.5	7	50.91	50.22	1.36
14.5	8	57.91	58.03	0.21
15.5	9	66.74	67.97	1.84
16.5	10	78.12	77.81	0.40
17.5	11	93.22	90.70	2.70
18.5	12	113.85	115.24	1.22
19.5	13	143.16	142.03	0.79
20.5	14	186.95	185.19	0.94
21.5	15	257.05	262.49	2.12
22.5	16	381.44	365.50	4.18
23.5	17	642.61	607.13	5.52
24.5	18	1403.27	1445.44	3.01
25.5	19	7373.50	7012.70	4.89

Tal como verificado no ensaio de tenacidade à fratura com Modo I puro de carregamento, há uma grande proximidade entre os valores analíticos e numéricos, o que revela, por parte do *software*, uma elevada precisão. Como seria de esperar, também se verifica um aumento do valor de K_I ao longo do comprimento da fenda. A evolução dos valores analíticos e numéricos obtidos está presente no gráfico da Figura 5.16. Tal como no ensaio de tenacidade à fratura em Modo I de carregamento, este gráfico só apresenta os valores até um comprimento da fenda de 15 mm, uma vez que os valores para além do mesmo não têm significado na análise em questão.

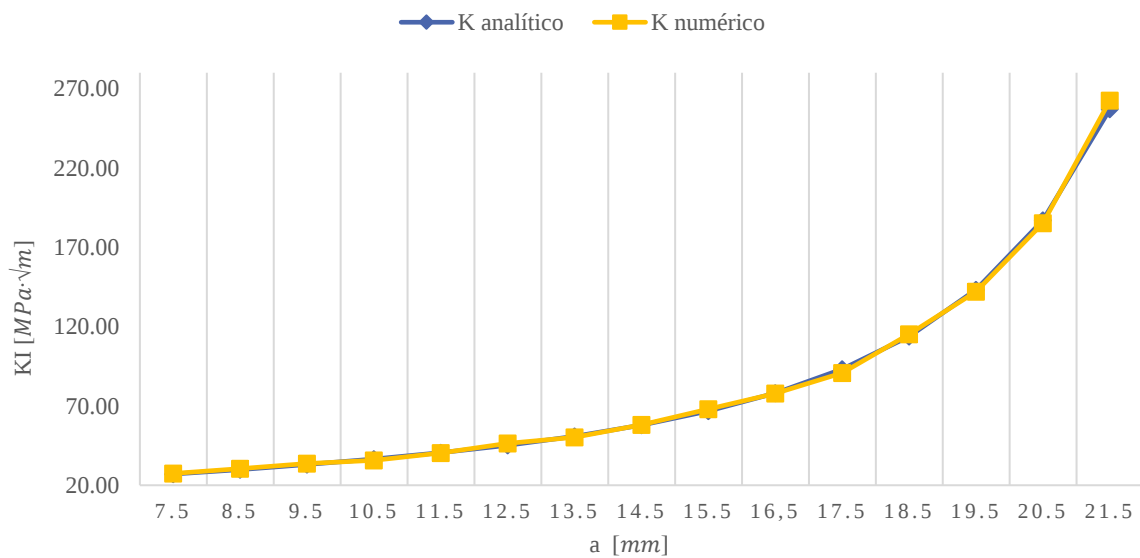


Figura 5.16: Evolução de ambos os valores de K_I obtidos ao longo do comprimento da fenda.

Relativamente à distribuição dos valores de K_I ao longo da espessura é utilizado o mesmo método que está apresentado na análise referente ao ensaio de tenacidade à fratura em Modo I puro de carregamento. São escolhidos três comprimentos intermédios da fenda e retirados os valores de K_I para todos os nós de cada comprimento. Neste caso, como a malha é mais refinada há mais nós para retirar valores. Este provete conta com 15 elementos ao longo da espessura o que significa que há 16 nós a analisar, como mostra a Figura 5.17.

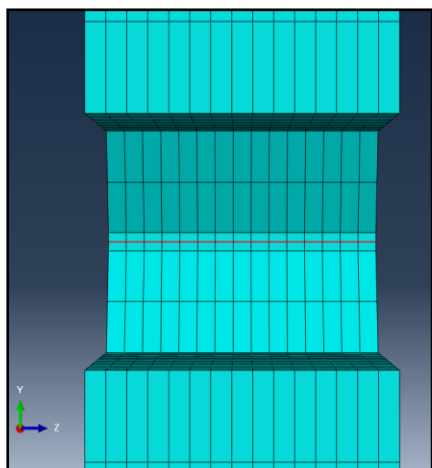


Figura 5.17: Elementos ao longo da espessura do provete.

Os resultados numéricos de K_I ao longo dos 16 nós são apresentados no gráfico da Figura 5.18.

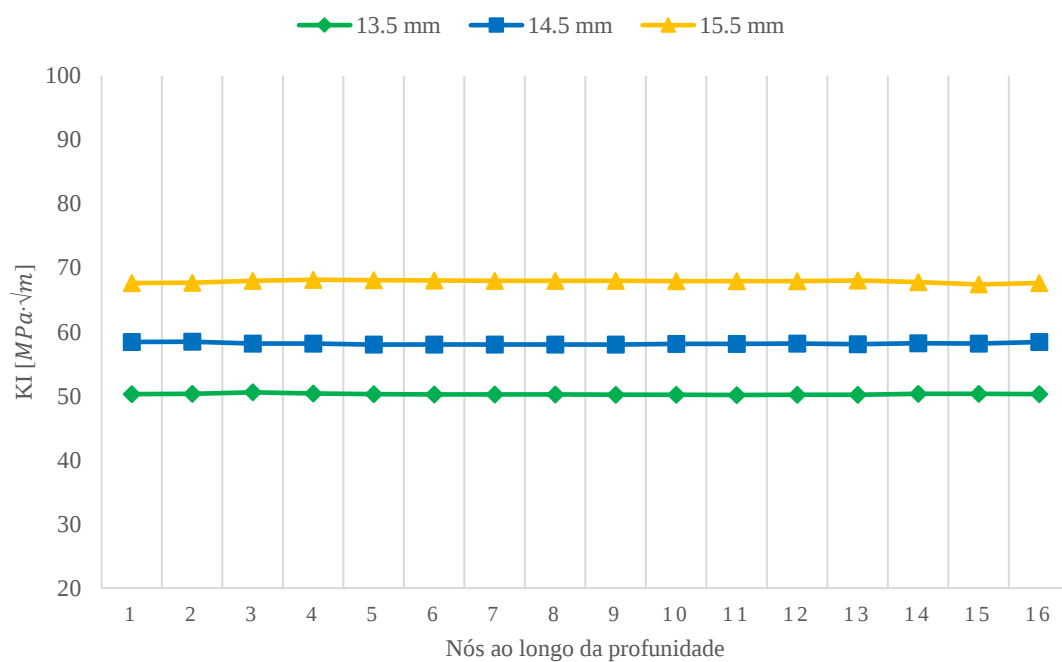


Figura 5.18: Valores de K_I para três valores de a ao longo da espessura para o ensaio de propagação da fenda por fadiga.

