

# MEMORIAS DEL VI CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Rafael Enrique Gutiérrez Araujo  
Juan Luis Prieto G.  
COMPILADORES

ISBN: 978-980-7839-02-0



ASOCIACIÓN CIVIL - RIF: J-40150620-8

## VI CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA (CIHEM)

24, 25 y 26 de noviembre de 2021

Sede virtual Venezuela

Asociación Aprender en Red

<https://www.even3.com.br/vicihem2021/>

### DISEÑO DE PORTADA

Juan Luis Prieto G. | Asociación Aprender en Red

### EDICIÓN Y DIAGRAMACIÓN

Rafael Enrique Gutiérrez Araujo | Asociación Aprender en Red

Juan Luis Prieto G. | Asociación Aprender en Red

**PRIMERA EDICIÓN:** Enero de 2022

**ISBN:** 978-980-7839-02-0

**DEPÓSITO LEGAL:** ZU2021000247

© Asociación Aprender en Red

Maracaibo, Venezuela

Los trabajos aquí publicados comprenden los extensos de tres conferencias, ocho mesas redondas (incluyendo una mesa de cierre) y cuarenta y seis comunicaciones breves, los cuales hicieron parte de la programación del **VI Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática**, celebrado en Venezuela (en modalidad virtual) los días 24, 25 y 26 de noviembre de 2021 y organizado por la Asociación Aprender en Red.

Las comunicaciones breves fueron sometidas a un proceso de arbitraje doble ciego a cargo de especialistas en Historia de la Educación Matemática de diferentes universidades e instituciones oficiales de Iberoamérica.



<https://aprenderenred.com.ve/>

Se autoriza la reproducción total o parcial de la información contenida en este libro, siempre que se den los créditos a la fuente:

Gutiérrez, R. E., & Prieto, J. L. (Comps.). (2022). *Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática*. Asociación Aprender en Red.

Se permite alojar y acceder al material desde los repositorios de las bibliotecas para su uso público y privado, sin costo, para fines académicos no comerciales.



Copyright © 2022. Asociación Aprender en Red. Esta obra está protegida por una licencia [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International \(CC BY-NC-ND 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

### **COMITÉ ORGANIZADOR LOCAL**

Rafael Enrique Gutiérrez Araujo (Coordinador) | Aprender en Red, Venezuela

Juan Luis Prieto G. | Aprender en Red, Venezuela

Irene Victoria Sánchez-Noroño | Aprender en Red, Venezuela

Stephanie Díaz-Urdaneta | Aprender en Red, Venezuela

### **COMITÉ INTERNACIONAL**

Walter Otto Beyer | UNA, Venezuela

Alejandra Deriard | UNTREF, Argentina

Dolores Carrillo Gallego | UM, España

Edgar Alberto Guacaneme Suárez | UPN, Colombia

José Manuel Matos | UNL, Portugal

Wagner Rodrigues Valente | UNIFESP, Brasil

### **COMITÉ CIENTÍFICO**

Ana Carolina Costa Pereira | UECE, Brasil

Ana Paula Aires | UTAD, Portugal

Ana Santiago | ESE-UIED, Portugal

Andreia Dalcin | UFRGS, Brasil

Analida Ardila | UP, Panamá

António Domingos | UNL, Portugal

Antonio Vicente Marafioti Garnica | UNESP, Brasil

Bruno Dassie | UFF, Brasil

Carlos Amílcar Fuentes | USAC | UNOC, Guatemala

Carlos Sánchez Fernández | UH, Cuba

Cecília Monteiro | IP-Lisboa, Portugal

Concepción Valdés Castro | UH, Cuba

David Antonio da Costa | UFSC, Brasil

Denise S. Vilella | UFSCar, Brasil

Dolores Carrillo Gallego | UM, España

Edgar Alberto Guacaneme | UPN, Colombia

Elisabete Zardo Búrigo | UFRGS, Brasil

Encarna Sánchez Jiménez | UM, España

Fabio Lennon Marchon | UFF, Brasil

Flor Monserrat Rodríguez Vásquez | UAGro, México

Fredy Enrique González | UPEL, Venezuela

Filipe Santos Fernández | UFMG, Brasil

Heloisa da Silva | UNESP, Brasil

Iran Abreu Mendes | UFPA, Brasil

Jaime Carvalho e Silva | UC, Portugal

Janice Lando | UESB, Brasil

Jeannette Vargas Hernández | UNICOLMAYOR, Colombia  
José Manuel Matos | UNL, Portugal  
Laura Vasconcellos | UNIC-Mato Grosso, Brasil  
Liliane Gutierre | UFRN, Brasil  
Luciane de Fátima Bertini | UNIFESP, Brasil  
Luis Carlos Arboleda | UV, Colombia  
Luís Saraiva | UL, Portugal  
Maria Célia Leme da Silva | UNIFESP, Brasil  
Mária Cristina Almeida | UIED, Portugal  
Maria Cristina Araújo de Oliveira | UFJF, Brasil  
María Bonilla Tumialán | UNMSM, Perú  
Maria Ednéia Martins Salandim | UNESP, Brasil  
María Teresa González Astudillo | US, España  
Marvin Roberto Mendoza Valencia | UNAH, Honduras  
Miguel Picado Alfaro | UNACR, Costa Rica  
Neuza Bertoni Pinto | REAMEC, Brasil  
Paul Torres Fernández, | UH, Cuba  
Pilar Olivares | UM, España  
Rosilda dos Santos Morais | UNIFESP, Brasil  
Tamara Díaz-Chang | UACH, Chile  
Vanesa Pacheco | UC, Venezuela  
Wagner Rodrigues Valente | UNIFESP, Brasil  
Walter Otto Beyer | UNA, Venezuela

Para la logística del evento se contó con el apoyo técnico y material de un número importante de colegas pertenecientes al Grupo Asociado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (GHEMAT-Brasil), coordinados por el Prof. David Antonio da Costa.



