



André Moreira Viegas
Licenciado em Engenharia Civil

MODELAÇÃO DE LIGAÇÕES ADESIVAS NO REFORÇO DE ESTRUTURAS

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil - Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Doutor Hugo Emanuel Charrinho da Costa
Biscaia, FCT/UNL

Co-orientador: Prof. Doutor Carlos Manuel Chastre Rodrigues, FCT/UNL

Juri:

Presidente:	Prof. Doutora Ildi Cismasiu
Arguente:	Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida
Vogal:	Prof. Doutor Hugo Emanuel Charrinho da Costa Biscaia

Copyright André Moreira Viegas, FCT/UNL e UNL.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

É com enorme satisfação que termino esta dolorosa caminhada. Muitas foram as pessoas que me ajudaram neste caminho e a elas eu expressei os meus mais sinceros agradecimentos pela forma que contribuíram à realização do mesmo.

Ao Professor Hugo Biscaia, meu orientador da dissertação, agradeço pelo apoio e disponibilidade prestada em meu auxílio, os inúmeros serões no gabinete em busca da resolução dos mais diversos problemas encontrados. A ele agradeço os conhecimentos expressos e experiências que me ajudaram imenso nessas alturas, assim como pela bibliografia disponibilizada.

Ao Professor Carlos Chastre, meu coorientador, agradeço a sua disponibilidade, os conhecimentos transmitidos pela sua experiência, à vasta literatura facultada para o desenvolvimento do trabalho e conselhos prestados.

À Professora Susana Baptista agradeço os seus conhecimentos matemáticos em análises não lineares e principalmente pela sua disponibilidade.

Agradeço à minha família pela motivação e força transmitida, sem dúvida foi fundamental, mas quero pedir desculpa pelas demoradas estadias fora de casa, impedindo-me de alguma forma em ajudar a minha irmã Nicole nos seus trabalhos de casa.

Agradeço aos meus amigos pela força, companheirismo e amizade prestada. A eles peço que me desculpem pelas minhas ausências em alguns momentos.

Agradeço aos meus colegas de curso pelos conhecimentos adquiridos na realização nos demais trabalhos de grupo ao longo de todo o curso, e principalmente, pelo convívio.

Dedico este trabalho à memória do meu avô materno Daniel Moreira.

Resumo

O presente trabalho foca o comportamento da ligação entre dois materiais estruturais. As ligações reforço/substrato têm vindo a ser muito utilizadas nos últimos anos em sistemas de reforço, por exemplo, FRP/betão, FRP/aço, FRP/madeira, entre outras.

A motivação para a realização deste estudo surgiu com a necessidade de melhorar o aproveitamento das potencialidades da ligação no reforço estrutural, utilizando diversos materiais e várias técnicas. Visto que a aderência e, mais propriamente, o descolamento prematuro do reforço ser o modo de rutura mais vulgar no reforço.

No presente trabalho é proposto um novo modelo discreto para analisar a interface reforço/substrato. O comportamento da interface é discretizado através de molas axiais e de corte. O modelo proposto demonstra ser capaz de simular eficientemente o desempenho da ligação para as técnicas EBR e NSM.

O problema sério da ligação é a rutura por descolamento prematuro. De modo a colmatar este fenómeno foram modelados e estudados dois sistemas de ancoragem. O sistema de ancoragem mecânico em que são restringidos os deslocamentos do FRP, revelou notórias melhorias no desempenho da ligação FRP/substrato. O outro sistema de ancoragem adesivo sugerido consiste em fazer aumentar a largura do compósito de FRP, de forma linear ao longo do comprimento colado. Este último sistema de amarração revelou, quando comparado com a solução tradicional EBR com largura constante, aumentos significativos na força máxima transmitida ao FRP.

Para a realização deste estudo desenvolveu-se um programa de cálculo numérico, capaz de simular o desempenho da ligação quando sujeita a forças de corte. Este programa de cálculo numérico foi desenvolvido no programa *MATLAB*.

Abstract

This work focuses on the behavior of the bond between two structural materials. The strengthening/substrate bonds have been widely used in recent years in strengthening systems between FRP/concrete, FRP/steel, FRP/wood, among others.

The motivation for this study came up with the need to improve the utilization of the potential of connecting the structural reinforcement, using different materials and various techniques. Since adherence and, more specifically, premature detachment of the reinforcement is most common way of enhancing the fracture.

In this work we propose a new discrete model to analyze the interface reinforcement / substrate. The behavior of the interface is discretized by axial and cutting springs. The proposed model proves to be able to efficiently simulate the performance of the link to the EBR and NSM techniques.

The serious problem is the link failure by premature separation. In order to overcome this phenomenon two systems of anchoring were modeled and studied. The mechanical anchoring system that are restricted in the movements of FRP revealed remarkable improvements in the performance of the FRP connection / substrate. The other suggested adhesive anchoring system is to raise the width of the FRP composite linearly along the bonded length. The latter revealed mooring system compared with the traditional solution EBR constant width, significant increases in maximum force transmitted to the FRP.

For this study a program of numerical calculation, capable of simulating link performance when subjected to shear forces developed. This numerical calculation program was developed in *MATLAB*.

Palavras chave

Modelação numérica

MATLAB

External Bonded Reinforcement (EBR)

Near Surface Mounted (NSM)

Sistema de ancoragem

Aderência

Interface reforço/substrato

Leis de *bond-slip*

Energia de fratura

Temperaturas elevadas

Keywords

Numerical modeling

MATLAB

External Bonded Reinforcement (EBR)

Near Surface Mounted (NSM)

Anchorage system

Adherence

Interface reinforcement/substrate

Laws *bond-slip*

Fracture energy

Elevated temperature

Índice de texto

AGRADECIMENTOS	V
RESUMO.....	VII
ABSTRACT	IX
PALAVRAS CHAVE	XI
KEYWORDS	XIII
ÍNDICE DE FIGURAS	XIX
ÍNDICE DE TABELAS	XXIII
SIMBOLOGIA	XXV
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2 OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO	2
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 ADERÊNCIA DA LIGAÇÃO REFORÇO/SUBSTRATO.....	5
2.1.1 <i>Ensaio pull-off</i>	6
2.1.2 <i>Ensaio de arrancamento</i>	6
2.1.3 <i>Ensaio de corte simples e corte duplo</i>	7
2.2 PARÂMETROS DA INTERFACE REFORÇO/SUBSTRATO	8
2.2.1 <i>Resistência do betão e preparação da superfície do substrato</i>	9
2.2.2 <i>Superfície do material de reforço</i>	10
2.2.3 <i>Rigidez e dimensão do material de reforço</i>	11
2.2.4 <i>Resina epoxídica</i>	12
2.2.5 <i>Tipo de ação</i>	12
2.2.6 <i>Durabilidade</i>	12
2.2.7 <i>Temperatura</i>	13
2.2.8 <i>Forma da lei bond-slip</i>	14
2.2.9 <i>Energia de fratura</i>	16
2.3 FORÇA MÁXIMA TRANSMITIDA AO COMPÓSITO E COMPRIMENTO EFETIVO DE LIGAÇÃO	17
2.4 MODELAÇÃO DA LIGAÇÃO REFORÇO/SUBSTRATO	19
2.5 DESCOLAMENTO PREMATURO	24
3. MODELAÇÃO NUMÉRICA	27

3.1	INTRODUÇÃO	27
3.2	LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS	27
3.2.1	<i>Compósito de FRP</i>	27
3.2.2	<i>Comportamento da interface</i>	28
3.3	MODELO DISCRETO PROPOSTO PARA 2 GDL.....	29
3.3.1	<i>Considerações analíticas</i>	29
3.3.2	<i>Análise incremental de força ou deslocamento</i>	34
3.3.3	<i>Modelação das técnicas de reforço EBR e NSM sem ancoragem</i>	38
3.3.4	<i>Modelação das técnicas de reforço EBR com ancoragem</i>	42
3.3.5	<i>Modelação da ligação reforço/substrato entre fendas consecutivas</i>	48
3.3.6	<i>Modelação da ligação reforço/substrato sujeita a variações de temperatura uniformes</i>	50
3.4	PROGRAMA DE CÁLCULO	54
4.	VALIDAÇÃO DO MODELO DA LIGAÇÃO REFORÇO/SUBSTRATO	61
4.1	INTRODUÇÃO	61
4.2	VALIDAÇÃO DO MODELO ASSUMINDO LEIS <i>BOND-SLIP</i> LINEARES.....	61
4.2.1	<i>Lei bond-slip rígido-plástica</i>	65
4.2.2	<i>Lei bond-slip linear ascendente com rutura frágil</i>	69
4.2.3	<i>Lei bond-slip linear descendente (rigid-linear softening)</i>	72
4.3	VALIDAÇÃO DO MODELO ASSUMINDO LEIS <i>BOND-SLIP</i> NÃO LINEARES.....	76
4.3.1	<i>Técnicas de reforço (EBR e NSM)</i>	76
4.3.2	<i>Comparação com diversos autores</i>	84
4.3.3	<i>Comprimento colado superior ao comprimento efetivo</i>	87
4.3.4	<i>Comprimento colado inferior ao comprimento efetivo</i>	90
4.3.5	<i>Influência da energia de fratura</i>	92
4.3.6	<i>Influência da rigidez do compósito de FRP</i>	93
4.3.7	<i>Desempenho na ligação reforço/substrato entre duas fendas consecutivas</i>	94
4.3.8	<i>Influência das variações de temperatura uniformes na ligação reforço/substrato</i>	99
5.	LIGAÇÃO REFORÇO/SUBSTRATO COM DIFERENTES SISTEMAS DE ANCORAGEM	107
5.1	INTRODUÇÃO	107
5.2	SISTEMA DE AMARRAÇÃO COM RECURSO A DISPOSITIVO MECÂNICO	107
5.2.1	<i>Desempenho da ligação FRP-substrato</i>	108
5.2.2	<i>Comparação com os ensaios experimentais de Ferracuti [8]</i>	112
5.3	SISTEMA DE ANCORAGEM COM LARGURA VARIÁVEL DO COMPÓSITO DE FRP	116
5.3.1	<i>Desempenho da ligação considerando uma discretização por troços constantes</i>	117
5.3.2	<i>Desempenho da ligação considerando a variação linear da amarração</i>	118
6.	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	127

6.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	127
6.2	CONCLUSÕES	127
6.3	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	130

Índice de Figuras

Figura 2-1-Zonas de possível descolamento da interface [9]	5
Figura 2-2 Ensaio de pull-off [12].....	6
Figura 2-3-Ensaio de arrancamento	7
Figura 2-4- Ensaio de flexão de Ueda e Dai [9].....	7
Figura 2-5- Ensaio de corte simples	7
Figura 2-6-Ensaio de corte duplo [13].....	8
Figura 2-7-Ensaio de corte simples com apoio [8].....	8
Figura 2-8-Tensão de aderência (MPa) vs. Resistência à compressão do betão (MPa)[22]	9
Figura 2-9- Provete com tratamento de jato de areia seca [12]	9
Figura 2-10- Superfícies dos diferentes materiais de reforço (R1-R7) [19].....	10
Figura 2-11- Tensão máxima de aderência vs. vários varões de reforço utilizado [19].....	11
Figura 2-12- Força máxima transmitida ao FRP vs. Rigidez FRP [25]	11
Figura 2-13- Várias leis de bond-slip [3]	14
Figura 2-14- Várias leis bond-slip não lineares [3].....	16
Figura 2-15- Lei bond-slip no estudo de Cornetti et al. [26]	16
Figura 2-16-Influência da energia de fratura na força máxima assumindo a fórmula de Popovics [3].....	17
Figura 2-17- Provete de ensaio detalhado [10].....	19
Figura 2-18- Parte do provete (simétrico) com malha de EF a) malha completa b) detalhes do modelo [10]	20
Figura 2-19- Ensaio de arrancamento a) esquema b) ligação modelada [11].....	21
Figura 2-20- Resultados apurados no modelo [11] a) Força vs. Deslizamento b) Desenvolvimento de fissuras no betão	21
Figura 2-21- Modelo discreto proposto [46]	23
Figura 2-22- Lei bom-slip trilinear assumida para o comportamento da interface [46].....	23
Figura 2-23. Distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado [46].	23
Figura 2-24- Modelo discreto desenvolvido por [48], forças e momentos fletores no elemento infinitesimal dx e os respetivos deslocamento.	24
Figura 2-25- Lei bond-slip adotada para o comportamento da interface [48].....	24
Figura 2-26-Técnica EBRIG [17].....	25
Figura 2-27- Ensaio de corte simples à ligação chapa metálica-betão com bucha metálica [13].....	25
Figura 3-1- Lei constitutiva de fibras de: a) carbono (elevado módulo de elasticidade); b) carbono (elevada tensão de rutura); c) aramida (Kevlar 49); d) S-vidro; e) E-vidro; f) vulcânica [7]	28
Figura 3-2- Modelo discreto proposto.....	29
Figura 3-3- Técnicas de reforço usadas com compósitos de FRP [25, 49]	30
Figura 3-4- Elemento finito para 2 graus de liberdade.....	30

Figura 3-5- Equilíbrio de forças no comprimento dx	30
Figura 3-6- a) Método Newton-Raphson "modified" b) Método Newton-Raphson "full method" [50].....	35
Figura 3-7- Modo 0 do modelo discreto	36
Figura 3-8- Disposição final dos nós do 1º elemento finito	37
Figura 3-9- Curva força aplica vs. deslocamento máximo.....	37
Figura 3-10- Modelo discreto para a técnica EBR.....	38
Figura 3-11-1º e 2º modo para a técnica EBR. a) $ds_1=s_1$ e $ds_2=0$ b) $ds_1=0$ e $ds_2=s_2$	38
Figura 3-12- Modelo discreto da técnica NSM.....	41
Figura 3-13- 1º e 2º modo para a técnica NSM a) $ds_1=s_1$ e $ds_2=0$ b) $ds_1=0$ e $ds_2=s_2$	41
Figura 3-14- Modelo discreto para o sistema de ancoragem com apoio na extremidade	42
Figura 3-15- Equilíbrio do modelo discreto proposto.....	43
Figura 3-16- Último elemento finito	43
Figura 3-17- Esquema do sistema de ancoragem.....	44
Figura 3-18-Modelo discreto pela modelação por troços constantes	46
Figura 3-19- Elemento finito da modelação por troços constantes.....	46
Figura 3-20- Modelo discreto para a modelação por troços lineares	47
Figura 3-21- a) Exemplo de distribuição de força; b) Diagrama de momentos fletores da estrutura; c) Ensaio corte simples das zonas a analisar	49
Figura 3-22- Modelo discreto proposto entre fendas consecutivas.....	49
Figura 3-23- Modo 0 do modelo proposto sujeito a temperaturas $> 0^\circ\text{C}$	53
Figura 3-24- Fluxograma do programa computacional desenvolvido no presente trabalho	55
Figura 4-1- Leis bond-slip lineares	61
Figura 4-2-Relação entre o modelo proposto e a solução analítica para as três leis lineares em estudo.....	63
Figura 4-3- Lei bond-slip rígido-plástica	65
Figura 4-4- Desempenho da Técnica EBR assumindo a lei bond slip rígido-plástica	66
Figura 4-5- Desempenho da Técnica NSM varões assumindo a lei bond slip rígido-plástica.....	67
Figura 4-6- Desempenho da Técnica NSM barra assumindo a lei bond slip rígido-plástica.....	68
Figura 4-7- Lei bond-slip linear ascendente com rutura frágil.....	69
Figura 4-8- Desempenho da Técnica EBR assumindo a lei bond slip linear ascendente c/ rutura frágil.....	70
Figura 4-9- Desempenho da Técnica NSM c/ varões assumindo a lei bond slip linear ascendente c/ rutura frágil.....	71
Figura 4-10- Desempenho da Técnica NSM c/ barra assumindo a lei bond slip linear ascendente c/ rutura frágil.....	72
Figura 4-11- Lei bond-slip linear descendente (rigid- linear softening)	72
Figura 4-12- Desempenho da Técnica EBR e assumindo a lei bond slip linear descendente.....	73
Figura 4-13- Desempenho da Técnica NSM c/ varões e assumindo a lei bond slip linear descendente.....	74
Figura 4-14- Desempenho da Técnica NSM c/ barra e assumindo a lei bond slip linear descendente.....	75

Figura 4-15- Cusvas de bond-slip não lineares	77
Figura 4-16- Desempenho da Técnica EBR e assumindo leis bond slip não linear	78
Figura 4-17- Desempenho da Técnica NSM c/ varão e assumindo leis bond slip não linear	80
Figura 4-18-Desempenho da Técnica NSM c/ barra e assumindo leis bond slip não linear	82
Figura 4-19-Comparação do modelo discreto proposto com ensaios experimentais (Taljsten [44]) [8] e resultados numéricos para um comprimento colado de 200mm	85
Figura 4-20-Comparação do modelo discreto proposto com ensaios experimentais [8] e resultados numéricos para um comprimento colado de 400mm	85
Figura 4-21- Curva Força máxima vs. comprimento colado: experimentais (100, 200 e 400mm) [8]; curva ajustável [8]; modelo discreto proposto no presente trabalho	86
Figura 4-22-Resíduo obtido no processo numérico para o comprimento colado de 200 e 400mm	86
Figura 4-23-Comparação com os resultados experimentais.....	87
Figura 4-24- Processo de descolamento completo dividido em 6 fases $L_b \geq L_{eff}$	89
Figura 4-25- Processo de descolamento completo dividido em 5 fases $L_b < L_{eff}$	91
Figura 4-26- Comportamento da ligação Força aplicada vs. Deslizamento para comprimento colado <comprimento efetivo comparando com o modelo de Biscaia et.al. [16].....	92
Figura 4-27- Influência da energia de fratura para as leis de bond-slip de Popovics com $n=3.00$ e Ueda e Dai [3]	93
Figura 4-28- Influência da rigidez do FRP para as leis de bond-slip de Popovics com $n=3.00$ e Ueda e Dai [3]	94
Figura 4-29- Leis bond-slip implementadas em cada trabalho.....	95
Figura 4-30- Processo de descolamento para $L_b=100\text{mm}$ e $\beta=0,8$	95
Figura 4-31- Comparação entre os 2 autores o comportamento da ligação para $L_b=25\text{mm}$ e $L_b=10\text{mm}$ para $\beta=0,8$	97
Figura 4-32- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng et al. [52] do comportamento da ligação para $L_b=25\text{mm}$ e $L_b=10\text{mm}$ para $\beta=1,0$	98
Figura 4-33- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng et al. [52] da relação entre a força máxima e o comprimento colado para diferentes β	98
Figura 4-34- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng et al. [52] da relação entre a força máxima e o β para diferentes comprimentos de ligação	99
Figura 4-35- Influência da temperatura no deslizamento máximo (s_{max}) e no parâmetro B.....	100
Figura 4-36- Influência da temperatura na tensão de aderência máxima (τ_{max}) e no módulo de elasticidade do FRP.....	100
Figura 4-37- Influência da temperatura na forma das leis bond-slip e na energia de fratura (G_f).....	101
Figura 4-38- Interface FRP/Betão sujeita a diferentes temperaturas e a uma força na extremidade.....	102
Figura 4-39- Comparação das distribuições das tensões de aderência só com temperatura: do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]	102

Figura 4-40-Comparação das distribuições das tensões de aderência $c/$ temperatura e $50\%P_{max}$: do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]	102
Figura 4-41-Comparação das distribuições das tensões de aderência $c/$ temperatura e $97\%P_{max}$: do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]	103
Figura 4-42-Resposta da ligação quando sujeita a temperaturas positivas e sem a consideração das deformações no betão (dados de Biscaia et al. [12]).....	104
Figura 4-43- Resposta da ligação quando sujeita a diferentes temperaturas e com a consideração das deformações no betão: a) sujeita a temperaturas negativas; e b) sujeita a temperaturas positivas (dados de Biscaia et al. [12])	104
Figura 5-1- Modelo discreto para a técnica EBR com sistema de ancoragem mecânica.....	107
Figura 5-2- Distribuição das tensões de aderência e tensões normais no compósito de FRP ao longo do comprimento colado para as diferentes fases do processo de descolamento da interface.....	108
Figura 5-3- Resíduo no modelo discreto proposto com a conjugação da técnica EBR com o sistema de ancoragem mecânica para comprimento colado de 50 e 250mm.....	111
Figura 5-4- Comparação entre os 2 modelos para comprimento colado de 50 e 250mm	112
Figura 5-5-Ensaio de corte simples com sistema de ancoragem [8]	112
Figura 5-6- Força aplicada vs. deslizamento dos Ensaio experimentais e modelo numérico de Ferracuti [8] e modelo discreto proposto	113
Figura 5-7- Distribuição das tensões de aderência e tensões normais no compósito de FRP ao longo do comprimento colado para as diferentes fases do processo de descolamento da interface FRP-betão.....	114
Figura 5-8- lei local de bond-slip linear ascendente	116
Figura 5-9- Força máxima vs. comprimento colado para α de 0° , 30° , 45° e 60°	117
Figura 5-10-Lei de Popovics' assumida para traduzir o comportamento da interface.....	119
Figura 5-11- Desempenho da conjugação para diferentes comprimentos colados, Força máxima vs. Deslizamento máximo.....	119
Figura 5-12- Distribuição dos deslizamentos ao longo do comprimento colado	120
Figura 5-13- Distribuição das extensões mobilizadas no compósito de FRP ao longo do comprimento colado.....	121
Figura 5-14- Distribuição das tensões de aderência mobilizadas na interface FRP-substrato ao longo do comprimento colado.....	122
Figura 5-15- Distribuição da Força máxima vs. Comprimento colado para os ângulos de $0,15^\circ$, 30° , 45° e 60°	124

Índice de tabelas

Tabela 2-1- Resultados experimentais para uma série de vigas reforçadas sem tratamento da superfície (WSP) e com tratamento (EBR) [23]	10
Tabela 2-2- Algumas das expressões para determinar a força máxima, encontradas na literatura [12].....	18
Tabela 2-3- Algumas das expressões para determinar o comprimento de transferência, encontradas na literatura [12].....	18
Tabela 3-1- Equações diferenciais das técnicas em análise	32
Tabela 4-1- Expressões analíticas para determinar a força máxima e o comprimento efetivo	62
Tabela 4-2- Precisão do modelo discreto assumindo várias discretizações e curvas bond-slip lineares.....	64
Tabela 4-3-Desempenho do modelo proposto assumindo leis de bond-slip não lineares	83
Tabela 5-1 Relação entre a força máxima obtida para largura constante ($\alpha=0^\circ$) e as forças máximas obtidas para os vários ângulos	120

Simbologia

Notações escalares

- B – Constante obtida com base em ensaios experimentais de aderência
- b_p – Largura do material de reforço
- d – Altura útil da secção
- E_p – Módulo de elasticidade do material de reforço
- G_f – Energia de fratura
- kp – Rigidez axial do material de reforço
- ka – Rigidez de corte da interface
- L_{eff} – Comprimento efetivo (ou de transferência)
- N_p – Força axial do material de reforço
- N_a – Força de corte da interface
- n – Número de elementos finitos
- n_p – Constante de Popovics
- P – Força exterior aplicada à ligação
- P_1 – Força exterior aplicada à ligação na extremidade esquerda
- P_2 – Força exterior aplicada à ligação na extremidade direita
- R – Resíduo
- R_{apoio} – Reação no apoio
- s_{max} – Deslizamento relativo para tensão de aderência máxima
- s_{ult} – Deslizamento último
- t_p – Espessura do material de reforço
- u – Deslocamento relativo na interface material de reforço/substrato na direção longitudinal

Notações escalares gregas

- α – Ângulo entre a linha imaginária que representa a largura constante do compósito de FRP e a variação da largura
- β – Relação entre a força aplicada da extremidade esquerda e a da extremidade direita
- ε_p – Extensão longitudinal no material de reforço

ΔF – Incremento de força

Δs – Incremento de deslocamento

$\delta_{\max}$ – Deslocamento máximo

σ_p – Tensão longitudinal no material de reforço

τ_a – Tensão de aderência na interface

$\tau_{\max}$ – Tensão de aderência máxima da interface

Acrónimos e outras abreviaturas

AFRP – *Aramid Fiber Reinforced Polymer*

CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Polymer*

DCM – *Discrete Crack Model*

EF – Elementos Finitos

EBR – *Externally Bonded Reinforcement*

EBRIG – *Externally bonded reinforcement in grooves*

EBROG – *Externally bonded reinforcement on grooves*

FCT – Faculdade de Ciências e Tecnologia

FRP – *Fiber Reinforced Polymer*

GDL – Grau de liberdade

GFRP – *Glass Fiber Reinforced Polymer*

MDF – Método das Diferenças Finitas

NSMR – *Near Surface Mounted Reinforcement*

1. Introdução

1.1 Considerações gerais

Em geral, os edifícios e estruturas, estão em muitos casos fragilizados e necessitam de uma intervenção de reparação ou de reforço estrutural. As causas desta fragilização podem ser, por exemplo, devido à má conceção e deficiente execução, danos devido a ocorrência externa (acidentes, sismos, explosões, incêndios), entre outros [1].

Uma intervenção de reforço em estruturas tem como finalidade aumentar a ductilidade e a capacidade resistente, pois é necessário devido por exemplo, à alteração da utilização do edifício à qual corresponde a uma sobrecarga superior à prevista inicialmente no projeto, ou até por deterioração do betão e corrosão das armaduras.

As técnicas de reforço em estruturas de betão armado recorrem, geralmente, à adição de outros materiais. A escolha da técnica a adotar depende da finalidade que se quer atingir na intervenção de reforço. As técnicas de reforço podem ser por: adição de elementos estruturais (paredes resistentes, pilares, contraventamentos metálicos), aplicação de perfis metálicos, encamisamento metálico ou mesmo em betão armado, colagem de chapas de aço (com ou sem buchas metálicas) ou mais recentemente por materiais compósitos de FRP e reforço estrutural através de pré-esforço [2].

De entre as inúmeras técnicas de reforço de estruturas, enfatiza-se a colagem com chapas de aço e colagem com materiais compósitos de matriz polimérica, designada na literatura internacional por *Epoxy Bonded Reinforcement*. Sendo que, a utilização destes materiais compósitos surgiu no sentido de eliminar a lacuna resultante da corrosão do aço, verificando-se então uma evolução notória nesse campo.

Os materiais compósitos de matriz polimérica têm vindo a conquistar espaço nos mais diversos ramos da Engenharia Mecânica e Civil, resultando num grande contributo para a engenharia estrutural, até mesmo noutras áreas como em medicina nomeadamente na conceção de próteses.

Hoje em dia, estes materiais desempenham um papel importante nas intervenções de reforço. Os compósitos de FRP apresentam propriedades muito vantajosas no reforço de estruturas, como a elevada resistência à tração, corrosão e fadiga, a rigidez e o seu reduzido peso próprio, a facilidade de transportar e colocação em obra [1].

Atualmente o recurso a colagem de compósitos de FRP tem sido muito recorrente nas intervenções de reforço em diversas estruturas, de betão armado, de madeira, metálicas bem como paredes antigas em taipa/adobe.

A necessidade de se realizar investigação, nesta área, surge no intuito de dar respostas às questões a que se colocam os projetistas. Um engenheiro de reforço necessita de ter conhecimento da estimativa da força máxima, bem como, o comprimento efetivo da ligação para poder dimensionar o reforço estrutural. Um grande número de publicações e investigações tem-se produzido de forma a analisar e dar respostas adequadas a esta problemática [3-7].

As investigações têm recorrido tanto a análises experimentais, como a análises numéricas modelando o sistema de reforço de elementos estruturais para os diferentes modos de fratura entre os dois materiais.

Este trabalho pretende contribuir para um melhor conhecimento da aderência da interface, entre o material de reforço e a superfície a reforçar, a fim de colmatar a falha prematura por descolamento do reforço e ter um melhor aproveitamento do material de reforço. Para tal, recorreu-se ao programa *MATLAB* para desenvolver um programa de cálculo automático que simule o desempenho de uma ligação reforço/substrato quando sujeita a tensões de corte.

1.2 Objetivos da dissertação

A motivação para a realização do presente estudo surgiu da necessidade de investigar o comportamento da ligação reforço/substrato em estruturas reforçadas. Alguns problemas de aderência são identificados em tais ligações. Neste estudo pretende-se averiguar alguns parâmetros que influenciam o seu desempenho. Em seguida serão expostos os objetivos traçados para a presente investigação:

- Pesquisa bibliográfica sintetizando os principais temas e investigações elaboradas por diversos autores, a fim de adquirir um vasto conhecimento da temática;
- Desenvolver um modelo discreto capaz de simular o comportamento, próximo da realidade, com a implementação de análise não linear, em ensaios de corte simples;
- Modelar diferentes técnicas de reforço encontradas na bibliografia, como a técnica EBR, NSM com secção circular e também com secção retangular;
- Validar o modelo discreto proposto através da comparação com ensaios experimentais, ou até mesmo com modelos similares;
- Modelo discreto capaz de traduzir o comportamento da ligação em vários locais do elemento estrutural, por exemplo uma viga;
- Desenvolver o modelo discreto que seja capaz de simular o comportamento quando a ligação é sujeita a ciclos de envelhecimento acelerado, ou simular o desempenho da interface FRP/betão sujeita a temperaturas elevadas, assim como sujeitas ao ensaio de corte simples, representando o Modo de Fratura II;
- Desenvolver o modelo discreto com o objetivo de simular ciclos de carga e descarga;
- Tendo em conta a rutura comum do descolamento prematuro na técnica EBR, então implementar no modelo discreto proposto sistemas de ancoragem conjugados com a técnica EBR, a fim de tentar traduzir o comportamento da ligação;
- Modelar o substrato a que o reforço vai ser colado desenvolvendo o modelo discreto com n graus de liberdade, para as 3 técnicas desenvolvidas no modelo anterior ($c/2$ graus de liberdade).

A fim de cumprir os objetivos anteriormente traçados, exceto o primeiro, será desenvolvido um programa de cálculo automático realizado no programa *MATLAB*.

1.3 Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 Capítulos, incluindo a introdução e as conclusões, que serão em seguida descritos.

No Capítulo 2 é apresentada uma visão geral do estado da arte sobre os estudos a desenvolver na dissertação. Alguns parâmetros que influenciam a resposta da ligação reforço/substrato serão destacados. Análises experimentais e computacionais foram realizadas para estudar a influência de tais fatores. Diferentes ensaios de corte são apresentados, e no ramo da análise numérica são mostrados modelos baseados em elementos finitos, diferenças finitas, assim como, os simples modelos discretos aptos em investigar a aderência da ligação.

No Capítulo 3 será apresentado o modelo discreto proposto capaz de traduzir o comportamento da interface, quando um provete está sujeito a ensaio de corte simples. O fluxograma do programa desenvolvido para cumprir os objetivos traçados encontra-se ilustrado neste Capítulo, assim como as considerações feitas no respetivo modelo.

No Capítulo 4 é o momento em que a validação do modelo discreto é feita. Esta validação é efetuada comparando o modelo com as soluções analíticas, modelo de Biscaia *et al.* [3] e Ferracuti[8] baseados em diferenças finitas. Os resultados numéricos em que o comportamento da interface é traduzido por leis não lineares são comparados com ensaios experimentais tanto de Ferracuti [8] como os de Biscaia *et al.* [3]. O processo completo do possível descolamento prematuro na técnica EBR é tratado neste Capítulo, nos casos em que o comprimento colado é superior ao efetivo, assim como, para menor que o efetivo. A influência da rigidez do reforço e da energia de fratura, referente ao segundo modo, são estudadas nesta secção do trabalho, assim como, os efeitos que a temperatura tem sobre a ligação. O desempenho da interface FRP/betão entre fendas consecutivas do substrato colado é estudado no presente Capítulo.

Desenvolve-se no Capítulo 5 o modelo discreto proposto, para que este seja capaz de simular dois sistemas de ancoragem, que tentam evitar o descolamento prematuro da técnica EBR. O modelo discreto desenvolvido no presente trabalho é comparado com o sistema de ancoragem mecânico que Ferracuti [8] investigou nos seus trabalhos. Um sistema de ancoragem adesivo é implementado no modelo proposto. Este sistema tem a particularidade de, ao longo do comprimento colado, a largura do compósito de FRP ir aumentando, sendo por isso, um sistema de ancoragem adesivo pois, a área colada vai aumentando. Ao longo do Capítulo é dada uma nova definição do comprimento efetivo, servindo não só para a conjugação dos 2 sistemas mas também, para a técnica EBR.

No Capítulo 6 é feita uma análise global dos trabalhos realizados, sendo também sintetizadas as principais conclusões e comentários feitos ao longo do trabalho. Os possíveis desenvolvimentos e alguns aspetos que poderão ser estudados futuramente são apresentados no final deste Capítulo.

2. Revisão bibliográfica

No presente Capítulo será apresentado um breve estado do conhecimento na temática em que a dissertação se insere, nomeadamente, na área de estudo da ligação entre o elemento resistente e o material de reforço usado em estruturas reforçadas, assim como, algumas investigações nas mais diversas técnicas de reforço das mesmas. Os principais parâmetros que influenciam o desempenho da ligação também serão abordados. Para que a ligação desempenhe um bom comportamento é necessário possuir um bom conhecimento sobre a interface, entre os materiais envolventes na intervenção de reforço. Portanto, vários estudos e investigações têm-se dedicado, quer a nível experimental quer a nível de modelos numéricos.

O principal enfoque será dado à modelação computacional da ligação, que visam simular os diferentes testes executados em laboratório. A introdução de expressões que possibilitem representar o comportamento dos envolventes na ligação, devido às suas não linearidades implica uma modelação numérica mais complexa. As formas e métodos adotados para simular o comportamento mecânico não linear da interface reforço/substrato são diversas. Os modelos matemáticos contínuos são usados em programas de cálculo numérico, como é o caso do método das diferenças finitas ou do método dos elementos finitos.

2.1 Aderência da ligação reforço/substrato

Um elemento estrutural, como uma viga, pode ser reforçado através da colagem de materiais compósitos na face tracionada. A eficiência da ligação entre o reforço e o substrato é fundamental para o sucesso de qualquer que seja a técnica de reforço utilizada. Portanto, a ligação tem que apresentar um bom comportamento para que seja desenvolvida uma eficiente transferência de tensões de aderência perante o carregamento a que está sujeito o elemento reforçado. Nas vigas, o reforço à flexão e ao corte é muito comum. O descolamento prematuro é um problema sério em vigas reforçadas, pois este pode ocorrer nas extremidades (zona de ancoragem) ou onde a viga está fendilhada (ver Figura 2-1).

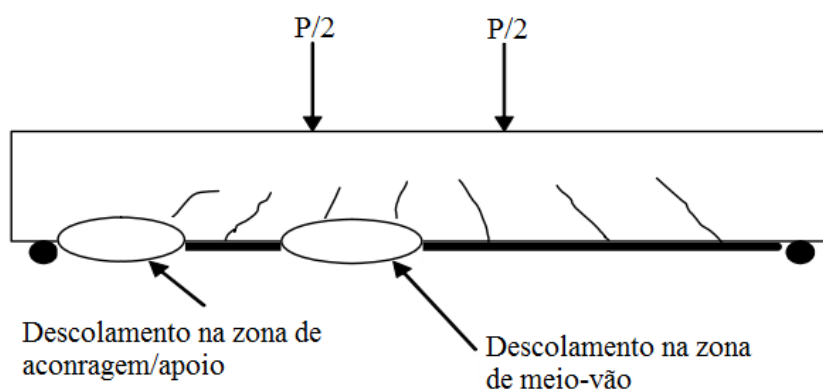


Figura 2-1-Zonas de possível descolamento da interface [9]

O insucesso desta ligação surge depois do aparecimento de uma fenda de flexão. Com a finalidade de encontrar soluções para o conhecimento do comportamento da ligação reforço/substrato, diversos

investigadores [8-13] dedicaram-se, quer a nível experimental quer computacional, no estudo do mesmo. Nesse sentido, vários tipos de ensaios de corte têm sido realizados com essa finalidade, recorrendo a ensaios de *pull-off*, corte simples, corte duplo e ensaio de arrancamento. A realização destes ensaios permite a obtenção de parâmetros que são necessários no dimensionamento do reforço e, consequentemente, apresentar um bom desempenho às solicitações que posteriormente irá estar sujeito. Estes ensaios de corte são muito populares na análise do problema em estudo no presente trabalho. No entanto, diversos modelos numéricos e programas computacionais tentam simular estes ensaios, visto serem mais económicos, quer financeiramente quer em termos de tempo que consomem. Deste modo, desde que seja modelado corretamente, o recurso a modelos computacionais é mais vantajoso.

2.1.1 Ensaio *pull-off*

O ensaio *pull-off*, também designado por ensaio de arrancamento direto, é o ensaio mais comum para caracterizar o Modo I de Fratura. A sua utilização em obra é muito vulgar, tendo em conta que é de fácil utilização. O ensaio de arrancamento direto apenas fornece o valor da tensão de aderência (τ_b), dada pela seguinte expressão:

$$\tau_b = \frac{F_b}{A} \quad (2.1)$$

onde A é a área da secção da pastilha metálica colada ao compósito de FRP e F_b é a força de arrancamento. A força de arrancamento pode ser fornecida pelo equipamento, dependendo do mesmo.

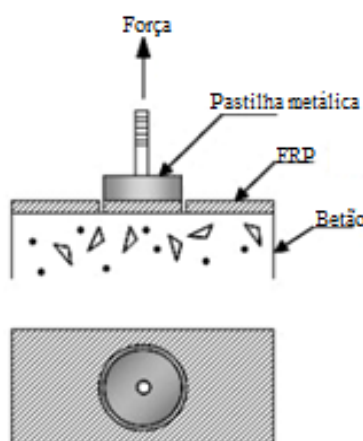


Figura 2-2 Ensaio de *pull-off* [12]

2.1.2 Ensaio de arrancamento

Este ensaio tem a particularidade da força ser aplicada perpendicularmente ao eixo longitudinal do compósito de FRP, tal como se ilustra na Figura 2-3.

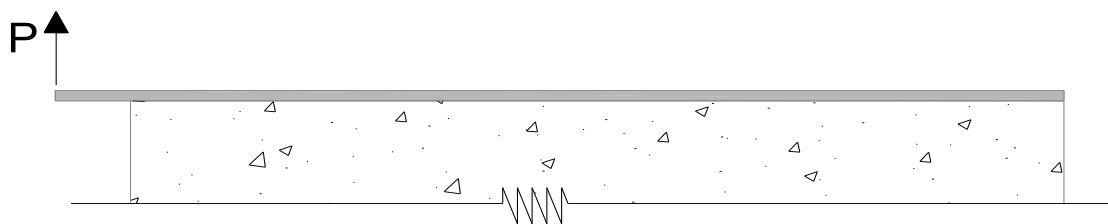


Figura 2-3-Ensaio de arrancamento

Segundo Biscaia [12] o ensaio de flexão de Ueda e Dai [9] é aparentemente igual ao de arrancamento. No ensaio dos autores [9], o compósito de FRP é colado em dois blocos de betão e permite representar a situação que acontece nas estruturas reforçadas, ou seja, a combinação do Modo de Fratura I e II conseguem ser mobilizados no ensaio de flexão de Ueda e Dai.

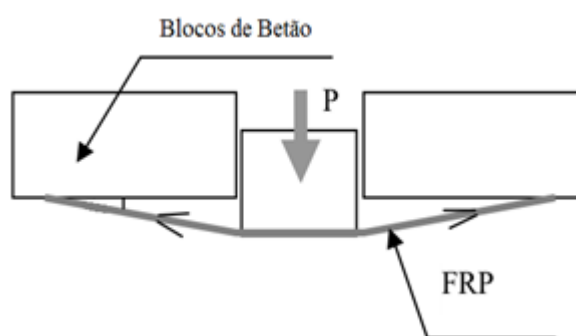


Figura 2-4- Ensaio de flexão de Ueda e Dai [9]

2.1.3 Ensaio de corte simples e corte duplo

Apesar do ensaio referido em 2.1.1 ser o mais popular em obra, os ensaios de corte simples e duplo são os que mais se encontram na literatura [8, 12, 13]. A Figura 2-5 representa o ensaio de corte simples, que consiste simplesmente na aplicação de uma força de tração, na extremidade livre do compósito de FRP.

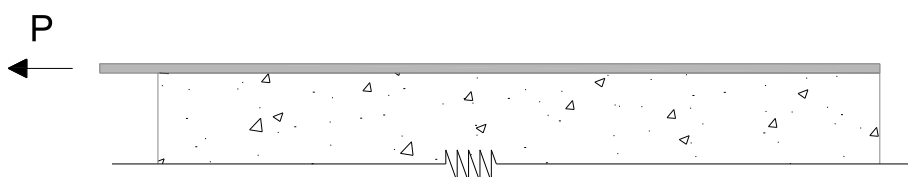


Figura 2-5- Ensaio de corte simples

O compósito de FRP é colado numa das faces do substrato/provete, e a ligação é sujeita a ensaio de corte simples. Enquanto, no de corte duplo o compósito é colado em duas faces, sendo acrescida o número de faces em que a ligação pode romper, tal como mostra a Figura 2-6. As forças junto da interface chapa metálica/betão provocam uma rutura que depende das características da ligação. Os ensaios de corte duplo são frequentes, pois simulam bem as condições do fluxo de forças nas ancoragens dos compósitos de FRP na viga reforçada [12].

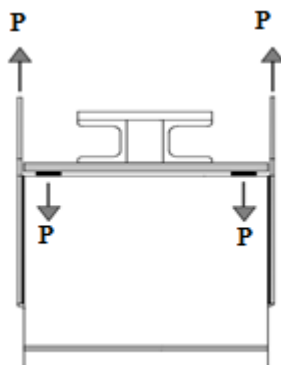


Figura 2-6-Ensaio de corte duplo [13]

Ferracuti [8] nos seus trabalhos experimentais, à semelhança do ensaio de corte simples, colocou um mecanismo de ancoragem na extremidade oposta à aplicação da força, tal como ilustra a Figura 2-7.

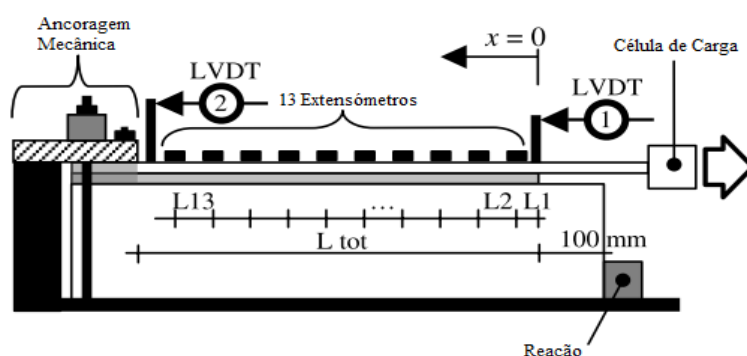


Figura 2-7-Ensaio de corte simples com apoio [8]

As situações de ensaio esquematizadas neste subcapítulo são responsáveis por mobilizar o Modo II de Fratura, permitindo evidenciar as características da ligação ao corte e assim conhecer a distribuição dos deslizamentos e tensões de aderência, mobilizadas ao longo do processo de descolamento da ligação. A ligação pode romper por três modos distintos: i) Modo I de Fratura corresponde ao modo em que a interface da ligação separa-se perpendicularmente ao plano de rutura; ii) Modo II de Fratura corresponde ao modo em que ocorre deslizamentos relativos entre os materiais da ligação pois a interface desliza sobre o plano de rutura; e iii) Modo III de Fratura corresponde ao modo em que a interface da ligação separa-se perpendicularmente ao desenvolvimento da fendilhação. Os modos de fratura mais relevantes para o dimensionamento de um reforço exterior são os 2 primeiros, sendo que estes devem ser tratados separadamente, ou seja, devem ser realizados ensaios de corte simples (Modo II de Fratura) e de arrancamento em separado (Modo I de Fratura) [12].

2.2 Parâmetros da interface reforço/substrato

O desempenho da interface reforço/substrato é influenciado por diversos parâmetros e características dos materiais envolventes na ligação. Muitos trabalhos têm sido realizados e focados para dar resposta a esta questão [3, 8, 10, 11, 13, 14, 16-18]. Diversos autores investigaram os fatores seguintes: variar o comprimento colado da ligação; largura do FRP; diâmetro ou espessura do FRP; rigidez do FRP; tipo de

resina expoxídica; a resistência do betão que afeta significativamente a ligação; a preparação da superfície colada e a superfície do material de reforço são igualmente importantes.

2.2.1 Resistência do betão e preparação da superfície do substrato

Diversos investigadores concluíram que as características mecânicas do betão influenciam o desempenho do conjunto da ligação [12, 13, 19-22]. Na preparação dos provetes, Biscaia [12], recorreu a jato de areia seca e verificou que a coesão da ligação varia entre 1.82MPa no caso de um betão de classe C12/15 e 3.13MPa para o caso de um betão C45/55. Portanto, concluiu que a resistência à tração do betão é um fator preponderante no desempenho da ligação FRP/Betão.

Com base nos ensaios experimentais, Achillides *et al.* [22] concluíram que utilizando um betão com resistência à compressão superior a 35 MPa, as tensões de aderência não variam muito (veja-se Figura 2-8). No entanto, um betão com resistência, na ordem dos 15MPa, o modo de rutura é alterado, ocorrendo neste caso pelo betão, sendo o elemento mais fraco. Portanto, o comportamento da ligação passa a depender significativamente da resistência à compressão do betão utilizado.

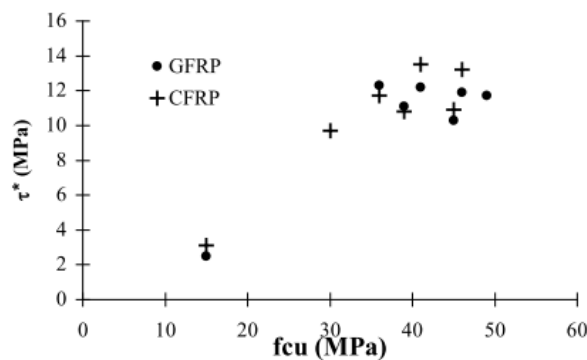


Figura 2-8-Tensão de aderência (MPa) vs. Resistência à compressão do betão (MPa) [22]

Segundo Biscaia [12] o tratamento da superfície ou a ausência do mesmo, pode alterar significativamente as envolventes de rutura da ligação GFRP/betão. O tratamento da superfície de betão executado previamente à colagem do material de reforço, tem como finalidade aumentar a superfície de colagem com o aumento da sua rugosidade, até certo ponto de acordo com [12] merece ser melhor estudado.



Figura 2-9- Provete com tratamento de jato de areia seca [12]

D. Mostofinejad *et al.* [23] ensaiaram 2 séries de vigas reforçadas com recurso à técnica EBR: uma série de vigas sem qualquer tipo de tratamento na superfície e na 2ª série com tratamento da superfície. Com base nos resultados experimentais expostos na Tabela 2-1, concluíram novamente que o tratamento da superfície é um ponto a merecer atenção no reforço de vigas.