Como é possível observar a partir do gráfico há uma variação mínima dos valores de K_I ao longo da espessura do provete. Os valores para os três comprimentos de fenda não diferenciam mais do que $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

5.3. Análise "Direct cyclic" para propagação da fenda por fadiga

A última análise realizada tem como objetivo principal estabelecer uma relação entre o crescimento da fenda e o número de ciclos efetuados. A análise em questão segue o fluxograma da Figura 4.27. Foram contruídos dois modelos semelhantes com o propósito de correr esta análise, que diferenciam apenas na malha gerada, e comparados os resultados entre ambos.

O primeiro modelo a ser analisado conta com a malha apresentada no capítulo 4.2.7.2, que tem 55 elementos ao longo do comprimento da secção onde a fenda se propaga, o que faz com que cada elemento finito da malha tenha um comprimento de 0.364 mm . Na Figura 5.19 está apresentado um gráfico que relaciona o crescimento da fenda em relação ao número de ciclos efetuados. Os dados referentes à construção do gráfico encontram-se numa tabela no Apêndice 8.

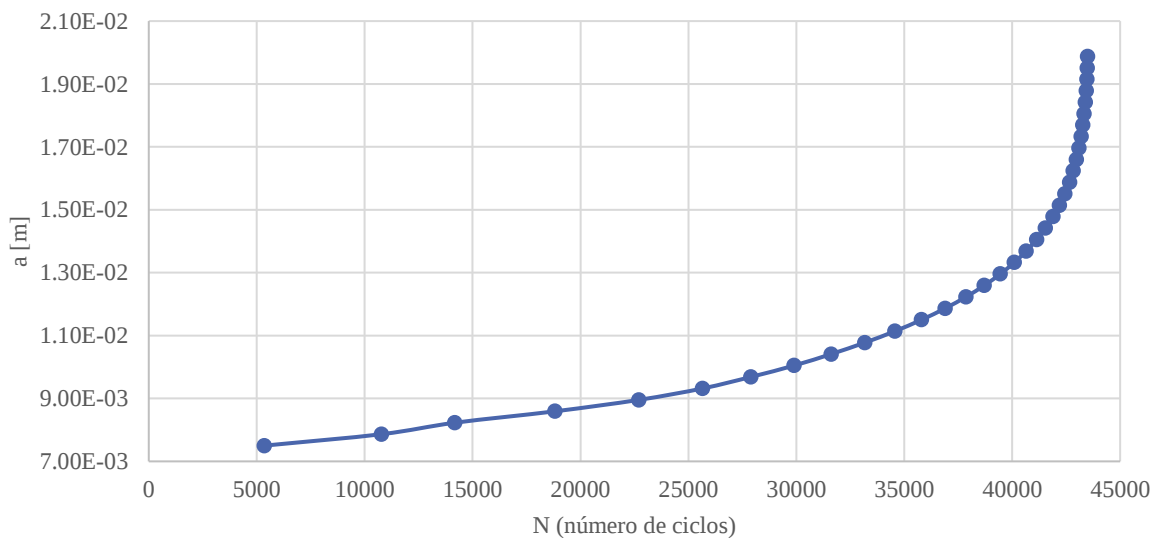


Figura 5.19: Comprimento da fenda em função do número de ciclos para a malha de 55 elementos longo do comprimento útil de propagação.

O primeiro elemento fratura quando se verifica 5358 ciclos efetuados, e a partir daí a velocidade de propagação da fenda aumenta com o crescimento da mesma. A velocidade máxima verifica-se no fim da propagação, como se pode observar através do gráfico, em que nos últimos 500 ciclos onde há propagação da fenda fraturam 10 elementos. Quando a simulação chega ao ciclo 43501, quando se registam 35 elementos fraturados e $a = 20.24\text{ mm}$, surge um erro de convergência e os cálculos efetuados pelo *software* são interrompidos. Este fim da simulação pode ser explicado devido a valores obtidos muito elevados de ΔK que correspondem a uma propagação instável e súbita da fenda, que se traduzem em valores próximos de G_c , onde a velocidade da fenda tende para infinito e deixa de ser possível haver convergência nos resultados.

Na Figura 5.20 encontra-se um gráfico que apresenta a velocidade de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão.

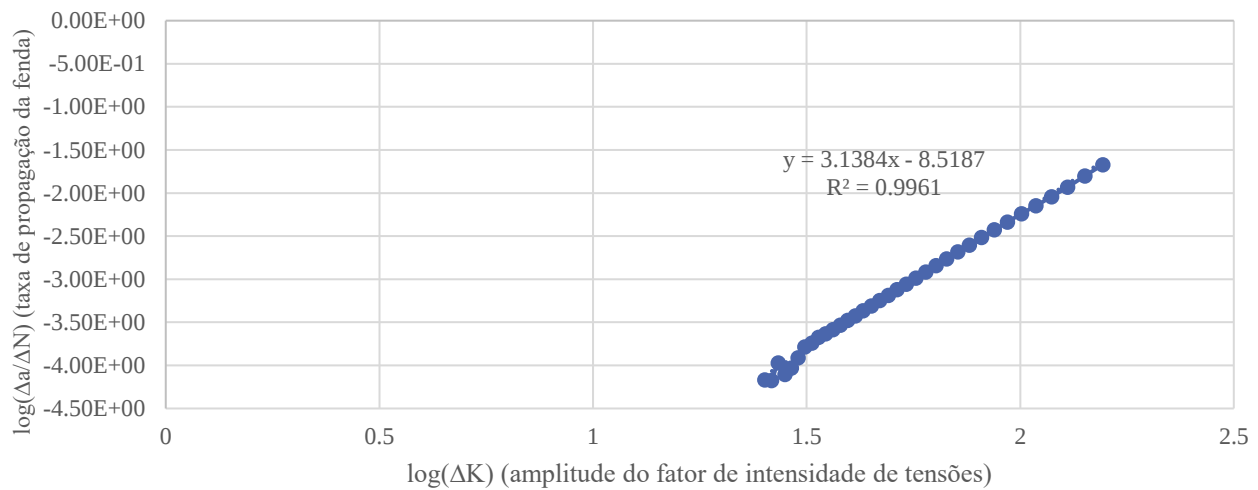


Figura 5.20: Taxa de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão para a malha de 55 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.

A partir deste gráfico não só é possível constatar que a velocidade de propagação realmente aumenta de acordo com o crescimento da fenda, como também permite retirar os valores referentes à lei de Paris, C e m , através da equação obtida. O valor de m retira-se diretamente da equação, uma vez que se trata do declive apresentado. De forma a obter C , é através da ordenada da origem presente na equação. Posto isto, os valores são os seguintes:

$$m = 3.14$$

$$C = 10^{-8.52} = 3.02E - 09 \left[\frac{mm}{ciclo}; MPa \sqrt{m} \right]$$

Tendo em conta os valores para as constantes da lei de Paris apresentados no capítulo 4.2.2, é possível concluir que os resultados obtidos através da simulação do *software* são relativamente próximos, o que indica uma boa precisão na análise à fadiga por parte do Abaqus®.