ISBN: 978-980-7839-02-0



## INOVAÇÃO CURRICULAR EM LIVROS DE TEXTO DE MATEMÁTICA

## INNOVACIÓN CURRICULAR EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

**Mária Cristina Almeida<sup>1</sup>**

*Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA), Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa*

**José Manuel Matos<sup>2</sup>**

*Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA), Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa*

**Alexandra Rodrigues<sup>3</sup>**

*Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA), Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa*

### RESUMO

A aplicação das ideias da matemática moderna nas escolas portuguesas decorreu entre os anos 1960 e o final dos anos 1980. Este texto pretende contribuir para a compreensão dos diversos modos como essa aplicação de desenvolveu em livros de texto. Para isso efetuaremos uma comparação entre três coleções de livros de texto dedicados ao curso unificado dos 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade iniciado a partir de 1976. Compararemos estas inovações curriculares a partir da forma como os autores apresentam o seu trabalho. Estudaremos, em particular, a introdução de um tema do programa procurando as diferenças e semelhanças entre as obras analisadas.

**Palavras-chave:** História da educação matemática. Matemática Moderna. Estudos curriculares. Livros de texto. Ensino secundário.

### RESUMEN

La aplicación de las ideas de las matemáticas modernas en las escuelas portuguesas tuvo lugar entre los años 60 y finales de los 80. Este texto tiene como objetivo contribuir a la comprensión de las diferentes formas en que esta aplicación se desarrolló en libros de texto. Para eso efectuaremos una comparación entre tres colecciones de libros de texto dedicados al curso unificado dos 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridad iniciado a partir de 1976. Compararemos estas innovaciones curriculares a partir da forma como os autores presentan o tu trabalho. Estudiaremos, em particular, la introducción de un tema del programa buscando las diferencias y similitudes entre las obras analizadas.

**Palabras clave:** Historia de la educación matemática. Matemáticas Modernas. Estudios curriculares. Libros de texto. Enseñanza secundaria.

<sup>1</sup> Doutora, Universidade Nova de Lisboa (UNL). Investigadora no Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal. Endereço para correspondência: Rua Duarte Pacheco Pereira, 27-B, 2830-192 Barreiro, Portugal. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1532-832X>. E-mail: [malmeida@fct.unl.pt](mailto:malmeida@fct.unl.pt)

<sup>2</sup> Doutor, The University of Georgia (UGA). Professor aposentado da Universidade Nova de Lisboa (UNL), Lisboa, Portugal e investigador no Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal. Endereço para correspondência: Rua Costa Goodolfim, 2, 1.º dto, 1000-104 Lisboa Portugal. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2809-6561>. E-mail: [jmm@fct.unl.pt](mailto:jmm@fct.unl.pt)

<sup>3</sup> Doutora, Universidade da Beira Interior (UBI). Investigadora no Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Lisboa. Portugal. Rua Formosa, Lote 42 (n.º 21), 2.º Esq. 6300-837 Guarda, Portugal. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9022-4849>. E-mail: [alexsofiarod@gmail.com](mailto:alexsofiarod@gmail.com)

## INTRODUÇÃO

O sistema escolar português (1948-1968) compreendia o ensino primário (6-9 anos), que era obrigatório, e o ensino secundário, que englobava dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos: 1.º ciclo (10-11 anos), 2.º ciclo (12-14 anos), 3.º ciclo (15-16 anos), e o ensino técnico compreendia um ciclo preparatório (10-11 anos), seguido de cursos de aprendizagem e aperfeiçoamento profissional (com a duração máxima de 4 anos). Em 1968 esta estrutura vai ser alterada com a criação do Ciclo Preparatório do Ensino Liceal (CPES) que vai substituir o 1.º ciclo dos liceus e o Ciclo Preparatório das escolas técnicas. Esta alteração estrutural vai provocar a gradual alteração dos planos curriculares dos liceus e das técnicas a partir do ano letivo de 1970/71. Em 1970, no ensino liceal, entra em funcionamento o Curso Geral, com a duração de três anos, a que se seguiriam dois anos do Curso Complementar.

Em 1973, é publicada a primeira Lei de Bases do Sistema Educativo que prevê a fusão do ensino liceal e técnico. A revolução democrática de 25 de Abril de 1974, com as conseqüentes implicações políticas, não permitiu a implementação desta Lei. Mas, a transformação dos liceus e escolas técnicas em escolas secundárias veio a concretizar-se a partir de 1976 com o ensino secundário unificado, cuja implementação irá durar até 1981. O ensino secundário unificado era constituído pelo curso geral - compreendendo o 7.º, 8.º e 9.º anos - e pelo curso complementar - compreendendo o 10.º e 11.º anos. O funcionamento do sistema de ensino só viria a estabilizar com a aprovação da Lei de Bases do Sistema Educativo em 1986.