Tabela 2-1- Resultados experimentais para uma série de vigas reforçadas sem tratamento da superfície (WSP) e com tratamento (EBR) [23]

Vigas	Número de camadas de reforço	Carga última (kN)	Média do deslocamento último (mm)	Aumento de carga (%) em comparação com:		Modo de falha
				Viga (WSP)	Viga de referência	
Sem qualquer tipo de tratamento de superfície						
WSP-1L	1	8.4	3	–	23	Descolamento interfacial em ambos os ensaios
WSP-2L	2	14.3	1.9	–	110	
WSP-3L	3	20.6	2.6	–	202	
Com tratamento de superfície						
EBR-1L	1	9.2	2.8	10	35	
EBR-2L	2	14.5	2.7	1	113	
EBR-3L	3	22.7	3.3	10	234	

2.2.2 Superfície do material de reforço

Os varões de armadura ordinária utilizados nas estruturas de betão armado, inicialmente tinham uma superfície lisa, isto é, sem qualquer nervura na sua superfície. Posteriormente, verificou-se que a ligação com o betão apresentava melhor comportamento com a utilização de varões nervurados. Nesse sentido, os compósitos de FRP com a presença destas nervuras na sua superfície desempenham, de igual forma, um papel significativo no comportamento da interface. No caso do material de reforço com uma superfície lisa, as tensões de aderência máximas apresentam 10 a 20% a menos, em comparação com o caso em que tenha nervuras [19, 22].

Os vários tipos de superfícies do material de reforço ensaiados por M. Baena *et al.* [19] são mostrados na Figura 2-10. Os varões ensaios foram: A-C/R1- CFRP superfície revestida por areia; A-G/R2- GFRP superfície revestida por areia; B-G/R3- CFRP superfície com uma textura; B-G/R4- GFRP superfície tem ranhuras helicoidais e algum revestimento de areia; C-G/R5- GFRP superfície com ranhuras; D-G/R6- GFRP superfície tem ranhuras helicoidais; E-S/R7- varões de aço para fins de comparação. Foram ensaiados para os diâmetros nominais 8, 12, 16 e 19 mm.



Figura 2-10- Superfícies dos diferentes materiais de reforço (R1-R7) [19]

Os investigadores concluíram que nos varões de GFRP, em que a superfície tem ranhuras helicoidais (R6), apresenta uma maior resistência para a ligação. Verificaram também que a resistência do betão influencia, dado que para o betão C2 ($f_{cm}=52.19\text{MPa}$) apresenta uma maior resistência comparada com a do betão C1 ($f_{cm}=28.64\text{MPa}$).

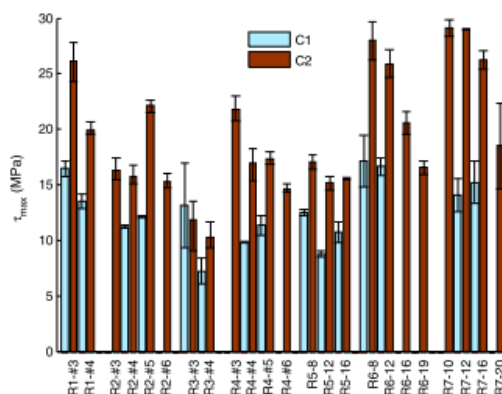


Figura 2-11- Tensão máxima de aderência vs. vários varões de reforço utilizado [19]

Achillides *et al.* [22] fizeram variar a altura das nervuras da superfície do varão permitindo, nos resultados por eles obtidos experimentalmente, estipularem uma altura média mínima de 0.75mm para que haja um satisfatório desempenho da ligação. Segundo Malvar [24] o varão de FRP deve apresentar uma altura de ranhura cerca de 5.4% do diâmetro, à semelhança dos varões de aço (armadura ordinária).

2.2.3 Rigidez e dimensão do material de reforço

Diversos artigos pesquisados na bibliografia fizeram variar a rigidez ($E_p \times t_p$) do FRP e, ambos estão em concordância, pois verificaram que esta contribui para um aumento da força máxima da ligação, como por exemplo [3, 25, 26]. Segundo Kanakubo *et al.* [25] a influência da rigidez do compósito de FRP não pode ser negligenciada, no desempenho da interface FRP/betão. De verificar na Figura 2-12 que a rigidez do FRP é diretamente proporcional à força máxima transmitida ao mesmo, sendo um parâmetro relevante.

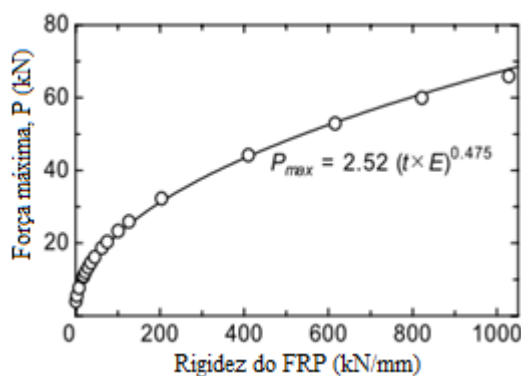


Figura 2-12- Força máxima transmitida ao FRP vs. Rigidez FRP [25]

As dimensões do material colado, quer seja o compósito de FRP quer a chapa metálica, influenciam a rigidez e por consequência a ligação [13, 19, 25, 22].

Rami. A Hawileh [26] desenvolveu uma modelação em elementos finitos de vigas reforçadas pela técnica NSM com secção circular (varões de FRP). As vigas tiveram sujeitas a ensaios de flexão de 4 pontos. Para estudar a influência do diâmetro do varão utilizado no reforço, utilizou vários diâmetros e concluiu, o expectável, que com o aumento do mesmo a força última da viga reforçada também aumenta. Para um varão de 16mm de diâmetro apresenta um aumento de 83,6%, na força última, em relação ao caso quando é utilizado um varão de CFRP de 6mm. Algumas publicações encontradas na bibliografia [19, 22] verificaram que com a utilização de maiores diâmetros a tensão de aderência da ligação é mais reduzida, da que quando se tem um diâmetro mais pequeno.

2.2.4 Resina epoxídica

O reforço de estruturas com recurso a materiais compósitos de FRP é atualmente o mais usual no ramo de reforço estrutural, mas o sucesso da sua eficiência depende da aderência entre os materiais colados. A resina é responsável pela ligação dos 2 materiais para garantir que o conjunto desempenhe um bom comportamento, isto é, que desenvolva uma eficaz transferência de tensões de corte para adiar o descolamento do compósito de FRP. Investigadores realizaram estudos a fim de encontrar resposta à influência das resinas na ligação [10, 12, 13]. De um modo geral e resumindo, quanto maior for o módulo de elasticidade do adesivo, mais elevada é a rigidez do adesivo, o que leva a uma ligação rígida e a uma forte conexão.

2.2.5 Tipo de ação

Chastre [13] através de ensaios experimentais estudou o comportamento da ligação chapas metálicas/resina/betão com buchas e sem buchas, submetendo a forças monotónicas e cíclicas. O autor verificou que para ações cíclicas nos modelos sem buchas, o desempenho do reforço não foi satisfatório, devido à disparidade de resultados. Por outro lado, nos ensaios com buchas metálicas verificou uma perda de 14% na resistência da ligação, em comparação com os modelos ensaiados com as forças monotónicas, considerando então que estes têm um bom comportamento a ações cíclicas. Assim, as ações cíclicas influenciam a resistência da ligação, reduzindo a mesma, pois o modelo está sujeito a ações de fadiga (ações sísmicas, ações de tráfego, entre outros).

2.2.6 Durabilidade

Estruturas que apresentem um considerado nível de fendilhação e deformação assume uma grande importância no panorama da durabilidade e estabilidade, reduzindo vida útil da mesma. A importância de se realizar uma intervenção de reforço é agravada quando o edifício se encontra em zona costeira. Em Portugal esta questão é fundamental, pois apresenta uma considerável costa marítima, estando

os elementos estruturais expostos diariamente a agentes extremamente agressivos, como é o ambiente salino em que se encontra. Intervenções de reforço com recurso a materiais compósitos tornou-se uma boa alternativa ao tradicional recurso a chapas metálicas coladas exteriormente. Alguns investigadores têm-se dedicado a estudar o comportamento da ligação compósito/betão pensando nestas situações, como é o caso de Biscaia [12], tendo realizado vários ensaios submetendo a ligação GFRP/betão a envelhecimento acelerado, com o objetivo de saber a sua influência no comportamento da interface. Este autor realizou ensaios de tração ao compósito de FRP, após ter sido exposto a envelhecimento artificial, como ciclos de nevoeiro salino, marés e a ciclos de temperatura entre $+7.5^{\circ}\text{C}$ e $+47.5^{\circ}\text{C}$ e entre os -10°C e os 30°C . Pelo que lhe permitiu concluir que os ciclos potencialmente mais agressivos para o compósito de FRP foram os de nevoeiro salino, tendo sido reduzida a força de rutura em 20% às 10000 horas. Enquanto nos ciclos de temperatura entre $+7.5^{\circ}\text{C}$ e $+47.5^{\circ}\text{C}$, refletiu-se num aumento em 5% da força de rutura.

2.2.7 Temperatura

No reforço de estruturas a degradação da eficiente transferência de tensões de aderência, entre os materiais envolventes na ligação, quando expostos ao longo do tempo a agentes ambientais agressivos, bem como, sujeitos a elevadas temperaturas, causa uma diminuição dos valores máximos da tensão de aderência, sendo no limite, a situação de descolamento do compósito de FRP aquela que traduz a perda da ligação.

Os compósitos de FRP, além das suas mais-valias, também têm algumas desvantagens, no reforço estrutural. O principal inconveniente é quando estes estão sujeitos a elevadas temperaturas, pois a sua utilização torna-se limitada na construção civil, porque o FRP possui uma baixa resistência ao fogo devido ao material ligante da matriz polimérica, normalmente a resina. A temperatura a partir da qual a ligação adesiva começa a degradar-se e a perder as suas propriedades mecânicas é designada por temperatura de transição vítrea (T_g). Nas normas e códigos da especialidade, esta temperatura encontra-se entre os 45°C e os 80°C , quando a resina expoxídica é utilizada [28, 29]. Deste modo, os projetistas têm um problema sério nas ligações FRP/substrato.

Os efeitos que a temperatura tem sobre o desempenho da ligação CFRP/betão foram estudados por Klammer [30]. O autor colocou provetes a diferentes temperaturas (-20°C a 100°C) durante 24 horas consecutivas. Na análise dos resultados obtidos dos ensaios de corte duplo e de flexão de 3 pontos realizados, o autor observou que o aumento de temperatura promove numa subida da força máxima transmitida ao FRP, até ser alcançada a temperatura de transição vítrea (62°C). Enquanto que, para temperaturas superiores a 62°C a força máxima diminuiu. Esta diminuição pode ser explicada pela degradação da ligação interfacial FRP/betão.

Mais tarde, Gao [31] analisou o processo de descolamento da ligação FRP/betão sujeita a elevadas temperaturas. O autor desenvolveu um modelo baseado no método dos elementos finitos (ABAQUS) em que implementou duas leis locais *bond-slip* para traduzir o comportamento da interface. A lei *bond-slip* bilinear e a lei exponencial foram implementadas, enquanto a ligação esteve sob a ação de temperaturas de

-20°C a +100°C. Tal como Klammer concluiu, Gao verificou também que com a diminuição da temperatura a força máxima transmitida é mais reduzida. O autor adiantou que, para temperaturas elevadas, o comprimento efetivo da ligação é maior.

2.2.8 Forma da lei *bond-slip*

A curva das tensões de aderência vs. deslizamento é designada por lei *bond-slip*. As tensões de aderência mobilizadas ao longo do comprimento colado, dependem do deslocamento entre o material de reforço e o substrato. Na literatura podem ser encontradas diversas leis locais *bond-slip* que, com maior ou menor aproximação, visam descrever o real comportamento da interface.

A forma da lei *bond-slip* é uma questão relevante na modelação do descolamento da interface FRP/Betão. Diversos autores [3, 25, 26] assumiram várias leis de *bond-slip* nos seus modelos numéricos.

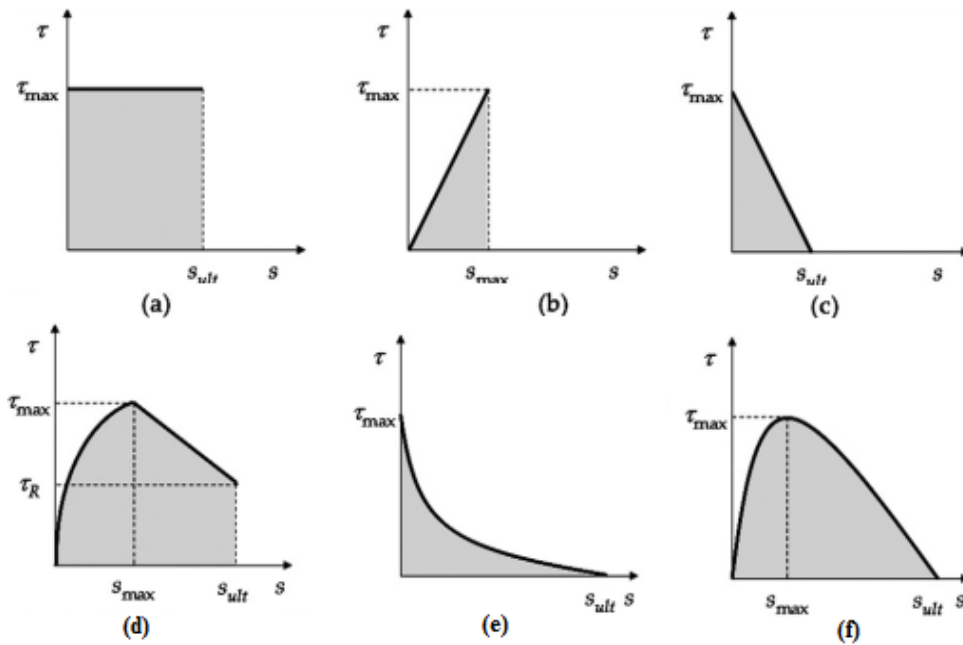


Figura 2-13- Várias leis *bond-slip* [3]

Biscaia *et al.* [3] para simular o comportamento da interface FRP/betão, assumiu os modelos lineares, o ascendente com rutura frágil, descendente e o modelo rígido-plástico, bem como as leis não lineares, a expressão de Popovics, Ueda e Dai, Dimande e expressão de Popovics modificada.

As leis *bond-slip* não lineares são definidas pelas seguintes expressões:

i) expressão de Popovics [32]:

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{\max}} = \frac{s}{s_{\max}} \cdot \frac{n_p}{\left(n_p - 1\right) + \left(\frac{s}{s_{\max}}\right)^{n_p}} \quad (2.2)$$

ii) curva exponencial referida nos trabalhos de Dimande [33]:

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = \frac{s}{s_{max}} \cdot e^{1 - \frac{s}{s_{max}}} \quad (2.3)$$

iii) curva exponencial proposta do Dai *et al.* [9]:

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = 4 \cdot \left(e^{-\ln(2) \cdot \frac{s}{s_{max}}} - e^{-2\ln(2) \cdot \frac{s}{s_{max}}} \right) \quad (2.4)$$

iv) expressão modificada de Popovics em Biscaia *et al.* [3]:

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = C \cdot \frac{s}{s_{ult}} \cdot \frac{n_p}{(n_p - 1) + \left(\frac{s}{s_{ult}} \right)^n} \cdot \left(1 - \frac{s}{s_{ult}} \right) \quad (2.5)$$

onde a tensão máxima de aderência e o deslocamento associado a essa tensão, deslocamento máximo (s_{max}), são respetivamente dados por:

$$\tau_{max} = \frac{B \cdot \varepsilon_{max}^2 \cdot E_p \cdot t_p}{4} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{max} = \sqrt{\frac{2G_F}{E_p \cdot t_p}} \quad (2.7)$$

$$s_{max} = \frac{\ln(2)}{B} \quad (2.8)$$

onde B é um parâmetro obtido experimentalmente e ajustável à curva extensão vs. deslizamento e ε_{max} é a extensão máxima obtida no FRP, enquanto n_p é uma constante que faz aproximar a expressão de Popovics ao comportamento real da interface reforço/substrato.

Os autores estudaram a influência do parâmetro n_p , fazendo variá-lo, quer na fórmula modificada do Popovics quer na original, Eq. 2.5 e Eq. 2.2 respetivamente, (veja-se Figura 2-14).

Biscaia *et al.* [3] com os resultados numéricos obtidos retiraram algumas conclusões, da influência na variação da constante n_p (expressão de Popovics), na forma da lei *bond-slip*, assim como, no comprimento efetivo da ligação. Os autores verificaram que, os deslizamentos mobilizados na interface são superiores quando os valores de n_p são próximos da unidade. Pelo que permitiu-lhes concluir que, para valores de n_p grandes ($n_p=1000$), a lei local *bond-slip* de Popovics aproxima-se da lei linear ascendente com rutura frágil (veja-se Figura 2-13b). Tal como ilustra a Figura 2-14a quando é assumido $n_p = 1000$, a distribuição das tensões de aderência ao alcançar a tensão de corte máxima, esta cai abruptamente. Portanto a curva é sensivelmente semelhante à lei linear ascendente com rutura frágil. Por outro lado, quando $n_p=1.00$ a lei local *bond-slip* de Popovics assume a lei rígido-plástica (veja-se Figura 2-13a), segundo Biscaia *et al.* [3]. Quanto à influência no comprimento efetivo, Biscaia *et al.* [3] concluíram que com aumento do parâmetro n_p o comprimento diminui, ou seja, o comprimento de transferência da ligação, para

a lei *bond-slip* linear ascendente (veja-se Figura 2-13b), é mais pequeno do que o comprimento quando é assumida a lei *bond-slip* rígido-plástica (veja-se Figura 2-13a).

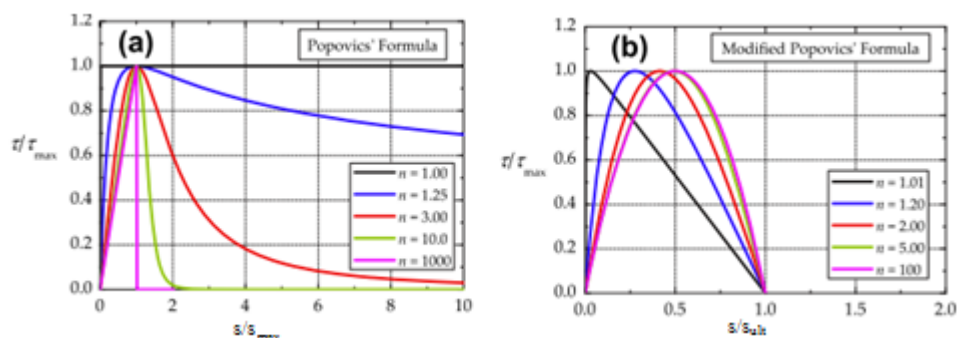


Figura 2-14- Várias leis *bond-slip* não lineares [3]

A lei local *bond-slip* traduzida pela expressão de Popovics modificada, segundo Biscaia *et al.* [3] permite simular a lei ilustrada na Figura 2-13f. Na Figura 2-14b estão ilustradas várias leis *bond-slip*, definidas pela Eq. 2.5, em que os autores fizeram variar o parâmetro n_p . Deste modo, verificaram que para valores de $n_p = 1.01$ esta aproxima-se à lei descendente da Figura 2-13c.

Cornetti *et al.* [26] uniram 2 leis *bond slip* mostradas na Figura 2-13, isto é, agruparam a lei linear ascendente (veja-se Figura 2-13b) e lei exponencial (veja-se Figura 2-13e). A união das duas leis *bond-slip* permitiu-lhes modelar o descolamento da ligação FRP/Betão (veja-se Figura 2-15). Os autores consideram que a lei *bond-slip* implementada é mais realista e a sua implementação é mais facilitada. No que diz respeito à estimativa da força máxima transmitida ao compósito, o modelo fornece estimativas conservadoras segundo estes autores [26].

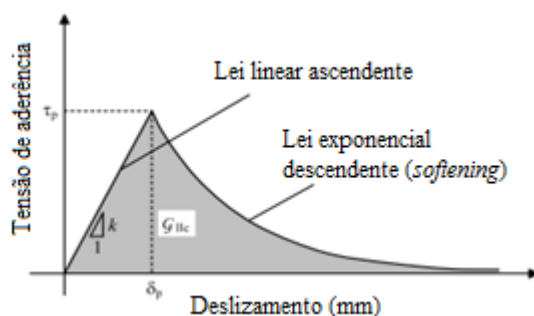


Figura 2-15- Lei *bond-slip* no estudo de Cornetti *et al.* [26]

2.2.9 Energia de fratura

A energia de fratura da ligação é a área que está abaixo da curva *bond-slip*. A cada modo de fratura está associado a sua energia de fratura. Este parâmetro pode depender, de alguns fatores da ligação reforço/substrato, que não fogem muito dos que já foram enunciados até agora. A contribuição do tratamento da superfície de colagem, classe e tipo de betão, mas também o tipo de FRP utilizado podem influenciar a energia que é libertada por unidade de área (N/mm) [3].

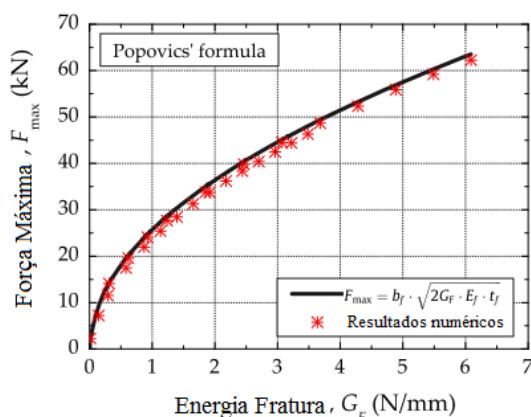


Figura 2-16-Influência da energia de fratura na força máxima assumindo a fórmula de Popovics [3]

Para uma dada energia de fratura, a distribuição dos deslizamentos, tensões de aderência e tensões longitudinais são diferentes e consequentemente, a força máxima transmitida ao compósito de FRP é diferente. Tal facto pode ser explicado pela área debaixo da curva *bond-slip*, ou seja, com o aumento de G_f a força máxima transmissível para a placa FRP aumenta também. No entanto, ao aumentar a energia de fratura o comprimento de ligação efetivo (L_{eff}) diminuirá [3, 25].

2.3 Força máxima transmitida ao compósito e comprimento efetivo de ligação

O comprimento efetivo, também conhecido por comprimento de transferência de ligação. Esta dimensão é usualmente designada, quer em normas/códigos e trabalhos por exemplo [12, 35, 36], à dimensão a partir da qual não é possível impôr mais força ao reforço. Assim, o comprimento efetivo e a força máxima transmitida ao reforço estão interligados. O conhecimento destas duas características num projeto de reforço é muito importante para os engenheiros civis na conceção dos seus projetos.

Visto ser mais vantajoso existirem expressões que devolvam respostas corretas às perguntas dos projetistas, nesse sentido na literatura podem ser encontradas várias expressões que determinam a força máxima transmitida ao compósito de FRP para a técnica EBR. Na generalidade das expressões têm como base a expressão seguinte:

$$F_{max} = b_p \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (2.9)$$

onde b_p , t_p e E_p são a largura, espessura e módulo de elasticidade do compósito de FRP, enquanto G_f é a energia de fratura da interface. A Tabela 2-2 apresenta algumas propostas para a determinação da força máxima transmitida ao FRP, desenvolvidas em estudos, trabalhos e adotadas em normas da especialidade.

Tabela 2-2- Algumas das expressões para determinar a força máxima, encontradas na literatura [12]

Autores/ Entidade	Expressão	Observações
Ueda e Dai [34]	$F_{max} \begin{cases} b_p \cdot \sqrt{2G_F \cdot E_p \cdot t_p} , & b_p > 100mm \\ (b_p + 2 \cdot \Delta b_p) \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p} , & b_p \leq 100mm \end{cases}$	$\Delta b_p = 3.7mm$ Os autores pretendem com este parâmetro, ter em conta o efeito da largura do FRP sobre a área de betão efetivamente mobilizada.
CNR-DT 200/04 [6] Itália	$F_{max} = \frac{1}{\gamma_{f,d} \cdot \sqrt{\gamma_c}} \cdot b_p \cdot \sqrt{2G_F \cdot E_p \cdot t_p}$	$\gamma_{f,d}$ e γ_c são coeficientes de segurança.

Assim, verificando as diferentes expressões possíveis de estimar a força máxima transmitida ao compósito, verifica-se que é diretamente proporcional à energia de fratura, isto é, quando esta aumenta a estimativa da força também, tal como outros autores o tinham já concluído [3, 25].

O comprimento de transferência da ligação entre o FRP e o betão é outra questão, também em foco, em diversos estudos e trabalhos de investigação, este pode ser determinado a partir da força transmitida ao compósito. As expressões da Tabela 2-3 apresentam um parâmetro comum na determinação do comprimento efetivo de ligação, a rigidez do compósito ($E_p \cdot t_p$).

Tabela 2-3- Algumas das expressões para determinar o comprimento de transferência, encontradas na literatura [12]

Autores/ Entidade	Expressão	Observações
Chen e Teng <i>et al.</i> [38]	$\sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{\sqrt{f_{cm}}}}$	Unidades em Newtons e mm
Biscaia <i>et al.</i> [3]	$k \cdot s_{ult} \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}}$	Com k=1.320
JCI [4] Japão	$0.125 \cdot (E_p \cdot t_p)^{0.57}$	-
CNR-DT 200/04 [6] Itália	$\sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{c_2 \cdot f_{cm}}}$	-
CS TR55 [5] Reino Unido	$0.7 \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{f_{cm}}}$	A expressão torna-se sensivelmente igual à CNR-DT para $c_2=2$

A expressão desenvolvida por Biscaia *et al.* [3] tem em consideração o deslizamento último, s_{ult} , pois verificou nos seus trabalhos que este influencia o comprimento efetivo da ligação, sendo diretamente proporcionais. Na literatura, tal como se verifica nas restantes expressões da Tabela 2-3, não dão importância ao deslizamento último. Na fórmula de Biscaia *et al.* [3] é possível verificar que com o aumento da energia de fratura o comprimento de transferência diminui.

Em geral, são consideradas as propriedades do compósito, mas ignoram a influência da preparação da superfície de betão na quantificação da força máxima e do comprimento efetivo.

O comportamento da técnica NSM foi estudado através da modelação em elementos finitos realizada por Sharaky *et al.* [10]. No programa *FEMIX v4.0* os autores tentaram aproximar a lei *bond-slip* aos resultados registados, força aplicada vs. deslizamento dos ensaios experimentais.

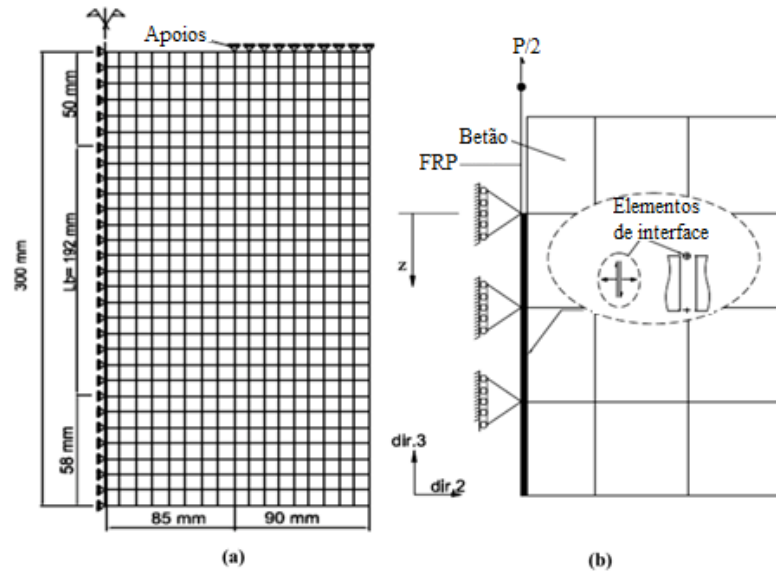


Figura 2-18- Parte do provete (simétrico) com malha de EF a) malha completa b) detalhes do modelo [10]

A possibilidade de recorrer às propriedades de simetria em estruturas, e neste caso na modelação, é sem dúvida uma vantagem e os investigadores simplificaram o provete em causa para reduzir o tempo computacional despendido, sem necessidade, tal como se vê na Figura 2-18.

O comportamento da interface FRP/betão foi traduzido por um modelo de *bond-slip* com 3 intervalos definidos por:

$$\tau(s) = \begin{cases} m_{lin} s, & s \leq s_{lin} \\ \tau_{max} \left(\frac{s}{s_{max}} \right)^{\alpha}, & s_{lin} < s \leq s_{max} \\ \tau_{max} \left(\frac{s}{s_{max}} \right)^{-\alpha'}, & s > s_{max} \end{cases} \quad (2.10)$$

onde τ_{max} e s_{max} são a tensão de aderência máxima e respetivo deslizamento, α e α' são parâmetros que definem a forma da fase pré e pos-pico respetivamente, enquanto m_{lin} é a rigidez inicial até atingir o deslizamento, s_{lin} que consideram ser até onde o comportamento é linear. Segundo estes autores a lei local de *bond-slip* da ligação com compósitos GFRP é caracterizada por deslizamentos máximos altos e baixos valores de α e α' comparando com os compósitos CFRP. Sharaky *et al.* [10] referem também que a rigidez axial do GFRP e a sua superfície com nervuras podem contribuir com o aparecimento de microfissuras na camada de adesivo.

O trabalho Lu, X.Z *et al.* [11] é focado no estudo do descolamento prematuro do compósito de FRP, quando sujeito a ensaio de corte simples.

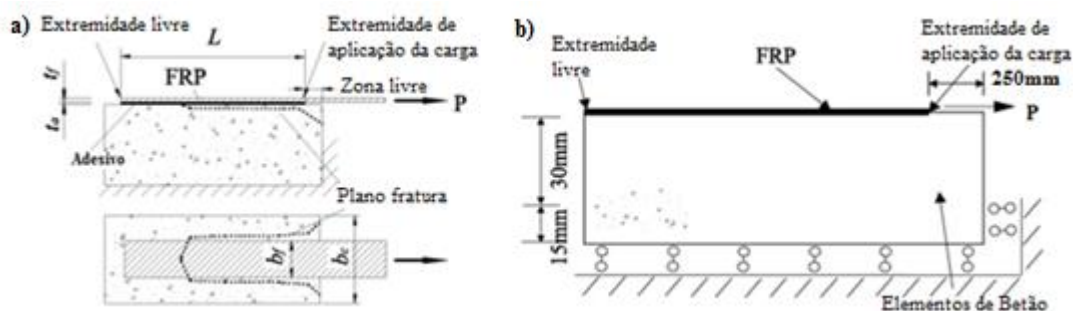


Figura 2-19- Ensaio de arrancamento a) esquema b) ligação modelada [11]

Visto que a modelação em elementos finitos exige um elevado esforço computacional, os autores para colmatarem esse problema utilizaram elementos isoparamétricos de quatro nós, tratando-se desta forma de um problema de estado plano de tensões (Figura 2-19b). Estes elementos permitem generalizar a geometria do modelo em análise de uma forma muito eficaz com diferentes graus de aproximação de campo de deslocamentos. A altura considerada no prisma de betão no modelo é geralmente muito menor do que a efetiva, segundo estes autores. Portanto, para que o tempo consumido fosse mais reduzido, excluíram parte do provete de betão, considerando apenas os 45mm de altura, referindo que tem pouco efeito sobre os resultados em elementos finitos.

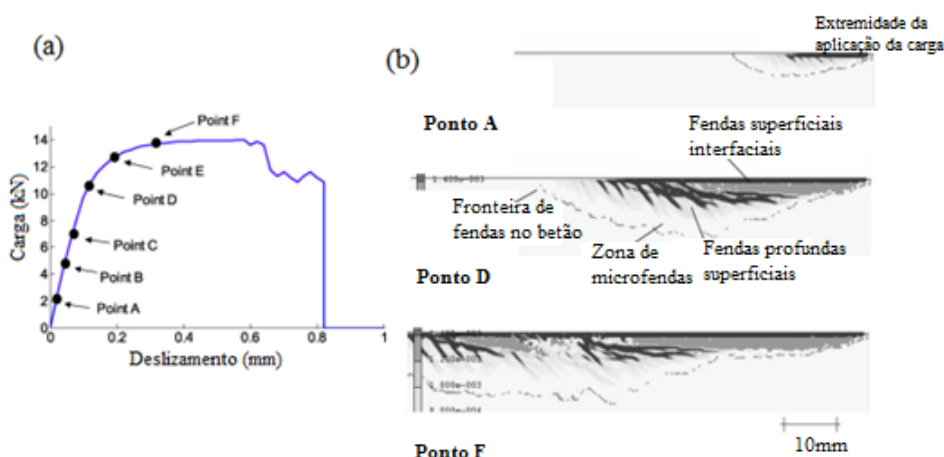


Figura 2-20- Resultados apurados no modelo [11] a) Força vs. Deslizamento b) Desenvolvimento de fissuras no betão

A Figura 2-20b referente ao ponto A, mostra que com uma força de 20% da força máxima, o betão junto à aplicação da força apresenta um grande número de fissuras. Os autores do estudo classificaram em três tipos as fissuras encontradas no betão: a) fissuras superficiais interfaciais; b) fissuras profundas interfaciais; e c) zona de microfendas. As profundidades apresentadas nas fissuras superficiais interfaciais são aproximadamente 0.5-1mm e larguras relativamente uniformes e pequenas, enquanto a profundidade das fissuras profundas interfaciais estão entre os 2 e os 5mm e mais largas que as anteriores. Já a profundidade total da zona de fissuras no betão está entre os 5-15mm.

A estratégia de solução numérica seguida por Ferracutti [8] consistiu na resolução de um sistema de equações não lineares obtidos a partir de uma equação diferencial de 2ª ordem com o Método das

Diferenças Finitas (MDF). O comprimento de ligação (L_b) da interface FRP-betão foi dividido em vários intervalos uniformes, correspondendo cada ponto a uma diferença finita. O sistema de equações não linear foi determinado pelo método iterativo *Quasi-Newton*. A expressão de Popovics [32] traduz a curva *bond-slip* implementada, no seu modelo numérico, em que foi ajustada aos ensaios experimentais de Chajes *et al.* [44]. Os parâmetros de controlo utilizados por Ferracuti [8] durante a simulação numérica foram o controlo de força e controlo de deslocamento. Esta flexibilidade da simulação numérica permitiu ao autor simular toda a delaminação das interfaces FRP-betão.

A par do modelo de Ferracuti [8], Biscaia *et al.* [3] também recorreu ao método numérico das diferenças finitas, no entanto na convergência dos deslizamentos recorreram ao método iterativo de *Newton-Raphson*. Estes autores implementaram no modelo numérico várias leis locais de *bond-slip* Popovics [32], Ueda e Dai [9], Dimande [33], e verificaram que são muito similares. Mais adiante o modelo de Ferracuti vai ser novamente tratado, assim como, o modelo de Biscaia *et al.* [3, 16].

Os métodos tratados até aqui exigem um considerável esforço computacional quando são implementadas leis *bond-slip* não lineares, que se aproximam do real comportamento da ligação. Portanto, os modelos discretos implementados com uma boa metodologia na simulação do desempenho do material de reforço colado a um substrato tornam-se uma alternativa [17, 18, 43, 45]. No entanto, o conhecimento da lei *bond-slip* capaz de traduzir o comportamento da interface reforço e o substrato é crucial nestes estudos. Na literatura podem ser encontradas inúmeras propostas, por exemplo [9, 25, 33, 32, 46]. Os investigadores depararam-se com problemas no ajuste da curva *bond-slip* e na quantificação da tensão máxima de aderência, deslizamento máximo ou último, dependendo da lei da interface. Xia *et al.* [30] realizaram experiências em estruturas metálicas reforçadas por compósitos. Os autores revelaram, com os seus desenvolvimentos, curvas *bond-slip* locais não lineares que podem ser qualitativamente representadas pelas mesmas curvas que têm vindo a ser utilizadas na interface FRP-betão. Segundo os autores [37], a tensão de aderência máxima é 80% da resistência à tração do adesivo, no entanto não chegaram a qualquer conclusão na quantificação dos deslizamentos máximos e últimos.

Nos trabalhos de Nakaba *et al.* [47], a curva *bond-slip* de Popovics foi implementada na solução numérica. Após a calibração das respetivas curvas *bond-slip* obtidas a partir das experiências, os resultados numéricos assemelharam-se muito bem aos experimentais. Portanto, o autor recomenda para o parâmetro $n_p=3$, que ajusta esta lei *bond-slip* ao real comportamento da ligação.

Muito recentemente, Dehghani *et al.* [46] propôs um novo modelo discreto baseado em molas axiais e de corte que representam, respetivamente, a placa de FRP e o adesivo na interface. Com recurso a este modelo os autores analisaram interfaces CFRP/estruturas de metálicas.

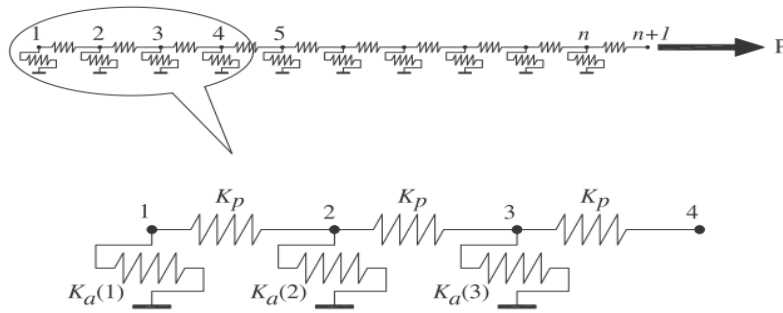


Figura 2-21- Modelo discreto proposto [46]

onde k_p é a rigidez do reforço e o k_a corresponde à rigidez do adesivo. Os autores propuseram uma nova lei *bond-slip* que consideram ser capaz de prever, com boa precisão, a força máxima transmitida ao FRP e o comprimento de ligação efetivo (L_{eff}). Na Figura 2-22 está representada a lei *bond-slip* trilinear, assumida pelos autores, com base nas experiências de Xia *et al.* [37] Um trecho constante é considerado traduzindo um comportamento plástico no modelo de *bond-slip* bilinear, tem interferência na distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado, tal como mostra a Figura 2-23.

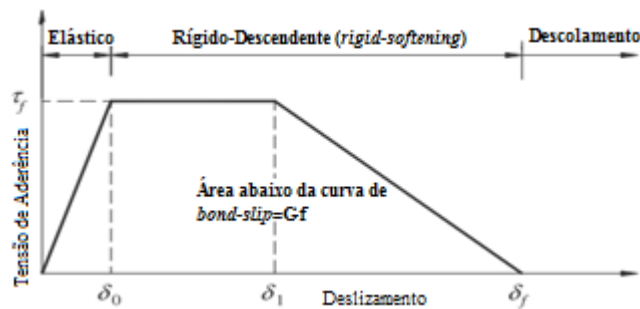


Figura 2-22- Lei *bond-slip* trilinear assumida para o comportamento da interface [46]

O desempenho da ligação obtido das experiências de Xia *et al.* [30] revelou ser muito similar à resposta da ligação. No entanto, a distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado não apresentou os mesmos resultados.

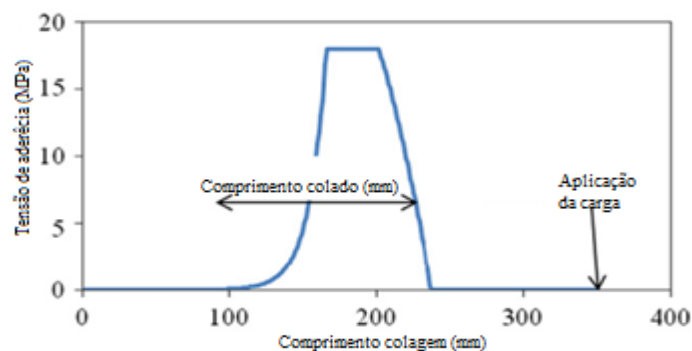


Figura 2-23. Distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado [46].

Um modelo discreto muito interessante é o desenvolvido por Martinelli *et al.* [48]. A base do modelo encontra-se no pressuposto de que a placa de FRP apresenta um comportamento de uma viga de Bernoulli numa fundação elástica, sendo os elementos de interface modelados com molas longitudinais e

transversais, tal como ilustra a Figura 2-24. Os autores consideraram não só as deformações no plano da interface FRP/betão, assim como, os deslocamentos para fora do plano da interface. Portanto, o modelo discreto proposto por estes autores tem um grau de complexidade mais elevado, pois não irão mobilizar apenas um modo de fratura porque consideram os deslocamentos longitudinais, transversais e os de rotação da placa de FRP para cada ponto discretizado.

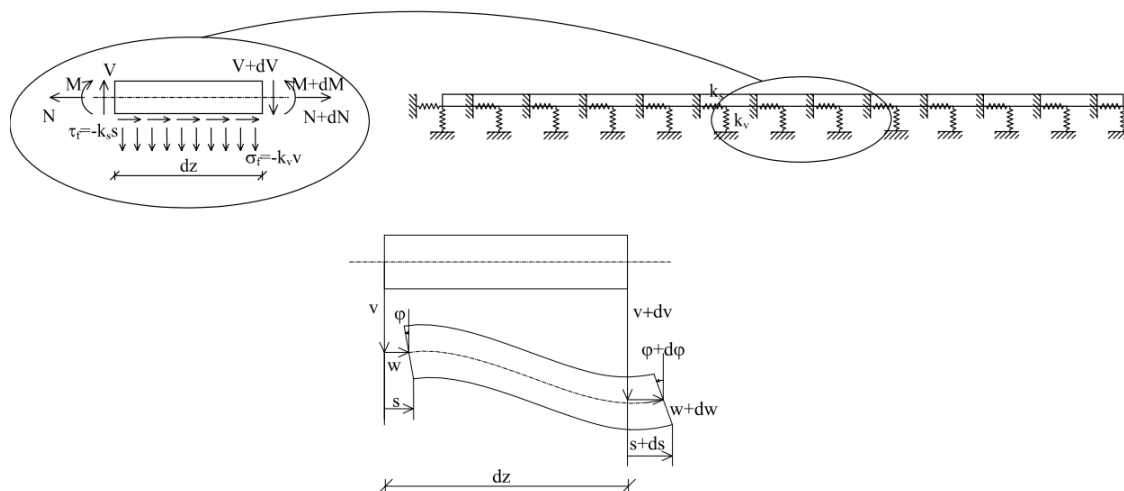


Figura 2-24- Modelo discreto desenvolvido por [48], forças e momentos fletores no elemento infinitesimal dx e os respectivos deslocamento.

O comportamento das molas longitudinais e transversais estão dependentes da curva *bond-slip*, sendo esta influenciada pelas propriedades mecânicas do betão e do adesivo. No entanto, a lei da interface foi ajustada aos ensaios experimentais dos autores, tratando-se de uma lei bilinear como ilustra a Figura 2-25.

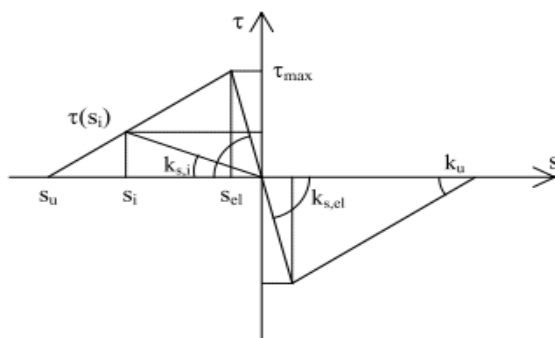


Figura 2-25- Lei *bond-slip* adotada para o comportamento da interface [48]

Os autores [36] concluíram que o modelo discreto que propuseram prevê com boa precisão os resultados experimentais, tanto na fase linear como no intervalo das não linearidades (*softening*).

2.5 Descolamento prematuro

A técnica EBR tornou-se numa técnica popular no ramo do reforço de estruturas de betão armado com recurso a materiais compósitos de FRP, isto porque são de fácil execução. Neste sistema de reforço, o desempenho da interface reforço/substrato assume um papel muito importante numa efetiva transferência de tensões. No entanto, algumas desvantagens são lhe apontadas, destacando-se o descolamento prematuro

do material de reforço. Nesse sentido, tem-se desenvolvido sistemas/técnicas de reforço alternativas com o intuito desta lacuna seja colmatada e/ou evitada, aproveitando desta forma as capacidades resistentes à tração do compósito de FRP.

Com esse objetivo surgiram as técnicas NSM e mais recentemente Mostofinejad *et al.* [23] desenvolveram uma nova técnica de reforço designada por *Externally Bonded Reinforcement In Grooves* (EBRIG). De um modo geral, esta técnica é um misto entre a técnica NSM e a EBR, ou seja, o reforço vai estar colado na face tracionada mas também inserido nos rasgos, previamente feitos (como na técnica NSM), tal como ilustra a Figura 2-26. Os autores realizaram ensaios experimentais a vigas reforçadas por diversas técnicas e verificaram que a técnica desenvolvida revelou ser boa alternativa, para que esta falha comum seja evitada.

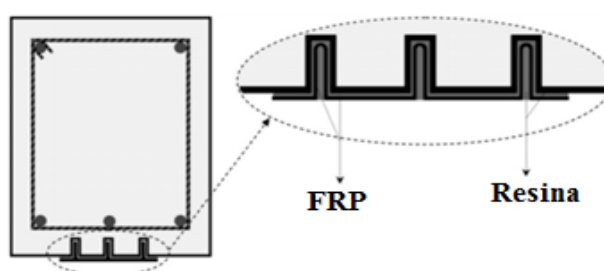


Figura 2-26-Técnica EBRIG [17]

Chastre [13] realizou, para a técnica EBR com chapas metálicas, ensaios de corte simples em que teve como objetivo verificar a influência da colocação de buchas, como modo de ancorar o material de reforço. Segundo o autor ao conjugar a técnica EBR com um sistema de fixação mecânica, neste caso as buchas metálicas, o desempenho da ligação é melhorado, pois o descolamento é adiado (veja-se Figura 2-27). A par de Chastre [13], tal como referido anteriormente, Ferracuti [8] também realizou ensaios de corte simples, mas em provetes de betão colados com compósitos de FRP. Numa extremidade do provete colocou um sistema de ancoragem mecânica, tendo verificado que a conjugação destes 2 sistemas é vantajoso para o desempenho da técnica EBR, tal como visto anteriormente na Figura 2-7.



Figura 2-27- Ensaio de corte simples à ligação chapa metálica-betão com bucha metálica [13]

Ambos os autores, concluíram pelos resultados experimentais, que a força máxima transmitida ao FRP, ou à chapa metálica, foi superior à obtida no caso em que não ancorado o material de reforço por qualquer tipo de sistema de ancoragem.

3. Modelação numérica

3.1 Introdução

A modelação computacional foi realizada com o auxílio do programa *MATLAB*. Este programa permite realizar programas de cálculo automático através de um código desenvolvido com um determinado objetivo. No presente trabalho foi necessário desenvolver um programa capaz de simular o ensaio de corte simples, de modo a compreender o comportamento da ligação entre dois materiais estruturais.

O ensaio de corte simples pode ser realizado, quer a nível experimental quer a nível computacional. A realização de modelos de análise complexos é capaz de aproximar os ensaios às situações verificadas na realidade. Portanto, pode ser mais vantajoso recorrer a modelação numérica por permitirem economia de tempo, bem como, por serem financeiramente mais atrativos. Para tal, é necessário ter em consideração alguns fatores importantes, tais como, a interação entre os elementos da ligação e as suas não linearidades envolventes no processo de descolamento da ligação. Na resolução do sistema de equações não-lineares recorreu-se ao método iterativo de *Newton-Raphson* [50].

Neste Capítulo far-se-á a apresentação do modelo discreto e da modelação realizada. O modelo discreto proposto baseia-se na simulação dos materiais envolvidos na ligação por molas não lineares. As molas axiais e de corte traduzem o comportamento do compósito de FRP e da interface, respetivamente. Os deslocamentos são obtidos pelo método dos deslocamentos. Visto que várias técnicas foram surgindo ao longo dos tempos, modelaram-se três técnicas de reforço: técnica *Externally Bonded Reinforcement* (EBR) e a técnica *Near Surface Mounted Reinforcement* (NSM) utilizando compósitos de FRP quer em varão quer em placa rectangular.