O outro modelo alvo desta análise conta com uma malha diferente, menos refinada. Ao contrário da anterior, esta tem 40 elementos finitos ao longo do comprimento da secção onde a fenda se propaga, o que equivale a 0.5 mm de comprimento por elemento finito. Na Figura 5.21 está apresentada num gráfico a relação entre o número de ciclos efetuado e o consequente crescimento da fenda, com os dados de cada ponto presentes numa tabela no Apêndice 9.

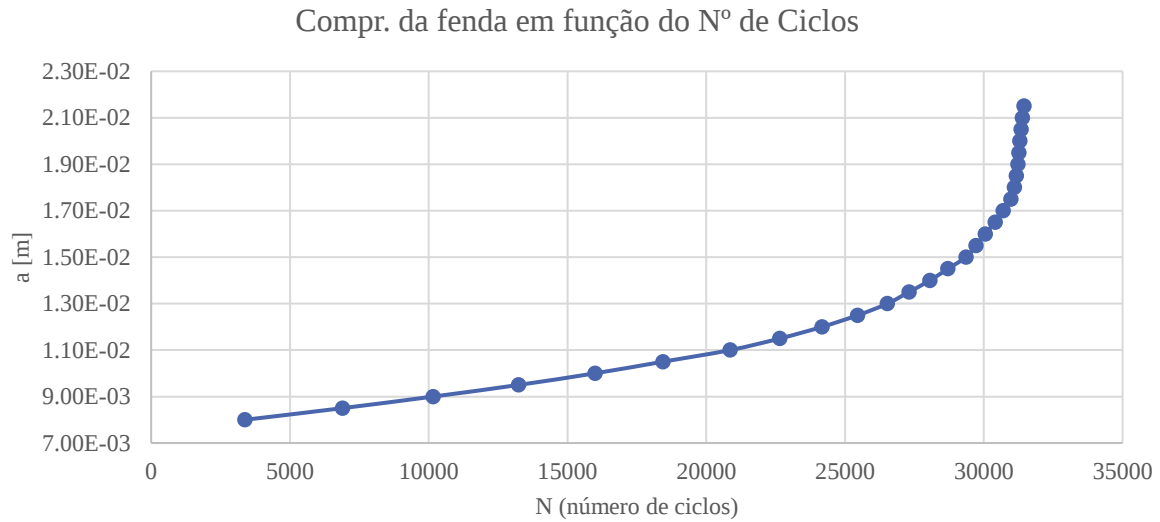


Figura 5.21: Comprimento da fenda em função do número de ciclos para a malha de 40 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.

As observações a retirar a partir do gráfico apresentado são as mesmas da análise feita ao modelo anterior, à exceção do facto de serem registados menos ciclos de fadiga, sendo o primeiro elemento fraturado no ciclo 3380 e a simulação tem fim no ciclo 31777, quando são fraturados 28 elementos e se regista $a = 21.5 \text{ mm}$. Para além disto, também é analisada a velocidade de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão, que também tem o seu máximo no fim da propagação, como se pode observar pelo gráfico da Figura 5.22.

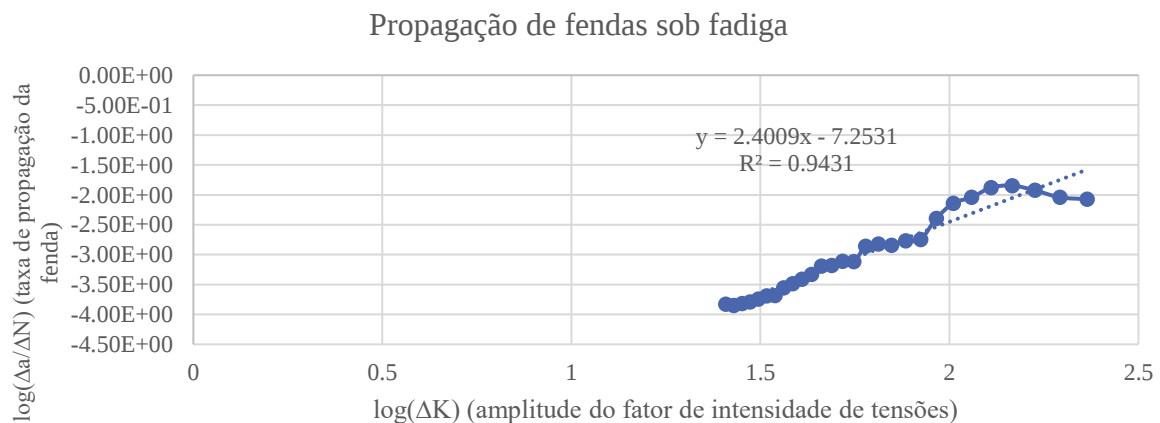


Figura 5.22: Taxa de propagação da fenda em função da amplitude do fator de intensidade de tensão para a malha de 40 elementos ao longo do comprimento útil de propagação.

Através da equação obtida são retirados os valores das constantes da lei de Paris. Os valores de C e m são, respetivamente, $5.58E - 08 \left[\frac{mm}{ciclo}; MPa \sqrt{m} \right]$ e 2.4. Tendo em conta os resultados obtidos na análise do modelo apresentado anteriormente, é possível verificar que os valores das constantes da lei de Paris neste modelo não são tão próximos daqueles considerados como teóricos. Visto que o único aspeto que diferencia os dois modelos é a malha, conclui-se, como expectável, que quanto mais refinada a malha melhor serão os resultados. Uma vez que este tipo de análise comporta um tempo de análise considerável, não é viável optar por uma malha demasiado refinada. Posto isto, tendo em conta os resultados recolhidos no modelo que conta com a malha de 55 elementos finitos ao longo do comprimento útil de propagação, e que o tempo de computação é razoável, conclui-se que para este tipo de finalidade a análise deve contar com um refinamento de maneira a ter um elemento finito na ordem dos 0.364 mm de comprimento.