Para compreender a história do ensino da Matemática partindo da perspectiva da história das disciplinas escolares e da cultura escolar (Chervel, 1990; Julia, 2001) devemos entender a escola não como um simples agente de transmissão de saberes elaborados fora dela, mas como uma instituição que os adapta, os transforma, criando um saber e uma cultura próprias. Chervel (1990) diz-nos que uma disciplina escolar é uma combinação de vários constituintes, “um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação” (Chervel, 1990, p. 207). Este autor aponta os momentos de reforma como momentos privilegiados para estudar a história das disciplinas escolares. Neste contexto, a reforma da Matemática Moderna é um momento rico para o estudo da história do ensino da disciplina.

A aplicação das ideias da matemática moderna nas escolas portuguesas decorreu entre os anos 1960 e o final dos anos 1980. Uma primeira experiência nos anos finais do

ensino secundário, iniciada em 1963, lançou as bases para as formas pelas quais a reforma foi desenvolvida posteriormente. Com a criação do CPES, a mudança curricular vai introduzir a nova matemática, pelo que ao nível do conteúdo há uma reformulação inovadora dos programas. A linguagem de conjuntos assume agora um papel preponderante na abordagem da maioria dos conceitos de aritmética e álgebra. A geometria é simplificada, sendo a sua abordagem mais superficial. O tema central do CPES é o estudo dos números racionais (Almeida e Candeias, 2014; Sousa, 2013).

Em 1970 chegam aos liceus os primeiros alunos que concluíam o CPES, que tinham já sido expostos a dois anos de matemática moderna. Inicia-se assim o processo de ajuste curricular dos restantes anos do ensino liceal, criando-se o Curso Geral (3 anos) e o Curso Complementar (2 anos). Em 1973 é aprovado o programa para o Curso Complementar dos liceus. Processo semelhante vai decorrer nas escolas técnicas. Todos estes novos programas se inseriam na linha de renovação do ensino da matemática, a matemática moderna (Almeida, 2007). A nível curricular, o ensino unificado praticamente adotou, com pequenas alterações, os programas de matemática em vigor nos liceus.

Estas mudanças ocorreram em ambientes escolares difíceis, uma vez que, dos anos 1950 até o final dos anos 1980, não houve estabilidade no sistema educacional. Por outro lado, do final da década de 1960 até o final da década de 1970, havia escassez de livros didáticos, essencialmente devido à volatilidade dos programas, estava-se num período de quase livro único. No Curso Geral dos liceus, foram postas em prática alterações curriculares de carácter experimental a partir de 1970 e encontram-se publicados livros, associados a estas experiências, desde 1971, que, de início, se configuravam como livros únicos.

Em 1976, com o advento do ensino secundário unificado, são publicados novos programas para a disciplina de Matemática. Para dar corpo a estes novos programas surgiram gradualmente no mercado três coleções de livros. Neste texto comparamos estas coleções, tentando compreender o modo como os novos tópicos foram sendo introduzidos. Abordaremos, em particular, a introdução do tema ‘Equações numéricas do 1.º grau em  $Q$ ’ que conta com abordagens diferentes nas obras analisadas.

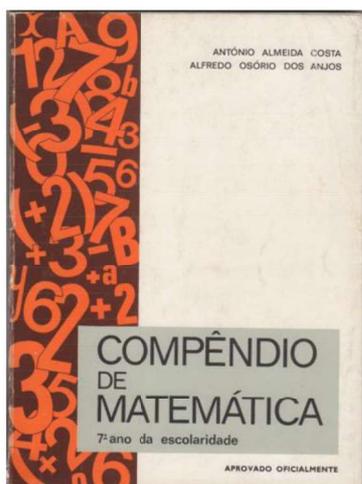
As três coleções estudadas compreendem livros para o 7.º, 8.º e 9.º anos. A mais antiga é o conjunto de livros intitulados *Compêndio de Matemática*. Trata-se de uma obra da autoria de António Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos, com coautoria de António Augusto Lopes no manual do 9.º ano de escolaridade. Para cada um dos anos de escolaridade, a segunda coleção, intitulada *Eu e a Matemática*, da autoria de M. Engrácia

Domingos, M. Cerqueira Correia e Télió T. Fernandes, é constituída por *Livro de Consulta*, *Livro Guia – Fichas de trabalho* e um livro específico para os docentes, o *Livro Guia – Fichas de trabalho (Livro do Professor)* para cada ano de escolaridade. Finalmente, a coleção dos “Ms” (*M7*, *M8* e *M9*), da qual são autores Paulo Abrantes e Raúl Fernando Carvalho, de 1980, engloba um livro e um livro de exercícios para cada um dos três anos de escolaridade.

## 1- OS COMPÊNDIOS DE MATEMÁTICA

Os *Compêndio de Matemática*, para os 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade, publicados a partir de 1976 (Costa e Anjos, 1976, 1977; Costa, Anjos e Lopes, 1978), configuram-se como os ‘sucessores’ dos livros únicos, com o mesmo nome, elaborados pelos mesmos autores a partir de 1971 (Figura 1).