3.2 Leis constitutivas dos materiais

3.2.1 Compósito de FRP

Os materiais compósitos mais populares em Engenharia Civil são constituídos por fibras de vidro (G), carbono (C) e de aramida (A). Na bibliografia encontram-se constantemente designados por GFRP, CFRP e AFRP, respetivamente.

O comportamento constitutivo destes materiais é elástico e linear com uma rutura frágil, ou seja, não apresenta qualquer patamar de cedência nem de plastificação quando se aproxima da rutura. Na Figura 3-1 estão representados vários exemplos de diagramas tensão vs. extensão de diferentes compósitos.

A equação que define o comportamento do material de reforço é baseada na lei de Hooke ($\sigma_p = E_p \cdot \varepsilon_p$), visto que o desempenho do compósito de FRP é, conforme referido antes, elástico e linear.

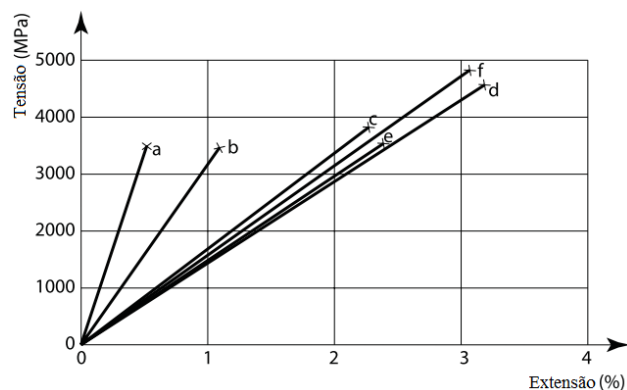


Figura 3-1- Lei constitutiva de fibras de: a) carbono (elevado módulo de elasticidade); b) carbono (elevada tensão de rutura); c) aramida (Kevlar 49); d) S-vidro; e) E-vidro; f) vulcânica [7]

No caso das fibras com matriz polimérica de vidro e de carbono são as mais recorrentes no reforço. A fibra S-vidro é caracterizada pela elevada tensão de rutura e alto módulo de elasticidade do que a fibra E-vidro. No entanto, a segunda é a mais utilizada pois o custo é mais reduzido.

As fibras vulcânicas são obtidas por fusão de depósitos de lava vulcânica. A resistência ao fogo, capacidade de isolamento de vibração, significativa capacidade de isolamento acústico e resistência a ambientes químicos são as principais vantagens enunciadas pelo Boletim 40 [7].

3.2.2 Comportamento da interface

O desempenho da ligação entre o material de reforço e o substrato no modelo discreto proposto é regido por uma lei *bond-slip* encontrada na bibliografia [3, 32-34]. Na modelação foram assumidas várias curvas *bond-slip* para definir o comportamento da interface, sendo três com forma linear e outras três não lineares.

Para conseguir modelar o descolamento o mais próximo possível da realidade, torna-se importante identificar a(s) lei(s) *bond-slip* que se adequem ao problema real bem como, a quantificação de todos os parâmetros que a definem, como a máxima tensão de aderência, deslizamento máximo ou último (se necessário).

As leis *bond-slip* não lineares são definidas pelas seguintes expressões:

- i) Expressão de Popovics [32] (Eq. 2.2);
- ii) Curva exponencial referida nos trabalhos de Dimande [33] (Eq. 2.3);
- iii) Curva exponencial proposta do Dai *et al.* [9] (Eq. 2.4).

No caso particular na expressão de Popovics', a constante n_p é igual a 3.0, recomendado por Nakaba *et al.* [47], como sendo o parâmetro que melhor aproxima o real comportamento da interface traduzido pela Eq. 2.2.

3.3 Modelo discreto proposto para 2 GDL

3.3.1 Considerações analíticas

O modelo discreto proposto visa analisar o comportamento da ligação reforço/substrato. Esta nova abordagem baseia-se em molas axiais e molas de corte com comportamento constitutivo linear ou não linear, dependendo dos materiais envolvidos na ligação.

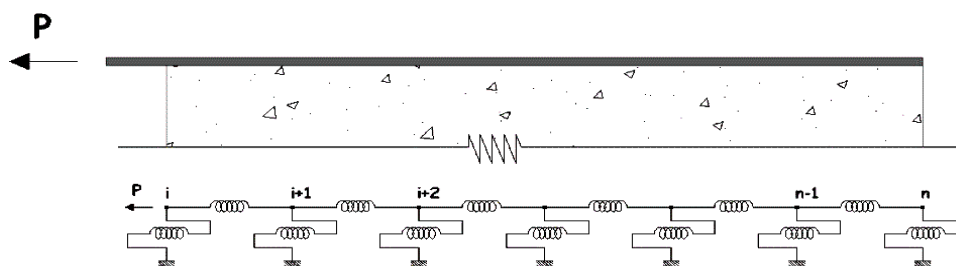


Figura 3-2- Modelo discreto proposto

Na modelação foram feitas algumas considerações que tornam o problema mais simples de resolver. Em cada elemento finito a distribuição das tensões de aderência são assumidas constantes, e consequentemente as extensões e tensões normais são lineares ao longo do comprimento dx . Portanto, a discretização do provete torna-se num parâmetro relevante na modelação, pois não pode ser muito grosseira para que não influencie e se afaste demasiado dos resultados analíticos. Outra hipótese adotada no modelo discreto é a suposição de uma distribuição uniforme das tensões de aderência ao longo da largura do material de reforço (FRP, aço), assim como num dado comprimento infinitesimal, dx , as tensões de aderência também foram consideradas constantes. No entanto, esta hipótese é corroborada por alguns autores [8, 47]. De salientar que a distorção do laminado de FRP é negligenciada, devido ao facto da largura (b_p) do material ser grande quando comparado com a sua espessura (t_p).

Como já foi referido anteriormente, a resolução do sistema de equações não lineares é determinado pelo método *Newton-Raphson*. Assim, esta nova abordagem pode ser usada independentemente da lei *bond-slip* assumida para o comportamento da interface reforço/substrato, conforme será mostrado mais adiante, bem como, para diversas técnicas de reforço com compósitos de FRP encontradas na literatura.

A Figura 3-3 ilustra as técnicas estudadas no presente trabalho, sendo as seguintes:

- i) Reforço colado externamente (EBR);
- ii) Reforço NSM utilizando varões de FRP;
- iii) Reforço com barra de FRP na vertical (VNSM).

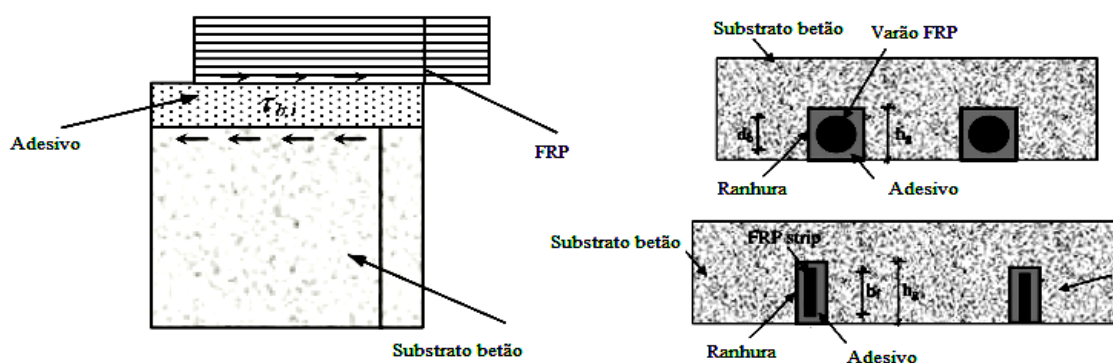


Figura 3-3- Técnicas de reforço usadas com compósitos de FRP [25, 49]

O modelo baseia-se no método dos deslocamentos, no qual foram assumidos dois graus de liberdade em cada elemento finito. Com a finalidade de obter conclusões sobre a influência do segundo Modo de Fratura na ligação os deslocamentos de rotação e perpendiculares ao plano de colagem foram negligenciados, conforme assumido também por Martinelli *et al.* [48].

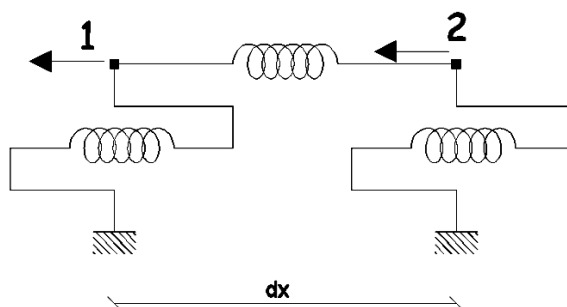


Figura 3-4- Elemento finito para 2 graus de liberdade

O comportamento do compósito de FRP foi simulado por molas axiais, enquanto o adesivo foi modelado por molas de corte, em que estas traduzem a lei *bond-slip* entre reforço/substrato colado. Deste modo, no modelo discreto assume-se que as deformações do substrato são nulas e o adesivo assume as propriedades da interface de acordo com a lei *bond-slip* representativa do conjunto colado reforço/substrato.

As equações diferenciais para os sistemas de reforço a serem analisados, EBR, NSM com varão e NSM com barra são muito similares. No Apêndice A apresenta-se com mais detalhe todas as definições das equações apresentadas na Tabela 3-1. De um modo geral, é necessário nas três técnicas fazer o equilíbrio das forças no comprimento infinitesimal dx (veja-se Figura 3-5).

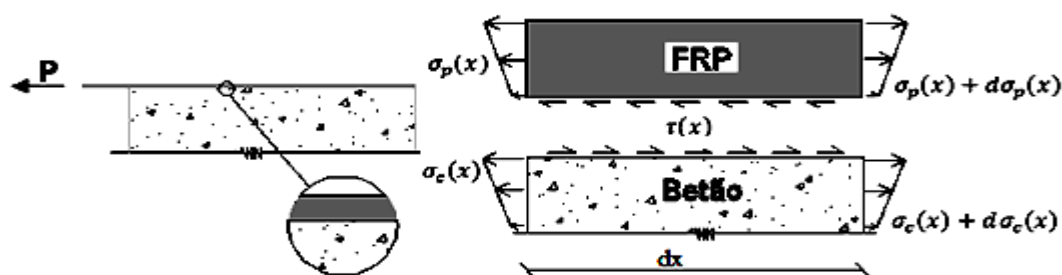


Figura 3-5- Equilíbrio de forças no comprimento dx

As deformações à flexão das placas de reforço foram desprezadas, tendo como consequência a redução do número de equações do problema. Considerando o comprimento infinitesimal dx do compósito de FRP faz-se o equilíbrio das forças horizontais. Por exemplo, para a técnica EBR, chega-se à equação seguinte:

$$(\sigma_p \cdot t_p + \tau_b(u) \cdot dx) \cdot b_p - (\sigma_p + d\sigma_p) \cdot b_p \cdot t_p = 0 \Leftrightarrow \frac{d\sigma_p}{dx} = \frac{\tau_b(u)}{t_p} \quad (3.1)$$

onde b_p e t_p são, respectivamente, a largura e espessura da placa de reforço FRP; σ_p e τ_b são a tensão longitudinal no FRP e a tensão de aderência desenvolvida no comprimento infinitesimal dx que depende da lei *bond-slip* da interface FRP/substrato, respetivamente.

As tensões normais longitudinais podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sigma_p(x) = E_p \cdot \frac{du_p}{dx} \Leftrightarrow \frac{\sigma_p(x)}{E_p} = \frac{du_p}{dx} \quad (3.2)$$

em que u_p e E_p são o deslocamento e o módulo de elasticidade no compósito de FRP, respetivamente. O deslizamento relativo, u , é dado da seguinte forma:

$$u = u_p - u_s \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = \frac{du_p}{dx} - \frac{du_s}{dx} \quad (3.3)$$

onde u_s é designado pelo deslocamento no substrato. As deformações no substrato são muito pequenas em relação às desenvolvidas no compósito de FRP. Assim, fica:

$$\varepsilon_p(x) = \frac{du}{dx} \quad (3.4)$$

Derivando a Eq. 3.4 em ordem a x obtém-se:

$$\frac{d\varepsilon_p(x)}{dx} = \frac{d^2u}{dx^2} \quad (3.5)$$

Note-se que as equações 3.2 até 3.5 são iguais para as duas restantes técnicas, NSM com secção circular e retangular.

Substituindo Eq. 3.5 em 3.2, o deslocamento u passa a ser designado por s (slip), pelo que a Eq. 3.1 pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{\tau_b(s)}{E_p \cdot t_p} = 0 \quad (3.6)$$

Na Tabela 3-1 estão expressas as equações diferenciais de equilíbrio para as três técnicas em estudo e cujas deduções se apresentam com mais pormenor no Apêndice A.

Tabela 3-1- Equações diferenciais das técnicas em análise

<u>EBR</u>	$\frac{d\sigma}{dx} - \frac{\tau_b(s)}{t_p} = 0$	$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{\tau_b(s)}{E_p \cdot t_p} = 0$
<u>NSM com varões</u>	$\frac{d\sigma}{dx} - \frac{4\tau_b(s)}{\phi_{var}} = 0$	$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{4\tau_b(s)}{E_p \cdot \phi_{var}} = 0$
<u>NSM com placa</u>	$\frac{d\sigma}{dx} - \frac{2\tau_b(s)}{t_p} = 0$	$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{2\tau_b(s)}{E_p \cdot t_p} = 0$
Nota: t_p e ϕ_{var} são a espessura e o diâmetro do varão do material de reforço, respetivamente. O parâmetro E_p é o Módulo de Young's do reforço; $\tau_b(s)$ é a tensão de aderência na interface definida pela lei <i>bond-slip</i> .		

A maior ou menor dificuldade da resolução das equações apresentadas na Tabela 3-1, dependerá da lei *bond-slip* assumida para simular o comportamento da interface do segundo Modo de fratura. A equação diferencial a resolver, quando a curva *bond-slip* rígido-plástica é assumida, é expressa por:

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{\tau_{max}}{E_p \cdot t_p} = 0 \quad (3.7)$$

A solução da Eq. 3.7 é:

$$s(x) = \frac{\tau_{max}}{2E_p \cdot t_p} \cdot x^2 + A \cdot x + B \quad (3.8)$$

onde as constantes A e B vão ser determinadas com base nas condições de fronteira do problema. Tendo em conta que a extensão na extremidade ($x=0$) é conhecida, o parâmetro A é:

$$A = -\frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \quad (3.9)$$

A expressão analítica da distribuição das extensões ao longo do comprimento colado é expressa por:

$$\varepsilon(x) = \frac{\tau_{max}}{E_p \cdot t_p} \cdot x - \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \quad (3.10)$$

Sabendo que a corresponde ao comprimento quando as tensões de aderência são diferentes de zero (comprimento efectivo da ligação), então a condição $s(a)=0$ pode ser imposta. Portanto o parâmetro B é dado por:

$$B = -\frac{\tau_{max}}{2E_p \cdot t_p} \cdot a^2 + \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot a \quad (3.11)$$

Assim, a Eq. 3.8 referente à distribuição dos deslizamentos é expressa por:

$$s(x) = \frac{\tau_{max}}{2E_p \cdot t_p} \cdot x^2 - \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot x - \frac{\tau_{max}}{2E_p \cdot t_p} \cdot a^2 + \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot a \quad (3.12)$$

A expressão analítica da distribuição dos deslizamentos ao longo do comprimento colado pode ser expressa também por:

$$s(x) = \frac{1}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \left(\frac{\tau_{\max} \cdot b_f \cdot x^2}{2} - P \cdot x + P \cdot a - \frac{\tau_{\max} \cdot a^2 \cdot b_f}{2} \right) \quad (3.13)$$

O comprimento a é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$P_{\max} = \int_0^a \tau_{b,\max} \cdot b_p dx \quad (3.14)$$

Todos os parâmetros são constantes no integral da Eq. 3.14 pelo que, o comprimento a é:

$$a = \frac{P}{\tau_{\max} \cdot b_p} \quad (3.15)$$

Como referido acima, a máxima força transmitida à barra de FRP e o comprimento efetivo da ligação (L_{eff}) são respetivamente:

$$P_{\max} = b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (3.16)$$

e o comprimento efetivo é dado por:

$$L_{eff} = s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{2E_p \cdot t_p}{G_f}} \quad (3.17)$$

As extensões na placa de FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} (\tau_{\max} \cdot b_p \cdot x - P) \quad (3.18)$$

Derivando a Eq. 3.18 em ordem a x e multiplicando pela espessura e pelo módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência são:

$$\tau_b(x) = \tau_{b,\max} \quad (3.19)$$

De notar que a Eq. 3.19 é válida ao longo do comprimento a definido na Eq. 3.15.

3.3.2 Análise incremental de força ou deslocamento

Na análise estrutural para aumentar a flexibilidade no estudo do processo de descolamento foram feitas dois tipos de modelação, uma em que se aplica uma força numa das extremidades da ligação; e outra em que se impõe um deslocamento ao FRP.

3.3.2.1 Incremento de força

O método dos deslocamentos é regido pela seguinte expressão:

$$[k_{ij}].\{s_i\} = \{P_i\} - \{X_{i0}\} \quad (3.20)$$

onde a matriz $[k_{ij}]$ é a matriz de rigidez do sistema; $\{s_i\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais ao longo do comprimento colado; $\{P_i\}$ é o vetor das forças exteriores aplicadas nos graus de liberdade do sistema discretizado; e, $\{X_{i0}\}$ é o vetor das forças de fixação. No ensaio de corte simples em estudo, aplicou-se apenas uma força de tração na extremidade. Assim, o vetor das forças nodais é dado por:

$$\{P_i\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

onde P_1 é a força aplicada no 1º grau de liberdade. O sistema de equações do modelo em estudo é definido da seguinte forma:

$$\{f_i(s_i)\} = 0 \Leftrightarrow [k_{ij}].\{s_i\} - \{P_i\} + \{X_{i0}\} = 0 \quad (3.22)$$

A dimensão da Eq. 3.22 depende do número de elementos finitos adotados, pois quanto mais refinada for a ligação, maior será a dimensão do respetivo sistema de equações. No entanto, a matriz de rigidez apresenta termos não lineares, tal como visto nas secções anteriores. O problema linear é de fácil resolução. Porém, a rigidez de corte do adesivo, assume as não linearidades inerentes à curva *bond-slip* adotada para a interface da ligação FRP e o substrato. Assim, na forma mais geral, o problema é não linear pelo que é necessário implementar o método do *Newton-Raphson* [50] para se resolver o sistema de equações definido na Eq. 3.22. As não linearidades são resolvidas iterativamente da seguinte forma:

$$\{s_i\}_j = \{s_i\}_{j+1} - [J(s_i)]^{-1}.\{f_i(s_i)\} \quad (3.23)$$

onde o vetor $\{s_i\}_{j+1}$ e $\{s_i\}_j$ é o vetor dos deslocamentos nodais na iteração $j+1$ e j , respetivamente; $[J(s_i)]^{-1}$ é a inversa da matriz jacobiana definida por:

$$[J(s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_3(s_2, s_3, s_4)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_3(s_2, s_3, s_4)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_3(s_2, s_3, s_4)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_3(s_2, s_3, s_4)}{\partial s_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_n} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Duas possibilidades de resolução pelo método *Newton Raphson* foram analisadas: manter ou não a matriz jacobiana em cada iteração de cálculo definida na Eq. 3.24 por cada incremento de força, sendo designados por *modified Newton-Raphson* e *full method Newton-Raphson*, respetivamente conforme ilustrado nas Figura 3-6a e Figura 3-6b. No entanto, na primeira situação o número de iterações necessárias até convergir é superior do que a 2ª situação, necessitando-se de mais iterações para atingir a convergência. Contudo, este procedimento ocupa menos memória computacional por não se modificar a matriz Jacobiana em cada iteração.

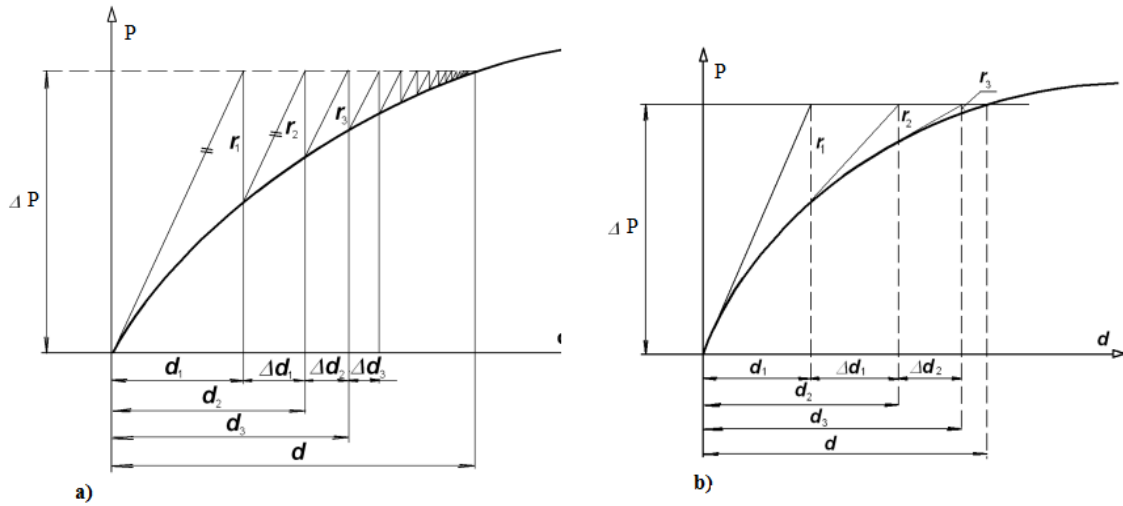


Figura 3-6- a) Método Newton-Raphson "modified" b) Método Newton-Raphson "full method" [50]

A diferença entre o vetor dos deslocamentos calculados entre duas iterações consecutivas é dada pela seguinte expressão:

$$ds = [J(s_i)]^{-1} \cdot \{f_i(s_i)\} \quad (3.25)$$

A convergência do sistema foi definida pela norma do vetor ds , dada por:

$$\|ds\| = \sqrt{ds_1^2 + ds_2^2 + ds_3^2 + \dots + ds_n^2} < 1 \times 10^{-6} m \quad (3.26)$$

Tendo em conta que no ponto de aplicação da força a extensão é máxima, enquanto na extremidade oposta da ligação a extensão é nula, pois não se encontra nenhuma força aplicada no respetivo nó, as condições de fronteira do problema são as seguintes:

$$\varepsilon_{f|x=0} = \frac{P_1}{A_p \cdot E_p} \quad (3.27a)$$

$$\varepsilon_{f|x=L_b} = 0 \quad (3.27b)$$

Refira-se ainda que as condições de fronteira definidas nas Eqs. 3.27 são válidas para qualquer que seja o comprimento colado adotado.

3.3.2.2 Incremento de deslocamento

Neste método é imposto numa extremidade um deslocamento segundo o eixo do plano de colagem, sendo essa a principal diferença do método anterior. O método de *Newton-Raphson* foi utilizado também na resolução do sistema das equações não lineares.

Na Figura 3-7 ilustra-se o elemento finito do modelo discreto, em que se impõe o deslocamento, Δ , (nó da extremidade esquerda) representando assim o modo 0 do modelo proposto com 2 graus de liberdade.

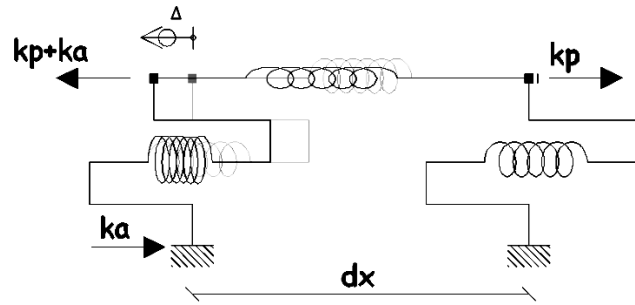


Figura 3-7- Modo 0 do modelo discreto

O sistema de equações é igual ao da Eq. 3.22. No entanto, um dos deslocamentos é conhecido, pelo que é possível simplificar o sistema de equações. Assim, o vetor das forças de fixação é:

$$\{X_{i0}\} = \begin{Bmatrix} -k_p \cdot \Delta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

A matriz jacobiana da Eq. 3.24 é dada por:

$$[J(s_2, s_3, \dots, s_n)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_n} \\ \frac{\partial f_3(s_3, s_4, s_5)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_3(s_3, s_4, s_5)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_3(s_3, s_4, s_5)}{\partial s_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_2} & \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_3} & \dots & \frac{\partial f_n(s_{n-1}, s_n)}{\partial s_n} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Após a 1ª iteração a distribuição dos deslocamentos ao longo do comprimento colado é conhecida (processo iterativo da Eq. 3.23) sendo possível calcular agora a força associada ao deslocamento

inicialmente imposto à ligação. Na Figura 3-8 está representado o 1º elemento finito e os respectivos deslocamentos nodais determinados após a convergência do vetor dos deslocamentos.

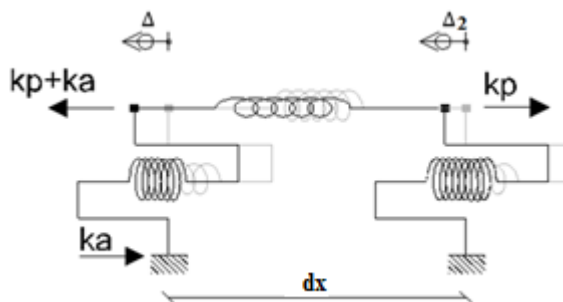


Figura 3-8- Disposição final dos nós do 1º elemento finito

Deste modo, a força associada é calculada pelo somatório de forças horizontais, dada pela seguinte expressão:

$$\sum F_H = 0 \Leftrightarrow P = \Delta \cdot (k_p + k_a) - \Delta_2 \cdot k_p \quad (3.30)$$

onde Δ e Δ_2 são respetivamente o deslocamento imposto (GDL 1) e o deslocamento final calculado numericamente (GDL 2); k_p e k_a são a rigidez do material de reforço e da interface, respetivamente.

A modelação com este tipo de incremento é vantajoso, pois para o problema em análise o sistema não perde a convergência, isto é, o método converge até ser alcançada a força máxima transmitida ao FRP, conforme se mostra na Figura 3-9.

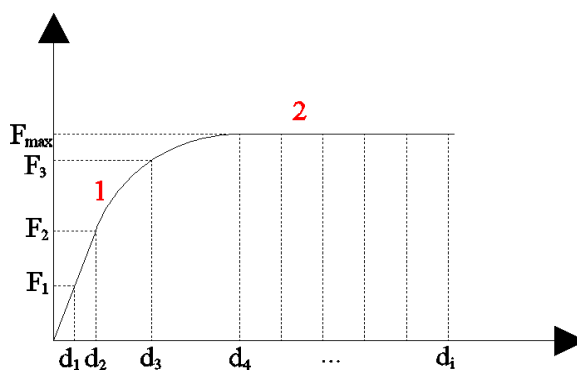


Figura 3-9- Curva força aplica vs. deslocamento máximo

O método por incremento de deslocamento (dependendo do incremento imposto), tem a desvantagem de na fase inicial do carregamento (para deslocamentos impostos pequenos) apresentar um reduzido número de pontos, pois esta fase do diagrama é muito curta (zona 1). Em contrapartida o incremento de força apresenta um número superior de pontos nesta zona do diagrama força vs. deslocamento. No entanto, para deslocamentos superiores (força constante), o método não perde a convergência à medida que se aumenta o deslocamento imposto. No entanto, o mesmo não acontece quando se opta por um incremento de força na zona constante (zona 2), o método tem mais dificuldades em convergir, mesmo diminuindo os incrementos de força.

3.3.3 Modelação das técnicas de reforço EBR e NSM sem ancoragem

No sentido de simular e compreender melhor o comportamento da ligação entre os materiais de reforço num dado comprimento colado é necessário associar a cada mola a sua rigidez equivalente. Sabendo a lei constitutiva do material é então possível associar a rigidez equivalente, do compósito de FRP e do adesivo, das respetivas molas em cada comprimento infinitesimal (dx). Apresenta-se a seguir a rigidez equivalente dos materiais, para simular os seus comportamentos constitutivos em cada uma das técnicas de reforço encontradas na literatura.

3.3.3.1 Técnica EBR (*Epoxy Bonded Reinforcement*)

Na Figura 3-10 está representado o modelo discreto proposto para a técnica EBR. As molas axiais têm comportamento linear, pois simulam o comportamento do material de reforço. Quanto às molas de corte associou-se o seu comportamento constitutivo à lei *bond-slip* assumida na interface entre os dois materiais no ensaio de corte simples.

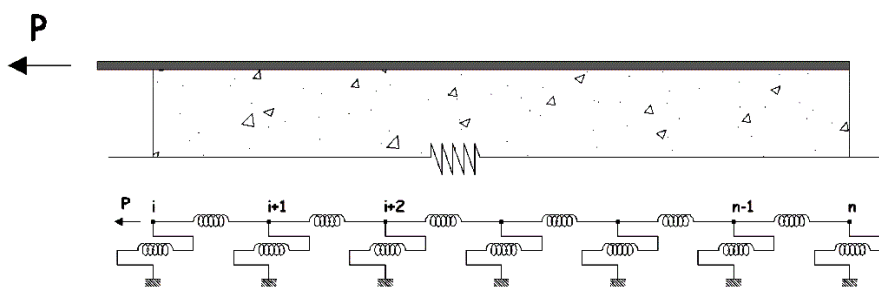


Figura 3-10- Modelo discreto para a técnica EBR

A escolha do comprimento dos elementos finitos (EF) que se deve adotar no modelo é uma preocupação constante na modelação. O facto de a discretização ser mais ou menos refinada influencia a eficácia do modelo, pois tal como referido anteriormente, as tensões de aderência são constantes em todo o comprimento dx , tornando assim a sua escolha numa questão preponderante. Após ser feita a discretização da ligação, é necessário impor um deslocamento ds ao GDL 1 restringindo o 2º GDL. As forças assim desenvolvidas nos GDL são determinadas por equilíbrio do EF (ver Figura 3-11).

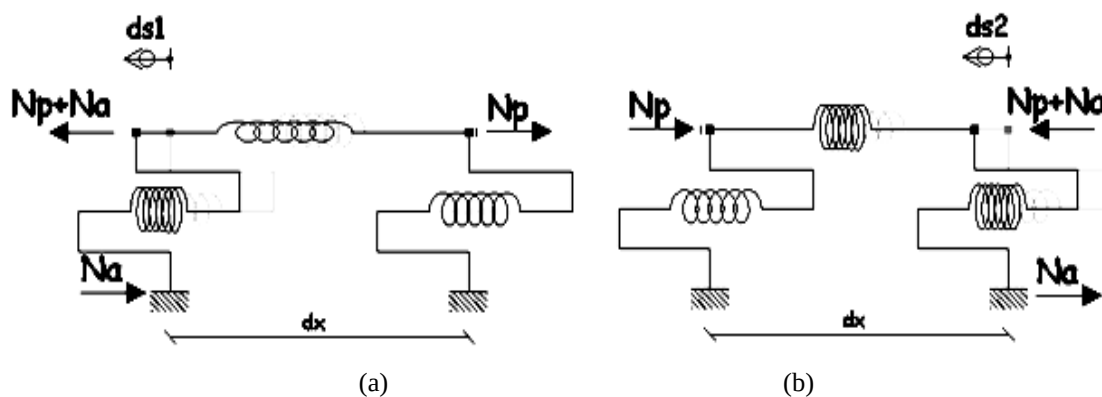


Figura 3-11-1º e 2º modo para a técnica EBR. a) $ds1=s1$ e $ds2=0$ b) $ds1=0$ e $ds2=s2$

A matriz de rigidez do elemento finito com 2 GDL é dada pela seguinte matriz 2x2:

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_p \\ -k_p & k_p + k_a \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde k_p é a rigidez axial da mola que representa o compósito; k_a é a rigidez de corte da mola que traduz o comportamento da interface. Definem-se a seguir os parâmetros para construir a respetiva matriz de rigidez.

Assumindo a lei constitutiva do compósito de FRP, é então possível determinar força axial instalada no material de reforço:

$$N_p = A_p \cdot E_p \cdot \frac{ds}{dx} \quad (3.32)$$

em que o termo A_p é a área da secção transversal do material de reforço; E_p é o Módulo de elasticidade do compósito de FRP; dx é o comprimento infinitesimal do elemento finito (EF); ds é o deslocamento do nó do EF, onde é pretendido calcular a força axial do compósito. É importante referir que o facto de ser alterada a técnica de reforço (de EBR para NSM) a modelação do modelo discreto não implica alterar a Eq. 3.32.

A forma da lei *bond-slip* não é um entrave nesta nova abordagem, isto é, podem ser assumidas leis não lineares. A força associada à mola de corte, tendo em conta a área de influência no comprimento dx , é dada pela seguinte expressão:

$$N_a = \tau_b(s) \cdot b_p \cdot \frac{dx}{2} \quad (3.33)$$

onde $\tau_b(s)$ é a lei *bond-slip* assumida para o problema; e b_p é a largura da placa do compósito de FRP. A força mobilizada na mola de corte vai depender dos deslocamentos entre os dois materiais.

A rigidez associada às molas, quer a axial quer a de corte, são obtidas através das respetivas derivadas em ordem ao deslocamento (ds). A rigidez da mola axial não sofre qualquer variação, uma vez que o comportamento do compósito de FRP é elástico e linear. Assim, calculando a derivada em ordem ao deslocamento ds da Eq. 3.32, obtém-se a seguinte rigidez axial:

$$k_p = \frac{b_p \cdot t_p \cdot E_p}{dx} \quad (3.34)$$

em que t_p e b_p são, respetivamente, a espessura e largura do compósito de FRP. No entanto, a rigidez do adesivo varia, porque diferentes leis *bond-slip* foram assumidas para definir o comportamento local da interface. Assim, a rigidez relativa à mola de corte da interface é obtida através da derivada em ordem ao deslocamento, ds , da Eq. 3.33, ficando:

$$k_a = \frac{d\tau_b(s)}{ds} \cdot b_p \cdot \frac{dx}{2} \quad (3.35)$$

Portanto, ficam assim definidos, para o caso da técnica EBR, os parâmetros k_p e k_a da matriz de rigidez da Eq. 3.31. Posteriormente, é necessário fazer a assemblagem da matriz de rigidez para se obter a matriz de rigidez global do problema.

3.3.3.2 Técnica NSM utilizando compósitos em varão

No seguimento ao realizado no subcapítulo 3.3.3.1, para a técnica EBR, a força axial dada pela Eq. 3.32 mantém-se. Contudo, a área da secção transversal do reforço é, neste caso:

$$A_p = \frac{\pi \cdot \phi_{var}^2}{4} \quad (3.36)$$

onde ϕ_{var} é o diâmetro do varão de FRP. Assim, é possível determinar a rigidez do varão de compósito de FRP substituindo a Eq. 3.36 na Eq. 3.32:

$$N_p = \frac{\pi \cdot \phi_{var}^2 \cdot E_p \cdot ds}{4 \cdot dx} \quad (3.37)$$

A rigidez axial do reforço é:

$$k_p = \frac{\pi \cdot \phi_{var}^2 \cdot E_p}{4 \cdot dx} \quad (3.38)$$

Quanto à força de corte do adesivo, procede-se de forma análoga à técnica de reforço anterior pelo que, a força no adesivo é:

$$N_a = \tau_b(s) \cdot \pi \cdot \phi_{var} \cdot \frac{dx}{2} \quad (3.39)$$

A rigidez da mola de corte é determinada pela derivada da Eq. 3.39 em ordem ao deslocamento ds , obtendo-se:

$$k_a = \frac{d\tau_b(s)}{ds} \cdot \pi \cdot \phi_{var} \cdot \frac{dx}{2} \quad (3.40)$$

Ficam assim definidas a rigidez axial que representa o comportamento do varão de FRP e a rigidez de corte que representa o comportamento da interface para a definição da matriz de rigidez apresentada na Eq. 3.31.

3.3.3.3 Técnica NSM-vertical ou horizontal

A técnica NSM apresenta duas variantes, ou seja, a colocação do reforço pode ser feita na horizontal ou na vertical. A designação VNSM vem do simples facto do compósito ser posto na vertical. Por outro lado, a designação por HNSM corresponde à situação em que o material de reforço encontra-se na horizontal.

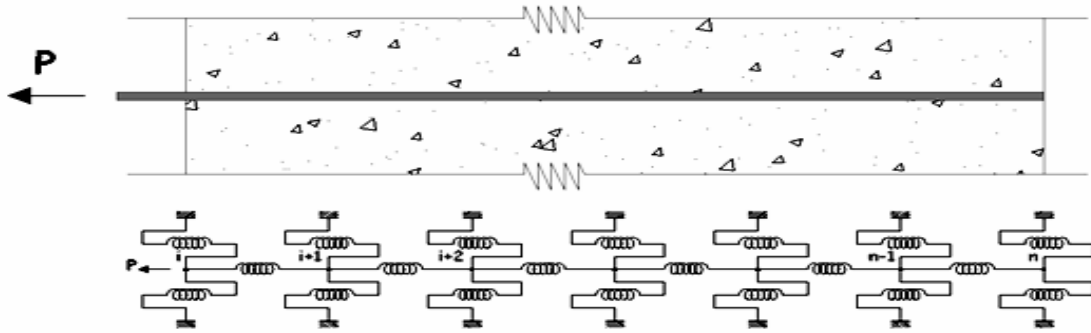


Figura 3-12- Modelo discreto da técnica NSM

A Figura 3-13 representa o modelo discreto, para um elemento finito, da técnica NSM. Os diferentes modos, bem como, as respectivas forças de fixação estão representadas, a fim de ser definida a matriz de rigidez, sendo esta igual à da técnica EBR definida na Eq. 3.32.

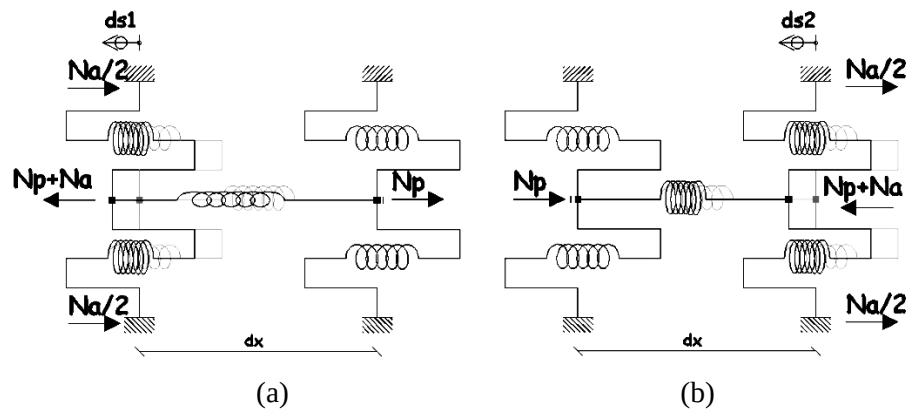


Figura 3-13- 1º e 2º modo para a técnica NSM a) $ds1=s1$ e $ds2=0$ b) $ds1=0$ e $ds2=s2$

Em conformidade com o anteriormente realizado nas outras técnicas, a força axial no compósito de FRP é determinada de acordo com a Eq. 3.32. Visto que a área da secção transversal é a mesma, a rigidez axial para a técnica NSM é a mesma e foi simulada com uma mola axial do compósito de FRP igual à utilizada na técnica EBR.

A definição da força do adesivo é ligeiramente diferente daquela definida no caso da técnica EBR, isto é, neste caso o perímetro em contacto com o adesivo é superior, pois a força de corte no adesivo é o dobro da obtida na técnica EBR dada pela Eq. 3.33. Portanto, a respetiva força de corte do adesivo é dada por:

$$N_a = \tau_b(s) \cdot (2 \cdot b_p) \cdot \frac{dx}{2} = \tau_b(s) \cdot b_p \cdot dx \quad (3.41)$$

Por conseguinte, a rigidez de corte do adesivo é também o dobro da mola obtida no sistema EBR dada pela Eq. 3.35. A rigidez da mola de corte é então:

$$k_a = \frac{d\tau_b(s)}{ds} \cdot b_p \cdot dx \quad (3.42)$$

3.3.4 Modelação das técnicas de reforço EBR com ancoragem

À técnica EBR podem ser associados vários sistemas de ancoragem. Na técnica de colagem de chapas metálicas, Chastre [13] utilizou na ligação entre chapas metálicas e o betão buchas metálicas. Ferracuti [8] recorreu a ancoragens mecânicas de modo a que nessa zona de fixação mecânica os deslocamentos da interface estejam impedidos.

Em seguida far-se-á a apresentação do sistema de equações e todo o processo de cálculo a ser implementado no modelo discreto.

3.3.4.1 Amarração com dispositivo mecânico

Neste sistema de ancoragem optou-se por uma modelação com incremento de força, pois sabe-se previamente dos resultados obtidos por Ferracuti [8], que a resposta da ligação apresentará duas zonas quase-lineares. Na simulação do ensaio de corte simples, irá surgir uma força adicional aplicada ao compósito de FRP, isto é, a força relativa à reação na extremidade oposta à da força aplicada. No início do ensaio, esta reação é nula, pois o comportamento é similar quando não existe ancoragem mecânica em $x=L_b$ (subcapítulo 3.4.1.1.). No entanto, a partir do momento em que a força transmitida ao compósito de FRP permanece constante esta, ainda consegue aumentar, como se verá no Capítulo 5.

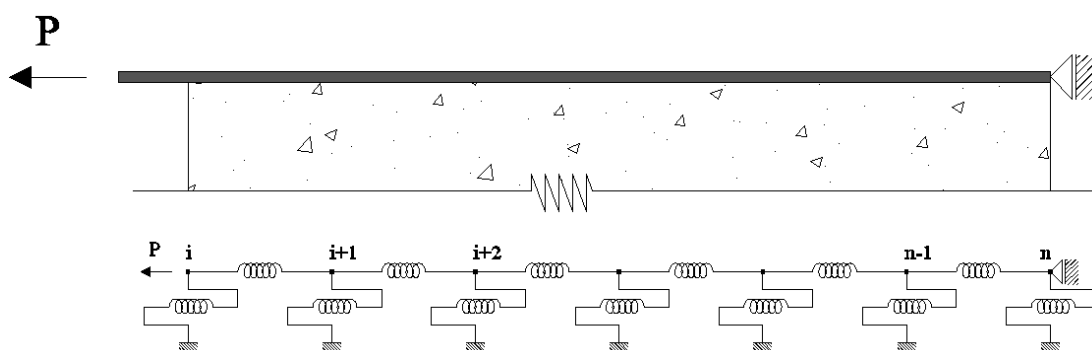


Figura 3-14- Modelo discreto para o sistema de ancoragem com apoio na extremidade

A modelação deste sistema de reforço tem uma particularidade em comum com o modelo com incremento de deslocamento uma vez que, também se conhece um deslocamento. O modelo discreto, como se vê na Figura 3-14, apresenta na extremidade oposta à aplicação da força um apoio para simular o sistema de fixação mecânico. Consequentemente, neste ponto ($x=L_b$) o deslocamento é nulo. O sistema de equações (ver Eq. 3.22) tem menos uma equação para resolver, tendo em conta que no nó n a incógnita já é conhecida.

A matriz jacobiana necessária para aplicar o método *Newton-Raphson* é:

$$[J(s_2, s_3, \dots, s_n)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial f_1(s_1, s_2)}{\partial s_{n-1}} \\ \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial f_2(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{n-1}(s_{n-2}, s_{n-1}, s_n)}{\partial s_1} & \frac{\partial f_{n-1}(s_{n-2}, s_{n-1}, s_n)}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial f_{n-1}(s_{n-2}, s_{n-1}, s_n)}{\partial s_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Após cada iteração definida pela Eq. 3.23, verifica-se o equilíbrio da ligação pelo que, é necessário determinar as reações, quer da base quer do próprio apoio (veja-se Figura 3-15).

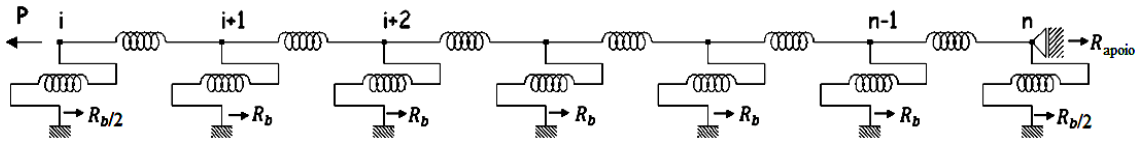


Figura 3-15- Equilíbrio do modelo discreto proposto

O somatório de forças horizontais é dado por:

$$\sum F_H = 0 \Leftrightarrow \sum R_b + R_{apoio} - P = 0 \quad (3.44)$$

onde $\sum R_b$ é o somatório de todas as reações da base; R_{apoio} é a reação no apoio e P é a força aplicada ao reforço. Um aspeto determinante no equilíbrio do modelo é o facto da área de influência das molas de corte nas duas extremidades, ou seja, no nó i e nó n as respetivas áreas de influência são metade das restantes, como mostra a Figura 3-15. A reação da base é dada por:

$$R_b^i = k_a \cdot s^i \quad (3.45)$$

onde s^i é o deslocamento no nó i .

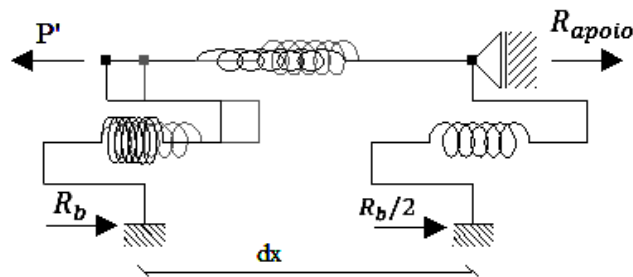


Figura 3-16- Último elemento finito

A determinação da reação no apoio é feita a partir do somatório de forças horizontais no último elemento finito:

$$\sum F_H = R_b^{n-1} + \frac{R_b^n}{2} + R_{apoio} - P' \quad (3.46)$$

E conseqüentemente:

$$P' = (k_a + k_p) \cdot s^{n-1} - k_p \cdot s^n \quad (3.47)$$

Visto que o deslocamento no apoio, s^n , é nulo, a reação da base também é nula pelo que, a reação é:

$$R_{apoio} = k_p \cdot s^{n-1} \quad (3.48)$$

De notar que, as condições de fronteira para esta modelação são diferentes das apresentadas anteriormente. Neste caso, no ponto oposto da aplicação da força ($x=L_b$) o deslocamento é restringido e a extensão é agora diferente de zero como vinha a acontecer até aqui. Assim, a extensão é agora:

$$\varepsilon_{f|x=L_b} = \frac{R_{apoio}}{A_p \cdot E_p} \quad (3.49)$$

3.3.4.2 Largura variável do reforço

Neste subcapítulo mostram-se os aspetos a ter em conta na modelação de uma ligação colada com largura variável. Este sistema tem como finalidade a prevenção do descolamento prematuro do reforço, seja um compósito de FRP, chapa de aço.