6. Conclusões

Através da realização do presente trabalho foi possível desenvolver metodologias de análise no programa computacional Abaqus® capazes de obter a direção da propagação de uma fenda, através de uma análise estática simples (fluxograma da Figura 4.23); os valores numéricos de K_I , K_{II} e K_{III} não só ao longo do comprimento da fenda como também da profundidade do provete, para cada comprimento pretendido, através de uma análise estática com a fenda estacionária (fluxograma da Figura 4.24); e estudar o comportamento de uma pré-fenda num provete CT quando sujeita à fadiga, sendo possível obter uma taxa de crescimento da fenda propagada (fluxograma da Figura 4.27). Os objetivos traçados inicialmente foram conseguidos, e é possível listar as principais conclusões retiradas ao longo desta dissertação:

1. O método utilizado no *software*, o XFEM, permite obter a direção da propagação da fenda de forma muito eficaz, com um tempo de análise relativamente curto.
2. Os valores de K_I , K_{II} e K_{III} também são obtidos de forma acessível, com o menor tempo de computação registado nas três análises realizadas. Relativamente à precisão dos valores obtidos, só é possível estabelecer um termo de comparação quando se trata dos valores de K_I nos ensaios em que é aplicado Modo I puro de carregamento, uma vez que não há bibliografia que nos permita avaliar os resultados numéricos dos ensaios em que o provete é sujeito a outro modo de carregamento. Posto isto, é possível concluir que o XFEM constitui uma ferramenta adequada ao cálculo de K_I , uma vez que os resultados revelaram-se muito próximos daqueles obtidos analiticamente, sendo que o erro maior é de 6.77%, registado num comprimento de fenda de 17 mm ($a = 23.5$ mm), muito próximo na extremidade do provete, em que os valores de K_I são de tal forma elevados que para o caso em estudo não apresentam qualquer significado.
3. Quanto aos valores de K_{II} e K_{III} , são obtidos da mesma forma que K_I , embora a direção da propagação da fenda nos ensaios em que são aplicados Modo II puro e Modo misto plano de carregamento dificulte a recolha dos resultados. Isto deve-se ao facto de, para cada secção escolhida, ter de se modelar a fenda através da ferramenta de desenho *spline* presente no Módulo *Part* de modo a replicar a fenda da melhor forma e obter os valores nos pontos pretendidos. Para além disto, e como mencionado no ponto anterior, também não ajuda a ausência de estudos realizados com estes modos de carregamento, que não permite retirar conclusões mais detalhadas.
4. Relativamente ao estudo da propagação da fenda por fadiga, também realizado pelo método XFEM, os resultados retirados são uma prova de que o método utilizado adequa-se desde que se tenha em atenção o grau de refinamento da malha. São postos em comparação os parâmetros da lei de Paris, C e m , de duas análises cujo modelo só varia na malha gerada. No ensaio em

que a malha é mais refinada, tendo cada elemento finito um comprimento na ordem dos 0.364 mm , os resultados foram muito mais próximos aos obtidos experimentalmente quando comparados aos resultados obtidos no modelo que conta com um comprimento de 0.5 mm por elemento finito. Posto isto, é possível concluir que a malha gerada num estudo de propagação de fendas por fadiga tem que contar com, pelo menos, 0.364 mm de comprimento por elemento finito de forma a obter resultados precisos.

Ao longo da realização deste trabalho surgiram alguns pontos de interesse que podem ser contemplados em trabalhos futuros:

- Inclusão da pré-fenda noutra zona do provete ou com inclinação, de modo a observar a direção da propagação da fenda e o efeito consequente na evolução dos valores referentes ao Fator de Intensidade de Tensão.
- Recolha dos valores do Integral J, em vez dos valores de K , e comparação com os valores analíticos.
- Estudos experimentais que incluam outros modos de carregamento para além do Modo I puro.

7. Bibliografia

- [1] C. A. G. Moura Branco, *Mecânica Dos Materiais*. Fundação Calouste GulBenkian, 1985.
- [2] “Inspeção de Equipamentos: Estudo de Casos: Caso 050: Fratura Frágil Dos Navios Classe LIBERTY (1941/1945).” *Inspeção de Equipamentos*, 2013. Disponível em: inspe-caoequipto.blogspot.com/2013/11/caso-050-fratura-fratil-dos-navios.html.
- [3] T. L. Anderson, «*Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*». Third Edition Boca Raton: CRC Press. 2005.
- [4] Book, L.P. and B.Sc., «*Linear Fracture Mechanics -What It Is, What It Does*», DTIC Document, 1970.
- [5] P. M. G. MARQUES, «*Estudo da propagação de fendas superficiais semi-elípticas em provetes cilíndricos e prismáticos sob carregamento torsional*», Dissertação de Mestrado, FCT – UNL, 2018.
- [6] Chambel, P., Martins, R. and Reis, L. (2016). Research on fatigue crack propagation in CT specimens subjected to loading modes I, II or III. *ScienceDirect Procedia Structural Integrity*, 1, pp.134–141.
- [7] Qiang Bai, and Yong Bai. «*Subsea Pipeline Design, Analysis, and Installation*» Boston, Elsevier, 2014.
- [8] «*Fundamentals Of Lefm And Applications To Fatigue Crack Growth*». Disponível Em: https://www.efatigue.com/training/chapter_6.pdf.
- [9] Sherry, A. H., et al. *Shreir's Corrosion. Vol. 1 Basic Concepts, High Temperature Corrosion*. Amsterdam Elsevier, 2010.
- [10] L. F. J. FERREIRA, «*Determinação dos fatores de intensidade de tensão KI, KII, KIII e Keq induzidos em provetes CT fissurados e sujeitos a diversos valores de momento torsor*», Dissertação de Mestrado, FCT - UNL, 2017.
- [11] Dowling, N. (2006). AOE 3054 Experiment #5 FRACTURE TOUGHNESS TESTING. [online] [www.dept.aoe.vt.edu](http://www.dept.aoe.vt.edu/~devenpor/aoe3054/manual/expt5/text.html). Disponível em: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~devenpor/aoe3054/manual/expt5/text.html>.

- [12] Zhu, X.-K. and Joyce, J.A. (2012). Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization. *Engineering Fracture Mechanics*, 85, pp.1–46.
- [13] R. F. Martins, L. Ferreira, L. Reis, e P. Chambel, «Fatigue crack growth under cyclic torsional loading», *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 85, pp. 56–66, 2016.
- [14] Liu, Q., Xin, X.J., Ma, J. and Wang, Y. (2021). Simulating quasi-static crack propagation by coupled peridynamics least square minimization with finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*, 252, p.107862.
- [15] Paris, P.C., Gomez, M.P. and Anderson, W.E., «The Trend in Engineering, 13, pp. 9-14 - A Rational Analytic Theory of Fatigue», 1961.
- [16] Wang, H., Wu, Y., Yang, J. and Wang, H. (2021). Numerical Simulation on Reflective Cracking Behavior of Asphalt Pavement. *Applied Sciences*, 11(17), p.7990.
- [17] RICHARD, H. A., et al. “Theoretical Crack Path Prediction.” *Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 28, no. 1-2, Jan. 2005, pp. 3–12, <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00855.x>.
- [18] Rice, J.R. (1968). A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35(2), pp.379–386.
- [19] Hutchinson, J.W., «*Journal of Applied Mechanics*, vol 105, Dec. 1983 - Fundamentals of the Phenomenological Theory of Nonlinear Fracture Mechanics».
- [20] Rice, J., Budiansky, B., Asme, M. and Rice, J. (1973). Conservation Laws and Energy-Release Rates Microstructure and the Mechanical Properties of Steels View project Physical controls on ice stream dynamics View project Conservation Laws and Energy-Release Rates. Article in *Journal of Applied Mechanics*.
- [21] P. J. P. CHAMBEL, «Propagação de fendas por fadiga quando sujeitas a carregamentos em Modo I ou Modo III», Dissertação de Mestrado, FCT - UNL, 2014
- [22] Zeng, G. and Zhou, P. (2021). Research on fracture parameters of asphalt mixture based on XFEM and J Integral method. *Journal of Physics: Conference Series*, 2012(1), p.012098.
- [23] Lira Nunez, David. Automatização De Análise De Fadiga Em Eixos De Transmissão Para Tomada De Decisões Na Fase De Projeto Experiment Findings · April 2020. 2020, <https://doi.org/10.13140/Rg.2.2.32140.54403>.