**Figura 1** – Capa para o 7.º ano unificado da coleção *Compêndio de Matemática*



**Fonte:** Costa e Anjos (1976).

São livros impressos a duas cores, preto e vermelho, e não apresentam referências bibliográficas ou indicação de outras fontes relacionadas com assuntos matemáticos. A leitura dos prefácios dos compêndios evidencia a provisoriedade do programa em vigor e a sua estrutura formal bastante aberta, sublinhando que a obra responde a uma interpretação pessoal dos autores perante a finalidade de prossecução dos objetivos propostos no mesmo. Sendo uma interpretação do programa, “em esforço de integração numa didática de sentido atual” (*Compêndio de Matemática*, 8.º ano de escolaridade), insiste-se que o despertar de um conceito, ou de uma relação, deve responder a uma necessidade próxima, tenta-se uma motivação permanente, através de um movimento de participação do aluno. Estas edições destinadas ao ensino unificado apresentam muito poucas alterações relativamente às que os mesmos autores tinham publicado a partir de

1971 para os liceus. Os programas, no entanto, tinham mudado um pouco e, em vez de elaborarem novas edições, os autores optaram por sinalizar os tópicos que, embora incluídos nos manuais, não eram de conhecimento obrigatório.

Da análise da coleção verificamos que a apresentação dos conteúdos, embora expositiva, tenta motivar o aluno para a reflexão e orientar na obtenção de conclusões, deixando, por exemplo, espaços em branco para o aluno completar. No conteúdo do texto informativo encontramos exemplos que evidenciam aplicações na realidade. Há vários exercícios de aplicação que entremeiam os textos e, usualmente, existe uma seleção de exercícios de aplicação e respetiva solução no final de cada secção dos capítulos. Não existe um livro de exercícios associado a esta obra.

Observando o Índice podemos verificar que o *Compêndio de Matemática* do 7.º ano de escolaridade, publicado em 1976, tem na capa a indicação de aprovado oficialmente, e tem 6 capítulos (I-Questões de linguagem, II-Números racionais relativos, III-Problemas e equações numéricas do 1.º grau em  $\mathbb{Q}$ , IV-Relações binárias, V-Aplicações, VI-Igualdade de triângulos). As ‘Transformações Geométricas’ estão incluídas no capítulo V-Aplicações, e nos outros manuais estão num capítulo próprio.

## **2- A COLEÇÃO *EU E A MATEMÁTICA***

A obra *Eu e a Matemática* é constituída por dois livros distintos, mas relacionados intimamente um com o outro (Domingos, Correia e Fernandes; 1976a, 1976b, 1977, 1978). Um volume é o *Livro de Consulta* onde se encontra a matéria que constitui o programa de cada Ano do Curso Secundário Unificado, o outro volume é o *Livro Guia*, constituído por Fichas de Trabalho, que os alunos teriam de preencher. São livros escritos a uma só cor, o preto, e no que diz respeito a referências bibliográficas ou indicação de outras fontes relacionadas com assuntos matemáticos, nada encontramos nos livros analisados.

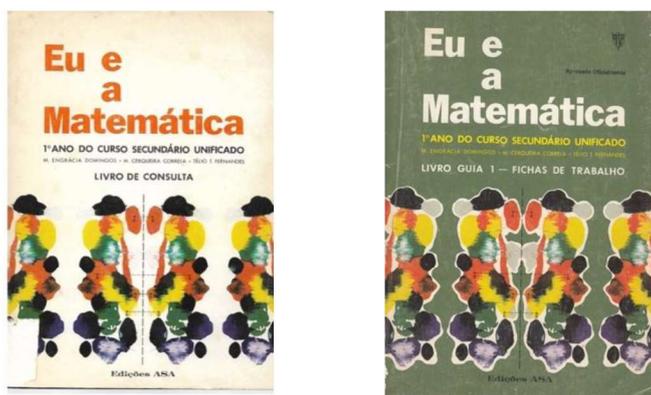
A leitura de recomendações dos autores dirigidas ao aluno e de uma nota prévia dirigida aos colegas docentes, incluídas nos livros, evidencia que era fundamental que o aluno seguisse as indicações para que estudasse um determinado Tema no *Livro de Consulta*, a fim de poder responder com consciência às perguntas que lhe são feitas nas Fichas de Trabalho. Assim, aprenderia por si mesmo ao mesmo tempo que, com o seu esforço, iria construindo o seu *Livro Guia*. Salienta-se que o aluno, se tivesse dúvidas, deveria resolvê-las, com a ajuda do seu professor, que lhe indicaria o melhor caminho a seguir. Do mesmo modo, com a ajuda do seu professor, deveria ter o cuidado de corrigir

sempre as Fichas de Trabalho. Assim, verificaria se escrevera alguma resposta incorreta ou incompleta. Estas Fichas de Trabalho permitiriam ao aluno ir aplicando e controlando os seus conhecimentos.