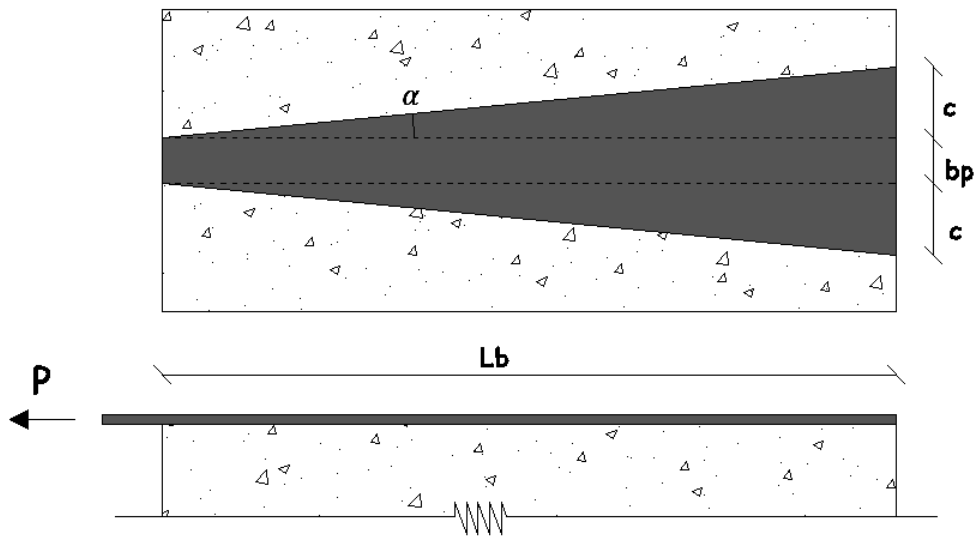


Figura 3-17- Esquema do sistema de ancoragem

A Figura 3-17 mostra o esquema de ensaio desta alternativa. O comprimento c é definido da seguinte forma:

$$c = L_b \cdot \tan(\alpha) \quad (3.50)$$

onde L_b é o comprimento colado e α é o ângulo formado com a linha que passa pela largura inicial do reforço (linha horizontal a tracejado na Figura 3-17).

Numa determinada posição da ligação x a largura do reforço nessa posição é:

$$b_p(x) = b_p + 2 \cdot x \cdot \tan(\alpha) \quad (3.51)$$

Na posição $x+dx$ da ligação, a largura do reforço é:

$$b_p(x + dx) = b_p + 2 \cdot (x + dx) \cdot \tan(\alpha) \quad (3.52)$$

Analogamente ao que foi feito no início do presente Capítulo, para determinar a solução analítica do problema é necessário, uma vez mais, realizar o equilíbrio das forças na ligação tal como mostra a Figura 3-5.

Assim, considerando o comprimento infinitesimal dx resulta:

$$\sigma_p \cdot t_p \cdot b_p(x) + \tau_b(u) \cdot \left(b_p(x) + b_p(x + dx) \right) \frac{dx}{2} - (\sigma_p + d\sigma_p) \cdot b_p(x + dx) \cdot t_p = 0 \quad (3.53)$$

Desenvolvendo a Eq. 3.53, resulta:

$$\frac{d\sigma_p}{dx} + \frac{2\sigma_p \cdot \tan(\alpha)}{b_p + 2x \cdot \tan(\alpha)} = \frac{\tau_b(u)}{t_p} \quad (3.54)$$

onde $\tau_b(u)$ é a tensão de aderência mobilizada no comprimento infinitesimal dx que depende da curva *bond-slip* da interface FRP/substrato implementada.

Substituindo a Eq. 3.5 na Eq. 3.2, então a Eq. 3.54 pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\frac{du^2}{d^2x} + \frac{1}{K+x} \cdot \frac{du}{dx} - \frac{\tau_b(u)}{E_p \cdot t_p} = 0 \quad (3.55)$$

onde:

$$K = \frac{b_p}{2 \tan(\alpha)} \quad (3.56)$$

Assim, e de uma forma genérica, a equação governativa de uma ligação com troços constantes ou por troços lineares, em que a técnica EBR é usada, pode ser definida por:

$$\begin{cases} \frac{du^2}{d^2x} = \frac{\tau_b(u)}{E_p \cdot t_p} \text{ para } \alpha = 0^\circ \\ \frac{du^2}{d^2x} + \frac{1}{K+x} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{\tau_b(u)}{E_p \cdot t_p} \text{ para } \alpha > 0^\circ \end{cases} \quad (3.57)$$

Repara-se que a modelação realizada e mostrada no início do Capítulo é a correspondente à solução analítica em que $\alpha = 0^\circ$, quando o sistema EBR é assumido.

Na resolução deste novo problema foram feitas duas modelações distintas: (i) por troços constantes; e (ii) por troços lineares, em que se considerou efetivamente a variação linear da largura em

cada comprimento infinitesimal do reforço. Já no primeiro caso, a modelação por troços constantes, considerou-se que em cada elemento finito a largura é constante.

Discretização por troços constantes

Esta estratégia modela o sistema de forma aproximada, uma vez que em cada nó do elemento finito a largura é constante, conforme se ilustra na Figura 3-18.

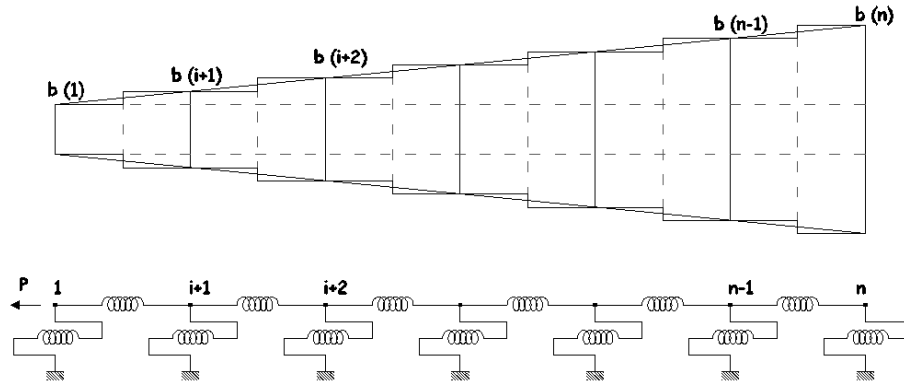


Figura 3-18-Modelo discreto pela modelação por troços constantes

Como a área do compósito do FRP vai mudando ao longo do comprimento colado, a rigidez da mola axial referente ao reforço também vai sofrendo alterações, isto é, vai aumentando ao longo do comprimento colado. Desta forma, no elemento finito, consideraram-se 2 molas axiais em série para modelar o reforço, por forma a determinar a rigidez equivalente em cada comprimento infinitesimal (veja-se a Figura 3-19).

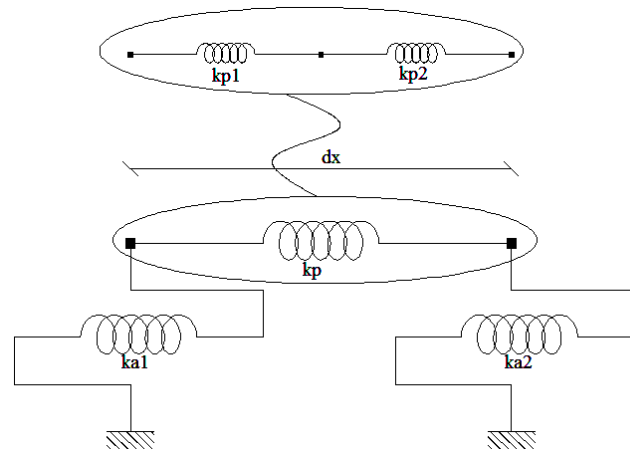


Figura 3-19- Elemento finito da modelação por troços constantes

A rigidez axial do reforço é dado por:

$$\begin{cases} k_{p1} = \frac{2E_p \cdot t_p \cdot b_{p1}}{dx} \\ k_{p2} = \frac{2E_p \cdot t_p \cdot b_{p2}}{dx} \end{cases} \quad (3.58)$$

Como as molas no comprimento infinitesimal estão em série, a rigidez equivalente é:

$$k_p = \frac{1}{\frac{1}{k_{p1}} + \frac{1}{k_{p2}}} = \frac{2E_p \cdot t_p}{dx \left(\frac{1}{b_{p1}} + \frac{1}{b_{p2}} \right)} \quad (3.59)$$

onde b_{p1} e b_{p2} são a largura do reforço no GDL 1 e 2, respetivamente.

Em cada GDL do elemento finito, a rigidez de corte que tenta representar o comportamento da interface é dada por:

$$\begin{cases} k_{a1} = \frac{\tau_b(s) \cdot dx \cdot b_{p1}}{2} \\ k_{a2} = \frac{\tau_b(s) \cdot dx \cdot b_{p2}}{2} \end{cases} \quad (3.60)$$

Visto que a área de influência da mola de corte vai aumentando ao longo do comprimento, para cada GDL (mola de corte) a rigidez tem de ter em conta esse facto em cada elemento finito. No final procede-se à assemblagem da matriz de rigidez, sendo a matriz de rigidez de um EF dada por:

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_p + k_{a1} & -k_p \\ -k_p & k_p + k_{a2} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Discretização por troços com variação linear

Nesta situação, em cada elemento finito considera-se efetivamente a variação da largura do reforço conforme se ilustra na Figura 3-20.

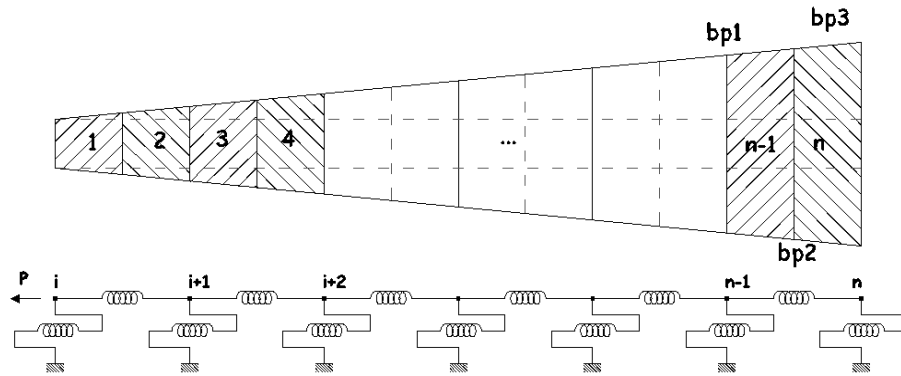


Figura 3-20- Modelo discreto para a modelação por troços lineares

Para determinar a rigidez axial do reforço começa-se por aplicar uma dada força, P , num elemento finito. Da Resistência de Materiais, a deformação, s , provocada no elemento é dada por:

$$s = \int_0^x \frac{P}{E_p \cdot A_p} dx = \frac{P}{E_p \cdot t_p} \int_0^x \frac{1}{b_p(x)} dx \quad (3.62)$$

onde $b_p(x)$ é dado pela Eq. 3.51. Integrando a Eq. 3.62 obtém-se o deslocamento no reforço:

$$s = \frac{P}{2E_p \cdot t_p \cdot \tan(\alpha)} \cdot \ln \left(1 + \frac{2x \cdot \tan(\alpha)}{b_p} \right) \quad (3.63)$$

Consequentemente a força é dada por:

$$P = \frac{2E_p \cdot t_p \cdot \tan(\alpha)}{\ln \left(1 + \frac{2x \cdot \tan(\alpha)}{b_p} \right)} \cdot s \quad (3.64)$$

Por sua vez a rigidez axial que traduz o comportamento constitutivo do reforço é a seguinte:

$$\begin{cases} k_p = \frac{E_p \cdot A_p}{dx} \text{ para } \alpha = 0^\circ \text{ (ver anexo B)} \\ k_p = \frac{2E_p \cdot t_p \cdot \tan(\alpha)}{\ln \left(1 + \frac{2x \cdot \tan(\alpha)}{b_p} \right)} \text{ para } \alpha > 0^\circ \end{cases} \quad (3.65)$$

onde x é a posição do GDL do elemento finito e no qual é inserida a força axial relativa ao reforço; e b_p é a largura inicial do reforço. Note-se que a rigidez do reforço sem variação de largura ($\alpha = 0^\circ$) é a mesma que a obtida no início do Capítulo para a técnica EBR, como se verifica na Eq. 3.65.

Por exemplo, para o último elemento finito, conforme se ilustra na Figura 3-20 a rigidez de corte n e $n-1$, são respetivamente:

$$\begin{cases} k_{a\ n} = \tau_b(s) \cdot \frac{dx \cdot (b_{p3} + b_{p2})}{2} \\ k_{a\ n-1} = \tau_b(s) \cdot \frac{dx \cdot (b_{p1} + b_{p2})}{2} \end{cases} \quad (3.66)$$

Após ter sido feito o mesmo para todos os elementos finitos é necessário fazer a assemblagem da matriz de rigidez. A matriz de rigidez para um elemento finito é a mesma que a definida na Eq. 3.61.

3.3.5 Modelação da ligação reforço/substrato entre fendas consecutivas

No presente subcapítulo é descrito o modelo proposto para simular e analisar o mecanismo de rutura da ligação reforço/substrato entre duas fendas consecutivas. Na Figura 3-21 ilustram-se as duas situações que devem ser consideradas nesta análise: (i) a ligação está sujeita a forças constantes em que $P_1/P_2=1=\beta$ modelando-se desta forma a região de momento fletor constante de uma viga; e (ii) a ligação está sujeita a forças de intensidades distintas em que $0 < P_1/P_2 < 1=\beta$ modelando-se desta forma a região de momento fletor variável de uma viga.

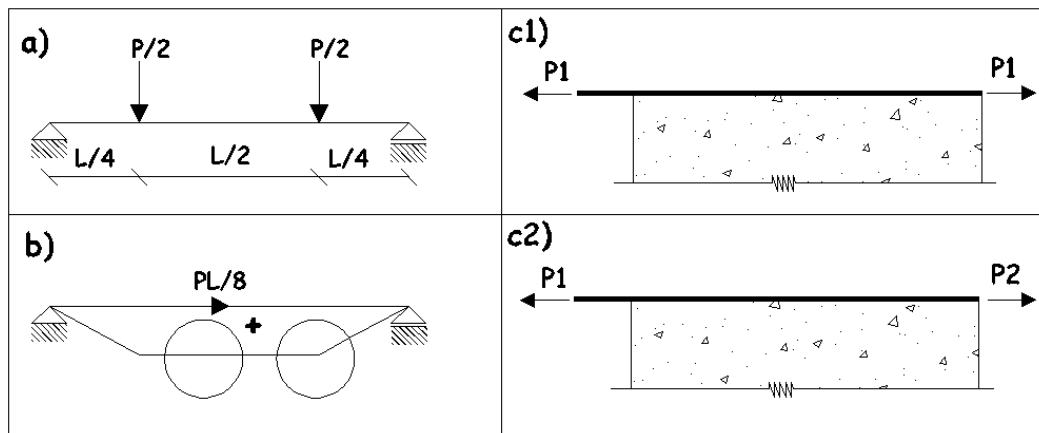


Figura 3-21- a) Exemplo de distribuição de força; b) Diagrama de momentos fletores da estrutura; c) Ensaio corte simples das zonas a analisar

Nestas circunstâncias, duas forças de sentidos opostos são aplicadas no reforço e o desempenho da ligação fica dependente de mais duas situações distintas: (i) a distância média entre fendas consecutivas do betão é maior ou igual que duas vezes o comprimento efetivo da ligação; e a distância média entre fendas consecutivas do betão é inferior a duas vezes o comprimento efetivo da ligação. Assim, deve considerar-se quatro situações neste mecanismo de rutura.

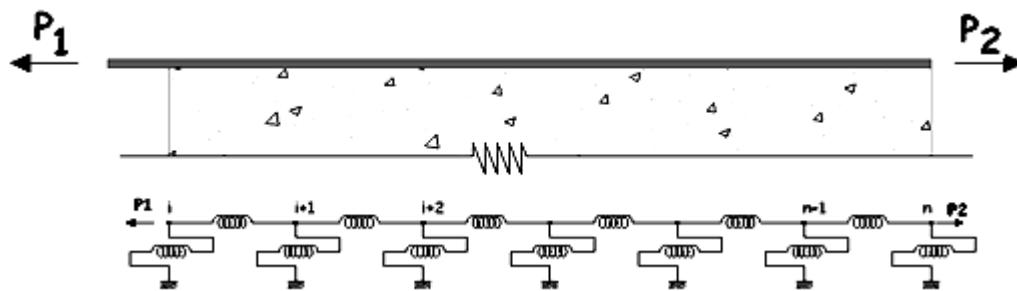


Figura 3-22- Modelo discreto proposto entre fendas consecutivas

O vetor das forças nodais da Eq. 3.20 é agora:

$$\{P_i\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -P_2 \end{Bmatrix} \quad (3.67)$$

onde P_1 e P_2 são as forças aplicadas nos GDL i e n , respectivamente (veja-se na Figura 3-22). O vetor das forças de fixação definido anteriormente pela Eq. 3.20 é nulo. A relação entre as duas forças é dado por:

$$\beta = \frac{P_1}{P_2} \quad (3.68)$$

As condições de fronteira impostas nesta modelação são semelhantes às apresentadas na secção 3.3.4.1. No entanto, como no ponto $x=L_b$ encontra-se uma segunda força, a extensão nesse ponto é:

$$\varepsilon_{f|x=L_b} = -\frac{P_2}{A_p \cdot E_p} \quad (3.69)$$

3.3.6 Modelação da ligação reforço/substrato sujeita a variações de temperatura uniformes

Neste subcapítulo descreve-se o modelo discreto para simular o ensaio de corte simples, quando sujeito a variações de temperatura. A temperatura tem influência no comportamento da ligação reforço/substrato e no sentido de entender os seus efeitos na resistência destas ligações, analisaram-se várias situações em que a ligação ficava sujeita a ações mecânicas combinadas com as térmicas. Nesta modelação foram tidas ainda em consideração o seguinte:

- 1) o efeito da temperatura só afeta o reforço, pois trata-se da fase inicial do que acontece na realidade à ligação. Por exemplo, quando sujeita a variações de temperaturas durante 5 minutos (sem que o substrato seja afetado pela temperatura). Portanto, se nada for referido ao longo do texto então as deformações devidas às ações térmicas no substrato não foram consideradas;
- 2) o modelo proposto por Dai *et al.* [51] foi assumido para modelar uma ligação entre um compósito de FRP e um betão porque tem em consideração as variações da lei *bond-slip* destas ligações devido às ações térmicas. O modelo proposto por Dai *et al.* [51] trata-se de uma curva não linear e fácil de ser implementado.

Assim para uma ligação FRP/betão começa-se por considerar o comprimento infinitesimal dx do betão, conforme ilustra a Figura 3-5e faz-se o equilíbrio das forças horizontais, conduzindo à equação:

$$\sigma_c \cdot t_c \cdot b_c - \tau_b(u) \cdot dx \cdot b_p - (\sigma_c + d\sigma_c) \cdot b_c \cdot t_c = 0 \Leftrightarrow \frac{d\sigma_c}{dx} + \frac{\tau_b(u) \cdot b_p}{t_c \cdot b_c} = 0 \quad (3.70)$$

$$\sigma_c(x) \cdot t_c \cdot b_c + \sigma_p(x) \cdot t_p \cdot b_p = 0 \quad (3.71)$$

À tensão normal no compósito de FRP definida na Eq. 3.2 é adicionado o termo referente à deformação devido à temperatura, pelo que:

$$\sigma_p(x) = E_p \cdot \left(\frac{du_p}{dx} - \alpha_p \cdot \Delta T \right) \quad (3.72)$$

A tensão normal no betão é expressa por:

$$\sigma_c(x) = E_c \cdot \left(\frac{du_c}{dx} - \alpha_c \cdot \Delta T \right) \quad (3.73)$$

onde E_p e α_p são o módulo de elasticidade e o coeficiente de dilatação térmica linear do compósito de FRP; E_c e α_c são o módulo de elasticidade e o coeficiente de dilatação térmica linear do betão; e ΔT é a variação da temperatura (°C). Novamente, introduzindo as Eqs. 3.72 e 3.73 na Eq. 3.3, obtém-se a expressão seguinte:

$$\frac{du}{dx} = \frac{\sigma_p(x)}{E_p} - \frac{\sigma_c(x)}{E_c} + (\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \quad (3.74)$$

Derivando a Eq. 3.74 em ordem a x e substituindo o deslocamento u por s conduz à seguinte expressão:

$$\frac{d^2s}{dx^2} = \frac{1}{E_p} \cdot \frac{d\sigma_p(x)}{dx} - \frac{1}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c(x)}{dx} \quad (3.75)$$

Substituindo as Eq. 3.1 e 3.70 na Eq. 3.74, a equação diferencial fica então definida por:

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \lambda^2 \cdot \tau(s) = 0 \quad (3.76)$$

onde

$$\lambda^2 = \frac{1}{E_p \cdot t_p} + \frac{b_p}{E_c \cdot b_c \cdot t_c} \quad (3.77)$$

Normalmente $1/E_p \cdot t_p \gg b_p/E_c \cdot b_c \cdot t_c$ segundo [31], pelo que a Eq. 3.77 pode ser reescrita sob a forma:

$$\lambda^2 = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \quad (3.78)$$

A tensão normal no compósito de FRP pode ser determinada substituindo a Eq. 3.78 na Eq. 3.74 ficando então definida da seguinte forma:

$$\sigma_p(x) = \frac{1}{t_c \cdot \lambda^2} \cdot \left(\frac{ds(x)}{dx} - (\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \right) \quad (3.79)$$

A solução da equação diferencial de segunda ordem definida na Eq. 3.76 depende da lei *bond-slip* assumida, para traduzir o comportamento da interface FRP/betão.

Numa nova proposta para lei *bond-slip* da ligação foi apresentada por Dai *et al.* [9]. Sinteticamente o modelo de Dai *et al.* [9] consiste em estabelecer a extensão em função do deslizamento pelo que se pode escrever:

$$\varepsilon = f(s) \quad (3.80)$$

Derivando em ordem a x a Eq. 3.80 obtém-se:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{df(s)}{ds} \cdot \frac{ds}{dx} = \frac{f(s)}{ds} \cdot \varepsilon = \frac{df(s)}{ds} \cdot f(s) \quad (3.81)$$

As tensões de aderência podem ser calculadas por:

$$\tau = E_p \cdot t_p \cdot \frac{d\varepsilon}{dx} = E_p \cdot t_p \cdot \frac{df(s)}{ds} \cdot f(s) \quad (3.82)$$

Dai *et al.* [9] propõe que a extensão em função do deslizamento pode ser traduzida por:

$$\varepsilon = A \cdot (1 - e^{-Bs}) \quad (3.83)$$

onde A é a extensão máxima obtida no FRP e o B é um parâmetro obtido experimentalmente e ajustável à curva extensão vs. deslizamento experimental. A Eq. 3.82 pode ser agora reescrita da seguinte forma:

$$\tau = E_p \cdot t_p \cdot A^2 \cdot e^{-Bs} \cdot (1 - e^{-Bs}) \quad (3.84)$$

A energia de fratura (G_f) é dada por:

$$G_f = \int_0^{s_{ult}} \tau \cdot ds \quad (3.85)$$

onde s_{ult} é o deslizamento a partir do qual se inicia o descolamento. Portanto, ao resolver a Eq. 3.85 obtém-se a seguinte expressão:

$$G_f = \frac{E_p \cdot t_p \cdot A^2}{2} \quad (3.86)$$

e consequentemente:

$$A = \varepsilon_{max} = \sqrt{\frac{2G_f}{t_p \cdot E_p}} \quad (3.87)$$

A partir da Eq. 3.87 e da Eq. 3.86, a lei *bond-slip* definida na Eq. 3.84 pode ser expressa em função da energia de fratura e do parâmetro B , da seguinte forma:

$$\tau = 2B \cdot G_f \cdot (e^{-Bs} - e^{-2Bs}) \quad (3.88)$$

Sabendo que o deslizamento correspondente à tensão de aderência máxima (s_{max}) se pode obter a partir da derivada da lei *bond-slip* ($\frac{d\tau}{ds} = 0$), então o s_{max} é:

$$s_{max} = \frac{\ln 2}{B} \quad (3.89)$$

Substituindo a Eq. 3.89 na Eq. 3.88 a tensão de aderência máxima é:

$$\tau_{max} = \frac{B \cdot G_f}{2} \quad (3.90)$$

Considerando agora o efeito da temperatura o modelo proposto por Dai *et al.* [51] assume que a interface FRP/betão quando sujeita a elevadas temperaturas sofre alterações nas suas propriedades, isto é, a lei local

bond-slip é alterada, uma vez que o módulo de elasticidade, a energia de fratura e o parâmetro B vão sofrendo alterações com o aumento da temperatura. Dai *et al.* [51] propuseram a seguinte expressão para traduzir essas modificações, do módulo de elasticidade do FRP:

$$\frac{E_{p,T}}{E_{p,0}} = \left(\frac{1-a_1}{2} \right) \cdot \tanh \left[-a_2 \cdot \left(\frac{T}{T_{g,p}} - a_3 \right) \right] + \left(\frac{1+a_1}{2} \right) \quad (3.91)$$

onde $E_{p,T}$ e $E_{p,0}$ são o módulo de elasticidade a uma dada temperatura e à temperatura ambiente do compósito de FRP (N/mm²); $T_{g,p}$ é a temperatura de transição vítrea do FRP (°C); T é a temperatura a que está sujeita a interface (°C); $a_1 = 0,729$, $a_2 = 9,856$ e $a_3 = 0,607$ são os coeficientes empíricos obtidos a partir de ensaios experimentais de [51].

A energia de fratura (G_f) e o parâmetro B são determinados de acordo com:

$$\frac{G_{f,T}}{G_{f,0}} = \left(\frac{1-b_1}{2} \right) \cdot \tanh \left[-b_2 \cdot \left(\frac{T}{T_{g,a}} - b_3 \right) \right] + \left(\frac{1+b_1}{2} \right) \quad (3.92)$$

$$\frac{B_T}{B_0} = \left(\frac{1-c_1}{2} \right) \cdot \tanh \left[-c_2 \cdot \left(\frac{T}{T_{g,a}} - c_3 \right) \right] + \left(\frac{1+c_1}{2} \right) \quad (3.93)$$

onde B_0 e B_T em mm⁻¹; G_{F0} e G_{FT} em N/mm; $T_{g,a}$ é a temperatura de transição vítrea do adesivo (°C) (quando o adesivo é o mesmo que o usado na matriz polimérica do FRP então $T_{g,a} = T_{g,p}$); $b_1 = 0,000$, $b_2 = 3,206$ e $b_3 = 1,313$, $c_1 = 0,485$, $c_2 = 14,053$ e $c_3 = 0,877$, todos estes coeficientes foram obtidos e propostos por Dai *et al.* [51].

Na Figura 3-23 ilustra-se o modo “0” do modelo discreto quando o provete se encontra sujeito a temperaturas positivas (°C).

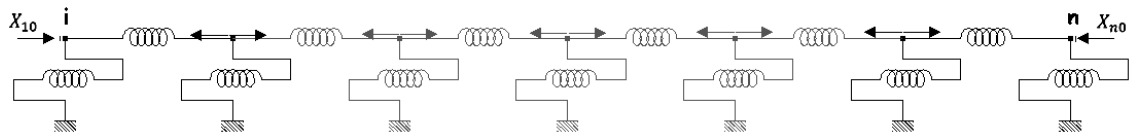


Figura 3-23- Modo 0 do modelo proposto sujeito a temperaturas > 0°C.

Neste caso, a Eq. 3.20 do vetor das forças de fixação, é definido por:

$$\{X_{i0}\} = \begin{Bmatrix} -X_{i0}^{\Delta T} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ X_{n0}^{\Delta T} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \cdot (EA)_p \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ (\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \cdot (EA)_p \end{Bmatrix} \quad (3.94)$$

Sendo, o vetor das forças nodais definida na Eq. 3.21 é nulo. Uma vez mais, o método de *Newton- Raphson* é utilizado na resolução do sistema de equações não linear, já definido pela Eq. 3.23.

As condições de fronteira são baseadas nas extensões no compósito de FRP que, à semelhança das até agora usadas nos pontos $x=0$ e $x=L_b$, são:

$$\varepsilon_{f|x=0} = \frac{P_1}{A_p \cdot E_p} + (\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \quad (3.95a)$$

$$\varepsilon_{f|x=L_b} = -(\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T \quad (3.95b)$$

Note-se que as condições de fronteira definidas nas Eqs. 3.27 são válidas para qualquer que seja o comprimento colado adotado.

3.4 Programa de cálculo

Neste subcapítulo faz-se uma descrição do programa desenvolvido em *MATLAB*. A sua realização teve como objetivo desenvolver uma ferramenta de cálculo capaz de simular os ensaios de corte simples, onde o 2º Modo de Fratura é predominante.

O fluxograma representado na Figura 3-24, mostra a estruturação do programa de cálculo automático desenvolvido. Destacam-se três módulos:

- i) Módulo I: Introdução de dados;
- ii) Módulo II: Cálculo numérico;
- iii) Módulo III: Apresentação gráfica de resultados.

O Módulo I corresponde à fase inicial do programa de cálculo automático. Nesta fase o utilizador tem de definir todos os dados relativos às propriedades e geometria dos materiais envolvidos na ligação, bem como a dimensão do comprimento colado. O utilizador define, nesta fase, um parâmetro muito importante, o número de elementos finitos utilizados na discretização do comprimento de ligação. Caso o utilizador opte por uma malha muito refinada, a necessidade de mais memória computacional e o tempo de cálculo despendido será superior ao caso em que o comprimento colado é discretizado por uma malha mais grosseira.

O utilizador terá que fornecer dados relativos ao comportamento constitutivo dos materiais envolvidos no ensaio de corte. Deste modo, a limitação da extensão do reforço, dependente do material utilizado, e tem de ser previamente estabelecida. O comportamento local da interface é definido nesta fase, em que os parâmetros relativos à definição da lei *bond-slip* são inseridos no programa. Por exemplo, se o utilizador assumir a lei *bond-slip* baseada na curva Popovics [32] para definir o comportamento local da interface (já definida na Eq. 2.2) os parâmetros a definir pelo utilizador são: a tensão de aderência máxima; o respectivo deslocamento e uma constante n_p que influência a forma da curva.

Os cálculos numéricos são realizados no Módulo II. A solução do problema é obtida de forma iterativa, uma vez que a análise numérica a realizar é não linear. O programa permite realizar incrementos de força ou de deslocamento, conforme pretendido pelo utilizador.

$$\varepsilon = \frac{s_i + s_{i+1}}{dx} \quad (3.96)$$

O programa desenvolvido determina ainda, para cada incremento, os deslocamentos dos GDL ao longo da ligação, sendo estes obtidos pelo método dos deslocamentos e cuja solução do sistema de equações não lineares é realizado com base no método de convergência de *Newton Raphson*. A convergência é conseguida quando a diferença entre a norma do vetor dos deslocamentos de duas iterações consecutivas é menor que $1 \times 10^{-6}m$. Em seguida, os deslizamentos são convertidos para extensão, segundo a Eq. 3.96. As tensões de aderência são calculadas através da substituição dos deslocamentos na lei *bond-slip* implementada. De salientar que as condições de fronteira do modelo são relativas às extensões no reforço, ou seja, a extensão no GDL de aplicação da força e no último GDL são inicialmente conhecidas.

O processo numérico é controlado pelo resíduo, isto é, pela diferença entre a força aplicada ao reforço e a área delimitada pela distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado. Deste modo, as forças residuais durante o processo numérico são controladas. O resíduo é determinado da seguinte forma:

$$r = P - \int_0^{L_b} \tau(x) \cdot b_p \cdot dx \quad (3.97)$$

em que P é a força aplicada no reforço, $\tau(x)$ e b_p são, respectivamente, o diagrama das tensões de aderência e a largura do reforço.

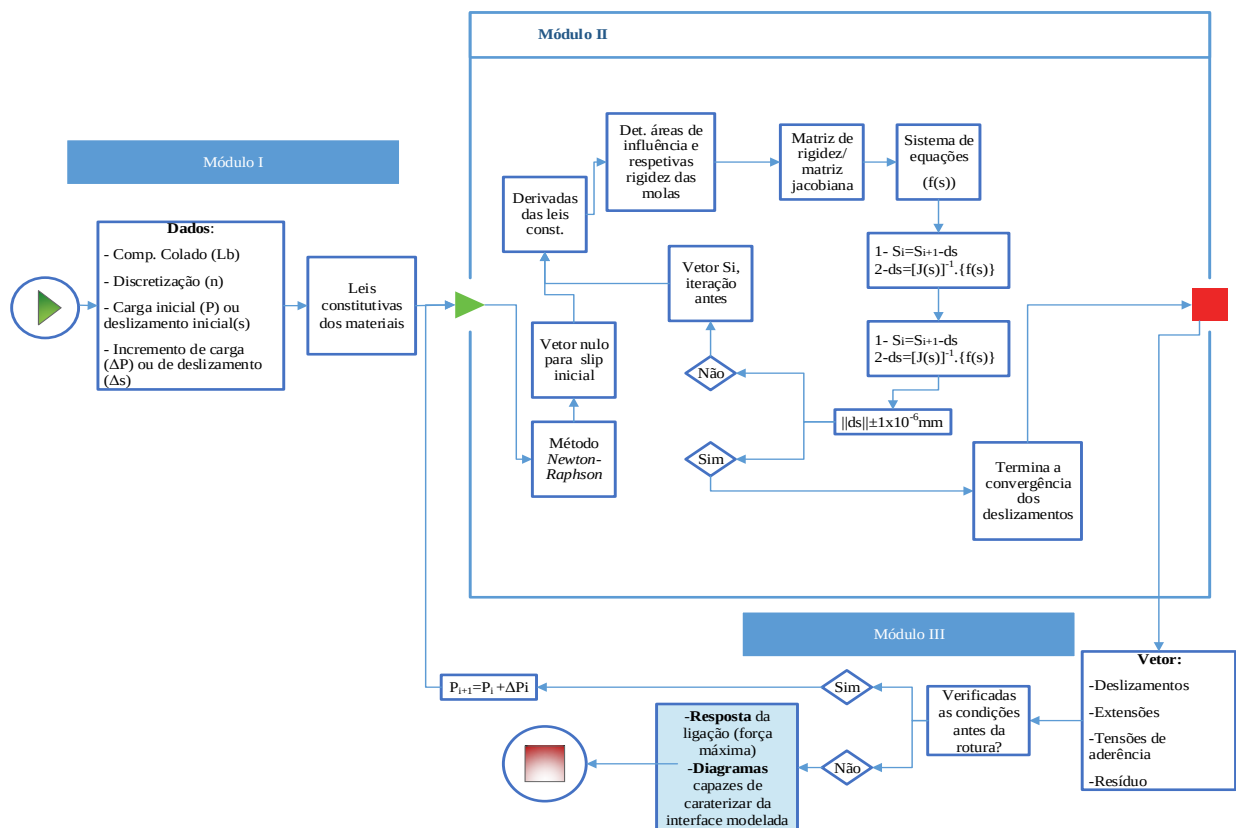


Figura 3-24- Fluxograma do programa computacional desenvolvido no presente trabalho

O Módulo III diz respeito à fase final do programa, em que todos os resultados obtidos são agrupados para cada incremento de força, e os apresenta graficamente. Desta forma, é possível observar as distribuições ao longo do comprimento colado das tensões de aderência, deslocamentos e extensões.

4. Validação do modelo da ligação reforço/substrato

4.1 Introdução

No presente Capítulo faz-se a comparação entre o modelo proposto e a solução analítica do problema, para que o modelo discreto seja validado. Mais adiante é comparado com os modelos utilizados nos trabalhos de Biscaia *et al.* [3] e Ferracuti [8], nos quais a abordagem ao problema foi realizada recorrendo ao método das diferenças finitas.

4.2 Validação do modelo assumindo leis *bond-slip* lineares

No modelo proposto foram assumidas várias leis locais *bond-slip* lineares (veja-se Figura 4-1), por forma a validar o modelo proposto. Na literatura foram encontradas três técnicas de reforço, EBR, NSM com secção circular e secção retangular. No presente trabalho estes sistemas de reforço vão ser modelados no modelo proposto.

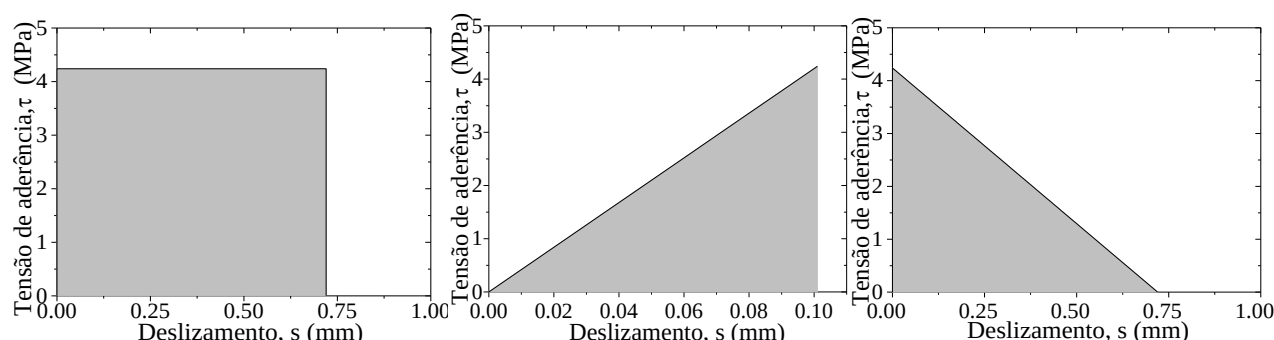


Figura 4-1- Leis *bond-slip* lineares

Com o objectivo de comparar os resultados numéricos com os resultados obtidos por Biscaia *et al.* [3], os mesmos parâmetros e características dos materiais, que estes autores adotaram, foram assumidos na modelação numérica. Assim, o material de reforço é um compósito de GFRP e foram adotadas as seguintes características: espessura $t_p = 2,54$ mm; largura $b_p = 80$ mm; e, módulo de elasticidade $E_p = 20,39$ GPa. Na interface, a tensão de aderência máxima, $\tau_{b,max}$, foi de 4,24MPa, o respetivo deslocamento, s_{max} , igual a 0,101 mm e o deslocamento último, s_{ult} , igual a 0,72mm. Os dados assumidos para a ligação foram retirados de Biscaia *et al.* [3].

No caso do sistema de reforço utilizando varões de FRP, considerou-se uma secção equivalente ao sistema com secção igual à usada, tanto na técnica EBR como NSM com placas rectangulares, ou seja, assumiu-se um diâmetro $\phi_{var} = 16,1$ mm. Quanto ao comprimento de ligação assumiram-se nos três sistemas de reforço um comprimento colado, L_b , igual a 250 mm. Nas discretizações adotadas foram utilizados 5, 10, 25 50 e 100 elementos finitos (EFs), o que corresponde a comprimentos de EF de 50,00mm, 25,00mm, 10,00mm, 5,00mm e 2,50mm para as diversas análises.

Uma questão importante no reforço de estruturas com elementos colados reside na estimativa da força máxima transmitida ao reforço. Para isso, levanta-se outra questão que diz respeito à definição do comprimento de transferência (L_t), também designado por comprimento efetivo de ligação (L_{eff}). O comprimento efetivo, por definição, é o comprimento a partir do qual a força máxima transmitida ao reforço não aumenta. Nesse sentido, foram adotados vários comprimentos de ligação, desde os 10mm aos 540mm de comprimento colado, para se conseguir dar respostas a estas questões. A determinação do comprimento efetivo da ligação (L_{eff}) pode ser feita através da determinação da força máxima transmitida ao FRP para diversos comprimentos colados da ligação (L_b). Num gráfico da força máxima vs. comprimento da ligação, quando a força máxima fica constante o comprimento de transferência foi determinado. Consequentemente, a força máxima da ligação é também estimada. A Figura 4-2 mostra os gráficos normalizados de P_{max}/P_{max}^T vs. L_b/L_{eff}^T em que P_{max}^T e L_{eff}^T , são respetivamente, a força máxima e comprimento efetivo de ligação teórico dados pelas expressões que se apresentam no Apêndice A para as três leis lineares *bond-slip*.

A otimização da discretização do modelo é uma questão também importante a ser estudada, uma vez que a economia de tempo na solução numérica é crucial. Nesse sentido, fez-se variar o número de EFs na discretização da interface, com o intuito de analisar o efeito da discretização a adotar para a ligação, de forma a perceber qual é a que garante boas aproximações à solução analítica.

As expressões que permitem obter a estimativa da força máxima transmitida ao compósito bem como o comprimento efetivo para os sistemas de reforço EBR, NSM secção circular e NSM secção retangular, são apresentados na Tabela 4-1 e determinadas no Apêndice A. Na Tabela 4-2 mostra a comparação entres os resultados obtidos no modelo e os analíticos.

Tabela 4-1- Expressões analíticas para determinar a força máxima e o comprimento efetivo

Lei <i>bond-slip</i>	Sistema de reforço	Força máxima, P_{max}	Comprimento efetivo, L_{eff}
Rígido-plástico	EBR	$b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{2E_p \cdot t_p}{G_f}}$
	NSM com secção circular	$\pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}}$	$s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}}$
	NSM com secção rectangular	$2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}}$
Linear ascendente com rutura frágil	EBR	$b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$4s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{2G_f}}$
	NSM com secção circular	$\pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}}$	$2s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}}$
	NSM com secção rectangular	$2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$2s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}}$
Linear descendente (softening)	EBR	$b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$\frac{\pi}{2} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{2G_f}}$
	NSM com secção circular	$\pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}}$	$\frac{\pi}{4} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}}$
	NSM com secção rectangular	$2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p}$	$\frac{\pi}{4} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}}$

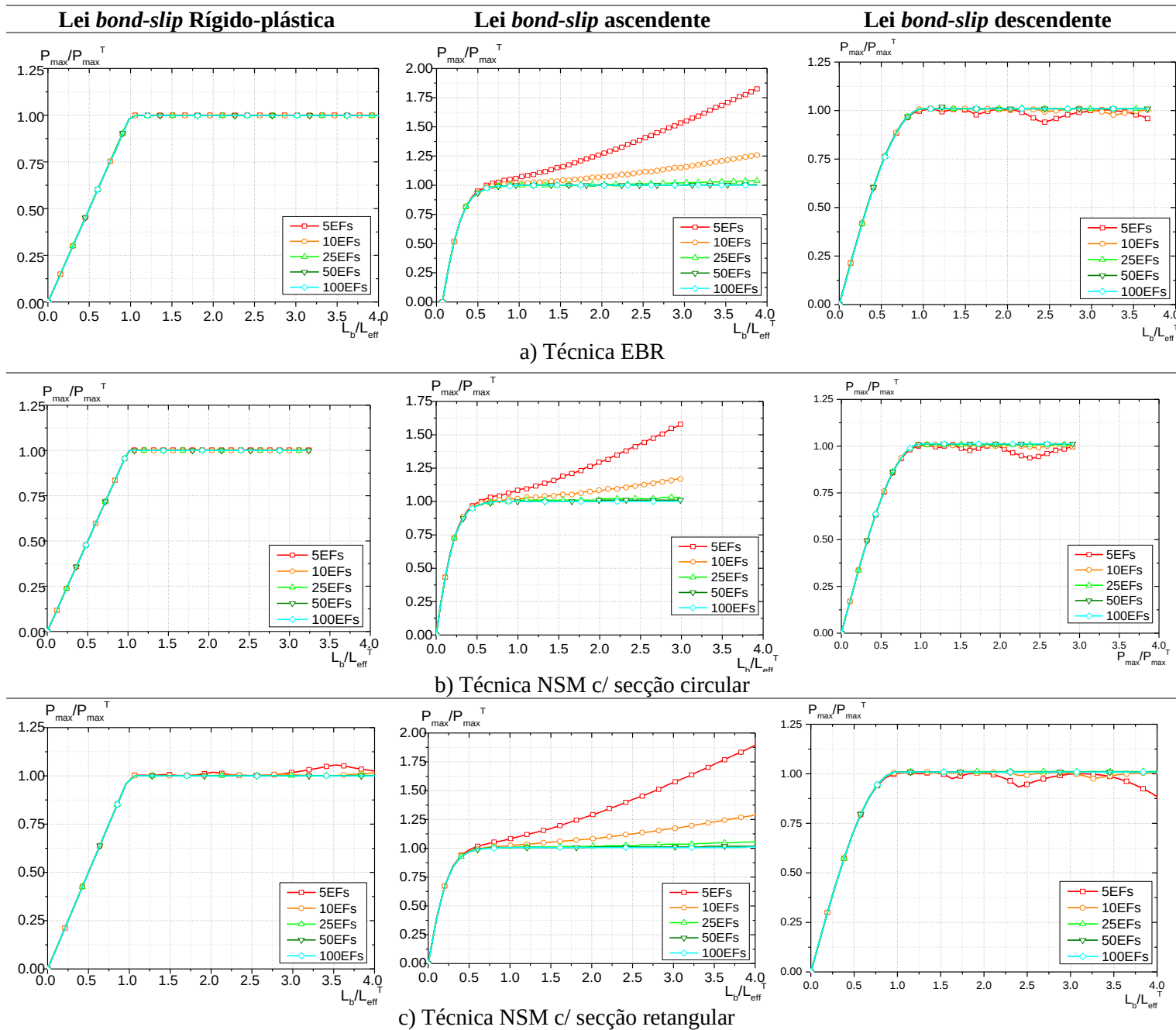


Figura 4-2-Relação entre o modelo proposto e a solução analítica para as três leis lineares em estudo

Tabela 4-2- Precisão do modelo discreto assumindo várias discretizações e curvas bond-slip lineares

Sistema de reforço (Lei <i>bond-slip</i>)	N.º EF usados (dx/L_b)	Modelo discreto Porposto	Resultado analítico (ver Apêndice A)	Erro relativo (%)	Modelo discreto Porposto	Resultado analítico (ver Apêndice A)	Erro relativo (%)
			P_{max} (kN)		L_{eff} (mm)	L_{eff} (mm)	
EBR (Rígida-plástica)	5 (0,200)	45,0	45,0	0,0	140	132,6	5,6
	10 (0,100)	44,9		-0,2	140		5,6
	25 (0,040)	44,9		-0,2	140		5,6
	50 (0,020)	44,9		-0,2	140		5,6
	100 (0,010)	44,9		-0,2	140		5,6
EBR (Linear ascendente c/ rutura frágil)	5 (0,200)	14,7	12,0	22,5	-	140,5	-
	10 (0,100)	12,7		5,8	-		-
	25 (0,040)	12,1		0,8	115		-18,1
	50 (0,020)	12,0		0,0	125		-11,0
	100 (0,010)	12,0		0,0	130		-7,5
EBR (Linear descendente)	5 (0,200)	31,4	31,8	-1,2	-	147,3	-
	10 (0,100)	32,0		0,6	-		-
	25 (0,040)	32,1		0,9	150		1,8
	50 (0,020)	32,1		0,9	150		1,8
	100 (0,010)	32,1		0,9	150		1,8
NSM varão (Rígida-plástica)	5 (0,200)	35,9	35,8	0,3	180	166,8	7,9
	10 (0,100)	35,8		0,0	170		1,9
	25 (0,040)	35,8		0,0	170		1,9
	50 (0,020)	35,8		0,0	170		1,9
	100 (0,010)	35,8		0,0	170		1,9
NSM varão (Linear ascendente c/ rutura frágil)	5 (0,200)	10,9	9,5	14,7	-	180,7	-
	10 (0,100)	9,9		4,2	-		-
	25 (0,040)	9,6		1,1	130		-28,1
	50 (0,020)	9,5		0,0	130		-28,1
	100 (0,010)	9,5		0,0	130		-28,1
NSM varão (Linear descendente)	5 (0,200)	25,4	25,3	0,4	-	185,3	-
	10 (0,100)	25,4		0,4	180		-2,9
	25 (0,040)	25,5		0,8	180		-2,9
	50 (0,020)	25,6		1,2	190		2,5
	100 (0,010)	25,6		1,2	190		2,5
NSM placa (Rígida-plástica)	5 (0,200)	63,7	63,6	0,2	100	93,8	6,6
	10 (0,100)	63,7		0,2	100		6,6
	25 (0,040)	63,6		0,0	100		6,6
	50 (0,020)	63,6		0,0	100		6,6
	100 (0,010)	63,6		0,0	100		6,6
NSM placa (Linear ascendente c/ rutura frágil)	5 (0,200)	23,9	16,8	42,3	-	99,3	-
	10 (0,100)	18,8		11,9	-		-
	25 (0,040)	17,2		2,4	80		-19,4
	50 (0,020)	16,9		0,6	80		-19,4
	100 (0,010)	16,9		0,6	90		-9,4
NSM placa (Linear descendente)	5 (0,200)	45,3	45,0	0,7	-	104,2	-
	10 (0,100)	45,3		0,7	-		-
	25 (0,040)	45,4		0,9	100		-4,0
	50 (0,020)	45,4		0,9	100		-4,0
	100 (0,010)	45,4		0,9	100		-4,0

Ao analisar-se a Tabela 4-2, a força máxima transmitida ao compósito, excetuando os casos em que se adotou 5 e 10 EFs (dx/L_b entre 0.2 e 0.1) na discretização da ligação, o maior erro obtido não ultrapassa os 6 %. Por outro lado, em termos de precisão do comprimento efetivo de ligação (L_{eff}), a maior diferença foi obtida quando se assumiu a lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil. Esta diferença pode ser explicada pelo facto de se ter assumido que a tangente hiperbólica de 4 é aproximadamente 1 ($\tanh(4) \approx 1$), na determinação da força máxima transmitida ao compósito de FRP da solução analítica (ver o Apêndice A).