- [24] Pereira, H.F.S.G. (2006). «Comportamento à fadiga de componentes estruturais sob a ação de solicitações de amplitude variável», Dissertação de Mestrado, FEUP, 2006.
- [25] Peter, K. and Josef, V. (2021). Influence of Fatigue Crack Formation and Propagation on Reliability of Steel Members. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/app112311562>.
- [26] Alshoaibi, A.M. (2021). Computational Simulation of 3D Fatigue Crack Growth under Mixed-Mode Loading. Applied Sciences, 11(13), p.5953.
- [27] Chernyatin, A.S., Matvienko, Yu.G. and Razumovsky, I.A. (2018). Fatigue surface crack propagation and intersecting cracks in connection with welding residual stresses. Disponível em: doi: 10.1111/ffe.12808.
- [28] A. F. M. AZEVEDO, Método Dos Elementos Finitos, 1a Edição. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.
- [29] Fageehi, Y.A. (2022). Prediction of Fatigue Crack Growth Rate and Stress Intensity Factors Using the Finite Element Method. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2022/2705240>.
- [30] WEI, Y. and JIANG, Y. (2019). Fatigue fracture analysis of gear teeth using XFEM. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 29(10), pp.2099–2108.
- [31] Fageehi, Y.A. (2021). Fatigue Crack Growth Analysis with Extended Finite Element for 3D Linear Elastic Material. Metals, 11(3), p.397.
- [32] Bhattacharya, S., Singh, I.V. and Mishra, B.K. (2012). Fatigue-life estimation of functionally graded materials using XFEM. Engineering with Computers, 29(4), pp.427–448.
- [33] Singh, I.V., Mishra, B.K., Bhattacharya, S. and Patil, R.U. (2012). The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method. International Journal of Fatigue, 36(1), pp.109–119.
- [34] Agathos, K., Chatzi, E. and Bordas, S.P.A. (2018). Multiple crack detection in 3D using a stable XFEM and global optimization. Computational Mechanics, 62(4), pp.835–852.
- [35] P. Coelho e J. Cardoso, “Apontamentos de Métodos Computacionais Em Engenharia Mecânica”, Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- [36] Saurabh, G. (2021). XFEM Simulation of Tensile and Fracture Behavior of Ultrafine-Grained Al 6061 Alloy. Disponível em: doi: 10.3390/met11111761.

- [37] Bergara, A., Dorado, J.I., Martín-Meizoso, A. and Martínez-Esnaola, J.M. (2019). Fatigue crack propagation at aeronautic engine vane guides using the extended finite element method (XFEM). *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 28(8), pp.861–873.
- [38] R. M. R. Dias, «Estudo da propagação de fenda num componente ferroviário», Dissertação de Mestrado, FCT -UNL, 2017.
- [39] Mo Es, N., Dolbow, J. And Belytschko, T. (1999). A Finite Element Method For Crack Growth Without Remeshing. *International Journal For Numerical Methods In Engineering Int. J. Numer. Meth. Engng*, 46, Pp.131–150.
- [40] Belytschko, T. and Black, T. (1999). Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45(5), pp.601–620.
- [41] Levén, M. and Rickert, D. (2012). Stationary 3D crack analysis with Abaqus XFEM for integrity assessment of subsea equipment.
- [42] Sukumar, N., Moës, N., Moran, B., Belytschko, T., Sukumar, N., Moran, B. and Be-lytschko, T. (2000). Extended Finite Element Method for three-dimensional crack modelling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(11).
- [43] Martins, Rui, and Luís Ferreira. “Stress Intensity Factors KI, KII, KIII, Keq, Induced at the Crack Tip of CT Specimens Subjected to Torsional Loading.” 2020. *Procedia Structural Integrity*, 28, pp. 74–83.
- [44] SIMULIA Abaqus Analysis User’s Guide. Dassault Systèmes, 2012.
- [45] Ferreira, Micael. «Análise Não Linear Por Elementos Finitos De Vigas De Betão Armado À Torção Engenharia Civil», Dissertação de Mestrado, Universidade da Beira Interior, 2016.
- [46] MARTINS, R. F., e C. M. BRANCO. “A Fatigue and Creep Study in Austenitic Stain-less Steel 316L Used in Exhaust Pipes of Naval Gas Turbines.” *Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 27, no. 9, Sept. 2004, pp. 861–871, <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00783.x>.
- [47] Santos, Tiago. «Numerical Study of Fatigue Cracks Propagation in a High Strength Steel.» Artigo Científico, Instituto Superior Técnico, Dezembro 2017.
- [48] “30.2: Nodes, Elements, Degrees of Freedom and Boundary Conditions.” *Engineering Libre-Texts*, University of Cambridge, 9 Aug. 2020, Disponível em: eng.libretexts.org/Bookshelves/Materials_Science/TLP_Library_I/30%3A_Finite_Element_Method/30.2%3A_Nodes%2C_Elements%2C_Degrees_of_Freedom_and_Boundary_Conditions.

[49] T. London, D. De Bono, and X. Sun, “An Evaluation of the Low Cycle Fatigue Analysis Procedure in Abaqus for Crack Propagation: Numerical Benchmarks and Experimental Validation,” pp. 1–15, 2015.

[50] Camacho, José. «Propagação de fendas por fadiga em aço inoxidável AISI 316L e na liga de titânio Ti6Al4V, obtidos por fabrico aditivo, sob carregamento em modo I», Dissertação de Mestrado, FCT-UNL, Setembro 2022.

8. Apêndices

Apêndice 1: Definição do módulo de Young e coeficiente de Poisson no modelo.

 Edit Material ×

Name: Material1

Description:

Material Behaviors

Maxps Damage

Damage Evolution

Elastic

General

Mechanical

Thermal

Electrical/Magnetic

Other



Elastic

Type:

Isotropic

▼ Suboptions

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables:

0

Moduli time scale (for viscoelasticity):

Long-term

☐ No compression

☐ No tension

Data

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	200000000000	0.3

OK

Cancel

Apêndice 2: Definição do módulo de Young e coeficiente de Poisson no modelo.