Os princípios pedagógicos presentes neste trabalho são os do ensino personalizado, que se baseia na adaptação do ensino às diferenças individuais. O ensino personalizado tem a vantagem de, atendendo às diferenças individuais permitir, contudo, que a educação se faça em classe, com nítida vantagem sobre o ensino individual clássico que não permite a socialização necessária. Como vantagens do sistema realçam-se as seguintes: o aluno tem um papel importante na aprendizagem, pois estuda por si e tenta resolver as suas próprias dificuldades com a ajuda discreta do professor; cada aluno pode avançar mais rápida ou mais lentamente, de acordo com o seu ritmo pessoal, impondo-se apenas que cumpra uma tarefa mínima quinzenal ou mensal; é possível um trabalho profícuo feito em casa, da maior importância para os alunos mais lentos ou que faltem às aulas; é possível o trabalho de grupo realizado em classe. Sugerem-se algumas aplicações práticas do método que, necessariamente, o professor teria que adaptar a cada situação concreta: 1 – O aluno segue as instruções do *Livro Guia*, estudando o Tema aconselhado no *Livro de Consulta*. Preenche depois a Ficha de Trabalho, a qual deve ser sempre corrigida individual ou coletivamente; 2 – O professor apresenta a lição, dialogando com os alunos. Logo em seguida, estes individualmente ou em pequenos grupos, estudam o Tema de Consulta e preenchem a Ficha de Trabalho. Recomenda-se que, no fim de uma série de Temas, a fixar pelo professor, sejam feitas sessões de pôr em comum, em que todos os alunos, à volta do professor, discutirão abertamente os Temas estudados e esclarecerão as suas dúvidas.

O *Livro de consulta* do 1.º ano do curso secundário unificado, publicado em 1976, tem na capa a indicação de aprovado oficialmente, e, como podemos ver no seu índice, está dividido em sete Capítulos (I-Questões de linguagem, II-Números relativos, III-Equações numéricas do 1.º grau em Q, IV-Relações binárias, V-Aplicações, VI-Transformações geométricas, VII-Igualdade de triângulos). Cada capítulo está dividido em Temas, sendo cada tema uma parte da matéria, correspondente a uma ou mais aulas. Este livro contém uma ‘Tabela de Símbolos’, na página anterior ao início do Capítulo 1. Segundo o modelo pedagógico dos autores, depois de estudar cada tema o aluno poderia comprovar se aprendera o seu conteúdo, preenchendo no *Livro Guia* a Ficha ou Fichas de Trabalho correspondentes a esse Tema. Portanto, além do *Livro de Consulta*, o aluno deveria utilizar o Livro Guia (Figura 2).

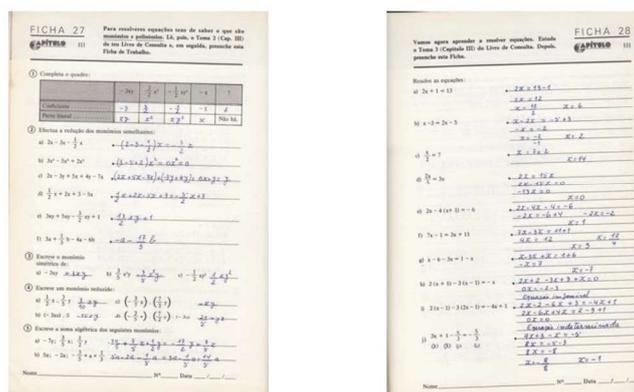
**Figura 2-** Capas para o 7.º ano unificado da coleção *Eu e a Matemática: Livro de Consulta 1 e Livro Guia 1 – Fichas de trabalho*



**Fonte:** Domingos, Correia e Fernandes (1976a, 1976b).

O *Livro Guia* é constituído por Fichas de Trabalho, as quais correspondem a toda a matéria apresentada no Livro de Consulta. No cimo de cada Ficha de Trabalho são dadas indicações sobre o que fazer antes de iniciar o preenchimento da mesma. No fim de cada Capítulo, há uma Ficha de revisão com problemas que diziam respeito aos assuntos já estudados e cuja proposta de resolução se encontrava no fim do livro (Figura 3). No início da Ficha de revisão o aluno é aconselhado a comparar as suas respostas com as que eram disponibilizadas e, se estivessem corretas, poderia passar ao estudo do capítulo seguinte, se acontecesse o contrário, deveria voltar a estudar os assuntos que ainda não soubesse bem.

**Figura 3-** Fichas 27 e 28, *Livro Guia – Fichas de trabalho (Livro do Professor)*, do *Eu e a Matemática*, 7.º ano de escolaridade



**Fonte:** Domingos, Correia e Fernandes (1980) (a azul está impressa a resposta adequada).

No *Livro Guia – Fichas de trabalho (Livro do Professor)* é apresentada a resolução de cada um dos exercícios constantes no *Livro Guia – Fichas de trabalho*, ou seja, as fichas estão preenchidas. A existência de livro do professor é um aspeto inovador desta obra, e traduz um apoio dado aos professores que outras obras, do mesmo período, para o mesmo nível de ensino, não possuem.

### 3- A COLEÇÃO DOS “MS”

Em 1980, foi publicada a 1.<sup>a</sup> edição do *M7* (Abrantes e Carvalho, 1980a), novo manual então lançado para o 7.<sup>o</sup> ano de escolaridade. Iniciando um projeto de trabalho que compreenderia o lançamento de mais dois livros: *M8* e *M9* (Abrantes e Carvalho; 1981a, 1982a), bem como de *Livros de exercícios* (Abrantes e Carvalho; 1980b, 1981b, 1982b) para cada um dos três anos do curso unificado. São livros impressos com duas cores, preto e vermelho, e não apresentam referências bibliográficas ou indicação de outras fontes relacionadas com assuntos matemáticos (Figura 4).