4.2.1 Lei *bond-slip* rígido-plástica

A lei local *bond-slip* rígido-plástica, também designada constante, está representada na Figura 4-3. Esta é uma lei que pode representar, de certo modo, uma plastificação da ligação, pois as tensões de aderência permanecem constantes ao longo do comprimento colado.

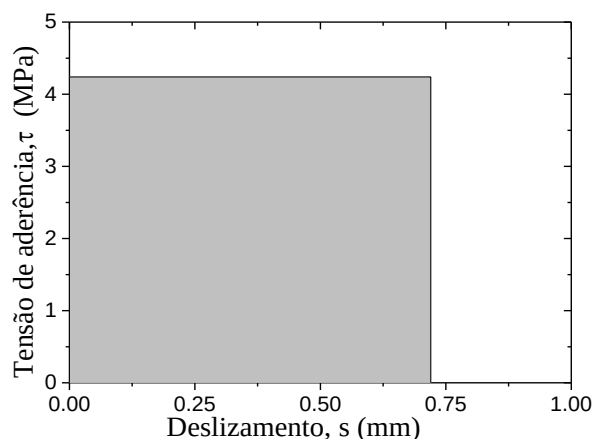


Figura 4-3- Lei *bond-slip* rígido-plástica

No entanto, para implementar a lei *bond-slip* rígido-plástica no modelo numérico recorreu-se à expressão de Popovics (ver Eq. 2.2), conforme proposto por Biscaia *et al.* [3] em que, a constante n_p (ver Eq. 2.2) adotado foi aproximadamente igual à unidade.

Inicialmente a ligação apresenta um comportamento rígido uma vez que a lei *bond-slip* não tem qualquer fase linear elástica nem fase descendente (*softening*). À medida que o carregamento aumenta, o comprimento de ligação que mobiliza tensões de aderência vai aumentando, até ser alcançado o comprimento efetivo e a força máxima transmitida ao compósito de FRP.

4.2.1.1 Técnica EBR

A Figura 4-4 mostra o desempenho da técnica EBR para várias discretizações, isto é, quando são usados 5, 10, 25, 50 e 100 elementos finitos no modelo discreto proposto com a finalidade de ser feita um teste de convergência. Os resultados são ainda comparados com as soluções exatas do problema. O teste envolveu as curvas força vs. deslocamento, assim como a distribuição ao longo do comprimento colado dos deslizamentos, extensões desenvolvidas no compósito de FRP e tensões de aderência para a força máxima ilustradas na Figura 4-4. Neste subcapítulo e nos seguintes, o desempenho da interface é feito de acordo com as mesmas discretizações.

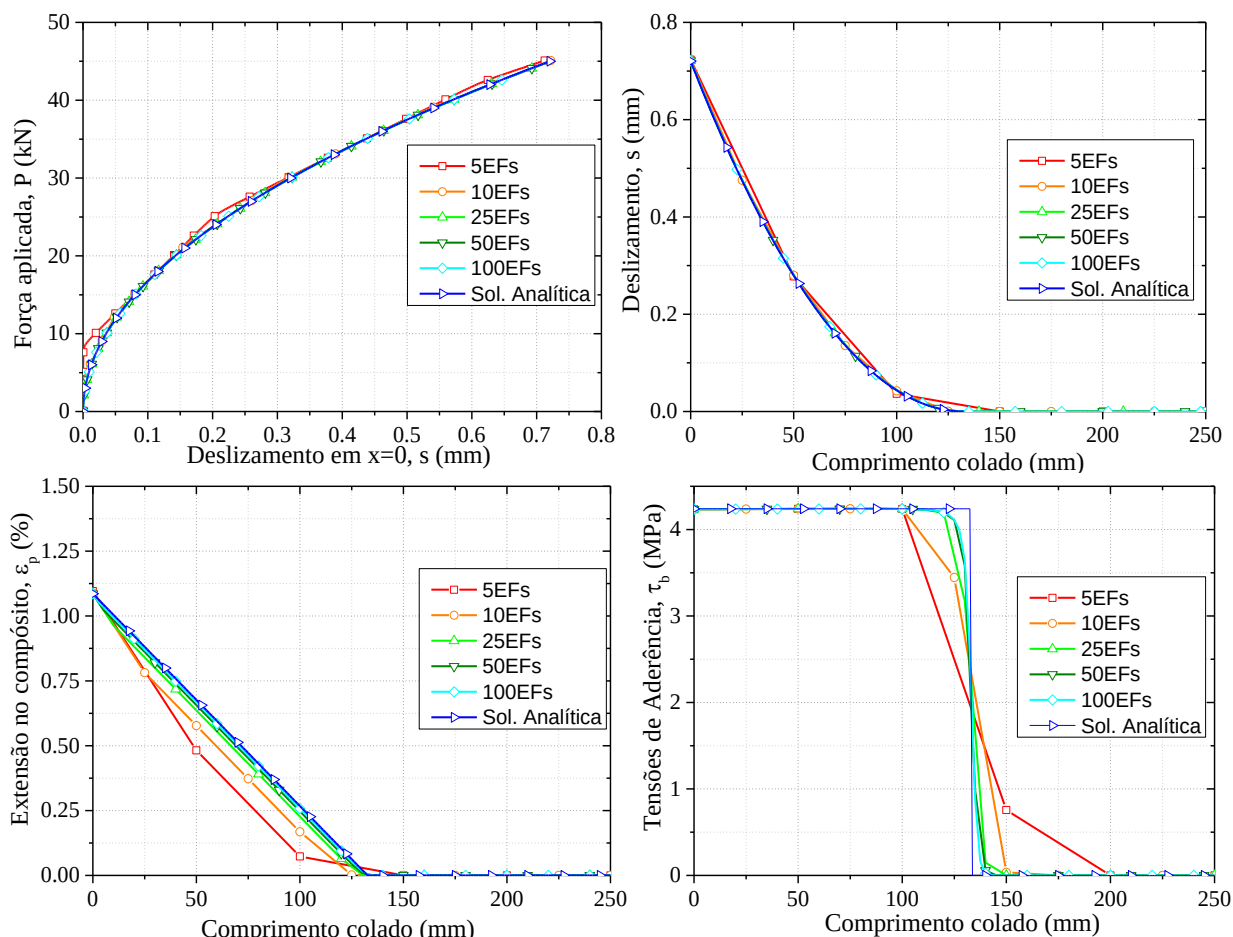


Figura 4-4- Desempenho da Técnica EBR assumindo a lei bond slip rígido-plástica

Na análise da estimativa da força máxima deste sistema de reforço (ver Tabela 4-2), observou-se que o comprimento maior de EF em estudo (50mm) obteve uma força máxima de 45,4 kN. O que corresponde a um erro relativo de 0,9% quando comparado com a solução exata. Os resultados obtidos para o comprimento efetivo da ligação (L_{eff}) revelaram que para as várias discretizações obteve-se o mesmo comprimento de 140mm, ou seja, quando o comprimento do EF é de 50mm e diminuindo até 1,25mm, todos os resultados são muito semelhantes conforme se mostra na Tabela 4-2. No entanto, os resultados não são tão coerentes quando são analisadas as distribuições das extensões e tensões de aderência ao longo do comprimento de ligação. Estas curvas afastam-se ligeiramente quando são usadas malhas grosseiras, até à utilização de 50EFs ($dx/L_b=0.02$).

4.2.1.2 Técnica NSM com secção circular de FRP

A Tabela 4-2 apresenta as estimativas das forças máximas obtidas, bem como o comprimento efetivo da ligação reforço/substrato (L_{eff}). Os resultados numéricos aproximam-se bastante das soluções analíticas, com erro relativo de 1,9%, no caso da análise do L_{eff} , já para a força máxima, o erro é nulo, à exceção do comprimento de EF de 50mm ($dx/L_b=0,2$).

O desempenho da ligação para o sistema NSM com os varões de FRP está ilustrado na Figura 4-5. Os resultados revelam muito boa concordância para todas as soluções discretas adotadas, ou seja, desde discretizações com 5 EFs até 100 EFs (com dx/L_b de 0,200 a 0,010, respetivamente), excetuando novamente os casos das distribuições das extensões no varão de FRP e tensões de aderência ao longo do comprimento colado. No entanto, parece ser suficiente assumir 50EFs ($dx/L_b=0,02$) para alcançar uma boa aproximação à solução real do problema.

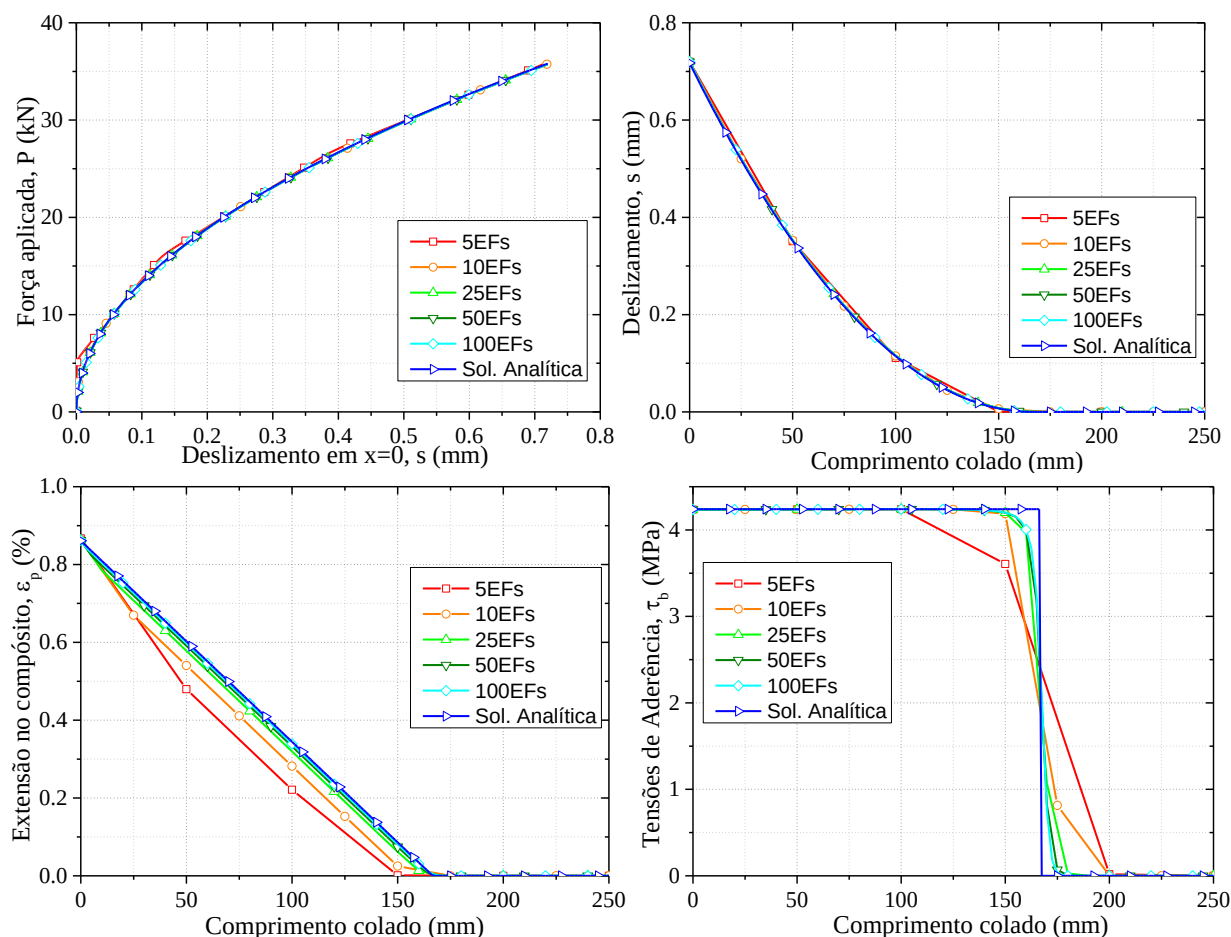


Figura 4-5- Desempenho da Técnica NSM varões assumindo a lei bond slip rígido-plástica

Comparando o desempenho dos dois sistemas estudados até agora, EBR e NSM varões, verifica-se que o sistema NSM com varões parece ser o que tem pior desempenho uma vez que a força máxima é menor e tem ainda um comprimento efectivo da ligação maior, ou seja, é necessário um maior comprimento de ligação para se mobilizar a força máxima.

4.2.1.3 Técnica NSM com secção retangular de FRP

A Tabela 4-2 mostra que a partir de uma discretização com 25EFs ($dx/L_b=0,04$) é o suficiente, para se conseguir uma boa precisão da força máxima obtida numericamente com a solução analítica apresentada no Apêndice A. Os resultados obtidos provam que o modelo é eficaz, pois apresenta um erro relativo de 0,2%

para uma discretização grosseira. No entanto, a partir da adoção de 25 EFs ($dx/L_b=0,04$) os resultados são coincidentes com os da solução analítica.

O desempenho do sistema de reforço assumindo a lei local *bond-slip* do tipo constante está ilustrado na Figura 4-6. Portanto, analisando as diversas distribuições nota-se que há uma concordância com as soluções exatas quando se admitem discretizações da ligação, com elementos finitos de comprimentos de 10mm a 2,5mm (25EFs a 100EFs). A distribuição das tensões de aderência e das extensões no compósito ao longo do comprimento colado são a exceção, pois nestas duas distribuições quando foram usados 50 elementos finitos existe uma conformidade entre resultados.

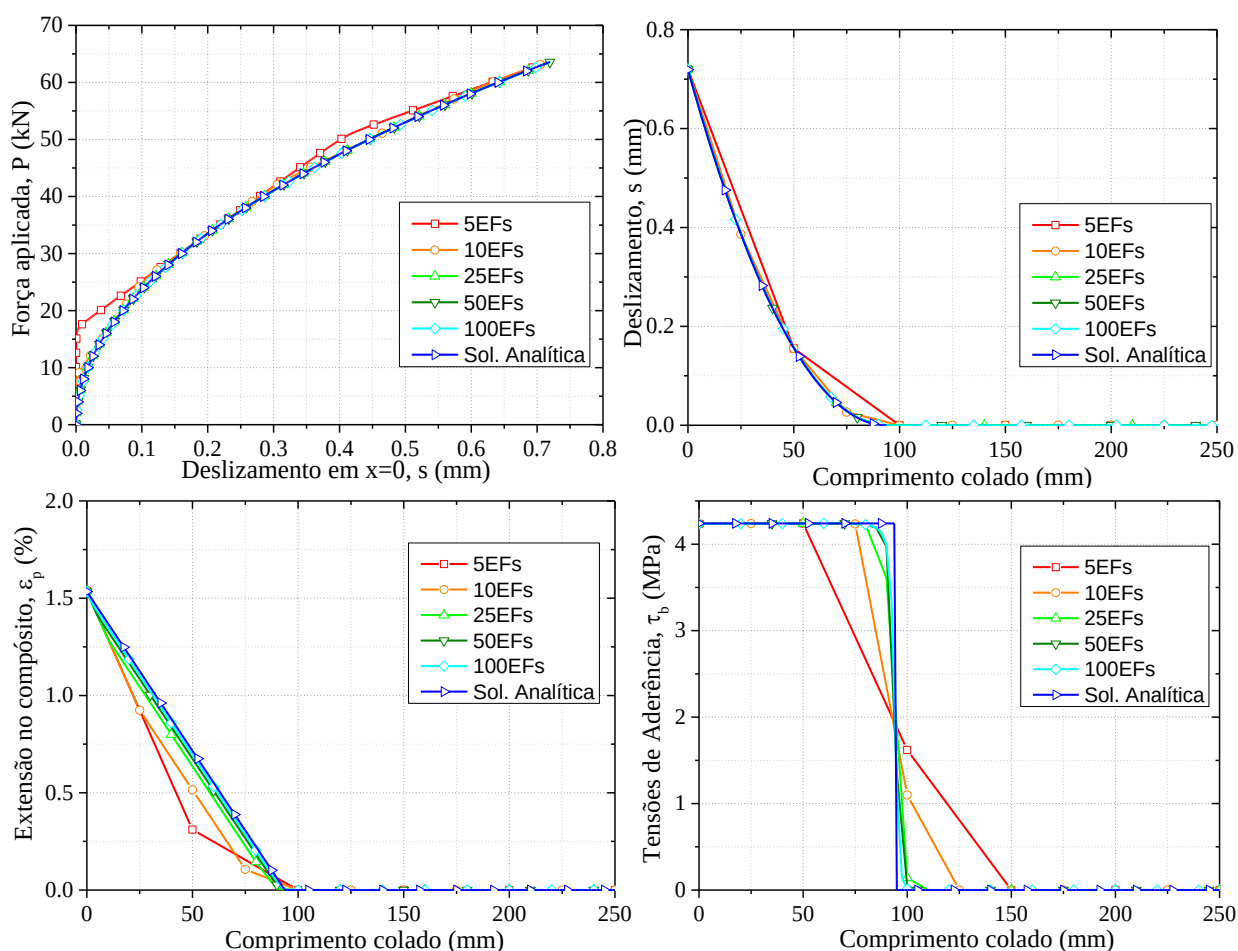


Figura 4-6- Desempenho da Técnica NSM barra assumindo a lei *bond slip* rígido-plástica

A técnica em estudo revelou ser muito eficiente quando comparada com as outras duas técnicas referidas nas secções anteriores. O sistema de reforço NSM com secção rectangular consegue mobilizar uma força máxima maior num comprimento efectivo da ligação menor, do que nas outras duas situações. Então, quando a lei *bond-slip* rígido-plástica é assumida, a resistência do sistema NSM utilizando compósitos de FRP em barra é elevada e precisa de um comprimento de ligação menor para alcançar a mesma força, tal como apresentado na Tabela 4-2.

4.2.2 Lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil

A lei local *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil é capaz de descrever, com uma boa aproximação, a distribuição das tensões de aderência antes de ser alcançada a tensão de aderência máxima, isto é, durante a fase elástica e linear dos materiais. No entanto, na fase não linear do betão não consegue estimar a distribuição das tensões de corte.

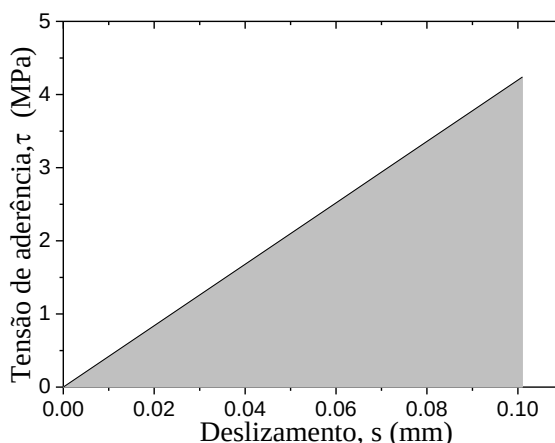


Figura 4-7- Lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil

A expressão de Popovics (2.2) foi novamente usada no presente subcapítulo. No entanto, neste caso foi necessário igualar a 1000 a constante n_p .

4.2.2.1 Técnica EBR

A estimativa da força máxima transmitida ao compósito de FRP e do comprimento efetivo da ligação são mostrados na Tabela 4-2. Na análise dos resultados relativos à força máxima é possível apurar que a mesma é sobrestimada, para discretizações com um número inferior a 25 EFs ($dx/L_b=0,04$). Todavia, quando o número de EFs aumenta ($>dx/L_b=0,04$) as soluções obtidas no modelo numérico tornam-se muito similares aos analíticos. No entanto, o modelo discreto agora proposto revela algumas dificuldades em estimar o comprimento de transferência com precisão uma vez que, o comprimento efetivo determinado apresenta erros superiores a 7,5%.

Os resultados numéricos obtidos estão ilustrados na Figura 4-8, em que estão representadas as mesmas curvas analisadas no subcapítulo anterior (4.2.1.1). Observando a distribuição das curvas representadas verifica-se que, para discretizações da ligação com 25EFs ($dx/L_b=0,04$) e para comprimentos de EF mais curtos ($dx/L_b=0,010$), as curvas aproximam-se e, até coincidem, com a da solução analítica do problema.

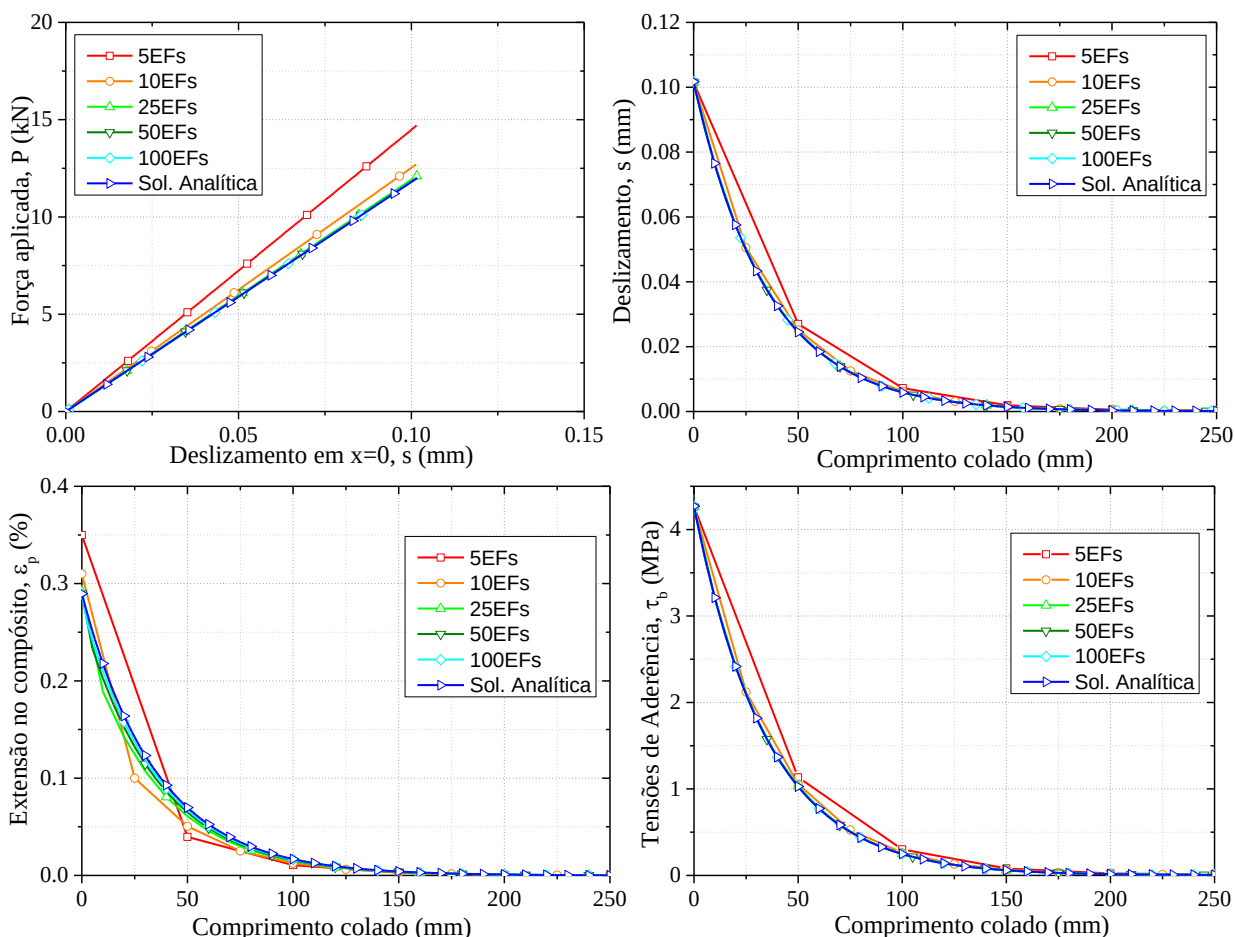


Figura 4-8- Desempenho da Técnica EBR assumindo a lei bond slip linear ascendente $c/$ ruptura frágil

4.2.2.2 Técnica NSM com seção circular de FRP

Relativamente à análise da estimativa da força máxima transmitida ao varão de FRP exposta na Tabela 4-2, constata-se novamente que modelações com menos de 25EFs ($dx/L_b=0,04$), apresentam erros relativos superiores a 1,1% em comparação com os resultados da solução analítica. O modelo discreto não apresenta bons resultados na determinação do comprimento efetivo de ligação, visto que se obteve erros relativos de 28,1%.

De um modo geral e fazendo uma avaliação qualitativa do desempenho do sistema de colagem NSM com varões, as mesmas conclusões feitas anteriormente para o sistema de reforço EBR são igualmente seguidas neste subcapítulo, ou seja, observando a Figura 4-9 verifica-se que as curvas, relativas a discretizações com o número de elementos finitos superior a 25 ($>dx/L_b=0,04$), estão em concordância com a solução analítica, ao invés das que têm comprimentos de EF superior a 10mm ($<dx/L_b=0,04$).

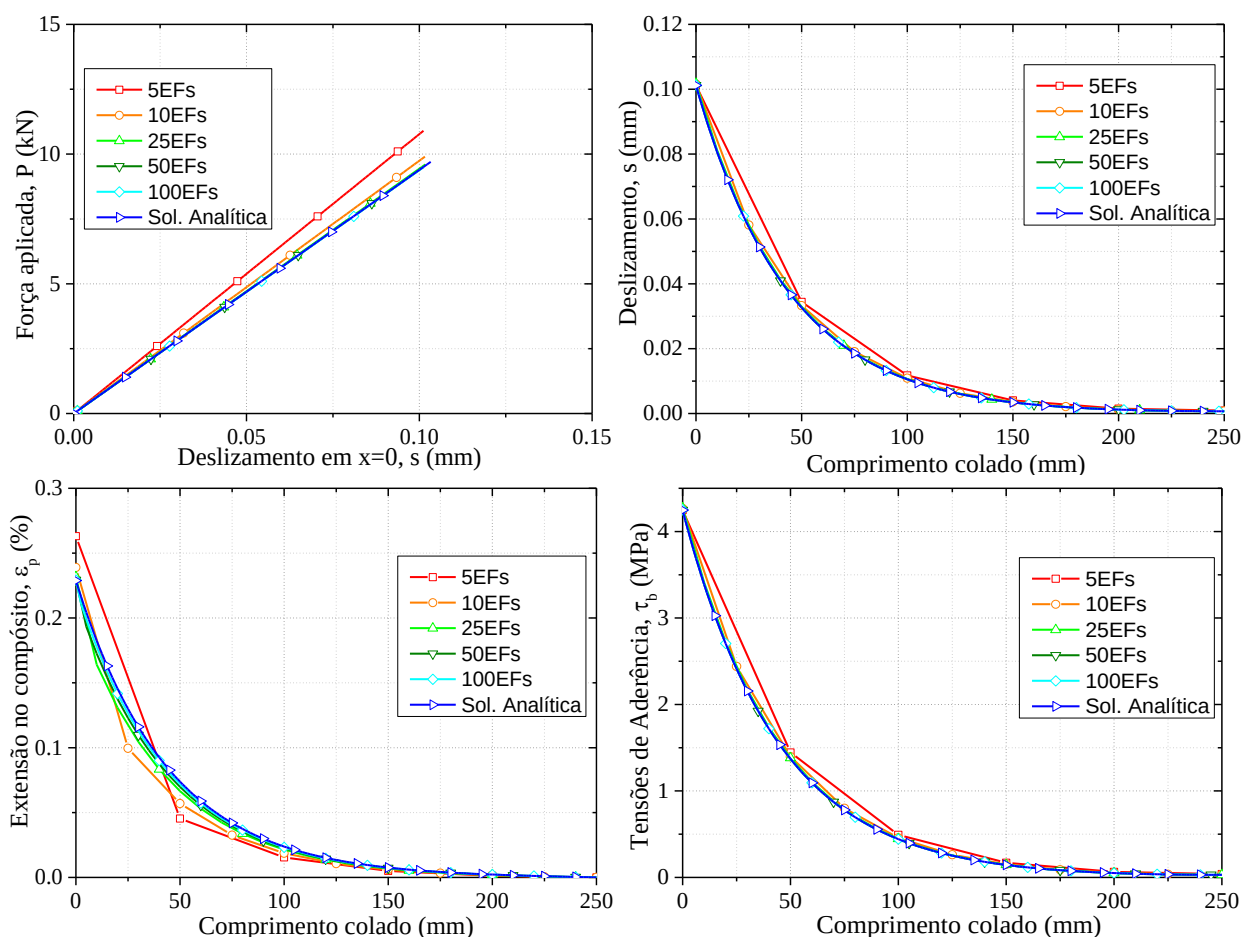


Figura 4-9- Desempenho da Técnica NSM c/ varões assumindo a lei bond slip linear ascendente c/ rutura frágil

Este sistema de reforço, assumindo a lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil na interface, demonstra uma vez mais que, a resistência da técnica EBR é superior à técnica em estudo. Pois, o sistema NSM com varões tem uma força máxima transmitida ao varão de FRP inferior e um comprimento de ligação efetivo superior ao do EBR, querendo isto dizer, que necessita de um comprimento colado superior para conseguir mobilizar a força máxima da ligação.

4.2.2.3 Técnica NSM com secção retangular de FRP

Novamente o sistema de reforço NSM, utilizando compósito de FRP mas com secção retangular revela ser o mais eficiente, ou seja, para a mesma energia de fratura (G_f) a força máxima transmitida ao compósito é superior e, ao mesmo tempo, necessita de um comprimento de ligação menor para ser mobilizada, tal como mostra a Tabela 4-2. O desempenho deste sistema de reforço está representado na Figura 4-10, e conforme se sucedeu nas outras duas técnicas, os resultados numéricos revelam ter uma boa precisão quando se assume pelo menos 25 EFs ($<dx/L_b=0,04$) na discretização da interface.

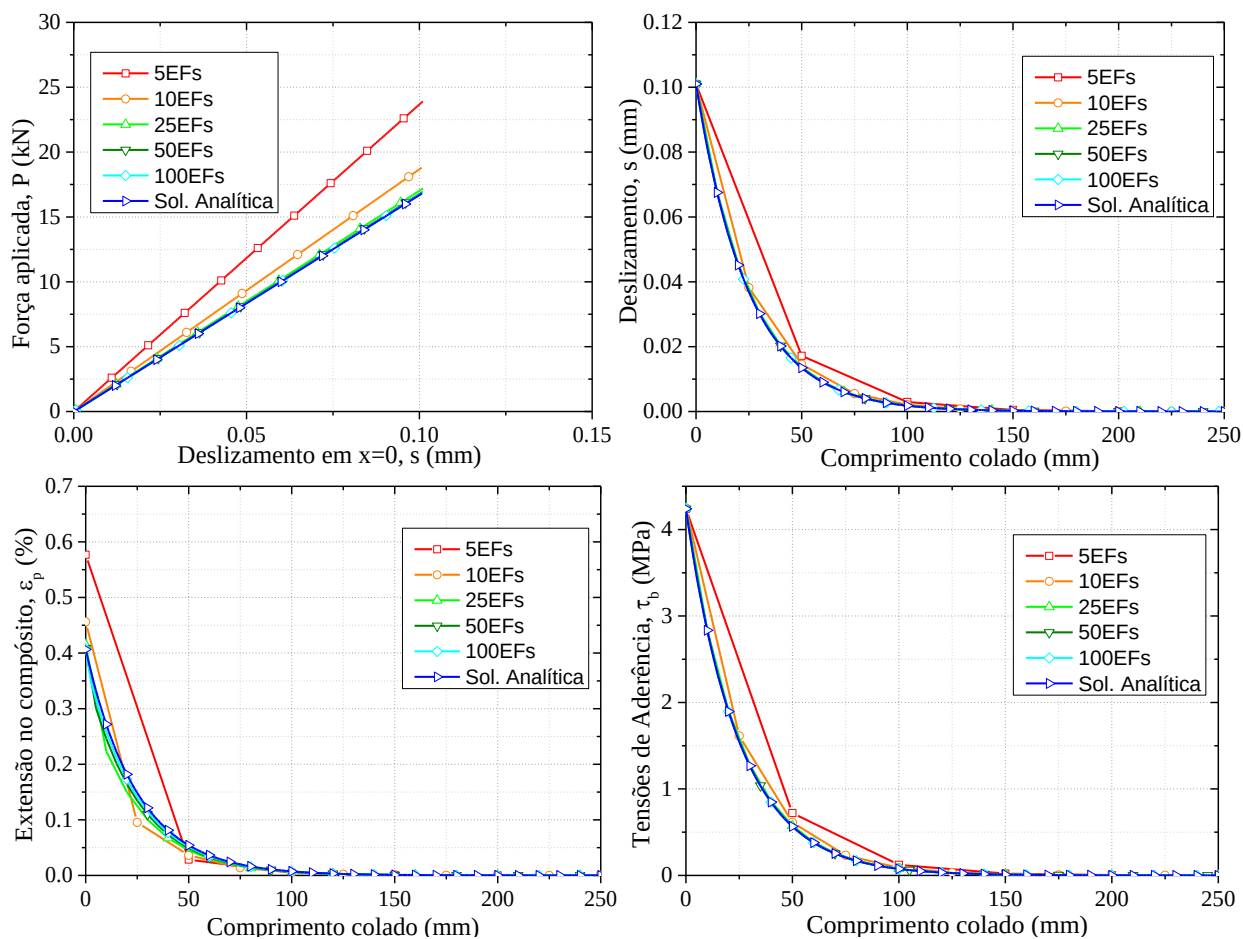


Figura 4-10- Desempenho da Técnica NSM c/ barra assumindo a lei bond slip linear ascendente c/ ruptura frágil

4.2.3 Lei *bond-slip* linear descendente (*rigid-linear softening*)

A lei *bond-slip* conhecida na literatura por *rigid-linear softening* é expressa por uma lei do tipo linear apresentando um declive negativo, representada na Figura 4-11.

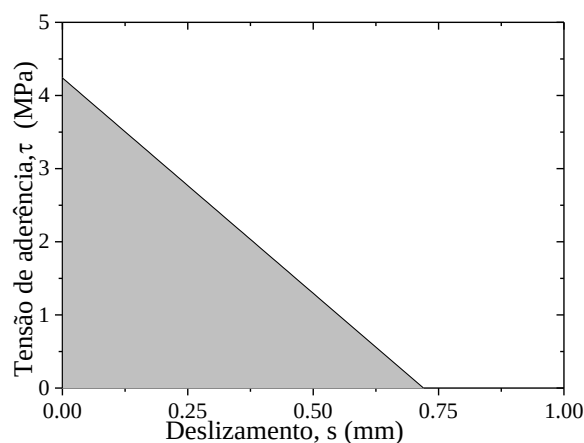


Figura 4-11- Lei bond-slip linear descendente (*rigid-linear softening*)

Quando o comportamento da interface FRP/substrato é traduzido pela lei *bond-slip* do presente subcapítulo, irá representar um comportamento rígido, pois não é contabilizada qualquer deformação elástica e linear na

ligação. Durante o processo de força no provete, para forças baixas a interface apresenta-se rígida. No entanto ao longo do ensaio com o aumento da força, parte da ligação permanece rígida, enquanto a outra começa a representar o comportamento não linear do betão, designada na literatura por *softening*. Ao longo do ensaio, o comprimento em que as tensões de aderência mobilizadas são diferentes de zero vai aumentando, até ser alcançada a força máxima transmitida ao reforço assim como, o respetivo comprimento efetivo da ligação. Nesse instante, as tensões de aderência no ponto de aplicação da força são nulas.

A modelação do comportamento da interface, assumindo a lei *bond-slip* linear descendente, foi feita com recurso à expressão de Popovics modificada (Eq. 2.5). No entanto, segundo Biscaia *et al.* [3] é necessário adotar por um valor próximo da unidade para a constante n_p , que segundo os seus trabalhos é o valor que mais faz ajustar a expressão à lei linear descendente.

4.2.3.1 Técnica EBR

A Figura 4-12 mostra o desempenho do sistema de reforço EBR quando é implementada a lei *bond-slip* linear descendente (*rigid-linear softening*), para o comportamento da interface. Analisando os resultados obtidos é possível apurar que as curvas força vs. deslizamento são muito similares, para todos os casos de discretização analisados. No entanto, as curvas da distribuição das extensões e tensões de aderência ao longo do comprimento colado afastam-se da solução analítica quando são usados menos de 50 EFs ($>dx/L_b=0,10$) na modelação da ligação. Este facto pode ser explicado devido à necessidade de adotar um valor para a constante n_p da Eq. 2.5 próximo da unidade, para que se ajuste o mais possível da à lei *bond-slip* em estudo.

Salienta-se por fim, que a força máxima da solução analítica é de 31.8kN e os resultados numéricos obtidos no modelo discreto proposto apontam para um erro relativo inferior a 1,2%. Quanto ao comprimento efetivo, este afasta-se da solução real com um erro de 1,8%, tais observações foram retiradas da Tabela 4-2.

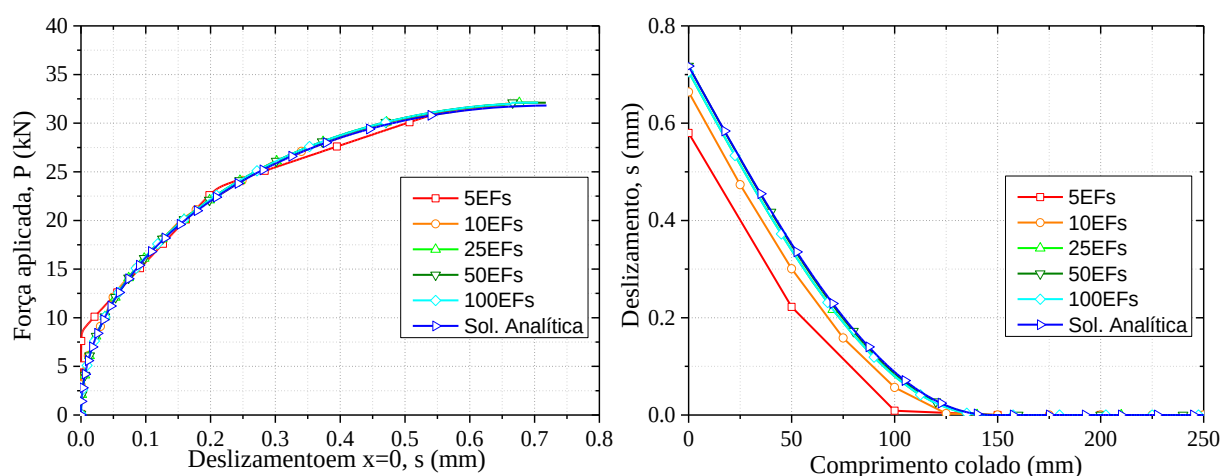
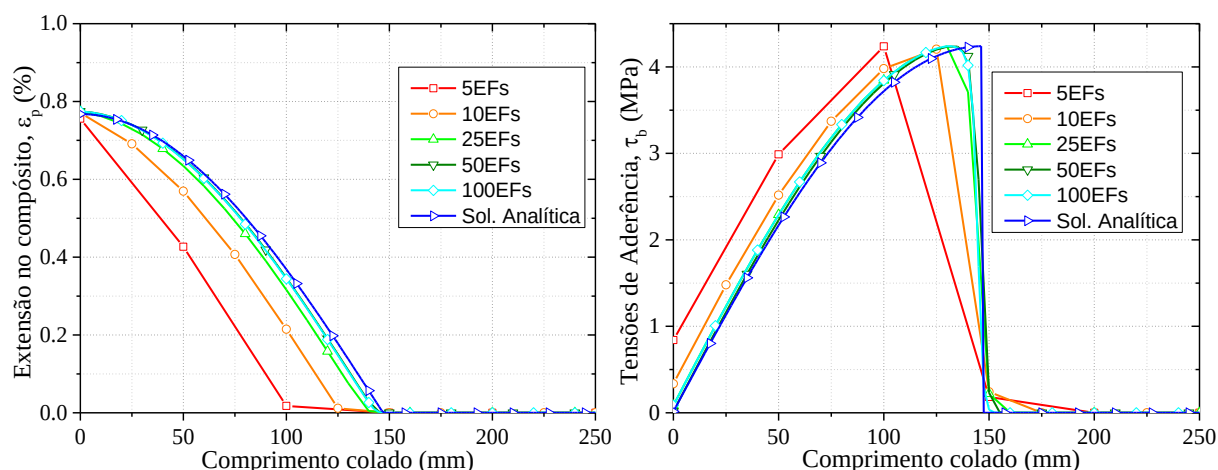


Figura 4-12- Desempenho da Técnica EBR e assumindo a lei bond slip linear descendente



(Cont.) Figura 4-12- Desempenho da Técnica EBR e assumindo a lei bond slip linear descendente

4.2.3.2 Técnica NSM com secção circular de FRP

O desempenho do sistema de colagem NSM com secção circular, assumindo a lei *bond-slip* linear descendente são mostrados na Figura 4-13. Analisando o seu desempenho e fazendo novamente uma avaliação qualitativa, pode notar-se que é semelhante ao sistema EBR, pois as curvas força vs. deslocamento para as diferentes modelações realizadas são muito próximas da solução real. Enquanto, a distribuição das extensões e tensões de aderência ao longo do comprimento colado afastam-se ligeiramente à solução analítica, pelo mesmo motivo referido antes.

Uma vez mais o sistema de reforço NSM utilizando varões de compósito de FRP apresenta baixa resistência, comparando com a técnica estudada no subcapítulo anterior, ou seja, apresenta uma estimativa de força máxima transmitida ao compósito de FRP mais baixa e necessita de um maior comprimento de ligação para a mobilizar, conforme tem acontecido nos casos já tratados (ver Tabela 4-2).

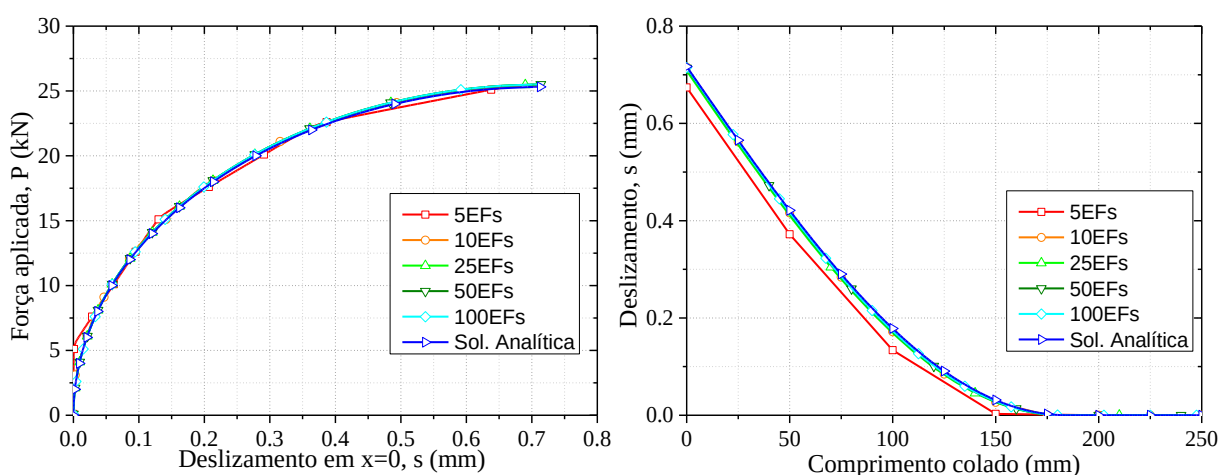
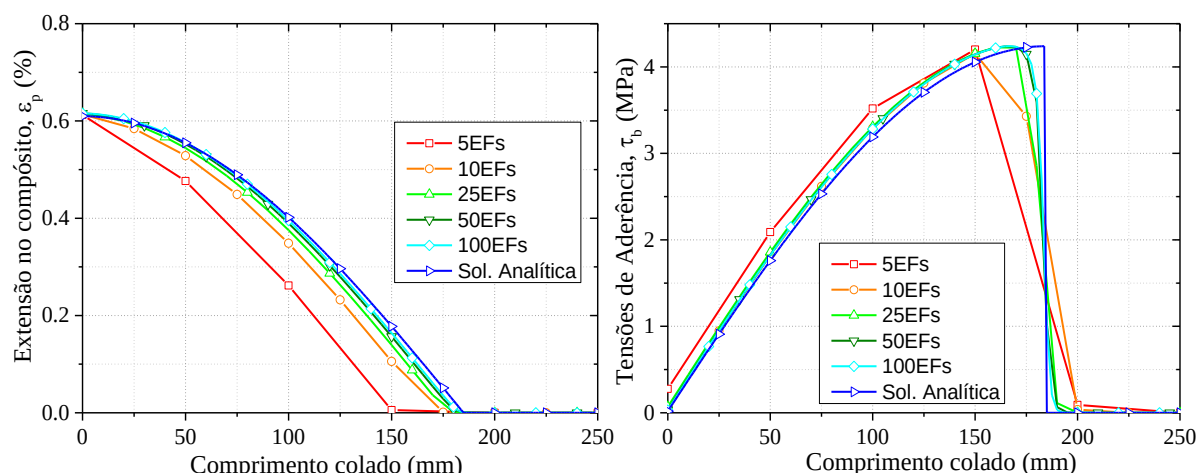


Figura 4-13- Desempenho da Técnica NSM c/ varões e assumindo a lei bond slip linear descendente



(Cont.) Figura 4-13 -Desempenho da Técnica NSM c/ varões e assumindo a lei bond slip linear descendente

4.2.3.3 Técnica NSM com secção retangular de FRP

A Figura 4-14 ilustra os resultados numéricos obtidos para o sistema de reforço NSM utilizando secções retangulares de compósito em FRP. Analisando o seu desempenho, é possível concluir que a curva força vs. deslocamento não está em conformidade com a solução analítica, quando são utilizados 5 EFs ($d_x/L_b=0,20$) na modelação da interface, mas também é perceptível na distribuição dos deslocamentos ao longo do comprimento de ligação.