Edit Material

Name: Material1

Description:

Material Behaviors

- Maxps Damage
- Damage Evolution
- Elastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Maxps Damage

Tolerance: 0.05

Position: Crack tip

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Max Principal Stress
1	100000000

OK Cancel

Suboption Editor

Damage Evolution

Type: Energy

Softening: Linear

Degradation: Maximum

Mixed mode behavior: Power Law

Mode mix ratio: Energy

☒ Power 1

☐ Use temperature-dependent data

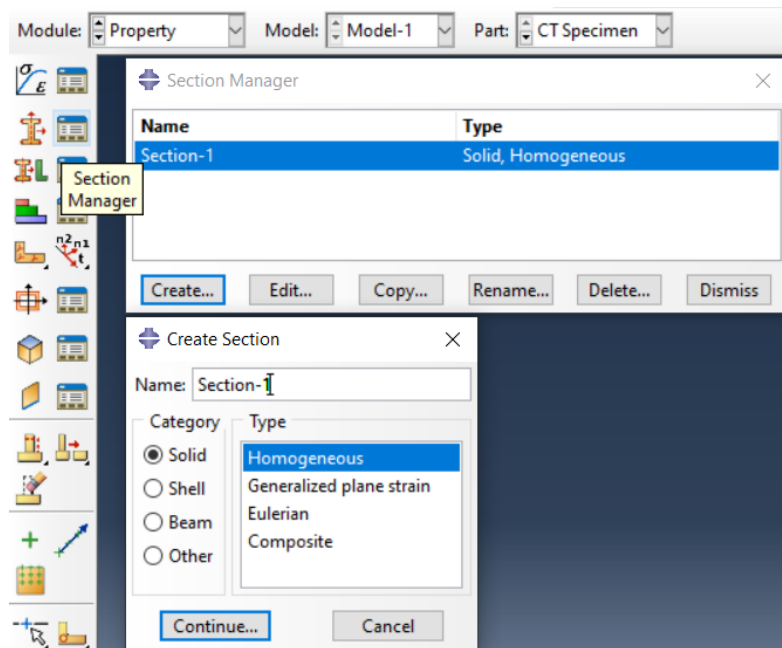
Number of field variables: 0

Data

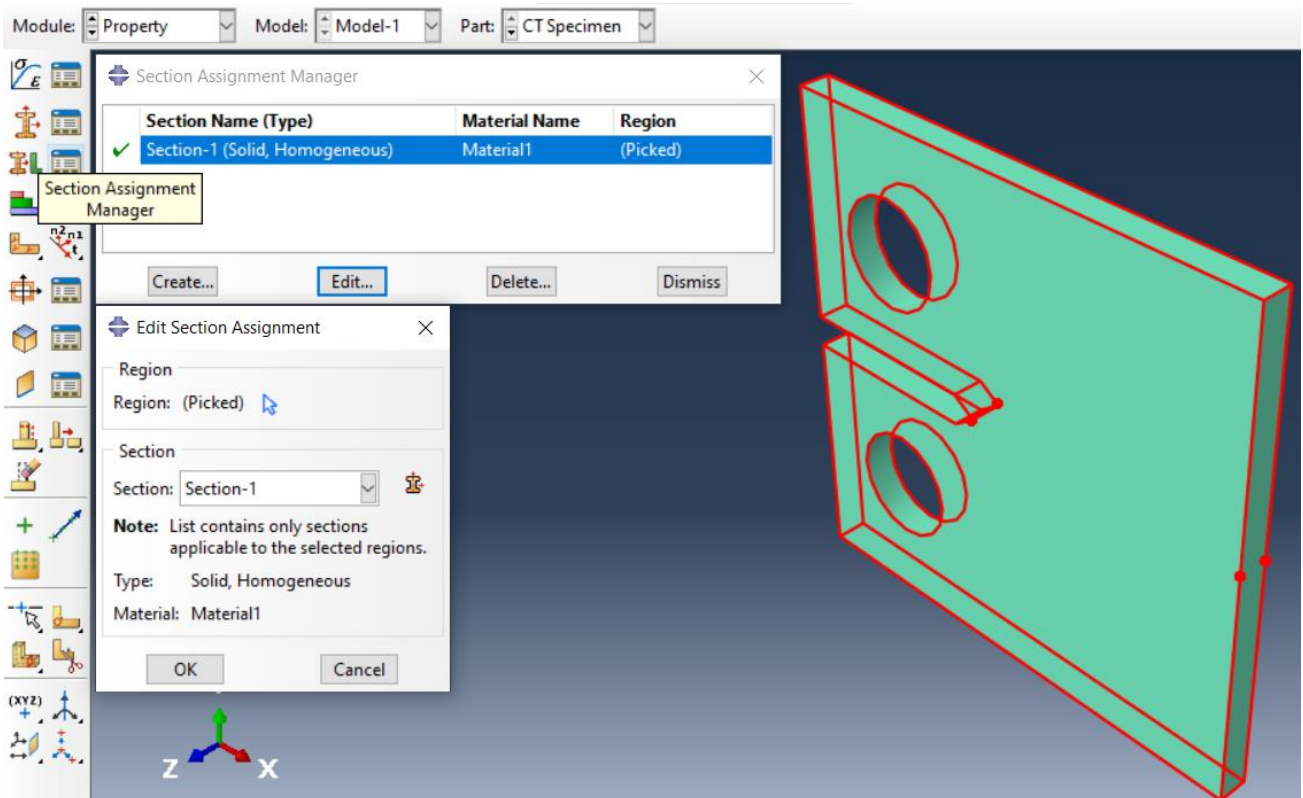
	Normal Mode Fracture Energy	Shear Mode Fracture Energy First Direction	Shear Mode Fracture Energy Second Direction
1	50000	0	0