Os autores, na introdução do primeiro livro do projeto, esclarecem que, para quem se coloca na perspectiva da inovação pedagógica e da qualidade do ensino da Matemática nas escolas secundárias, este é o início de uma experiência ainda limitada, condicionada pelos programas, pelas condições de trabalho, entre outros. Referem ainda que se tentou adequar os livros à realidade das 4 horas semanais, com alunos de 12, 13 ou 14 anos e com uma determinada preparação prévia. E, sublinham que os livros de exercícios visavam auxiliar o aluno no estudo da Matemática.

**Figura 4-** Capas do *M7* e do correspondente *M7 — Exercícios de Matemática*



**Fonte:** Abrantes e Carvalho (1980a, 1980b).

Referindo que a publicação do livro *M7* teve a preocupação de não esquecer que se trata de um livro de estudo para os alunos do 7.<sup>o</sup> ano de escolaridade, a quem se dirige em primeiro lugar, os autores mencionam alguns aspetos que refletem essa preocupação, que incluem a linguagem que se procura utilizar, os exemplos escolhidos, a forma de abordagem inicial dos conceitos; e, a forma de participação ativa no estudo que se propõe ao aluno, tais como as "atividades", as notas, o enunciar dos objetivos mínimos da aprendizagem.

O livro está organizado de acordo com o programa, compreendendo 7 capítulos (I-Questões de linguagem, II-Números racionais relativos, III-Equações numéricas do 1.<sup>o</sup> grau em Q, IV-Relações binárias, V-Aplicações, VI-Transformações geométricas, VII-Igualdade de triângulos), e de forma a facilitar a participação ativa dos alunos no estudo

dos diversos temas. A margem esquerda de cada página é reservada para atividades que se propõe que o aluno realize. São perguntas ou exercícios que ajudam a compreender os assuntos expostos e que permitem uma aplicação imediata do estudo acabado de fazer.

Estas atividades estão numeradas dentro de cada capítulo e, por vezes, são acompanhadas de breves notas ou esclarecimentos sobre os assuntos. Cada atividade deve ser feita no momento em que, no texto principal, o símbolo ACT chama a atenção para ela, indicando o seu número (por exemplo, ACT 1). Devem considerar-se obrigatórias quando se estuda os assuntos pela primeira vez. No caso se tratar de recordar um conceito ou rever determinado assunto, a sua leitura pode dispensar-se ficando assim o texto principal bastante menos sobrecarregado. As atividades podem constituir por exemplo matéria para casa ou para trabalho individual ou em grupo nas aulas.

Em alguns casos, a margem é utilizada para notas esclarecimentos ou exemplos que completam o texto. Assim, na altura em que o texto principal indica NOTA, ATENÇÃO, RECORDA, etc., devem ser lidos os apontamentos que na margem, que têm o título correspondente (e que não estão numerados)

Para além das ‘atividades’, o livro apresenta ainda blocos de exercícios (no índice pode ver-se o momento em que aparecem) que começam sempre pelo enunciado dos objetivos daquilo que o aluno deve ser capaz de fazer como resultado da sua aprendizagem. São os objetivos mínimos que o programa, apresenta ou que, na interpretação dos autores, resultam do uso dos conhecimentos nele previstos. Com um asterisco estão indicados os exercícios de maior grau de dificuldade ou que se referem a assuntos de natureza facultativa.

No que respeita aos livros de exercícios do projeto *M*, estes instrumentos de trabalho são fundamentalmente constituídos por exercícios e problemas diversos sobre a matéria do respetivo ano. Para facilitar a sua utilização, está dividido em capítulos e estes em temas de acordo com o programa em vigor. Na coluna à esquerda dos enunciados dos exercícios figuram, resumidamente, os principais termos, definições, regras, propriedades, etc., que o aluno deve conhecer para poder resolver os exercícios, destinando-se a recordar e salientar as questões mais importantes. No fim de cada subcapítulo, é proposto um autoteste para ser resolvido pelo aluno, isto é, um teste de autoavaliação, através do qual o mesmo pode controlar os resultados da sua aprendizagem. Cada autoteste, que é composto por questões de escolha múltipla, tem a chave no capítulo final do livro, destinado às soluções. Pelo que, o aluno poderia compará-la com a sua própria resolução, tendo assim uma indicação sobre se teria

atingido os principais objetivos, e poderia passar ao estudo do capítulo seguinte ou se, pelo contrário, deveria voltar a estudar algum ou alguns assuntos. Com efeito, embora os objetivos apontados em cada autoteste não devessem pretender ser uma lista completa de tudo o que o aluno deveria ser capaz de fazer como resultado da sua aprendizagem, seriam uma ajuda na orientação do estudo, indicando o mínimo que ele deveria estar apto a fazer em relação à matéria do respetivo capítulo.

No fim de cada capítulo dos livros de exercícios aparece ainda um conjunto de problemas do tipo passatempos, sob o título «ESTA AGORA!!!». Estes são aplicações da Matemática a diversas situações e embora saindo do esquema do programa poderiam ser úteis para ajudar o aluno a encarar situações diferentes, raciocinar sobre elas, procurar soluções, discuti-las com os colegas e com o professor.