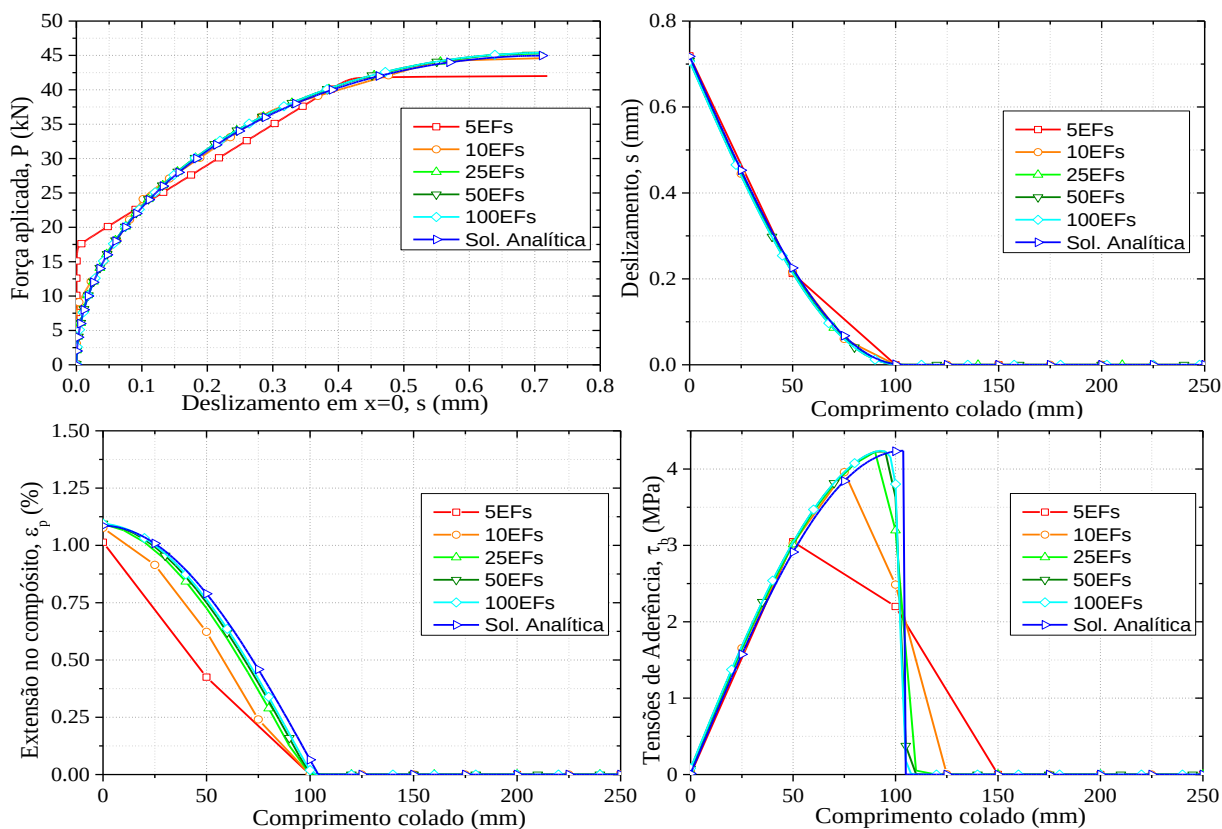


Figura 4-14- Desempenho da Técnica NSM c/ barra e assumindo a lei bond slip linear descendente

Ressalta-se uma vez mais que a técnica NSM com secção rectangular de FRP é a mais eficiente pois, retira maior proveito das capacidades do compósito de FRP, alcançando uma estimativa de força máxima transmitida ao reforço de 45,0 kN para um comprimento de ligação bem inferior, em comparação com os outros dois sistemas de reforço, exposto na Tabela 4-2.

Do ponto de vista de eficácia das técnicas de reforço modeladas, a que aparenta ter o melhor desempenho é o sistema de NSM utilizando secções rectangulares de FRP, pois tem uma estimativa de força máxima superior às restantes técnicas. Relacionado ao que foi dito antes, este sistema precisa de um menor comprimento de ligação para mobilizar a força máxima, ou seja, a técnica NSM com secção rectangular de FRP tem um comprimento de transferência mais reduzido. Portanto é possível verificar que, o sistema que melhor tira proveito das capacidades do material de reforço utilizado é NSM utilizando secções rectangulares de FRP.

4.3 Validação do modelo assumindo leis *bond-slip* não lineares

No presente subcapítulo, vão ser assumidas leis não lineares para o comportamento da interface no modelo proposto, com a finalidade de testar curvas que se aproximem mais do desempenho real da ligação. As leis *bond-slip* mais complexas são capazes de traduzir as não linearidades presentes no processo de descolamento, como a fendilhação do betão e interligação dos envolventes no reforço.

4.3.1 Técnicas de reforço (EBR e NSM)

No modelo discreto proposto foram assumidas as leis não lineares:

- a) Expressão de Popovics [32] com $n_p=3.0$;
- b) Curva exponencial referida nos trabalhos de Dimande [33];
- c) Curva exponencial proposta do Dai *et al.* [9].

A Figura 4-15 mostra as três leis *bond-slip* que vão ser implementadas no modelo numérico para traduzir o comportamento da interface. Tendo em conta que, a curva Popovics afasta-se ligeiramente das restantes, então é expectável que os resultados numéricos para as curvas Dai *et al.* [9] e de Dimande [33] sejam muito similares. Em seguida serão apresentados os resultados numéricos obtidos no modelo discreto proposto, quando estas leis não lineares são assumidas para traduzir o real comportamento da ligação.

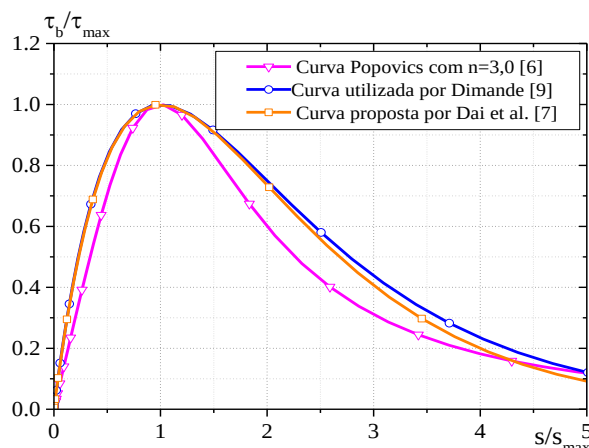
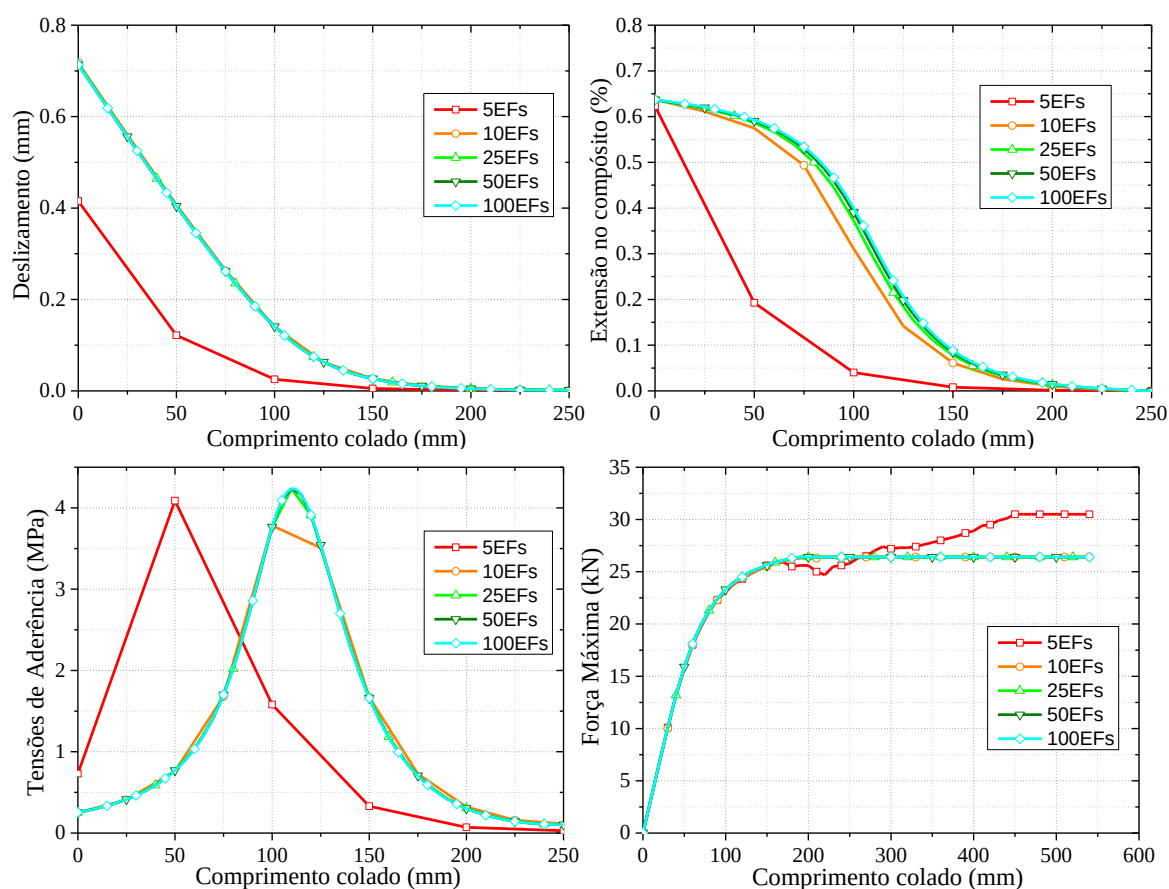
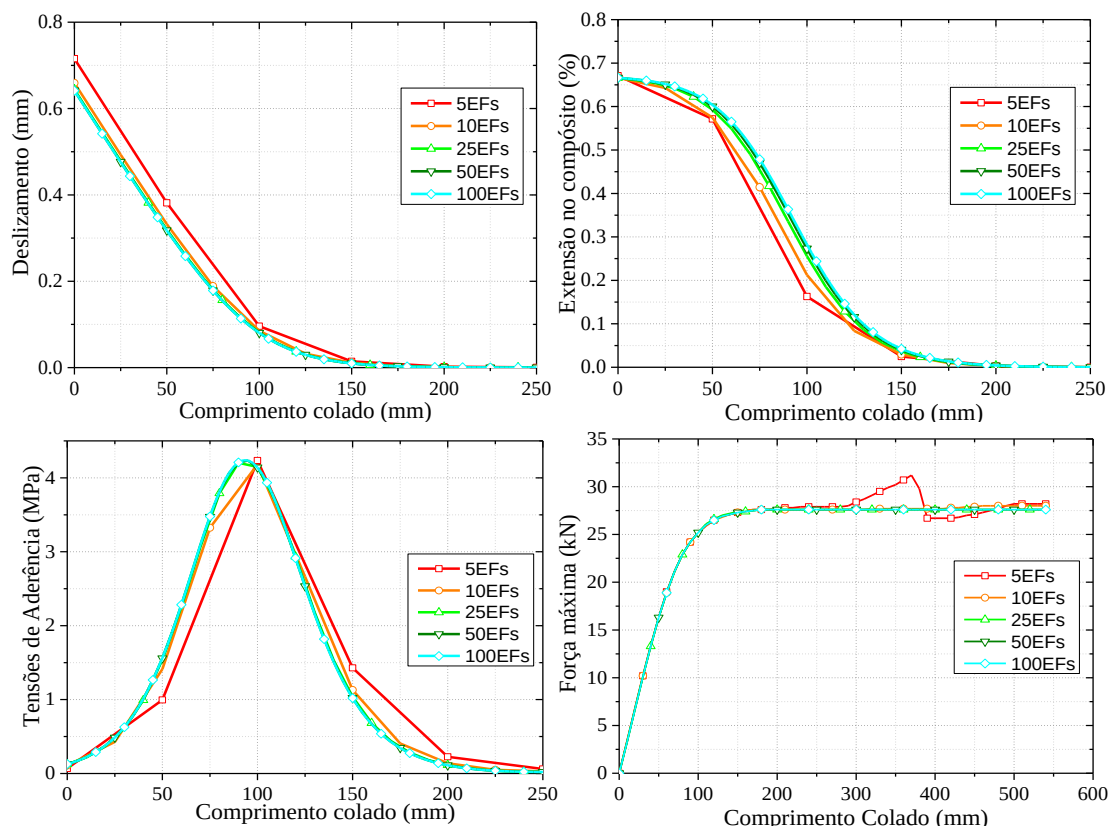


Figura 4-15- Curvas de bond-slip não lineares

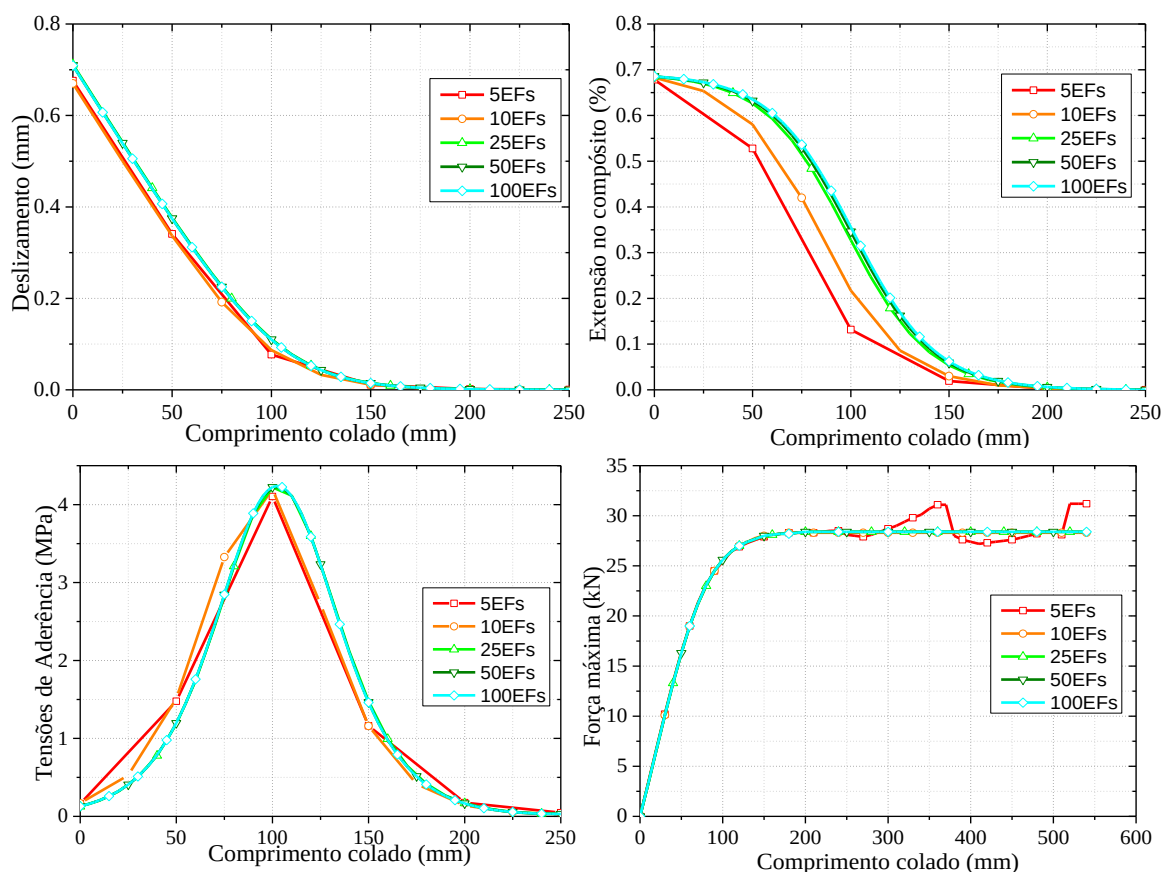
A Figura 4-16 representa o desempenho da técnica de reforço EBR adotando as mesmas características anteriormente assumidas para os materiais (subcapítulo 4.2), mas neste caso a interface terá um comportamento não linear. A Figura 4-16 mostra a distribuição dos deslocamentos, extensões e tensões de aderência ao longo do comprimento de ligação para a força máxima. Na implementação das três leis não lineares é fiável adotar 25EFs ($dx/L_b=0,04$) na discretização da ligação, pois comparando com malhas mais refinadas, as diversas distribuições apresentam muita semelhança.



a) Lei bond-slip Popovics com $n_p=3,0$ [32]



b) Lei bond-slip utilizada nos trabalhos de Dimande [33]

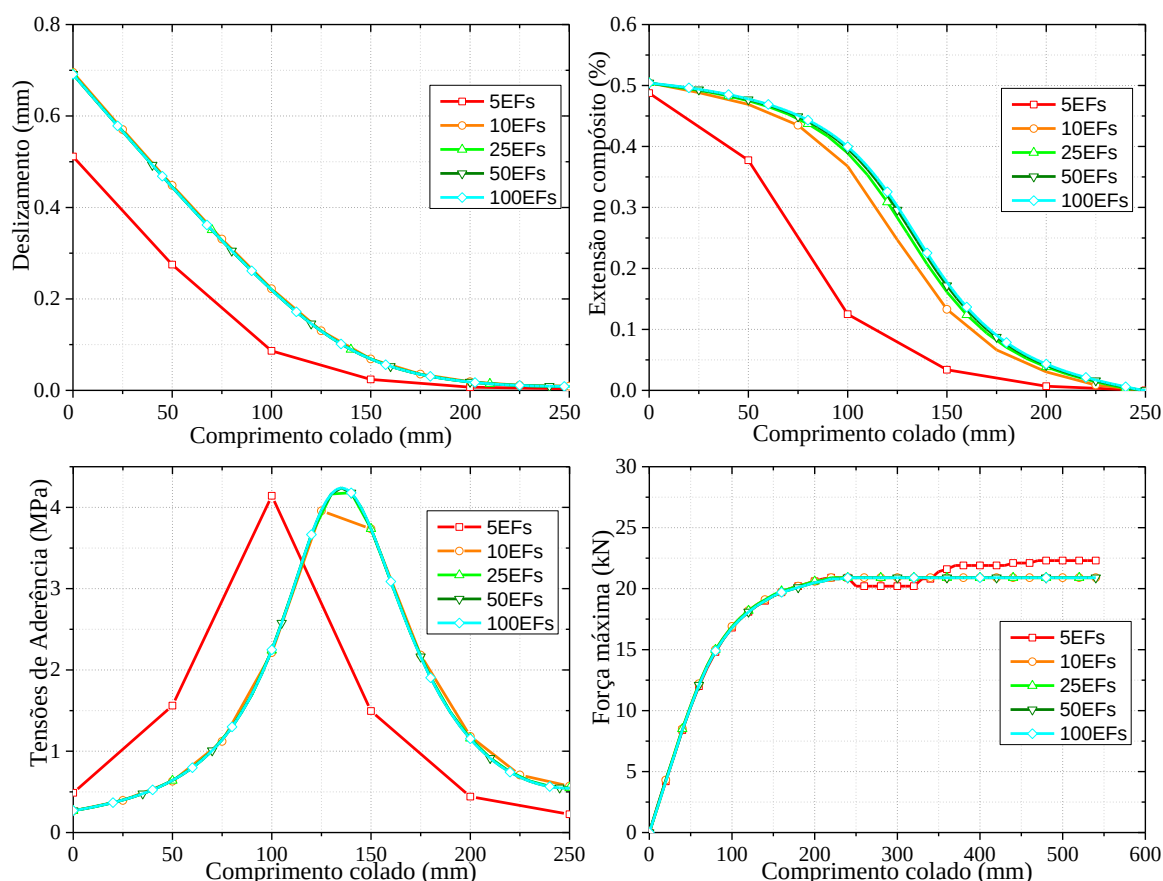


c) Lei bond-slip proposta por Dai [9]

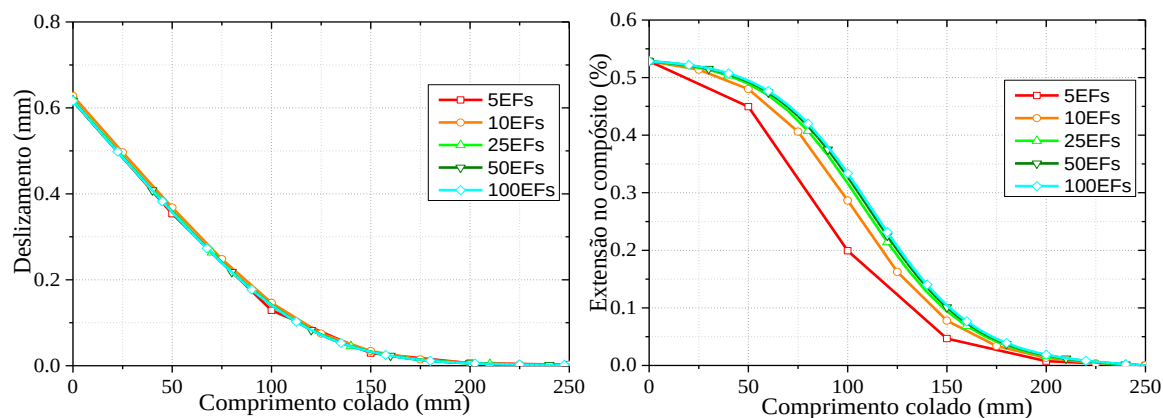
Figura 4-16- Desempenho da Técnica EBR e assumindo leis bond slip não linear

Na estimativa da força máxima transmitida ao compósito de FRP, as diferentes discretizações são muito similares no entanto, quando o comprimento colado é superior a 300mm, esta distribuição sofre algumas oscilações quando são usados 5EFs. Este facto tem maior relevância, quando a dimensão do EF tem mais de 60mm de comprimento, sendo então aconselhado malhas com 10 elementos finitos, a fim de se conseguir uma razoável estimativa de força máxima.

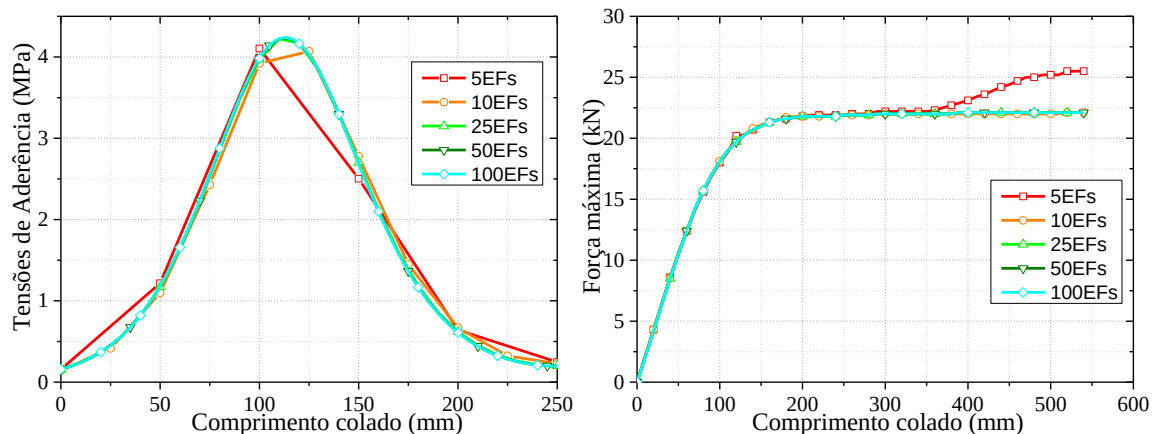
O desempenho da técnica NSM utilizando varões de FRP assumindo leis não lineares está representado na Figura 4-17, tal como feito anteriormente.



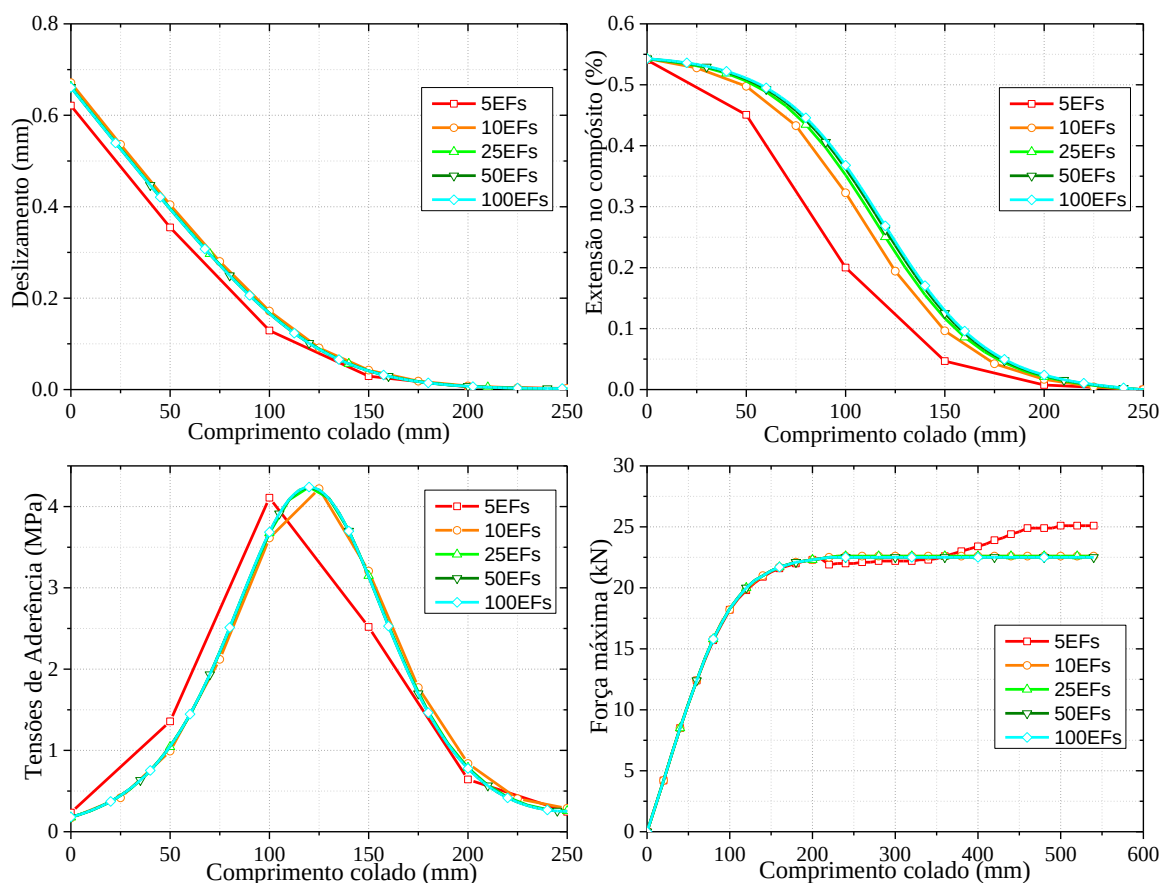
a) Lei bond-slip Popovics com $np=3,0$ [32]



b) Lei bond-slip utilizada nos trabalhos de Dimande [33]



(Cont.) b) Lei bond-slip utilizada nos trabalhos de Dimande [33]



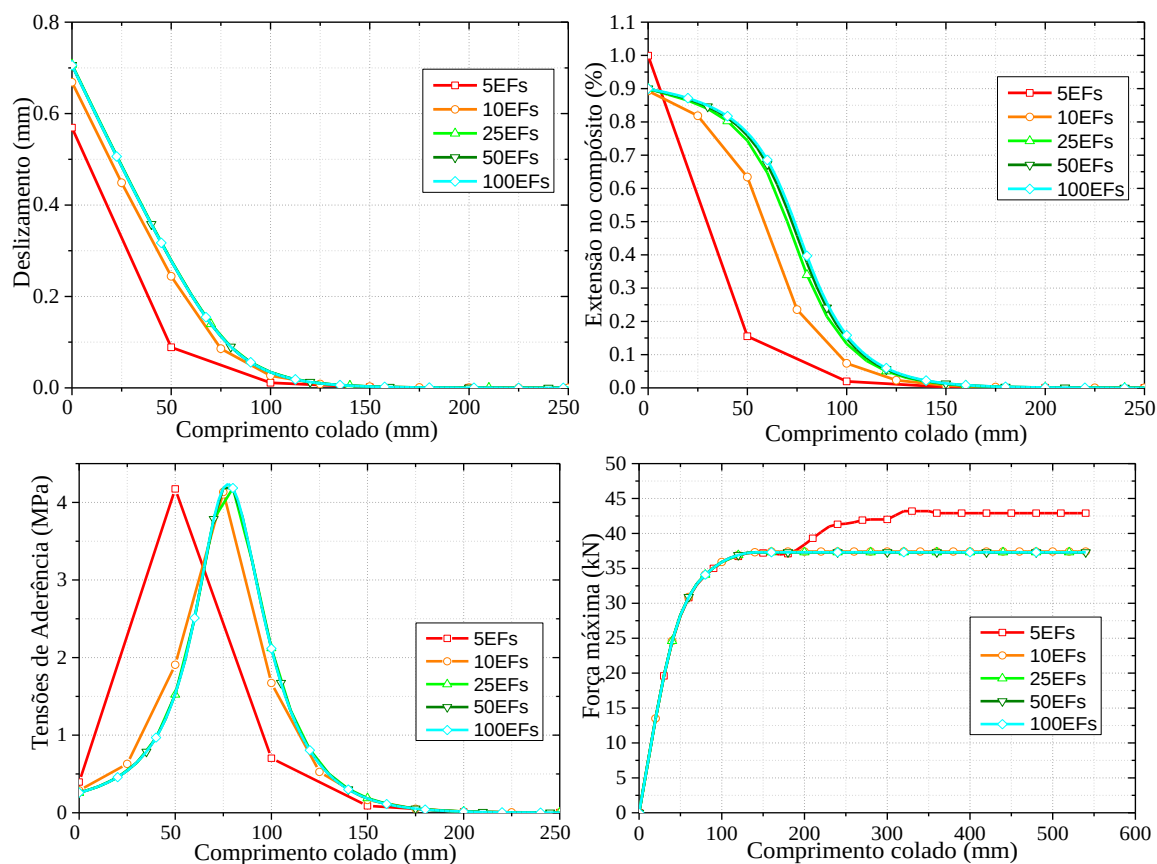
c) Lei bond-slip proposta por Dai [9]

Figura 4-17- Desempenho da Técnica NSM c/ varão e assumindo leis bond slip não linear

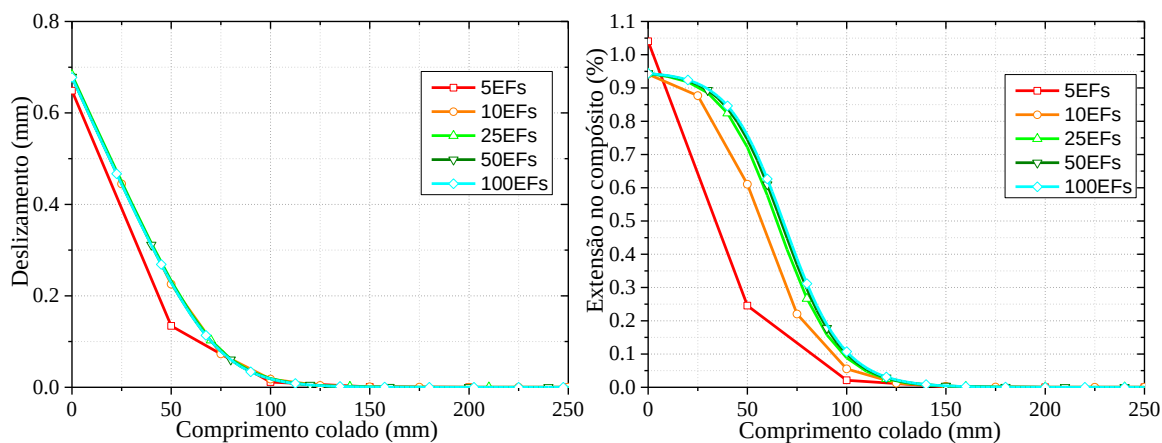
De notar uma vez mais que, a técnica em estudo não apresenta melhorias no seu rendimento. Pois ao ser comparada com a técnica EBR, esta apresenta uma estimativa de força máxima transmitida ao varão de FRP mais reduzida, necessitando de um maior comprimento de ligação para a mobilizar, similarmente ao que sucedeu quando foram assumidas leis lineares.

Quanto à discretização a adotar, é aconselhada uma malha com 10EFs uma vez que, é possível determinar a estimativa da força máxima transmitida ao varão de FRP.

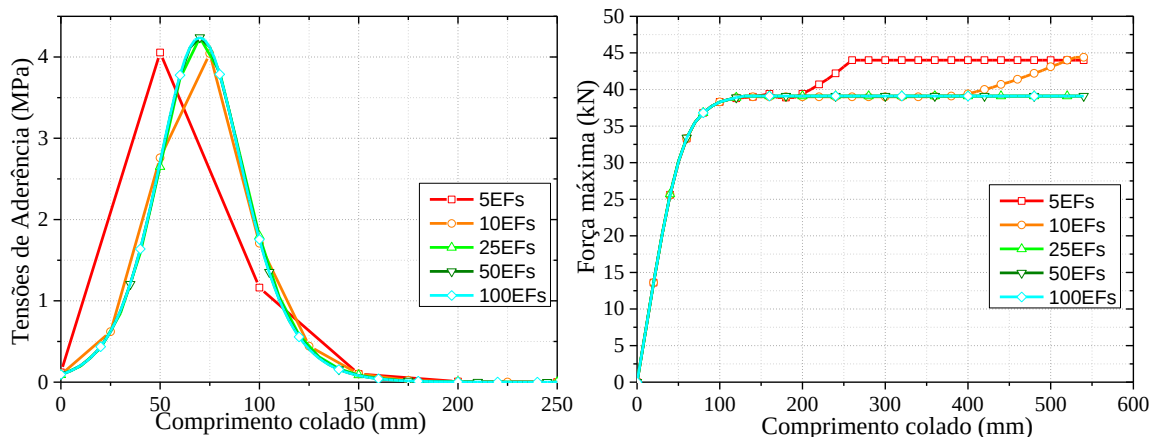
A Figura 4-18 mostra as distribuições ao longo do comprimento colado dos deslizamentos, extensões no compósito de FRP e das tensões de aderência mobilizadas na ligação, assim como a curva força máxima vs. comprimento colado, para ser estimada a força máxima da ligação. Nos gráficos que se seguem foram assumidas varias discretizações da ligação, a fim de se estudar a sua influência no desempenho do modelo discreto proposto com este importante parâmetro a variar.



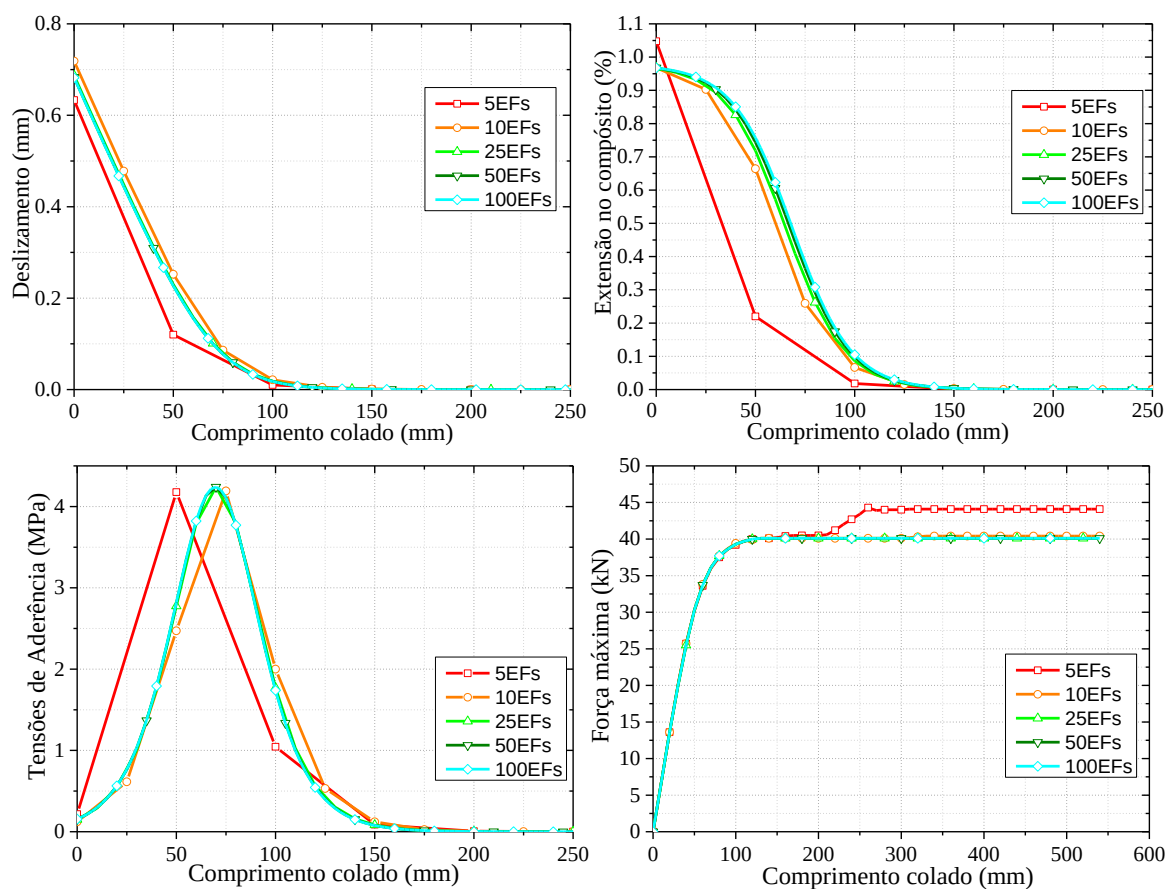
a) Lei bond-slip Popovics com $np=3,0$ [32]



b) Lei bond-slip utilizada nos trabalhos de Dimande [33]



(Cont.) b) Lei bond-slip utilizada nos trabalhos de Dimande [33]



c) Lei bond-slip proposta por Dai [9]

Figura 4-18-Desempenho da Técnica NSM c/ barra e assumindo leis bond slip não linear

Uma vez mais com 5 e 10 EFs (dx/L_b entre 0,20 e 0,10), verifica-se uma menor precisão, nas diversas distribuições. Relativamente à estimativa da força máxima transmitida os resultados são muito semelhantes, excetuando quando se utiliza 5EFs na discretização. Deste modo, com 10 EFs na discretização do comprimento colado é possível estimar a força máxima transmitida ao FRP, pois verifica-se que está em conformidade com malhas mais refinadas.

A técnica NSM com barra de FRP destaca-se novamente pela positiva, pois similarmente ao que aconteceu com as leis lineares, esta tem um melhor desempenho. As características que tanto destacam o

compósito de FRP são melhor aproveitadas com a presente técnica de reforço, atingindo uma extensão superior e com um comprimento efectivo de ligação inferior, em comparação com as outras duas técnicas de reforço. De notar que, em alguns casos não foi possível estimar o comprimento de ligação efetivo, identificados por “-” na Tabela 4-3.

A Tabela 4-3 mostra, resumidamente, a estimativa da força máxima transmitida ao compósito assim como o comprimento de transferência. Estas foram determinadas para as três técnicas de reforço em estudo e para as várias leis *bond-slip* não lineares, expressão Popovics [32], curva exponencial referenciada nos trabalhos de Dimande [33] e a curva exponencial proposta por Dai *et al.* [9]. Os resultados para cada sistema de reforço são muito similares, devendo-se ao facto de não ter sido verificado diferenças significativas na Figura 4-15.

Tabela 4-3-Desempenho do modelo proposto assumindo leis de bond-slip não lineares

Sistema de reforço (lei <i>bond-slip</i>)	N.º EF usados (dx/L_b)	Modelo discreto	Resultado analítico	Erro relativo (%)	Modelo discreto
		Porposto	(ver Apêndice A)		Porposto
		P_{max} (kN)	P_{max} (kN)		L_{eff} (mm)
EBR (Popovics [32] com $n_p=3,00$ [47])	5 (0,200)	28,4	27,8	2,2	-
	10 (0,100)	26,4		-5,0	220
	25 (0,040)	26,4		-5,0	190
	50 (0,020)	26,4		-5,0	190
	100 (0,010)	26,5		-4,7	190
EBR (exponencial adotada nos trabs, Dimande [33])	5 (0,200)	31,3	28,6	9,4	-
	10 (0,100)	27,6		-3,5	180
	25 (0,040)	27,7		-3,1	170
	50 (0,020)	27,6		-3,5	180
	100 (0,010)	27,6		-3,5	180
EBR (Curva Exponencial proposta por Ueda and Dai [9])	5 (0,200)	31,1	27,8	11,9	230
	10 (0,100)	28,3		1,8	180
	25 (0,040)	28,4		2,2	200
	50 (0,020)	28,4		2,2	200
	100 (0,010)	28,4		2,2	200
NSM varão (Popovics [32] com $n_p=3,00$ [47])	5 (0,200)	21,6	22,1	-2,3	180
	10 (0,100)	20,9		-5,4	220
	25 (0,040)	20,9		-5,4	220
	50 (0,020)	20,9		-5,4	240
	100 (0,010)	20,9		-5,4	240
NSM varão (exponencial adotada nos trabs, Dimande [33])	5 (0,200)	25,5	22,8	11,8	-
	10 (0,100)	22,1		-3,1	-
	25 (0,040)	22,1		-3,1	130
	50 (0,020)	22,1		-3,1	200
	100 (0,010)	22,1		-3,1	200
NSM varão (Curva Exponencial proposta por Ueda and Dai [9])	5 (0,200)	24,4	22,1	10,4	220
	10 (0,100)	22,5		1,8	220
	25 (0,040)	22,5		1,8	220
	50 (0,020)	22,5		1,8	220
	100 (0,010)	22,5		1,8	220

(Cont.) Tabela 4-3 - Desempenho do modelo proposto assumindo leis de bond-slip não lineares

Sistema de reforço (Lei bond-slip)	N.º EF usados (dx/L_b)	Modelo discreto Proposto	Resultado analítico (ver Apêndice A)	Erro relativo (%)	Modelo discreto Proposto
		P_{max} (kN)	P_{max} (kN)		L_{eff} (mm)
NSM placa (Popovics [32] com $n_p=3,00$ [47])	5 (0,200)	42,9	39,3	9,2	150
	10 (0,100)	37,4		-4,8	150
	25 (0,040)	37,3		-5,1	140
	50 (0,020)	37,3		-5,1	140
	100 (0,010)	37,3		-5,1	140
NSM placa (exponencial adotada nos trabs, Dimande [33])	5 (0,200)	44,0	40,5	8,6	-
	10 (0,100)	39,1		-3,5	140
	25 (0,040)	39,1		-3,5	130
	50 (0,020)	39,1		-3,5	130
	100 (0,010)	39,1		-3,5	130
NSM placa (Curva Exponencial proposta por Ueda and Dai [9])	5 (0,200)	44,1	39,3	12,2	110
	10 (0,100)	40,4		2,8	110
	25 (0,040)	40,1		2,0	130
	50 (0,020)	40,1		2,0	130
	100 (0,010)	40,1		2,0	130

4.3.2 Comparação com diversos autores

Diversos autores têm realizado estudos e desenvolvidos modelos com o intuito de dar respostas à comunidade científica sobre o fenómeno de descolamento prematuro do reforço das superfícies coladas de betão. Biscaia *et al.* [16] e Ferracuti [8] são dois exemplos encontrados na literatura. Nestes dois estudos foi modelado a técnica EBR e vão ser comparados com o modelo discreto proposto no presente trabalho.

No modelo de Ferracuti [8] a curva Popovics (ver Eq. 2.2) foi assumida para traduzir o comportamento da interface, considerando-se $\tau_{max} = 5,29 \text{ MPa}$, $s_{max} = 0,043 \text{ mm}$ e $n_p=2,644$. O material de reforço é o compósito de CFRP, com espessura $t_p=1,2\text{mm}$, a largura $b_p=50\text{mm}$ e o módulo de elasticidade $E_p=160\text{GPa}$. Este material foi utilizado, quer na modelação quer nos ensaios realizados por Ferracuti [8]. Os comprimentos colados de ligação adotados por [8] foram 200 e 400mm, sendo divididos em 25 e 50 elementos finitos, respetivamente.

Na Figura 4-19 estão ilustradas várias distribuições de tensões de aderência e extensões ao longo do comprimento colado para as forças de 5, 10 e 15 kN. Deste modo, comparou-se os resultados experimentais e numéricos, de Ferracuti [8] com o modelo discreto proposto neste trabalho.

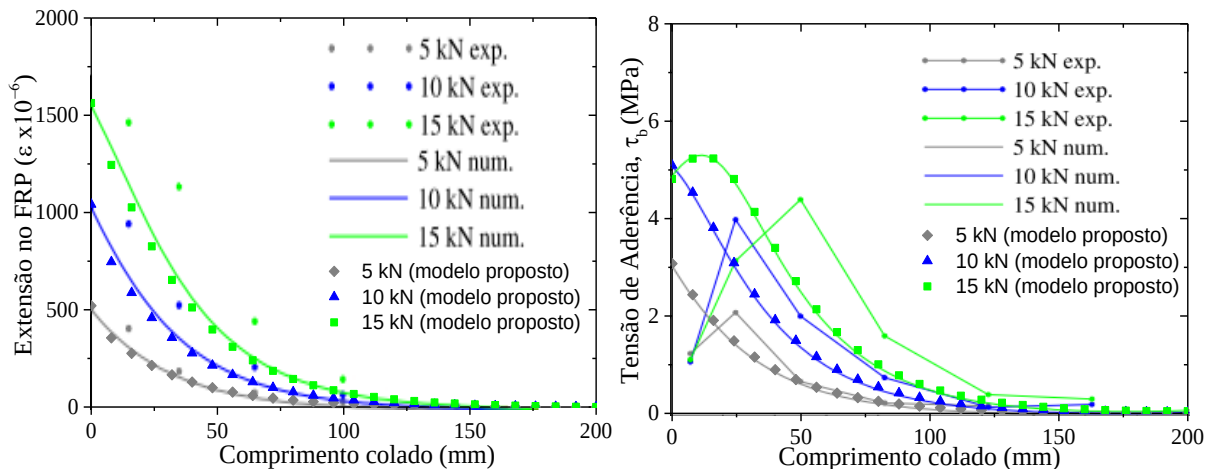


Figura 4-19-Comparação do modelo discreto proposto com ensaios experimentais (Taljsten [44]) [8] e resultados numéricos para um comprimento colado de 200mm

Analisando as curvas numéricas, verifica-se que estas apresentam uma distribuição muito similar com os obtidos numericamente. No entanto, comparando com os resultados experimentais na fase descendente (*softening*), a curva referente à força de 5 kN é a que se assemelha mais, principalmente a partir dos 50mm do ponto de aplicação da força.