OK Cancel

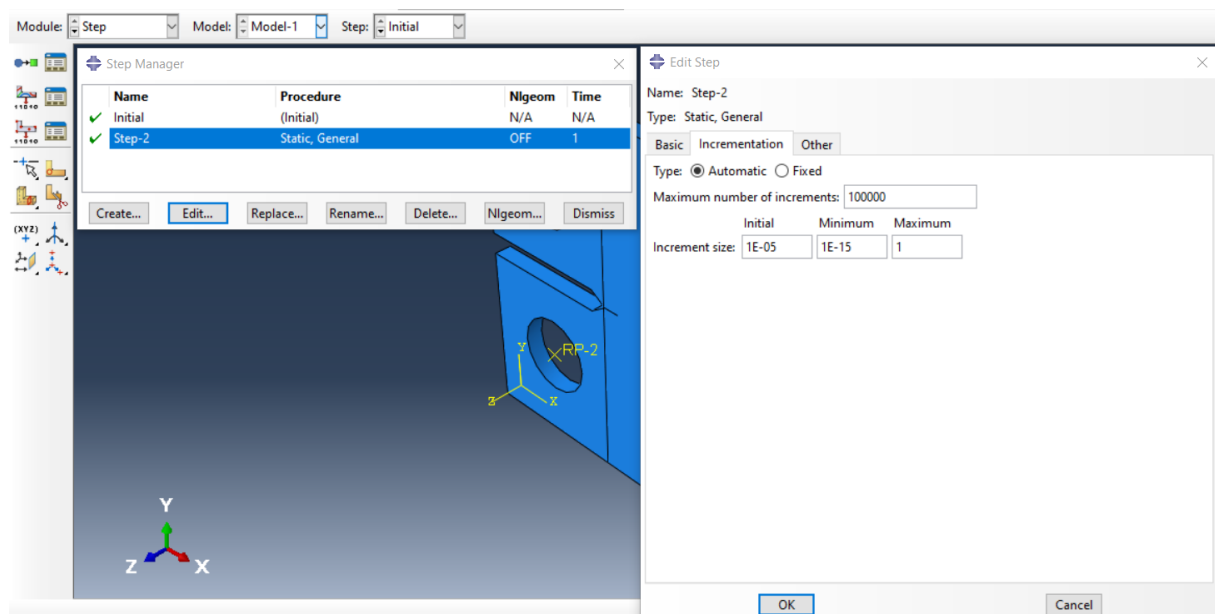
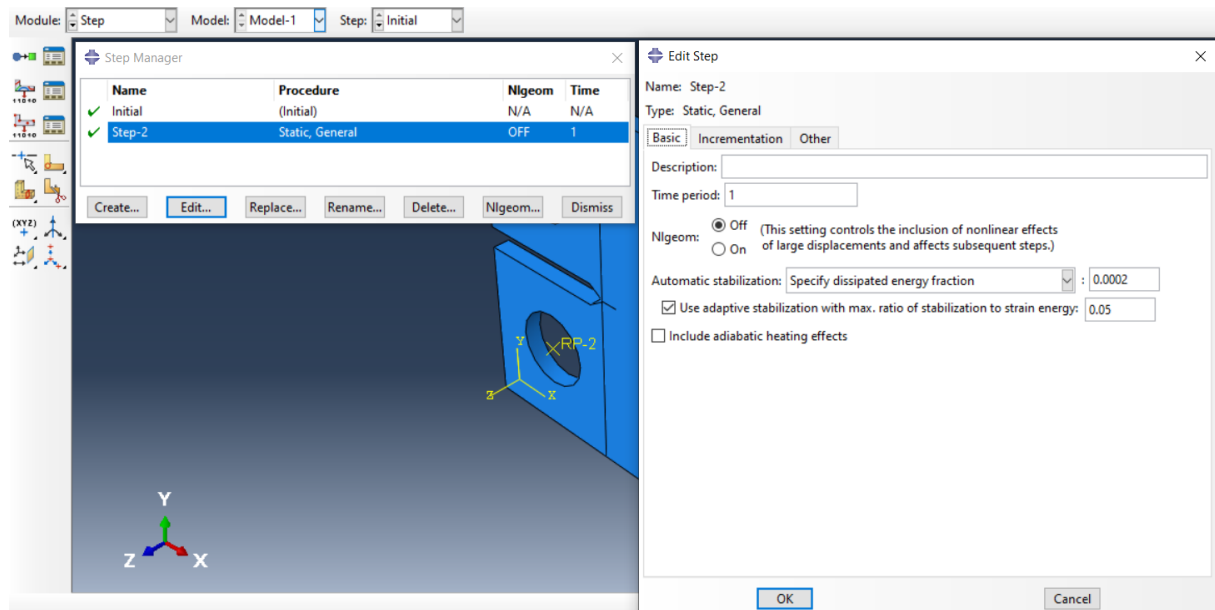
Apêndice 3: Criação da secção a atribuir no provete.



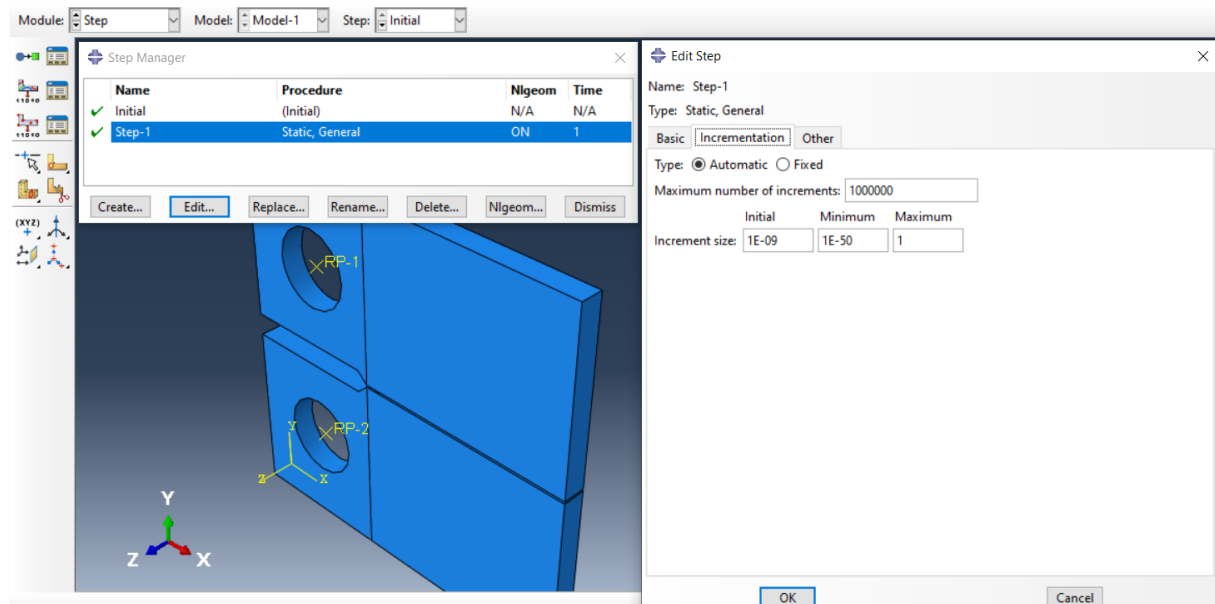
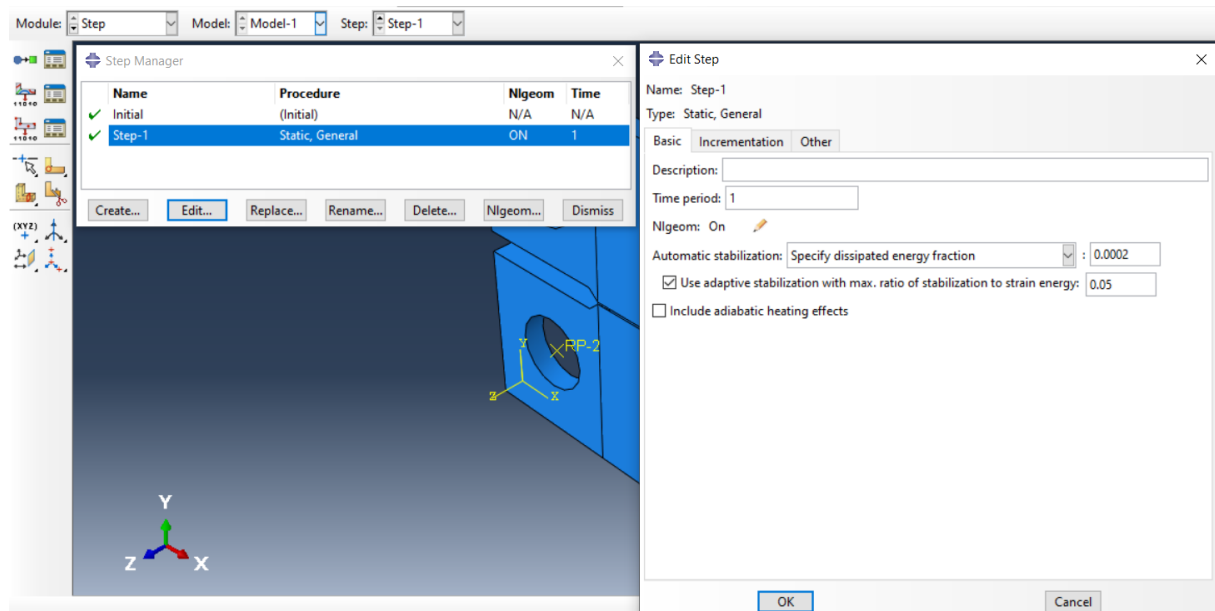
Apêndice 4: Atribuição da secção ao provete.