Da análise efetuada, às coleções de livros de Matemática para o ensino, publicados para o curso geral unificado, as *Eu e a Matemática* e *M* constituem-se como projetos inovadores, pois são organizados de forma a facilitar e promover a participação ativa dos alunos no estudo dos diversos temas que constituem programa. Na coleção *Compêndio de Matemática* a organização não promove de forma tão evidente a participação do aluno.

Para ilustrar a organização dos livros, optámos por analisar o capítulo III dos livros do 1.º ano do curso secundário unificado, que trata do estudo de equações numéricas do 1.º grau em  $Q$ , por terem abordagens diversas.

#### **4- EQUAÇÕES NUMÉRICAS DO 1.º GRAU EM $Q$ : UMA COMPARAÇÃO**

No *Compêndio de Matemática* para o 7.º ano (Costa e Anjos, 1976), o capítulo sobre a resolução de equações numéricas inicia-se pela introdução das noções de equação, de membro de uma equação, de incógnita e de solução de uma equação. A resolução de equações é introduzida recorrendo a operações inversas, mas isso é referido no texto, indicando-se as operações. A abordagem seguida assenta num conjunto de procedimentos que podem ser efetuados de modo a encontrar o valor da incógnita que dá sentido à igualdade. Não é mencionada a equivalência de equações. São apresentados o caso de impossibilidade e o caso de indeterminação.

Nesta obra, há uma ligação à linguagem dos conjuntos, pois é dado em compreensão o conjunto das soluções, em  $Q$ , de uma dada equação e pedido para escrever esse conjunto em extensão (Figura 5). Fazendo-se referência ao conjunto vazio, no caso de impossibilidade, e, ao conjunto  $Q$ , no caso de indeterminação.

**Figura 5-** A linguagem dos conjuntos no *Compêndio de Matemática para o 7.º ano*

1. 11 **Determinar em extensão**

$$\{ x \in \mathbb{Q} : 3x + (x - 2) \times 4 + 2 = x - 42 \}$$

**Fonte:** Costa e Anjos (1976, p. 88)

Finalmente, esquematiza-se uma regra prática para a resolução de equações do 1.º grau. Mas, alerta-se o aluno que a ordem não deve ser rigidamente seguida em todos os casos, devendo ser o aluno a escolher o caminho mais conveniente em cada um. Os problemas do 1.º grau são tratados num subcapítulo, cuja abordagem é orientada para proporcionar ao aluno a apropriação de um esquema na resolução de um problema. Assim, diz-se que na resolução de um problema podemos distinguir quatro fases: escolher a incógnita, pôr o problema em equação, resolver a equação, discutir a solução.

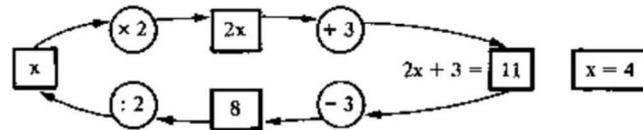
Nas obras *Eu e a Matemática* e “*Ms*”, o Capítulo III tem a mesma designação: equações numéricas do 1.º grau em  $\mathbb{Q}$ , mas os temas e subcapítulos em que estão divididos diferem no número, quatro e dois, respetivamente, e, nos nomes ‘Noções de equação, incógnita, e termos de uma equação’, ‘Noção de monómio e de polinómio. Monómios semelhantes’, ‘Resolução de equações’, ‘Processo prático de resolução de equações’, e, ‘Linguagem’, ‘Resolução’. No *Compêndio de Matemática*, o nome do capítulo III - Problemas e equações numéricas do 1.º grau em  $\mathbb{Q}$ , não é o mesmo; e, os tópicos são ‘Equações numéricas’, ‘Problemas do 1.º grau’.

A obra *Eu e a Matemática*, no *Livro de Consulta 1*, começa pela apresentação de novas palavras que os alunos vão incorporar no seu léxico matemático, introduzindo as noções de equação, incógnita e termos de uma equação. Em seguida, vai trabalhar pré-requisitos importantes no estudo de equações, nomeadamente, a noção de monómio e de polinómio, os monómios semelhantes e a respetiva adição.

Tal como no *Compêndio de Matemática*, a resolução de equações é introduzida recorrendo a operações inversas (figura 6), embora isso não seja referido, de seguida faz-se uma abordagem assente num conjunto de procedimentos que podem ser efetuados de modo a encontrar o valor da incógnita que dá sentido à igualdade. Não é mencionada a equivalência de equações. São apresentados o caso de impossibilidade e o caso de indeterminação. Finalmente, esquematiza-se uma regra prática para a resolução de equações do 1.º grau. A resolução de problemas é feita no *Livro Guia 1 – Fichas de trabalho*, na ficha de resolução de equações.

**Figura 6-** Resolução de equações no *Livro de Consulta 1, do Eu e a Matemática*, 7.º ano unificado

Ⓐ Vamos resolver a equação:  $2x + 3 = 11$ . Resolver a equação não é mais do que procurar concretizações para  $x$  que transformem a condição numa proposição verdadeira. Utilizando o esquema



escreveremos:  $2x + 3 = 11$

$$2x = 11 - 3$$

$$2x = 8$$

$$x = 8 : 2$$

$$x = 4$$

Fonte: Domingos, Correia e Fernandes (1976a, p. 59).