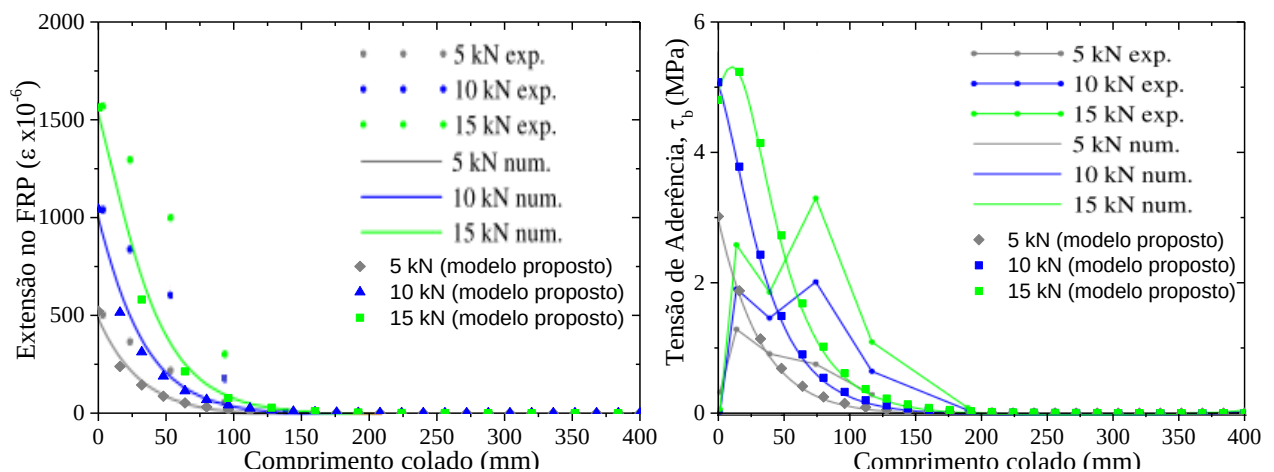


Figura 4-20-Comparação do modelo discreto proposto com ensaios experimentais [8] e resultados numéricos para um comprimento colado de 400mm

Na verdade, para o comprimento de ligação de 400mm as observações que se fizeram anteriormente relativas às distribuições das soluções numéricas são as mesmas. Relativamente à comparação com os ensaios experimentais as curvas dos modelos afastam-se largamente.

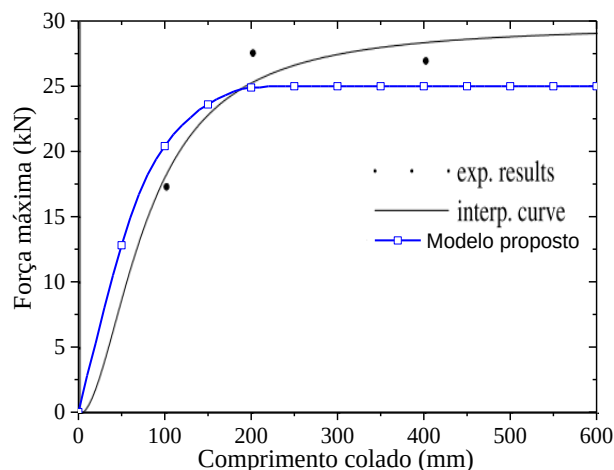


Figura 4-21- Curva Força máxima vs. comprimento colado: experimentais (100, 200 e 400mm) [8]; curva ajustável [8]; modelo discreto proposto no presente trabalho

Uma vez mais, o modelo discreto afasta-se dos resultados obtidos experimentalmente. Através da distribuição da curva referente ao modelo, que serve de base de estudo no presente trabalho, verifica-se que é possível obter uma estimativa da força máxima e o comprimento efetivo de ligação. Na solução de reforço simulada a força máxima foi de 25kN e o comprimento efetivo de ligação toma o valor aproximado de 200mm.

O modelo discreto proposto neste trabalho é controlado por um parâmetro designado por resíduo, sendo este dado pela diferença entre a força aplicada e a área delimitada pela distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado, dado pela Eq. 3.97.

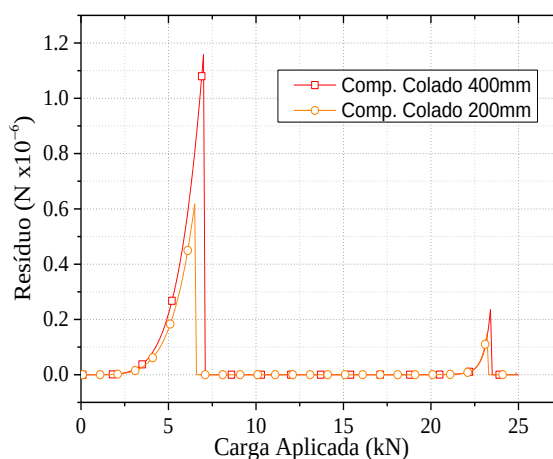


Figura 4-22-Resíduo obtido no processo numérico para o comprimento colado de 200 e 400mm

Verifica-se na Figura 4-22 que o resíduo obtido em todo o processo de cálculo é tao reduzido que se conclui que o equilíbrio das forças horizontais do sistema é respeitado.

4.3.3 Comprimento colado superior ao comprimento efetivo

Analogamente ao que foi feito no subcapítulo 4.3.2, compara-se agora o modelo proposto com os ensaios experimentais e os numéricos obtidos pelo método das diferenças finitas por Biscaia *et al.* [16].

As propriedades dos materiais usados e comprimento de ligação são as mesmas às consideradas no início do presente Capítulo. No entanto, relativamente aos ensaios experimentais, é importante referir que a classe de resistência do betão utilizado para o substrato colado foi um betão de classe C30/37, com uma resistência média à tração de 2,69MPa. Além disso, a lei *bond-slip* que tenta traduzir o comportamento local da interface GFRP/betão é baseada na expressão de Popovics (ver Eq. 2.2) com $n_p=3,0$, correspondendo a uma energia de fratura de 1,206N/mm.

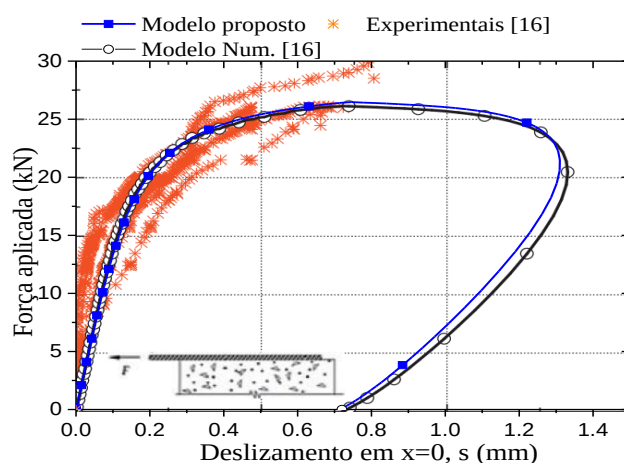


Figura 4-23-Comparação com os resultados experimentais

Na Figura 4-23 é feita a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente com os resultados numéricos. Nesta figura, está representado o processo completo de descolamento da ligação GFRP/betão. Enquanto o processo que leva ao completo descolamento da interface GFRP/betão, está ilustrado na Figura 4-24, para a situação do comprimento de colagem ser superior ao efetivo. Este tema pode ser encontrado na literatura, por exemplo [16-18, 25]. Na respetiva figura estão representadas 6 fases do processo e o respetivo comportamento da ligação, força aplicada vs. deslizamento, bem como, as tensões de aderência vs. deslocamentos no ponto de aplicação da força.

Na primeira fase existe uma parte da ligação que permanece quase indeformada, isto é, com deformações e extensões quase nulas. A zona junto da aplicação da força apresenta uma resposta elástica não linear até ser mobilizada a tensão de aderência máxima. O comprimento colado que permanece indeformado vai diminuindo à medida que a força aumenta, até que o descolamento da interface se inicie.

Na segunda fase a tensão de aderência máxima (4,24MPa) é alcançada no ponto de aplicação da força, terminando assim a resposta linear elástica da ligação. Portanto, a partir deste momento o comportamento da ligação é traduzida pela parte *softening* da lei *bond-slip* de Popovics e a tensão de aderência máxima vai começar a deslocar-se para o lado oposto (direita). O comprimento colado que permanece indeformado é agora mais reduzido quando comparado com a fase anterior.

Na terceira fase verifica-se que a tensão de aderência máxima iniciou a sua translação para a direita. Consequentemente, a distância que separa a tensão de aderência máxima do ponto de aplicação da força vai aumentando. A resposta da interface é agora traduzida pela parte *softening* da lei *bond-slip* de Popovics, conforme mostra a curva força vs. slip, relativamente a esta fase. A respetiva tensão máxima no compósito de GFRP ainda não foi alcançada. A curva das tensões normais ao longo do comprimento colado apresenta agora duas concavidades, como mostra o gráfico da fase III da Figura 4-24. O respetivo ponto de inflexão encontra-se localizado onde está mobilizada a tensão de aderência máxima.

Na quarta fase, a tensão de aderência é nula no ponto de aplicação da força. Assim, toda a lei local *bond-slip* com base na formula de Popovics foi percorrida pelo que, o descolamento da interface tem agora início. Como se constata na curva força vs. deslizamento, a força máxima transmitida ao compósito de FRP é alcançada e, consequentemente, a tensão normal máxima também. O comprimento efectivo corresponde ao qual estão instaladas tensões de aderência diferentes de zero, isto é, excluindo o comprimento indeformado. A força máxima transmitida ao compósito de FRP é dada por:

$$P = \int_0^{L_b} \tau_b(x) \cdot b_p dx \quad (4.1)$$

onde $\tau_b(x)$ é a distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado L_b . Portanto, não é possível realizar mais incrementos de força aplicada ao compósito de FRP.

A quinta fase corresponde ao início do descolamento. O comprimento descolado vai aumentando à medida que a distribuição das tensões de aderência se desloca para o lado oposto da força aplicada. O comprimento descolado corresponde ao comprimento em que a tensão normal máxima se mantém constante. Note-se, que na curva força aplicada vs. deslizamento da Figura 4-24, a distância entre a fase IV e V depende do comprimento colado da ligação, ou seja, é tanto maior quanto maior for o respetivo comprimento de colagem.

Os deslizamentos, na zona descolada, a partir deste momento são calculados segundo a expressão:

$$s(x) = s_{ult} + \int_0^{L_d} \frac{\sigma_{max}}{E_p} dx \quad (4.2)$$

onde L_d é o comprimento descolado da ligação.

Na última e sexta fase, a zona descolada é cada vez maior. O comprimento em que se encontram mobilizadas tensões de aderência é cada vez mais reduzido e, neste momento, as tensões de aderência são inferiores à máxima, que neste caso corresponde a 4,24MPa. A força aplicada ao FRP e o deslizamento no respetivo ponto vão ambos reduzindo nesta fase. Portanto, o integral da Eq. 4.2 vai decrescendo, até ser nulo, e o deslizamento, no ponto $x=0$, corresponde ao deslizamento último (s_{ult}).

O processo completo do descolamento é, no entanto, complicado de ser traduzido na prática, em termos de ensaios laboratoriais uma vez que, este processo de rutura é muito frágil. Desta forma, não existem dados experimentais que permitam comparar com o descrito anteriormente.

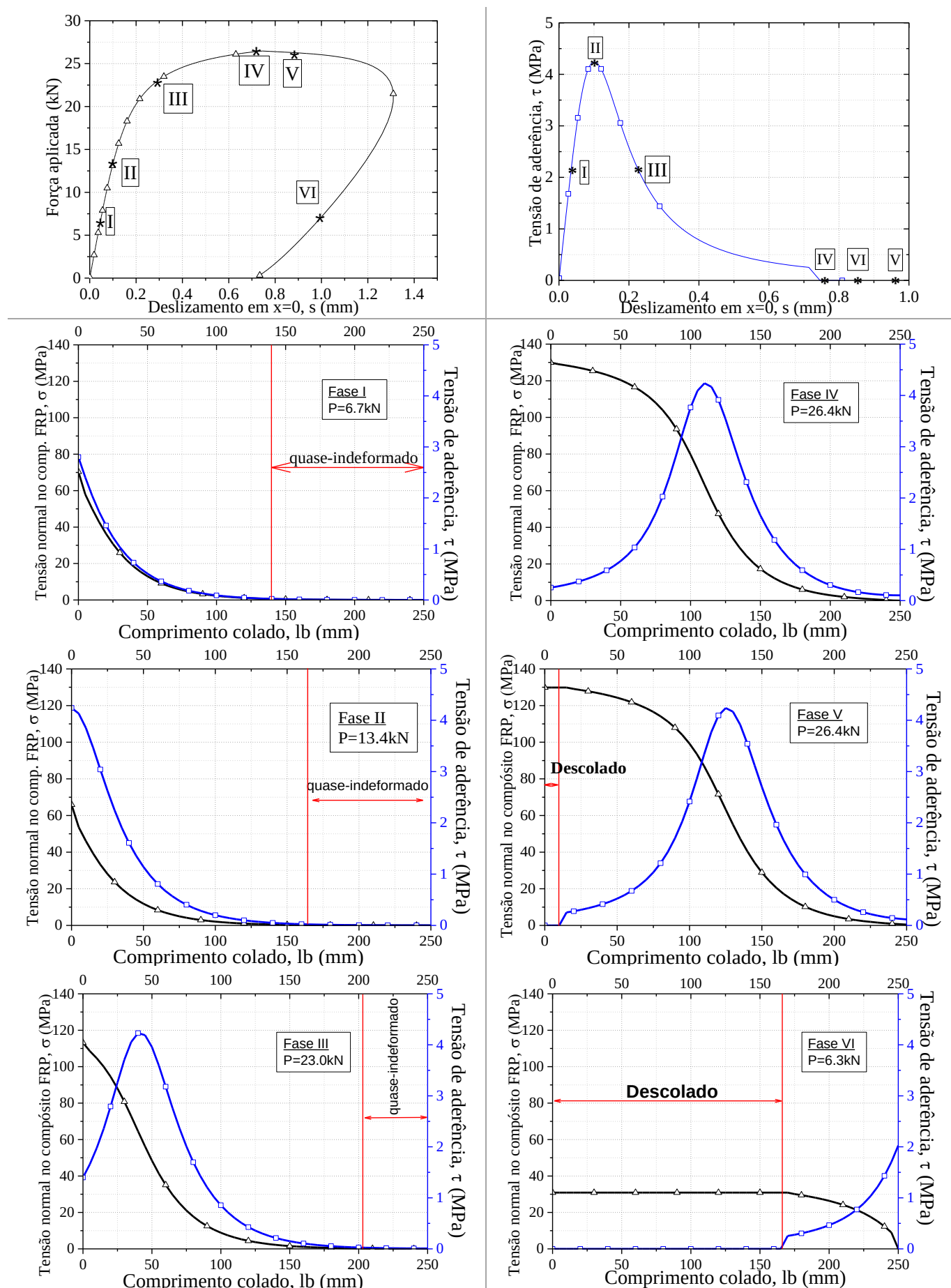


Figura 4-24- Processo de descolamento completo dividido em 6 fases $L_b \geq L_{eff}$

4.3.4 Comprimento colado inferior ao comprimento efetivo

Tendo em conta que o processo completo da descolamento da interface FRP/substrato depende do comprimento colado da ligação, evidenciam-se as diferenças entre $L_b \geq L_{eff}$ e $L_b \leq L_{eff}$ pelo que, neste subcapítulo, foi assumido um comprimento colado de 50mm. A modelação realizada para estudar este caso é ligeiramente diferente da anterior, isto é, anteriormente aplicou-se ao compósito um incremento de força, e optou-se agora com incrementos de deslocamento, em conformidade com o exposto anteriormente no Capítulo 3.

A Figura 4-25 ilustra o processo que leva ao completo descolamento da ligação para um comprimento colado menor que o efetivo. Este processo foi dividido em 5 fases, que se descrevem em seguida.

Na primeira fase a interface apresenta deformações elásticas e não lineares, em todo o seu comprimento colado, o que corresponde à fase pré-pico da lei *bond-slip* (Popovics expressa na Eq. 2.2). Segundo Biscaia *et al.* [16] existe uma zona em que as deformações são insignificantes, e outra em que se observa nesta situação, ou seja, todo o comprimento colado tem tensões de aderência não nulas. A existência destas duas zonas depende do comprimento da ligação. No presente caso com 50mm de comprimento colado só existe uma zona como se pode verificar Figura 4-25 fase I. Neste momento, ainda não foram alcançadas nem a tensão de aderência máxima nem a tensão normal máxima transmitida ao compósito de FRP.

Na segunda fase a tensão máxima de aderência encontra-se mobilizada, no ponto de aplicação da força, significando que o comportamento elástico da interface terminou, conforme se pode verificar pela curva tensão de aderência vs. deslizamento da Figura 4-25. A partir deste instante, a resposta da interface é traduzida pela parte pós-pico da lei *bond-slip* de Popovics, e a tensão de aderência máxima começa a deslocar-se para o lado oposto da aplicação da força (direita).

Na terceira fase as não linearidades do betão referentes ao aparecimento de fendas estão agora a ser traduzidas pela parte *softening* da lei *bond-slip* de Popovics e verifica-se que a distância, que separa a tensão de aderência máxima do ponto de aplicação da força aumenta.

Na quarta fase a força máxima transmitida ao compósito é alcançada como se pode observar pela curva força vs. deslizamento da Figura 4-25 e, conseqüentemente, a tensão normal máxima é também mobilizada no ponto de aplicação da força. As diferentes concavidades na distribuição das tensões normais não são tão notórias como no caso anterior, em que o comprimento de colagem é maior que o comprimento efectivo da ligação.

Na quinta fase verifica-se que a tensão de aderência não é nula no ponto de aplicação da força e a tensão de aderência máxima já chegou ao ponto $x=L_b$ pelo que, as tensões de aderência não foram totalmente mobilizadas.

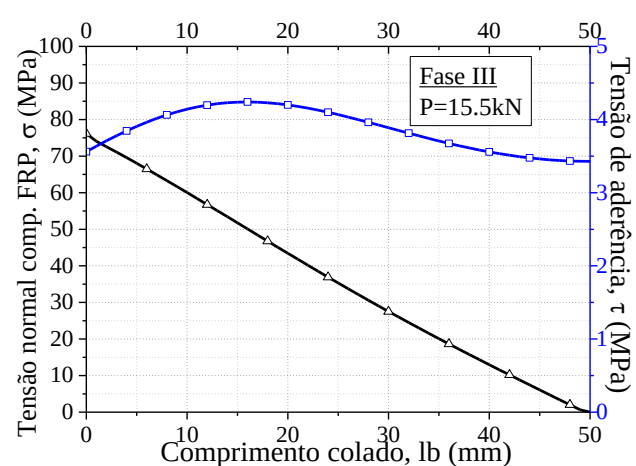
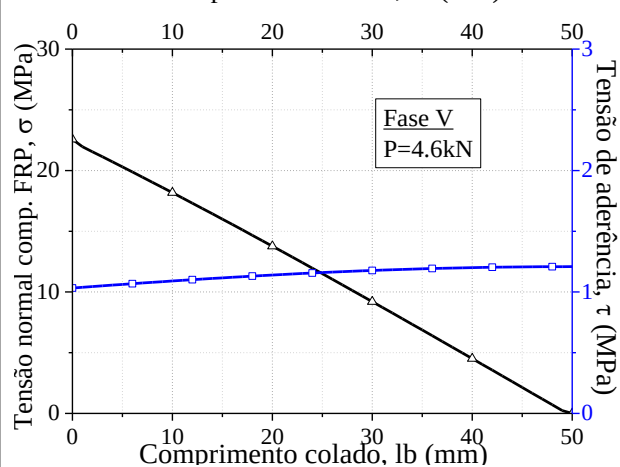
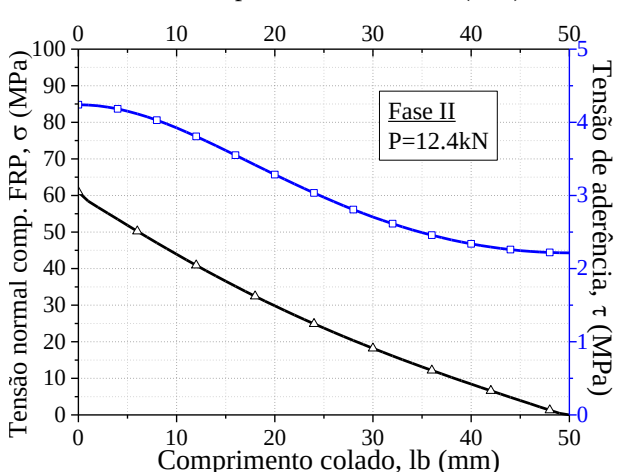
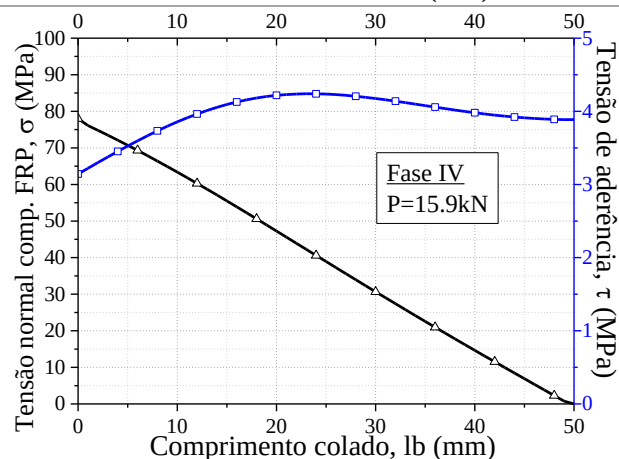
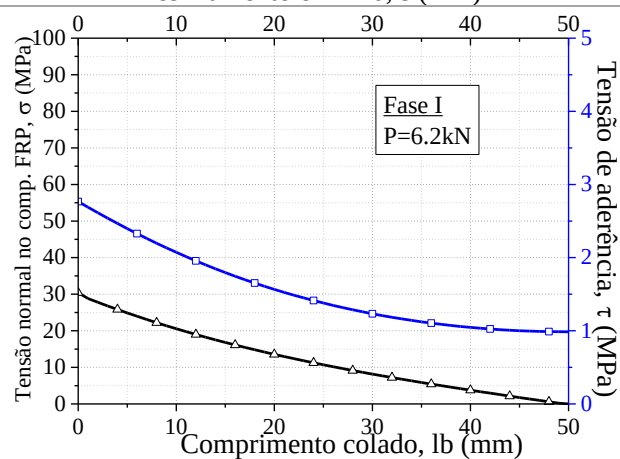
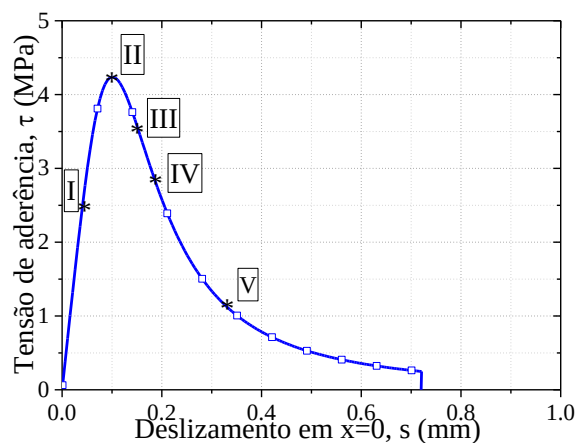
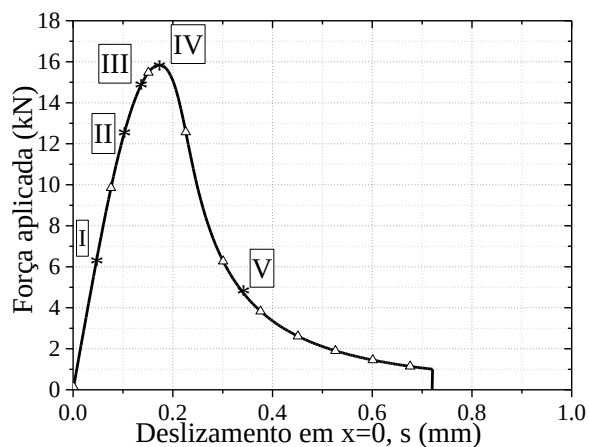


Figura 4-25- Processo de descolamento completo dividido em 5 fases $L_b < L_{eff}$

A comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico agora proposto e por Biscaia *et al.* [16] estão ilustrados na Figura 4-26. Aqui, representam-se duas curvas para um comprimento de ligação de 50mm, isto é, inferior ao comprimento efectivo. Pode observar-se que em ambos os modelos, quer no modelo com diferenças finitas [16] quer no modelo discreto proposto no presente trabalho, são muito semelhantes, uma vez que se obtiveram comportamentos idênticos da ligação.

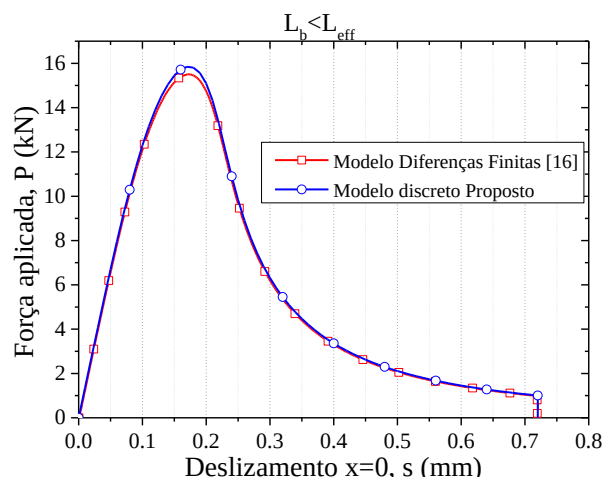


Figura 4-26- Comportamento da ligação Força aplicada vs. Deslizamento para comprimento colado < comprimento efectivo comparando com o modelo de Biscaia *et al.* [16]

Em suma, o modelo discreto proposto está em concordância com os modelos numéricos Ferracuti [8] e os resultados experimentais obtidos por Biscaia *et al.* [16]. No que diz respeito à modelação numérica, os resultados numéricos obtidos no modelo discreto proposto assemelham-se muito às soluções obtidas numericamente nos trabalhos de Biscaia *et al.* [16].

4.3.5 Influência da energia de fratura

A energia de fratura é um parâmetro que influencia o desempenho da interface. Neste subcapítulo, comparam-se os resultados numéricos obtidos no modelo discreto proposto com os do modelo de Biscaia *et al.* [3] e analisa-se a influência deste parâmetro no desempenho da ligação FRP/substrato.

Duas leis locais *bond-slip* foram analisadas: (i) lei *bond-slip* baseada na expressão de Popovics (ver Eq. 2.2); e (ii) lei *bond-slip* de Ueda e Dai (Eq. 2.4). A lei *bond-slip* referida por Dimande (Eq. 2.3) não foi estudada pois, como se constatou antes, esta revelou ser muito similar à de Ueda e Dai [9]. Para investigar a influência da energia de fratura, foram consideradas valores de energias de fratura entre os valores de 0,117N/mm a 5,889N/mm. A tensão de aderência máxima foi mantida nesta análise, ao contrário do deslizamento máximo (s_{max}). Para que se possa comparar ambos os modelos, considerou-se um comprimento de ligação de 1000mm, que segundo estes autores [3], corresponde largamente ao comprimento superior ao efectivo (L_{eff}) para qualquer das situações analisadas.

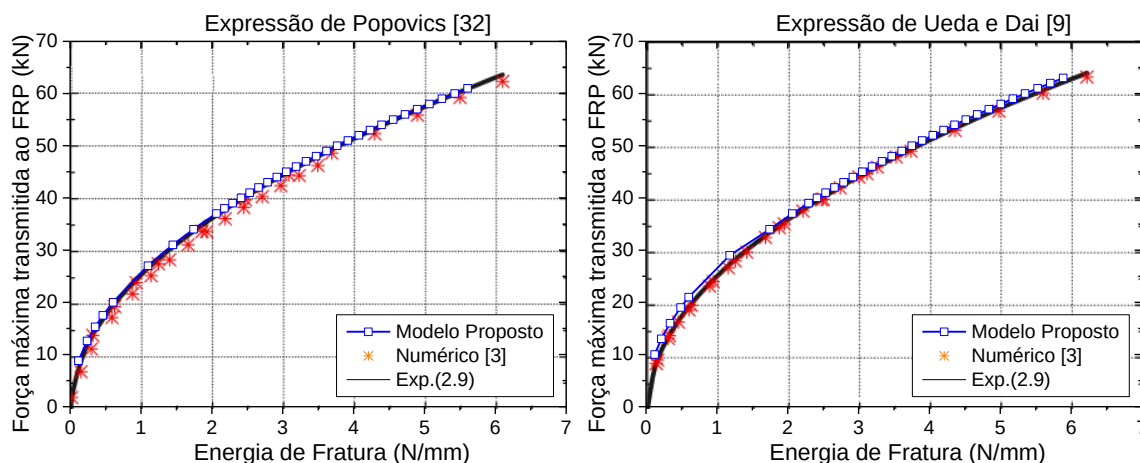


Figura 4-27- Influência da energia de fratura para as leis de bond-slip de Popovics com $n_p=3.00$ e Ueda e Dai [3]

Na figura 4-28 comparam-se as forças máximas obtidas pela Eq. 2.9 e pelos dois modelos numéricos: o proposto por Biscaia *et al.* [3] e o modelo discreto agora proposto. Os resultados obtidos usando ambas as leis *bond-slip* assumidas, revelaram ter uma boa precisão da força máxima transmitida ao compósito de GFRP. Apesar de, em ambos os modelos numéricos, a lei *bond-slip* de Ueda e Dai [9] ter demonstrado ser mais próxima da Eq. 2.9. No entanto, para energias de fratura baixas quando a lei *bond-slip* de Popovics é assumida no modelo proposto, nota-se que as diferenças não são tão superiores às da Eq. 2.9, do que as obtidas na segunda situação (lei *bond-slip* de Ueda e Dai [9]). Os resultados numéricos obtidos por Biscaia *et al.* [3], comparando com os do modelo proposto, revelam muita semelhança, isto é, a distribuição obtida em ambos os casos pouco ou nada difere uma da outra. Para valores de energia de fratura maiores é notório que a força máxima transmitida ao compósito de FRP é maior, o que demonstra a dependência da energia de fratura na força máxima.

4.3.6 Influência da rigidez do compósito de FRP

Analogamente ao feito anteriormente, agora será estudada a influência da rigidez axial do GFRP no desempenho da ligação. De modo a poder comparar com os resultados obtidos por Biscaia *et al.* [3], as mesmas leis *bond-slip* foram adotadas para traduzir o comportamento da interface, tal como feito no subcapítulo anterior (4.3.5). A rigidez do material de reforço varia entre os valores de 5.0 MN/m a 185MN/m.

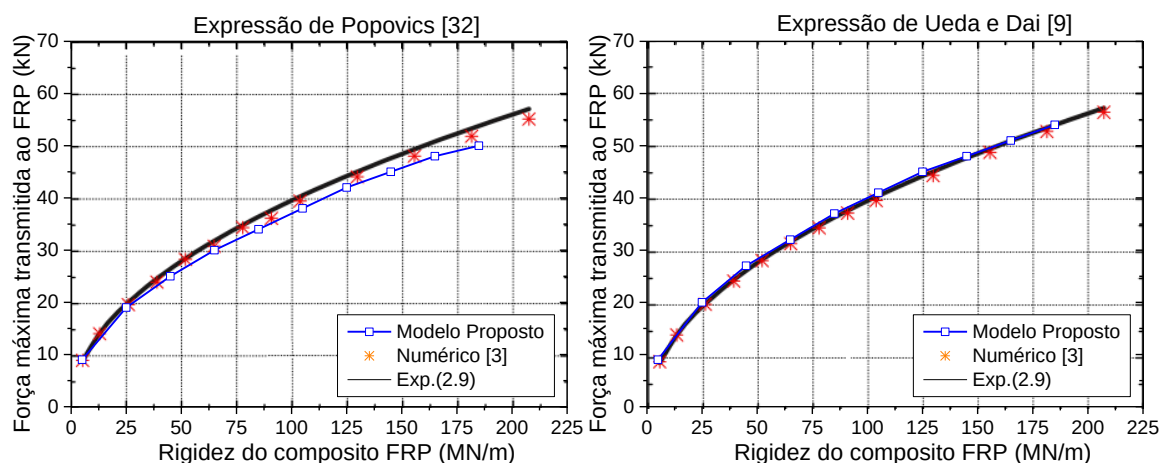


Figura 4-28- Influência da rigidez do FRP para as leis de bond-slip de Popovics com $n_p=3.00$ e Ueda e Dai [3]

Novamente os resultados obtidos, quando a lei *bond-slip* de Ueda e Dai [9] é implementada, demonstram que são os que mais se aproximam aos da Eq. 2.9. Os resultados numéricos obtidos no modelo proposto comparados com os do modelo de Biscaia *et al.* [3] revelam que ao assumir a lei *bond-slip* de Popovics estes diferem ligeiramente. No entanto, ao adotar a segunda lei estes são muito similares. Note-se que, quanto maior a rigidez do compósito adotado para reforçar um elemento estrutural, maior será a força transmitida ao FRP.

4.3.7 Desempenho na ligação reforço/substrato entre duas fendas consecutivas

No reforço de vigas de betão armado com recurso a compósitos de FRP é comum observar dois tipos de descolamento: na zona de ancoragem da viga reforçada (junto do apoio), sem superfície fendilhada; e descolamento entre duas fendas no betão. O processo de descolamento destes dois casos é ligeiramente diferente, quando a ligação está sujeita a ensaios de corte simples.

No presente subcapítulo, o mecanismo de rutura é semelhante ao estudado até agora, sendo que neste caso far-se-á o estudo do desempenho da ligação FRP/Betão entre duas fendas consecutivas. O modelo proposto vai ser comparado com a solução analítica obtida por Teng *et al.* [52], de modo a que este seja validado. Nesse sentido, serão considerados os comprimentos de ligação de 10, 25 e 100mm e várias relações, entre as duas forças aplicadas na extremidade, são assumidas. Os comprimentos de ligação foram divididos em 25 elementos finitos.

Em todos os estudos efetuados neste subcapítulo foram adotados os seguintes parâmetros, para o compósito de FRP: espessura $t_p=0,165\text{mm}$; largura $b_p=25\text{mm}$; e, o módulo de elasticidade $E_p=256\text{GPa}$. Teng *et al.* [52] assumiu que o comportamento da interface é traduzido por uma lei *bond-slip* bilinear com as seguintes características: a tensão de aderência máxima, τ_{max} de 7,2MPa; o respectivo deslizamento (s_{max}) toma o valor de 0,034mm; e, o deslizamento último (s_{ult}) foi de 0,16mm. No modelo discreto será implementada a lei *bond-slip* traduzida pela expressão de Popovics (Eq. 2.2). Tendo em conta que, a energia de fratura apresenta uma relevante importância na força máxima transmitida ao compósito, então as duas leis têm de ter a mesma energia de fratura, que neste caso é de 0,58N/mm. Nesse sentido, a constante

n_p foi aproximadamente 2.84, para que este ajuste o mais próximo possível a lei *bond-slip* de Popovics à lei bilinear adotada por Teng *et al.* [52]. As duas leis *bond-slip* implementadas em ambos os modelos a serem comparados estão ilustradas na Figura 4-29.

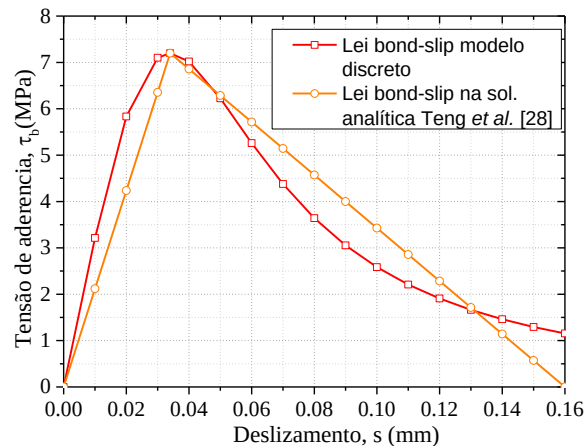


Figura 4-29- Leis bond-slip implementadas em cada trabalho

O processo de descolamento não está muito distante do caso quando no compósito está a ser transmitida uma única força. Nesta situação, como estão duas forças aplicadas os diagramas das tensões de aderência vão interagir, à medida que a força instalada é maior. Ao longo do processo a distribuição das tensões de aderência apresenta várias formas, podendo ser divididas em 3 ramos: elástica (ramo I); *softening* (ramo II); e descolamento (ramo III). O comportamento da ligação FRP/betão, entre fendas consecutivas, quando sujeita a ensaio de corte simples está ilustrado na Figura 4-30.

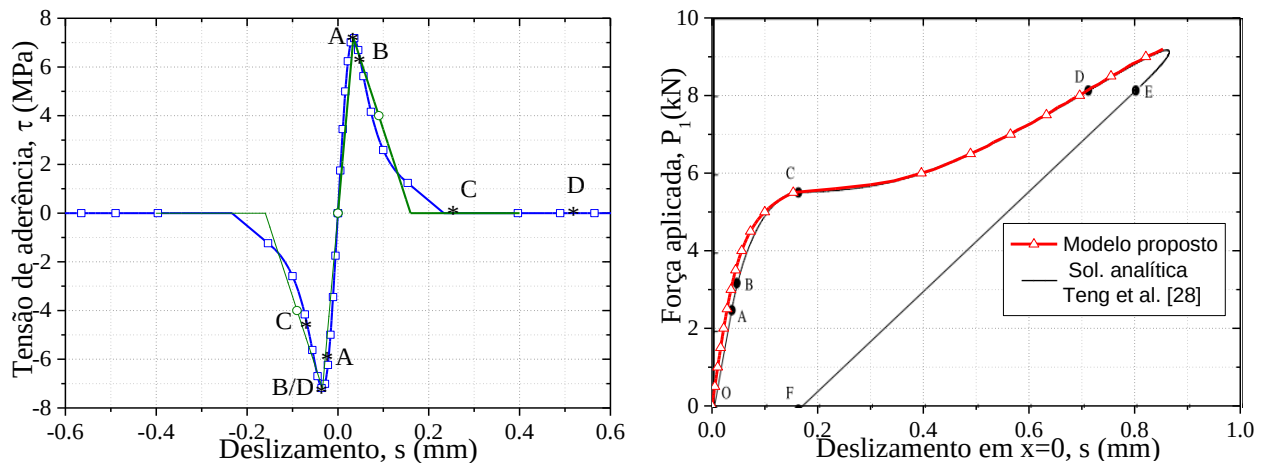
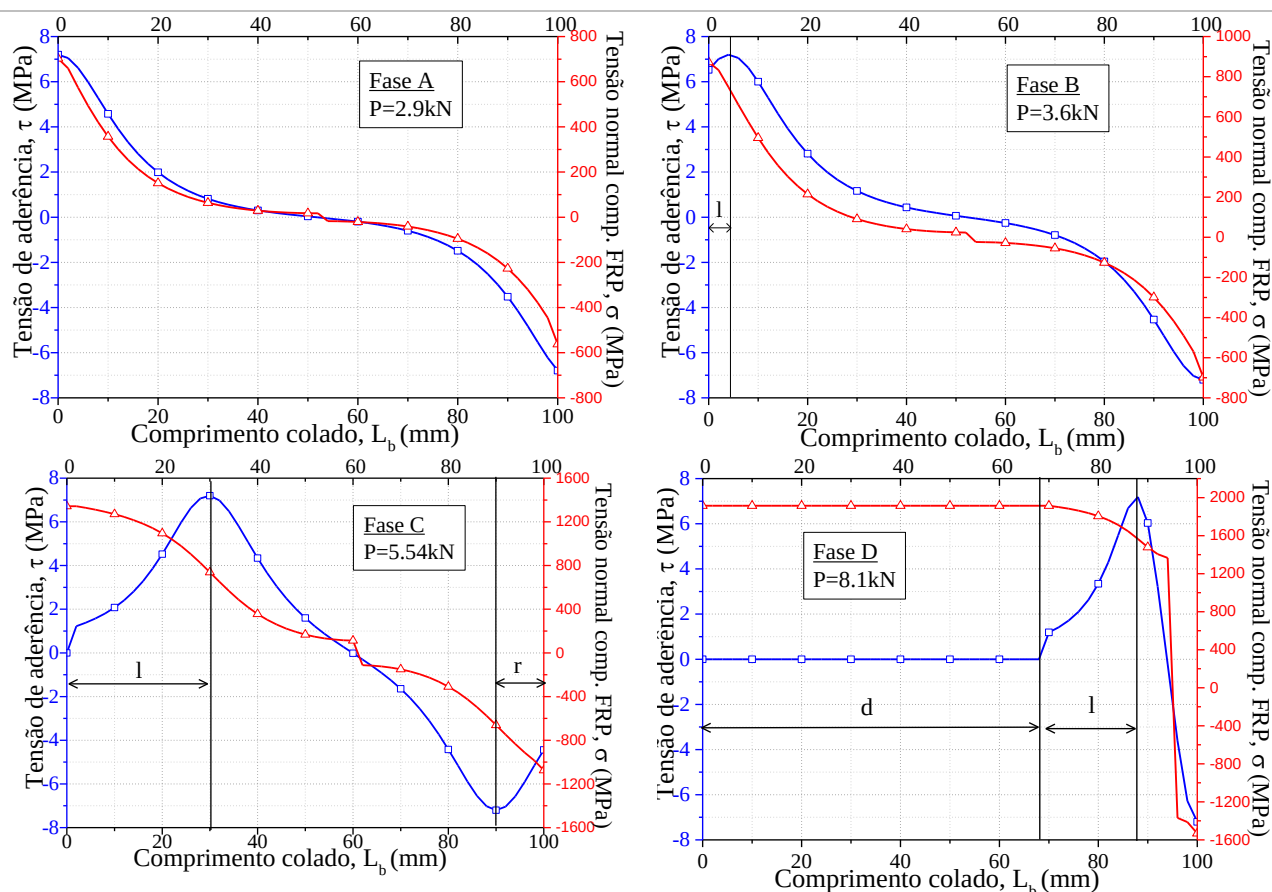


Figura 4-30- Processo de descolamento para $L_b=100\text{mm}$ e $\beta=0,8$



(Cont.) Figura 4-30 - Processo de descolamento para $L_b=100$ mm e $\beta=0,8$

A curva força vs. deslizamento, correspondente ao comportamento da ligação, está ilustrada na figura acima e comparado com o obtido por Teng *et al.* [52], assim como, as duas leis de *bond-slip* implementadas. O processo de descolamento, até ser alcançada a força máxima transmitida ao compósito, foi dividido em 4 fases: fase elástica-elástica (E-E); fase elástica-*softening* (E-S); fase *softening*-elástica-*softening*-descolamento (S-E-S-D); e fase elástica-*softening*-descolamento (E-S-D).

Inicialmente para forças reduzidas, toda a interface permanece na fase elástica, quanto à distribuição das tensões de aderência (E-E). Isto é válido até ao momento em que, a tensão de aderência máxima é alcançada no ponto $x=0$ e o respetivo deslizamento máximo ($s_{\max}=0,034$ mm), correspondendo à fase A. A partir deste instante, nesta zona da interface, dá-se início à parte *softening* da lei *bond-slip*. À medida que a força aplicada (P_I) aumenta, a tensão de aderência máxima começa a deslocar-se para a direita e, conseqüentemente, o comprimento correspondente à parte *softening* aumenta (comprimento l). Assim, a interface apresenta um comportamento *softening*-elástico (S-E), até a tensão de aderência no ponto $x=L_b$ alcançar os -7,2 MPa, como ilustra a Figura 4-30 referente à Fase B. Portanto, a parte *softening* da lei *bond-slip* dá-se início no ponto $x=L_b$ neste momento. Conseqüentemente, o comprimento r , referente à dimensão dessa zona, começa a aumentar à medida que P_I e o comprimento l aumentam. O comprimento r alcança o seu valor máximo e depois começa a diminuir, até o descolamento se iniciar na zona de aplicação da P_I , representando a fase C uma vez que, as tensões de aderência são nulas nessa zona. Deste modo, a interface apresenta-se agora descolamento-*softening*-elástico-*softening* (D-S-E-S). Com o aumento

da força transmitida ao compósito, o comprimento r diminui até ser nulo e, consequentemente, a tensão máxima de aderência fica mobilizada no ponto $x=L_b$, ilustrando a fase D. Assim, a distribuição das tensões de aderência apresenta agora a forma descolamento-*softening*-elástico (D-S-E).

No entanto, o processo de descolamento descrito depende de alguns fatores, como o valor do β , as propriedades do FRP e do comprimento colado da ligação. Por exemplo, na fase B existem três possibilidades: quando β toma valores pequenos, o comprimento l aumenta gradualmente com o aumento do P_l , enquanto na zona oposta ($x=L_b$) a interface permanece com comportamento elástico, um pouco à semelhança do que aconteceu no Capítulo 4.3.3, quando $\beta=1,0$ em ambas as extremidades surge simultaneamente a parte *softening*; e para outros valores de β (como é o caso) a parte *softening* surge primeiro no ponto $x=0$ e só depois na extremidade oposta ($x=L_b$).

A Figura 4-31 ilustra as respostas da interface para os comprimentos de ligação de 25mm e 10mm, assumindo $\beta=0,8$, obtidas no modelo numérico e comparadas com as obtidas por Teng *et al.* [52]. Os resultados obtidos revelaram algumas diferenças, sendo mais notórias para o comprimento colado mais reduzido ($L_b=10\text{mm}$). Diferenças essas que podem ser explicadas pelos desvios entre as leis *bond-slip* implementadas por cada um dos autores, ilustradas na Figura 4-29. Pois na fase ascendente da Figura 4-29, nota-se que a energia de fratura (G_f) da lei do modelo proposto (não linear) é maior que a adotada por Teng *et al.* [52] (bilinear), consequentemente, a força transmitida ao compósito é maior. No entanto, na fase descendente da mesma o cenário inverte-se, sendo que neste caso, a energia de fratura da lei *bond-slip* bilinear é superior à da lei não linear, pelo que corresponde a uma força máxima maior nos resultados analíticos obtidos por Teng *et al.* [52]. Tendo em conta que, a lei *bond-slip* de Popovics foi ajustada à lei bilinear, através da constante n , a fim de ambas as energias de fratura se equivalerem o que correspondeu, em ambas as respostas obtidas, à mesma força máxima transmitida ao compósito de FRP.

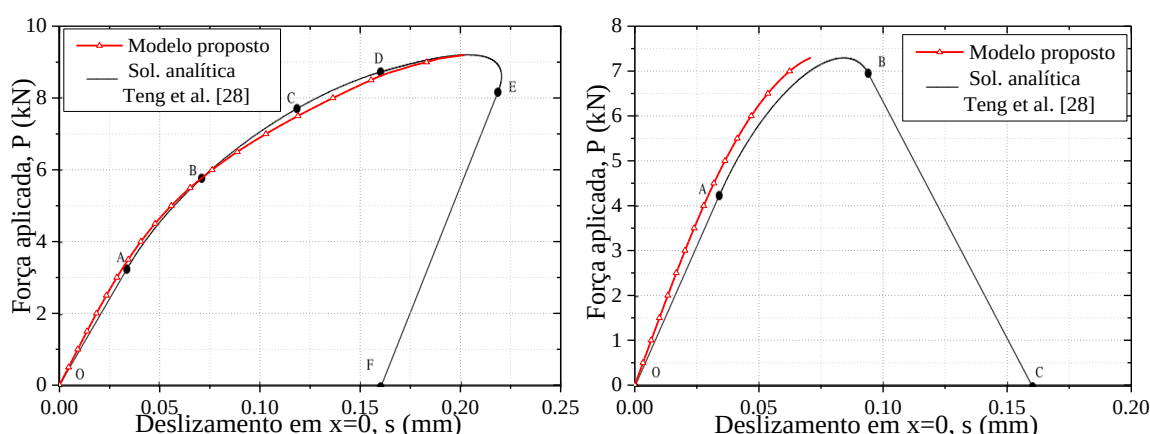


Figura 4-31- Comparação entre os 2 autores o comportamento da ligação para $L_b=25\text{mm}$ e $L_b=10\text{mm}$ para $\beta=0,8$

As curvas força vs. deslizamento para três diferentes comprimentos de ligação e para forças aplicadas iguais em ambas as extremidades estão ilustradas na Figura 4-32. Os resultados obtidos por Teng *et al.* [52] também se encontram representados na figura acima, a fim de comparar as curvas obtidas no modelo

proposto. O modelo numérico demonstra ser capaz de traduzir os respectivos comportamentos da ligação entre fendas consecutivas uma vez que, as curvas obtidas revelam que são muito semelhantes.