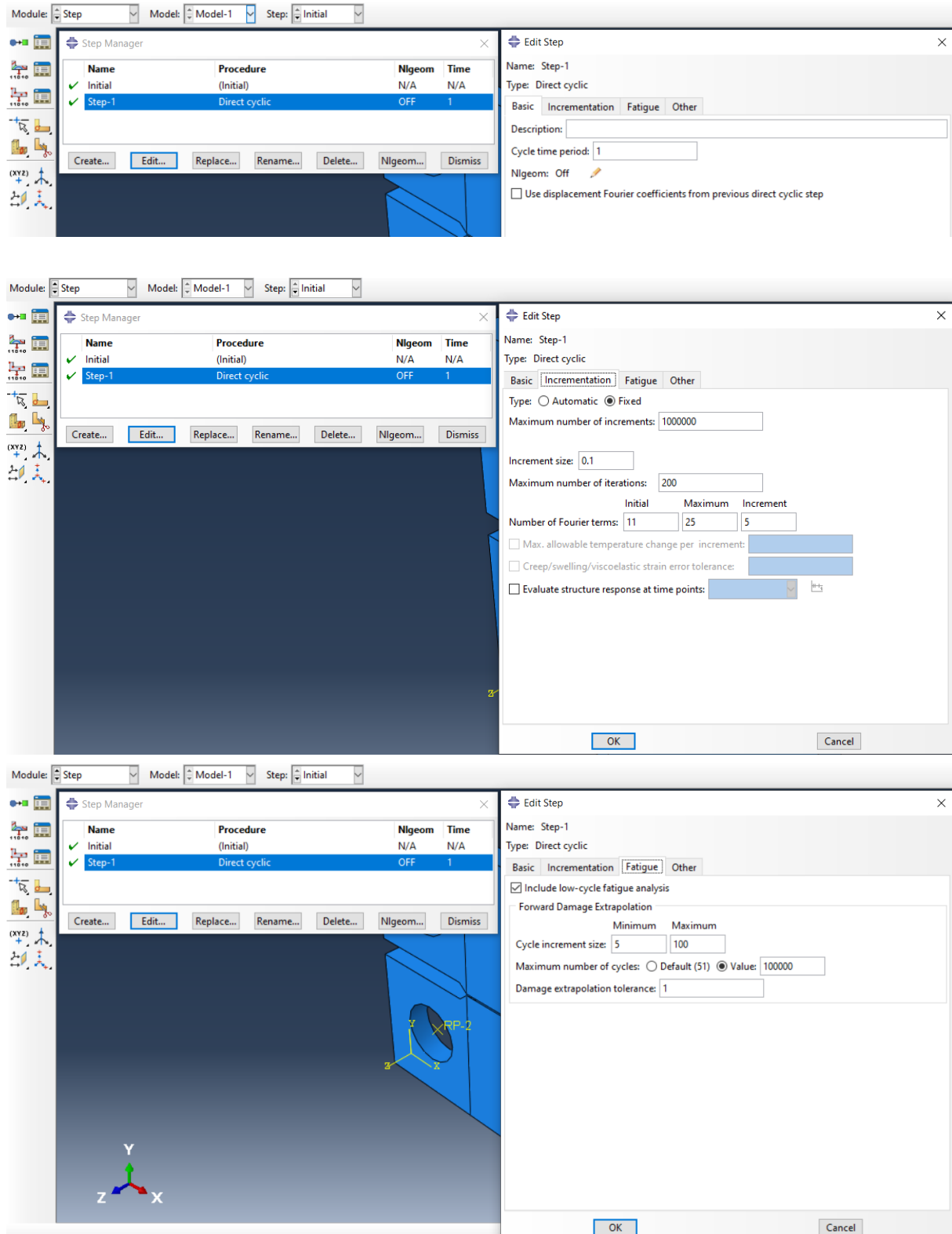
Apêndice 5: Definição dos parâmetros referentes aos incrementos da análise estática com vista a obter os valores numéricos de K_I .



Apêndice 6: Definição dos parâmetros referentes aos incrementos da análise estática com vista a obter a direção da propagação da fenda nos ensaios de tenacidade à fratura.



Apêndice 7: Definição dos parâmetros referentes aos incrementos da análise da propagação da fenda por fadiga.



Apêndice 8: Comprimento da fenda e número de ciclos associado para a malha de 55 elementos ao longo do comprimento da secção onde há propagação da fenda.

Nº Ciclos (N)	a [m]
0	7.50E-03
5358	7.86E-03
10782	8.23E-03
14176	8.59E-03
18822	8.96E-03
22710	9.32E-03
25664	9.68E-03
27889	1.00E-02
29897	1.04E-02
31613	1.08E-02
33175	1.11E-02
34569	1.15E-02
35806	1.19E-02
36900	1.22E-02
37864	1.26E-02
38710	1.30E-02
39450	1.33E-02
40094	1.37E-02
40652	1.41E-02
41133	1.44E-02
41546	1.48E-02
41898	1.51E-02
42197	1.55E-02
42449	1.59E-02
42660	1.62E-02
42835	1.66E-02
42981	1.70E-02
43100	1.73E-02
43197	1.77E-02
43276	1.81E-02
43339	1.84E-02
43390	1.88E-02
43430	1.91E-02
43461	1.95E-02
43484	1.99E-02
43501	2.02E-02

Apêndice 9: Comprimento da fenda e número de ciclos associado para a malha de 40 elementos ao longo do comprimento da secção onde há propagação da fenda.

Nº Ciclos (N)	a [mm]
0	7.50E-03
3380	8.00E-03
6891	8.50E-03
10163	9.00E-03
13235	9.50E-03
15994	1.00E-02
18441	1.05E-02
20864	1.10E-02
22656	1.15E-02
24176	1.20E-02
25459	1.25E-02
26530	1.30E-02
27306	1.35E-02
28060	1.40E-02
28707	1.45E-02
29363	1.50E-02
29726	1.55E-02
30059	1.60E-02
30408	1.65E-02
30702	1.70E-02
30980	1.75E-02
31103	1.80E-02
31172	1.85E-02
31227	1.90E-02
31265	1.95E-02
31300	2.00E-02
31342	2.05E-02
31397	2.10E-02
31456	2.15E-02