Na obra “*Ms*”, inicia-se pela ‘linguagem’ que trata da introdução das noções de equação, solução e equações equivalentes. Seguindo-se a ‘resolução’ que, recorrendo à analogia das balanças (figura 7), faz-se uma abordagem assente num conjunto de procedimentos que podem ser efetuados em ambos os membros da equação, de modo a encontrar o valor da incógnita que dá sentido à igualdade, indicando os princípios de equivalência. Apresenta apenas o caso de impossibilidade. A resolução de problemas é feita no *Livro de exercícios*, em parte própria, referindo-se na margem que a resolução de um problema consta usualmente de três fases, indicando-as.

**Figura 7-** Início da resolução de equações no M7

**RESOLUÇÃO**

- Retomemos ainda a equação inicial  $x + 2 = 8$ .  
Vamos dar-lhe este outro aspecto:

$$x + 2 = 6 + 2 \quad (\text{já que } 6 + 2 = 8)$$

Se comparares esta situação com uma balança em equilíbrio

Fonte: Abrantes e Carvalho (1980a, p. 58).

Observando o modo como as três obras introduzem o tema, sobressai que a obra *M7* é a única que refere equivalência de equações e, que a escrita de conjuntos em compreensão envolvendo equações apenas é utilizada no *Compêndio de Matemática*.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de contribuir para a compreensão dos modos como a aplicação das ideias da matemática moderna se desenvolveu nas escolas portuguesas analisámos três coleções de livros de texto publicados para o ensino da Matemática, do curso geral do ensino secundário unificado. Estudámos as inovações introduzidas nos livros de texto partindo da forma como os autores apresentam o seu trabalho, sendo possível observar que, de um modo geral, as obras cumprem os programas. Havendo duas obras que se constituem como projetos inovadores, pois são organizados de forma a facilitar e promover a participação ativa dos alunos no estudo dos diversos temas que constituem programa. Observando o modo como as três obras introduzem o tema ‘Equações numéricas do 1.º grau em  $Q$ ’, verificamos que em duas das obras a resolução de equações é introduzida recorrendo a operações inversas e a outra recorre a ‘balanças’. E, sobressai que apenas uma obra refere a equivalência de equações e, que a escrita de conjuntos em compreensão envolvendo equações apenas é utilizada numa outra.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado por fundos portugueses através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I. P., no contexto do projeto PTDC/CED-EDG/32422/2017.

## REFERÊNCIAS

- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1980a). *M7. 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto.
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1980b). *M7 – Exercícios de Matemática. 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto.
- Almeida, M. (2007). *A sombra da Matemática... Um contributo para a compreensão desta disciplina no 3.º ciclo liceal (1947-1974)*. (Tese de Mestrado). Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias. Lisboa.
- Almeida, M. C., & Candeias, R. (2014). Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. In Almeida, A. N. J. & Matos, J. M. (Ed.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)* (pp.39-68). Caparica: UIED e APM.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.º 2, 177-229.
- Costa, A. A., & Anjos, A. Ó. (1976) *Compêndio de Matemática. .7º ano de escolaridade*. Porto: Porto Ed.
- Costa, A. A., & Anjos, A. Ó. (1977). *Compêndio de Matemática. 8.º ano de escolaridade*. Porto: Porto Ed.

- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1976a) *Eu e a Matemática. 1.º ano do curso Secundário Unificado. Livro de consulta 1*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1976b). *Eu e a Matemática. 1.º ano do curso Secundário Unificado. Livro Guia 1 – Fichas de trabalho*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1980). *Eu e a Matemática. 1.º ano do curso Secundário Unificado. Livro Guia 1 – Fichas de trabalho (Livro do Professor)*. Porto: Edições ASA.
- Júlia, D. (2001). *A cultura escolar como objeto histórico*. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, n.º 1, 9-43, jan./jun
- Sousa, C. S. L. D. (2013). *O ensino de Matemática no CPES, análise de manuais*. (Tese de Mestrado). Universidade Nova de Lisboa. Lisboa.

## FONTES

- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1981a). *M8. 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1981b). *M8 – Exercícios de Matemática. 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1982a). *M9. 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto.
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1982b). *M9 – Exercícios de Matemática. 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: Texto.
- Costa, A. A.; Anjos, A. Ó., & Lopes, A. A. (1978). *Compêndio de Matemática. 9.º ano de escolaridade*. Porto: Porto Ed.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1977) *Eu e a Matemática. 8.º ano de escolaridade. Livro de consulta 2*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1977). *Eu e a Matemática. 8.º ano de escolaridade. Livro Guia 2 – Fichas de trabalho*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1978). *Eu e a Matemática. 8.º ano de escolaridade. Livro Guia 2 – Fichas de trabalho (Livro do Professor)*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1978) *Eu e a Matemática. 9.º ano de escolaridade. Livro de consulta 3*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1978). *Eu e a Matemática. 9.º ano de escolaridade. Livro Guia 3 – Fichas de trabalho*. Porto: Edições ASA.
- Domingos, M. E; Correia M. C., & Fernandes, T. T. (1978). *Eu e a Matemática. 9.º ano de escolaridade. Livro Guia 3 – Fichas de trabalho (Livro do Professor)*. Porto: Edições ASA.