A resposta da ligação para um rácio $P_1/P_2=1,0$ é igual quando consideramos um comprimento colado de $L_b/2$ e numa das extremidades se insere um apoio (sistema de amarração mecânica), tal como veremos mais adiante no Capítulo 5.2. Isto porque a meio do comprimento de ligação os deslocamentos anulam-se e, consequentemente, a distribuição das tensões de aderência é antissimétrica.

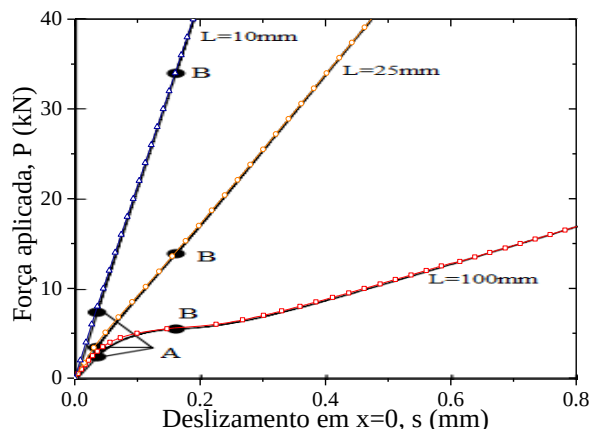


Figura 4-32- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng et al. [52] do comportamento da ligação para $L_b=25\text{mm}$ e $L_b=10\text{mm}$ para $\beta=1,0$

A força máxima transmitida ao compósito de FRP é influenciada por alguns fatores, como se tem visto até agora, tais como a energia de fratura, rigidez do compósito entre outros. A Figura 4-33 ilustra o efeito do comprimento colado na determinação da força máxima para diferentes valores de β . Assim, a comparação entre os resultados obtidos por Teng et al. [52] estão a ser comparados na respectiva figura. Os resultados obtidos por ambos os autores revelam que para um dado β , a força P_1 aumenta com o comprimento da ligação, mas até um certo valor de L_b . Portanto, à semelhança do que se estudou no Capítulo 4.2 e 4.3.1 ($\beta=0,0$), quando a curva (força máxima vs. comprimento colado) permanece constante é porque o comprimento efetivo da ligação é alcançado, isto é, não é possível aplicar uma força maior a partir desse comprimento colado. Teng et al. [52] verificou que esta dimensão é 20% maior que o comprimento da parte *softening* da ligação para qualquer valor de β , à exceção de $\beta=0,0$. Concluindo que, representa uma boa aproximação do comprimento efetivo da ligação para $\beta>0,0$.

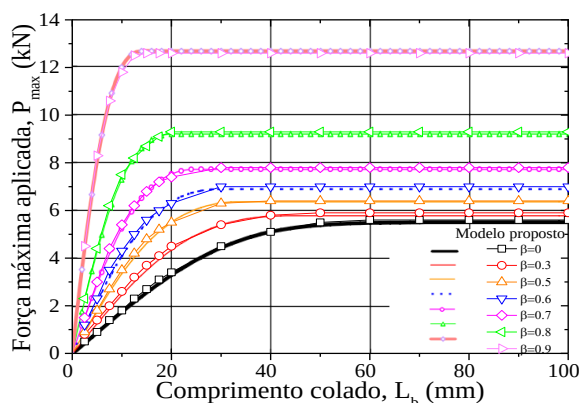


Figura 4-33- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng et al. [52] da relação entre a força máxima e o comprimento colado para diferentes β

A Figura 4-34 compara os resultados analíticos obtidos por Teng *et al.* [52] e os numéricos obtidos no modelo discreto do presente trabalho. A relação entre força máxima transmitida ao compósito de FRP e o rácio P_1/P_2 para diferentes L_b está ilustrado na figura. Tal como visto anteriormente, o valor de β é proporcional à força máxima transmitida uma vez que, um aumenta o outro também aumenta. Este facto é mais notório quando o comprimento colado é mais reduzido. Neste caso para 10mm a força máxima varia entre os 1,8kN e os 27,8kN. Para valores de β pequenos, o aumento a força não é tão significativo no entanto, quando o rácio P_1/P_2 se aproxima da unidade tem um aumento abrupto. Note-se que, quando $\beta=1,0$ a rigidez da ligação tende para o valor da rigidez do FRP, como veremos mais adiante no Capítulo 5.2.

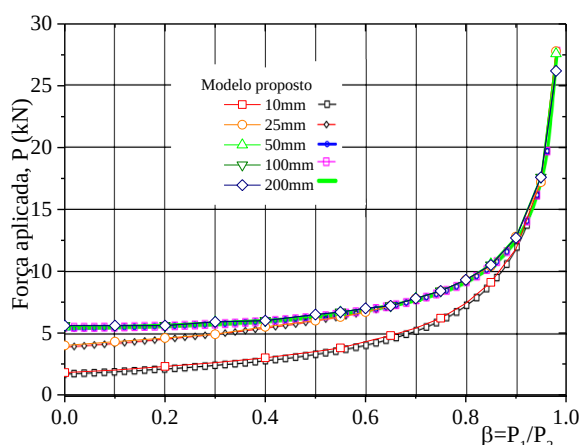


Figura 4-34- Comparação entre o modelo proposto e solução analítica de Teng *et al.* [52] da relação entre a força máxima e o β para diferentes comprimentos de ligação

4.3.8 Influência das variações de temperatura uniformes na ligação reforço/substrato

A interface CFRP/betão sujeita a ensaios de corte simples e sujeita a diferentes temperaturas é analisada no presente subcapítulo. O modelo proposto por Dai *et al.* [51], em que teve em consideração elevadas temperaturas foi implementado no modelo proposto do presente trabalho. As características do compósito de GFRP são: espessura $t_p=2,54\text{mm}$; largura $b_p=80\text{mm}$; e, o módulo de elasticidade $E_p=20,39\text{GPa}$. Enquanto, os parâmetros que caracterizam a curva *bond-slip* (Eq. 3.88) são: a tensão de aderência máxima inicial ($T=0^\circ\text{C}$), $\tau_{max,0}$ de 4,24MPa; o respectivo deslizamento ($s_{max,0}$) toma o valor de 0,101mm; energia de fratura $G_{f0}=1,236\text{N/mm}$; e, o parâmetro $B_0=6,863\text{mm}^{-1}$. A temperatura de transição vítrea (T_g), do adesivo e do compósito de FRP, adotada foi de $68,5^\circ\text{C}$; e, o coeficiente de dilatação térmica linear do compósito α_p foi de $8,0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$.

A Figura 4-35 ilustra as alterações nos valores do deslizamento máximo ($s_{\max}$) e do parâmetro B, à medida que aumenta a temperatura aplicada no ensaio. O valor do parâmetro B pode-se observar que tende a diminuir para metade, até ser alcançada a temperatura de transição vítrea. Enquanto, o deslizamento máximo tende a aumentar para o dobro, a partir do momento em que a temperatura de 68,5°C é inferior à temperatura aplicada no modelo. Tendo em conta a Eq. 3.89, o deslizamento máximo é inversamente proporcional ao parâmetro B que caracteriza a curva *bond-slip* expressa na Eq. 3.88.

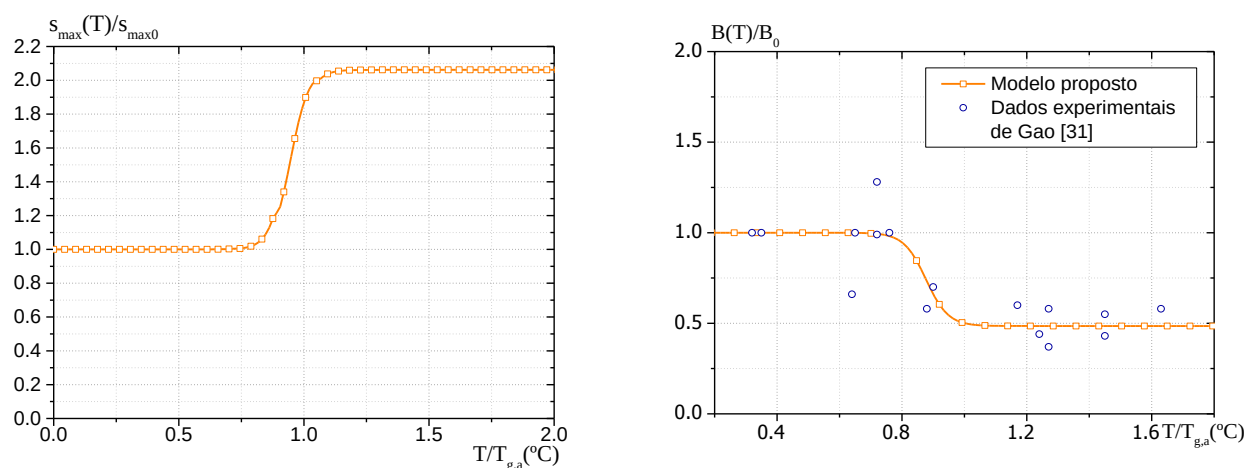


Figura 4-35- Influência da temperatura no deslizamento máximo ($s_{\max}$) e no parâmetro B

A Figura 4-36 mostra a influência que a temperatura tem sobre o módulo de elasticidade e na tensão de aderência máxima ($\tau_{\max}$). Em ambas as curvas nota-se uma diminuição à medida que a temperatura aumenta. A tensão de aderência máxima diminui, para sensivelmente 56%, quando a ligação está sujeita à temperatura de transição vítrea, mas é aproximadamente nula quando a interface se encontra a 137,0°C. No instante em que é alcançada a temperatura de 68,5°C o módulo de elasticidade não sofre alterações.

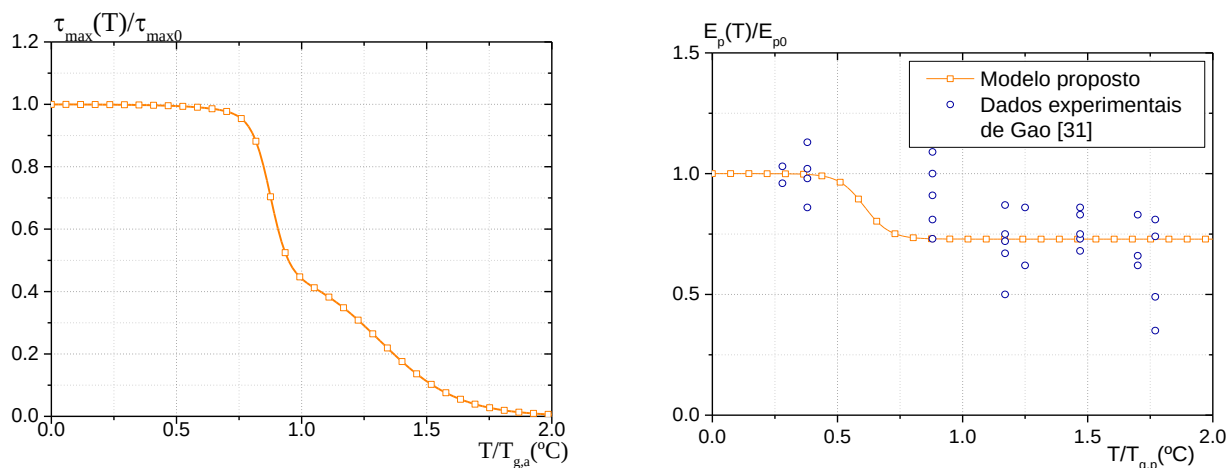


Figura 4-36- Influência da temperatura na tensão de aderência máxima ($\tau_{\max}$) e no módulo de elasticidade do FRP

A Figura 4-37 ilustra as várias leis *bond-slip* e energias de fratura determinadas, tendo em conta a influência da temperatura. O efeito que a temperatura reflete sobre a forma da lei *bond-slip* é notório quando é alcançado os 60°C, pois para 20°C e 40°C a lei *bond-slip* é sensivelmente idêntica. Portanto, este facto reflete-se na energia de fratura, isto é, mantém-se quase constante, mas começa a diminuir quando a temperatura de transição vítrea é alcançada até ser nula. Este facto pode ser explicado devido à degradação mecânica da ligação quando lhe é sujeita elevadas temperaturas.

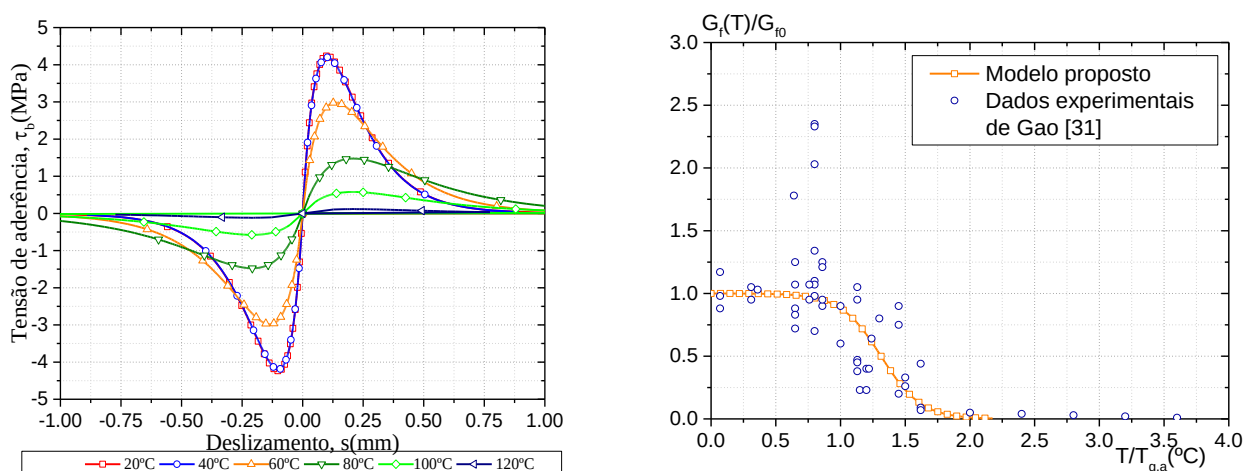


Figura 4-37- Influência da temperatura na forma das leis *bond-slip* e na energia de fratura (G_f)

O modelo discreto proposto foi comparado com o modelo numérico baseado em elementos finitos (ABAQUS) e a solução analítica obtida por Gao [31]. As propriedades do compósito de FRP assumidas foram: espessura $t_p=1,2$ mm; largura $b_p=100$ mm; e, módulo de elasticidade $E_p=165$ GPa. Enquanto os parâmetros que caracterizam a lei *bond-slip* (Eq. 3.88) são: a tensão de aderência máxima inicial ($T=0^\circ\text{C}$), $\tau_{max,0}$ de 2,77MPa; o respectivo deslizamento ($s_{max,0}$) toma o valor de 0,09mm; o deslizamento último $s_{ult}=0.41$ mm; a energia de fratura $G_{f0}=0,57$ N/mm; e, o parâmetro $B_0=9,72\text{mm}^{-1}$. A temperatura de transição vítrea (T_g), do adesivo e do compósito de FRP, adotada foi de 62.0°C, o coeficiente de dilatação térmica do compósito α_p foi de $0,3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ e o do betão α_c foi de $10,2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$. Nos ensaios de corte simples foram consideradas duas diferentes temperaturas, isto é, $\Delta T=-30^\circ\text{C}$ e $\Delta T=30^\circ\text{C}$ num comprimento colado L_b de 450mm, que representa um comprimento maior que o efetivo. O comprimento de ligação foi dividido em 50 elementos com 9mm de comprimento. Em ambos os provetes modelados, foram considerados os coeficientes de dilatação térmica dos envolventes, pois é como se tivessem sido expostos tempo suficiente, a tais temperaturas, para que o compósito de FRP e o betão se encontrem à mesma temperatura. Neste estudo a ligação vai estar sujeita a uma temperatura constante e depois é aplicada uma força numa extremidade (veja-se Figura 4-38).

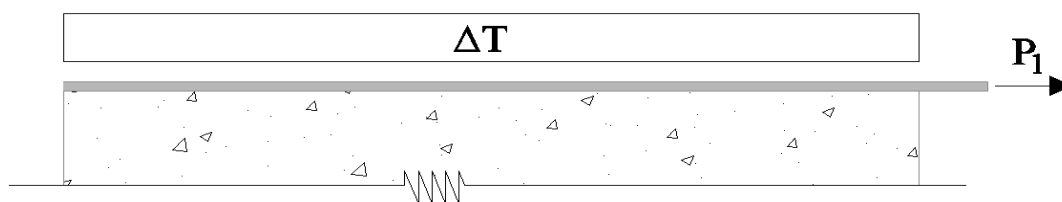


Figura 4-38- Ligação FRP/Betão sujeita a ações térmicas e mecânicas

As Figura 4-39, 4-40 e 4-41 ilustram três diferentes fases do processo de descolamento da interface FRP/betão. Na primeira fase a interface encontra-se sujeita simplesmente à temperatura, só na segunda fase é que lhe é aplicada também 50% da força máxima (descolamento), enquanto na última fase a força aplicada é aproximadamente a da força máxima, ou seja, 97%. As várias distribuições das tensões de aderência foram normalizadas pela tensão de aderência máxima (2,77MPa), para que seja mais fácil de comparar.

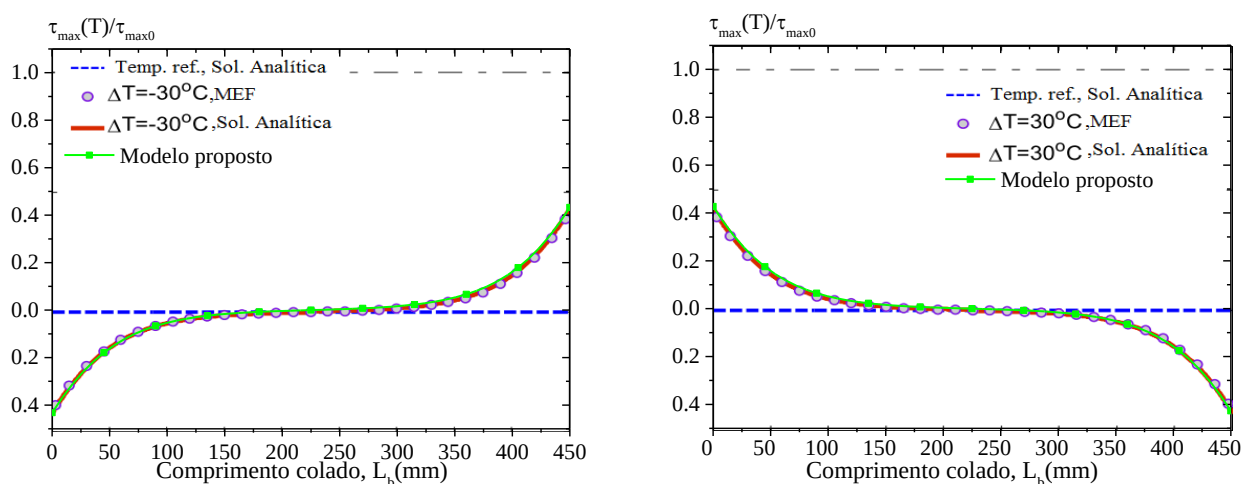


Figura 4-39- Comparação das distribuições das tensões de aderência só com temperatura: do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]

Na primeira fase do processo de descolamento, ou seja, unicamente com a temperatura aplicada à ligação, a distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado são antissimétricas.

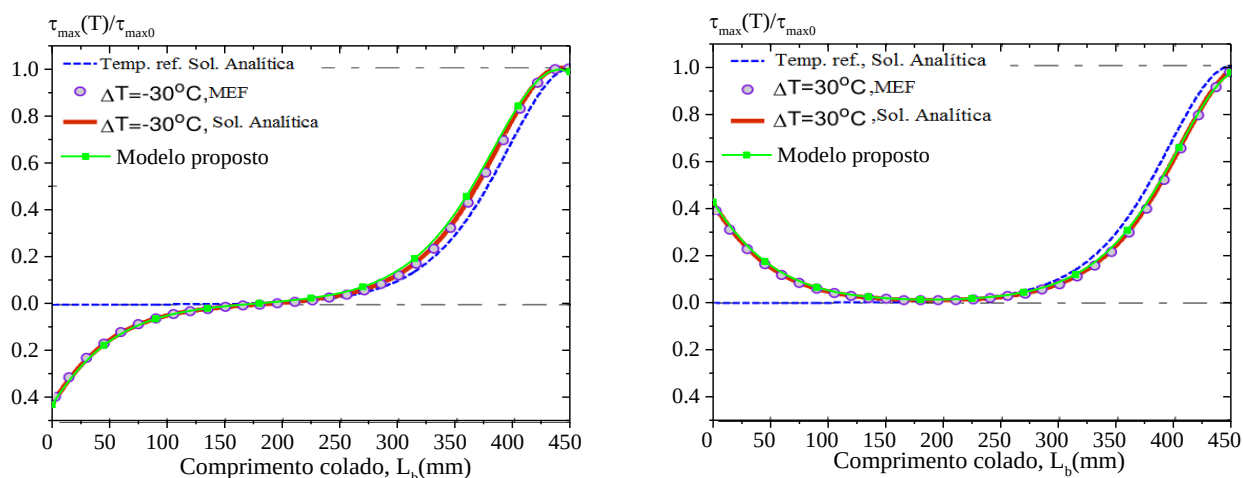


Figura 4-40- Comparação das distribuições das tensões de aderência c/ temperatura e 50% P_{max} : do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]

Na fase em que é aplicada metade da força máxima transmitida à ligação, para o caso em que $\Delta T = 30^\circ\text{C}$, as tensões de aderência no ponto de aplicação da força passam a positivas, ou seja, as tensões de aderência devidas à temperatura são neutralizadas devido à aplicação da força. No entanto, o mesmo não acontece no caso de temperaturas negativas, isto é, as tensões de aderência induzidas devido à temperatura, na zona de aplicação da força, têm a mesma direção das da força aplicada. Na extremidade oposta à aplicação da força as tensões de aderência mobilizadas devido à temperatura aplicada, em ambos os casos, não sofre alterações.

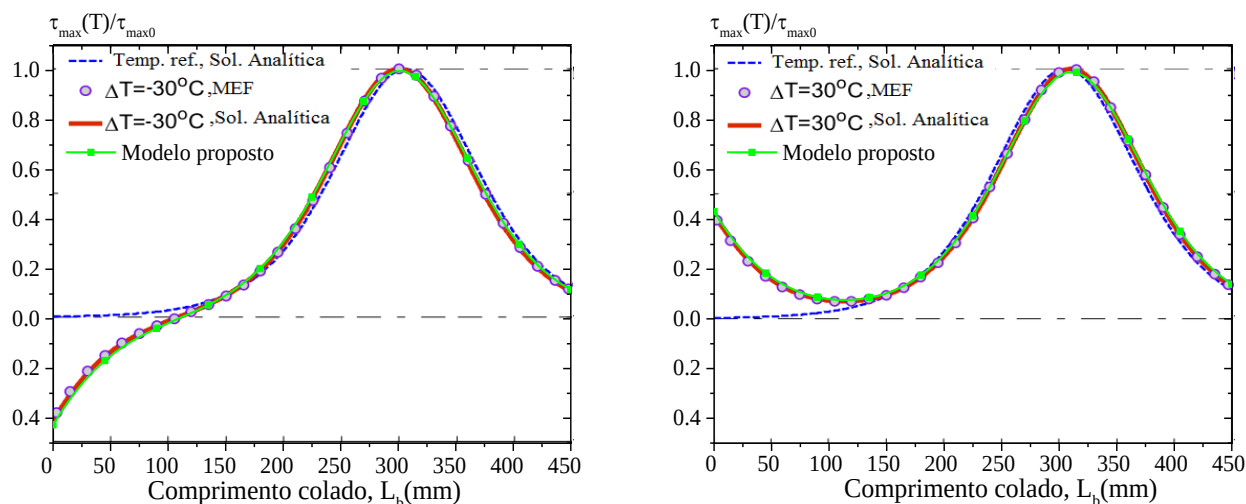


Figura 4-41-Comparação das distribuições das tensões de aderência c/ temperatura e $97\%P_{max}$: do modelo proposto com o modelo numérico e a solução analítica obtida por Gao [31]

Por conseguinte, é possível verificar que em todas as fases comparadas, o modelo proposto é capaz de traduzir, com muito boa precisão, as distribuições das tensões de aderência ao longo do comprimento colado obtidas por Gao [31]. Deste modo é provado que o modelo discreto proposto pode simular o processo de descolamento da interface FRP/betão quando está sujeita a diferentes temperaturas e a forças na extremidade.

Nas Figura 4-42 e a Figura 4-43 mostram-se duas séries de respostas da interface FRP/betão, ou seja, uma em que só o compósito de FRP está sujeito à variação da temperatura (uma das considerações feitas no Capítulo 3.3.6), enquanto na segunda os materiais da ligação encontram-se à mesma temperatura (considerando os coeficientes de dilatação térmica linear de ambos os materiais).

Na análise da primeira série de respostas (considerando só o coeficiente de dilatação térmica linear no FRP) é possível verificar que, com o aumento da temperatura a força máxima transmitida ao compósito de FRP vai diminuindo. No entanto, quando se considera o coeficiente de dilatação térmica linear dos dois materiais na modelação numérica verifica-se que, com o aumento da temperatura a força máxima transmitida ao reforço diminui. Neste caso, à medida que a temperatura aumenta, até à temperatura de transição vítrea ($T_g = 62^\circ\text{C}$), a força máxima transmitida ao compósito de FRP aumenta, o que está em conformidade com os trabalhos de Klammer e Gao [30, 31]. Segundo Gao [31], a força máxima pode ser determinada de acordo com a expressão:

$$P_{max} = \frac{b_p \cdot E_p \cdot t_p}{\left(1 + \frac{b_p \cdot E_p \cdot t_p}{b_c \cdot E_c \cdot t_c}\right)} \cdot [A - (\alpha_p - \alpha_c) \cdot \Delta T] \quad (4.3)$$

onde: b_p é a largura do material de reforço; E_p é o módulo de elasticidade do reforço; t_p é a espessura do reforço; α_p é o coeficiente de dilatação térmica linear do reforço; b_c é a largura do betão; E_c é o módulo de elasticidade do betão; t_c é a espessura do betão; α_c é o coeficiente de dilatação térmica linear do betão; A é uma constante e ΔT é a temperatura a que está sujeita a ligação.

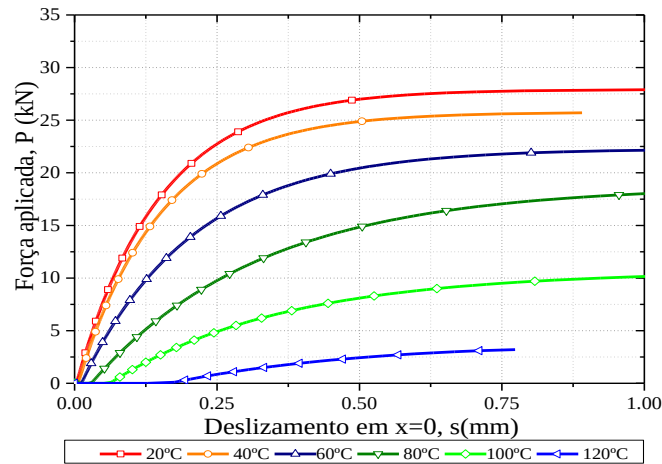


Figura 4-42-Resposta da ligação quando sujeita a temperaturas positivas e sem a consideração das deformações no betão (dados de Biscaia et al. [12])

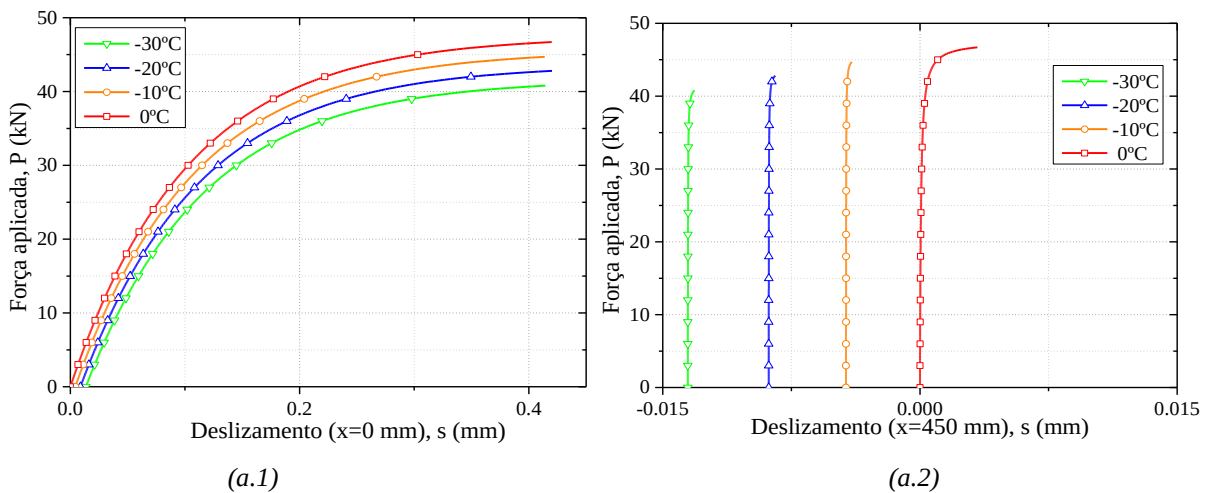
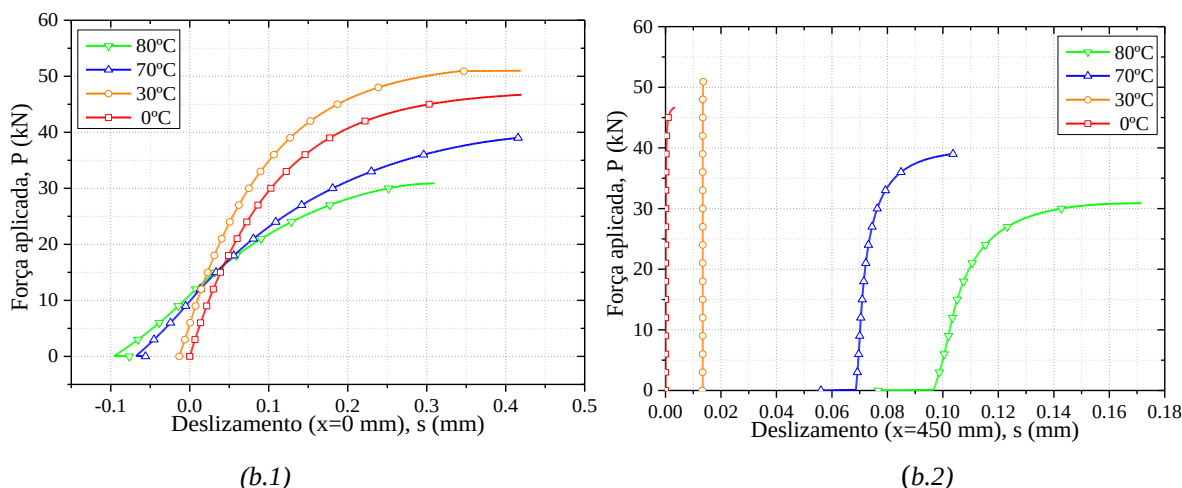


Figura 4-43- Resposta da ligação quando sujeita a diferentes temperaturas e com a consideração das deformações no betão: a) sujeita a temperaturas negativas; e b) sujeita a temperaturas positivas (dados de Biscaia et al. [12])



(Cont.) Figura 4-43 - Resposta da ligação quando sujeita a diferentes temperaturas e com a consideração das deformações no betão: a) sujeita a temperaturas negativas; e b) sujeita a temperaturas positivas (dados de Biscaia et al. [12])

De constatar na Figura 4-43 (a.1) quando a ligação CFRP/betão está sujeita a temperaturas negativas os deslocamentos estão constantemente a aumentar à medida que a força aplicada aumenta. No entanto, quando a ligação se encontra exposta a temperaturas positivas é possível verificar na Figura 4-43 (b.1) que para forças reduzidas, os deslocamentos são negativos no ponto de aplicação da força ($x=0$), mas à medida que a força aumenta os deslocamentos passam a positivos, anulando os deslocamentos devidos à temperatura.

5. Ligação reforço/substrato com diferentes sistemas de ancoragem

5.1 Introdução

O reforço de estruturas com recurso a compósitos de FRP tem sido muito recorrente nos projetos dos engenheiros de reforço. Diversas técnicas têm sido utilizadas, como a técnica EBR, NSM utilizando FRP com secção circular ou retangular. Um dos principais inconvenientes, principalmente na técnica EBR, é a rutura prematura por descolamento do material de reforço. Assim, é necessário desenvolver sistemas/técnicas de reforço que ultrapassem este problema.

No presente Capítulo faz-se um estudo do comportamento da interface FRP/Betão, em que são implementados no modelo proposto dois sistemas de ancoragem: (i) adição de um dispositivo mecânico; e (ii) sistema de ancoragem adesivo. Ambos os sistemas surgem como uma nova alternativa à melhoria do desempenho da ligação. O primeiro já tinha sido desenvolvido por Ferracuti [8]. O segundo sistema de ancoragem tem a particularidade da largura do compósito de FRP variar ao longo do comprimento colado tratando-se de um sistema de ancoragem adesivo. O intuito deste Capítulo é averiguar o desempenho da técnica EBR quando lhe é adicionado um sistema de ancoragem.

5.2 Sistema de amarração com recurso a dispositivo mecânico

Neste subcapítulo modelou-se os ensaios de corte simples da interface FRP/substrato no qual um dispositivo de amarração mecânico é agora adicionado na zona oposta à aplicação da força. Os resultados numéricos obtidos da modelação são apresentados e discutidos neste subcapítulo. Realce-se que aplicou-se um apoio simples na extremidade oposta à aplicação da força o que provoca uma restrição dos deslocamentos no nó onde este é aplicado, para simular o dispositivo de ancoragem mecânica (Figura 5-1).

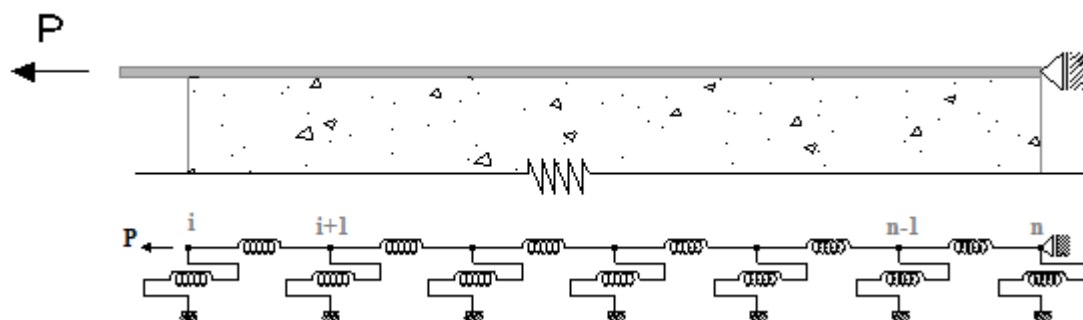


Figura 5-1- Modelo discreto para a técnica EBR com sistema de ancoragem mecânica

A expressão de Popovics [32] (Eq. 2.2) foi assumida para representar localmente o comportamento da interface com $n_p=3,0$. As tensões de aderência foram limitadas, $\tau_{b,max}=4,24\text{MPa}$, $s_{max}=0,101\text{ mm}$ e $s_{ult}=0,72\text{mm}$.

5.2.1 Desempenho da ligação FRP/substrato

Realizaram-se duas simulações admitindo um comprimento colado de 50mm e de 250mm. A discretização da ligação assumida foi igual em ambos os casos, isto é, o comprimento colado foi dividido em 50 elementos finitos com de 1 e 5mm de comprimento, para o $L_b=50$ e $L_b=250$ mm, respetivamente. O material de reforço utilizado foi o laminado de GFRP, com espessura $t_p=2,54$ mm, a largura $b_p=80$ mm e módulo de elasticidade $E_p=20,39$ GPa.

O processo de descolamento nesta situação é ligeiramente diferente do tratado no capítulo anterior, isto é, há sempre um aumento da força aplicada no compósito de FRP, enquanto no processo anterior (Capítulo 4) a força após atingir o seu valor máximo diminui. Esta diferença deve-se ao facto da restrição dos deslizamentos, no lado oposto, a certo momento começar a mobilizar forças de reação. A Figura 5-2 ilustra 4 fases do processo completo do descolamento para a combinação da técnica EBR com um sistema de ancoragem mecânico.

Numa fase inicial, em que o nível de força é baixo, a ligação tem um desempenho muito similar ao processo de descolamento já tratado no capítulo anterior em que $L_b < L_{eff}$. Portanto, nesta fase não existe reação mobilizada no apoio relativo ao sistema de ancoragem mecânico.

Na fase I, a reação no apoio começa a aumentar à medida que a força aplicada também aumenta, uma vez que o comprimento colado de 50mm. Nesta fase, não se verificam zonas em que as deformações sejam insignificantes. As deformações apresentadas nesta fase são devidas ao comportamento elástico não linear traduzido pelo ramo ascendente da lei *bond-slip* de Popovics.

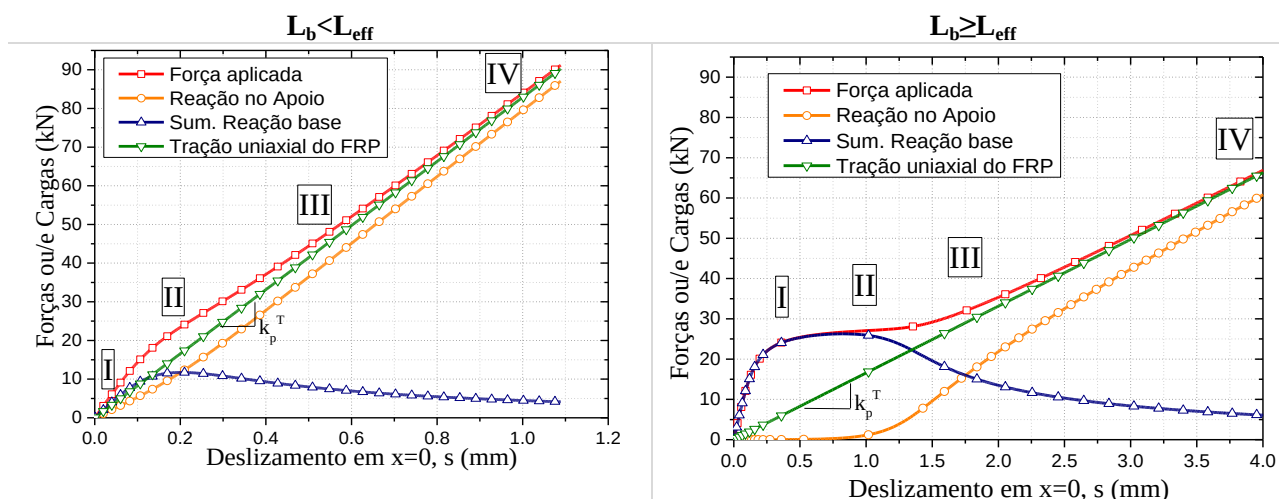
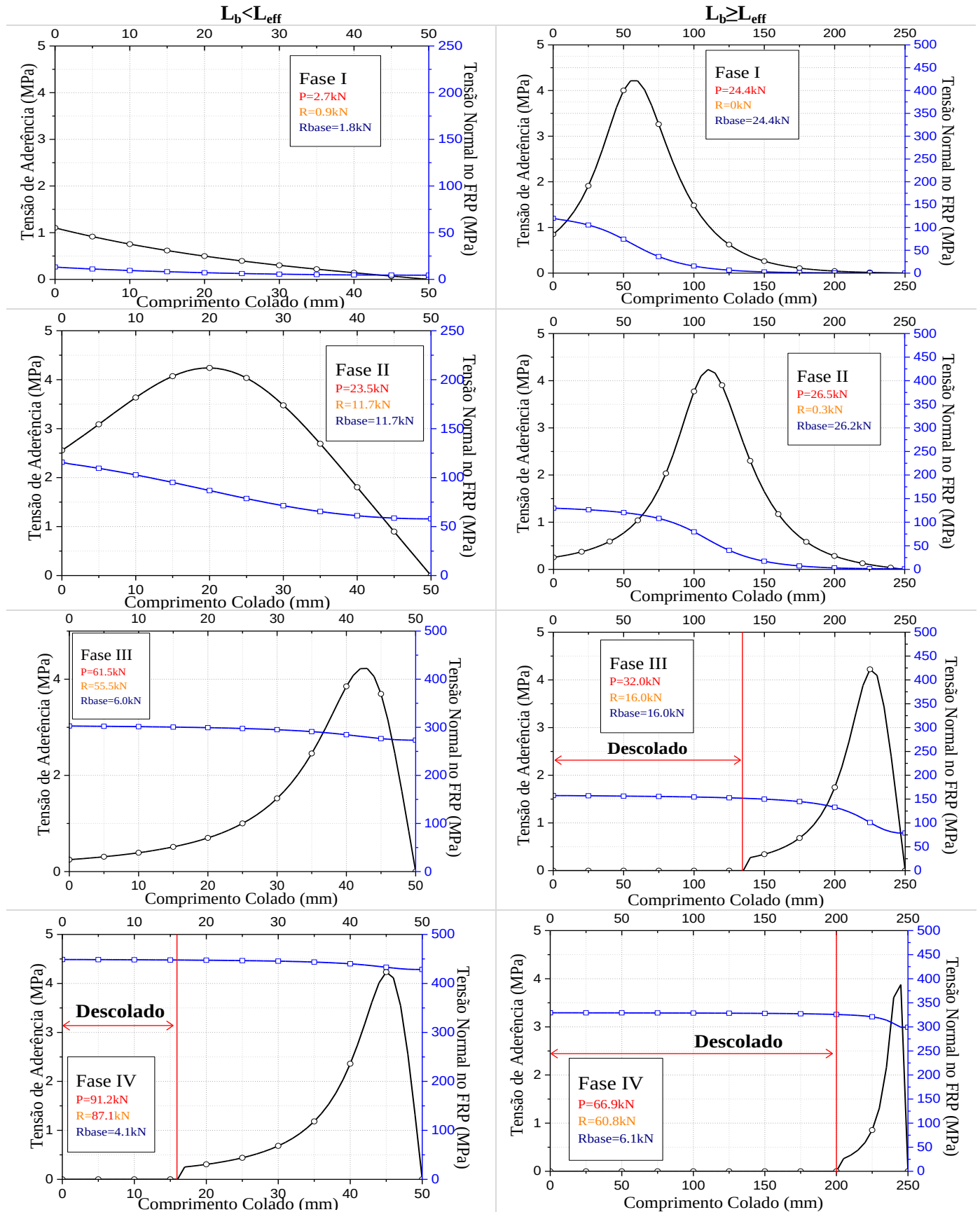


Figura 5-2- Distribuição das tensões de aderência e tensões normais no compósito de FRP ao longo do comprimento colado para as diferentes fases do processo de descolamento da interface



(Cont.) Figura 5-2- Distribuição das tensões de aderência e tensões normais no compósito de FRP ao longo do comprimento colado para as diferentes fases do processo de descolamento da interface

Na fase II a tensão máxima de aderência foi alcançada e já iniciou a sua translação para o lado oposto, ou seja, a distância até ao apoio vai-se reduzindo à medida que o nível de força aumenta. A resposta da interface é agora regida pelo ramo descendente, designado por *softening*, da lei *bond-slip* de Popovics [32]. No ponto d a tensão de aderência máxima localiza-se o ponto de inflexão da curva das tensões normais no FRP, ou seja, até a esse ponto, a concavidade da curva relativa à distribuição das tensões normais do FRP é negativa passando depois a apresentar uma concavidade positiva na sua distribuição. O somatório das reacções da base (linha a roxo ilustrada na Figura 5-2) é igual à força mobilizada na reacção, nesta fase.

Na fase III, no ponto de aplicação da força, o deslizamento último, s_{ult} , é alcançado o que significa que o descolamento da interface tem início neste momento. Visto que a lei *bond-slip* foi completamente percorrida no ponto de aplicação da força do FRP, então o somatório das reacções da base (correspondente à área abaixo da curva das tensões de aderência ao longo do comprimento colado) tem o seu valor máximo. A partir deste instante este somatório (reacções da base) começa a baixar, como se pode constatar pela Figura 5-2. Consequentemente, ocorre a translação do diagrama das tensões de aderência da zona de aplicação da força para a zona oposta.

Na fase IV parte da interface encontra-se descolada e as tensões normais no compósito aproximam-se do seu valor de rutura. O comprimento com tensões de aderência diferentes de zero é cada vez menor e este tende a ser igual ao comprimento correspondente ao ramo descendente, designado por *softening* da lei *bond-slip* de Popovics, até porque a tensão de aderência máxima está muito próxima da zona onde as deformações estão restritas. A partir desta fase, a rigidez tenderá a ser igual à rigidez axial do FRP.

De notar que, contrariamente ao que acontece com um comprimento colado de 250mm, a curva da reacção vs. deslizamento é quase paralela à da força aplicada vs. deslizamento, ou seja, não tem um patamar de força constante começando desde níveis de força baixos, a aumentar. Para baixos deslizamentos, o valor da reacção é próximo do somatório das reacções da base (área abaixo da curva das tensões de aderência ao longo do comprimento colado).

Os resultados numéricos das 4 fases, para os dois casos estudados, mostram que com o aumento da força aplicada ao compósito de FRP, o comprimento em que estão mobilizadas tensões de aderência vai diminuindo. Por outro lado, a reacção vai aumentando e a rigidez do sistema é bastante similar à rigidez axial teórica do compósito de FRP.

A Figura 5-2 ilustra o andamento da força axial teórica do compósito de FRP sob tração uniaxial. As rigidezes dos dois casos com $L_b=50\text{mm}$ e $L_b=250\text{mm}$, são 82,9kN/mm e 16,6kN/mm, respectivamente. Querendo isto dizer que, com um comprimento de colagem maior, os deslizamentos da interface são maiores, uma vez que a rigidez é mais reduzida. Assim, para um comprimento colado mais reduzido os deslizamentos da interface são mais reduzidos para um nível de força mais avançado, pois sabe-se que a rigidez é inversamente proporcional à flexibilidade. O patamar constante (entre a fase I e II) só é observado para o comprimento colado de 250mm e é tanto maior quanto maior for o comprimento colado da ligação. Este patamar corresponde ao momento em que a força máxima transmitida ao FRP é alcançada, permanecendo constante até que a reacção no lado oposto comece a tomar valores não nulos.

O processo numérico foi controlado pelo parâmetro tratado também no capítulo anterior, designado pelo resíduo, r . Este parâmetro é o resultado da equação de equilíbrio das forças horizontais que se encontram no ensaio, dado pelo seguinte:

$$r = P - \int_0^{L_b} \tau(x) \cdot b_p \cdot dx - R_{apoio} \quad (5.1)$$

onde P é a força aplicada, o integral da equação é a força transmitida ao compósito de FRP e o R_{apoio} é a força da reação e sempre que $r > 0,1N$ o cálculo numérico era interrompido. Outro parâmetro para controlar o final da modelação foi a extensão de rutura do compósito, tendo-se assumido os 2,2%, conforme os resultados obtidos por Biscaia [12].

A Figura 5-3 mostra a evolução do resíduo ao longo do ensaio de corte simples simulado com o modelo proposto. O resíduo calculado revela, uma vez mais, que o equilíbrio das forças horizontais do sistema é estabelecido em ambos os casos uma vez que não ultrapassou os 0,1N.

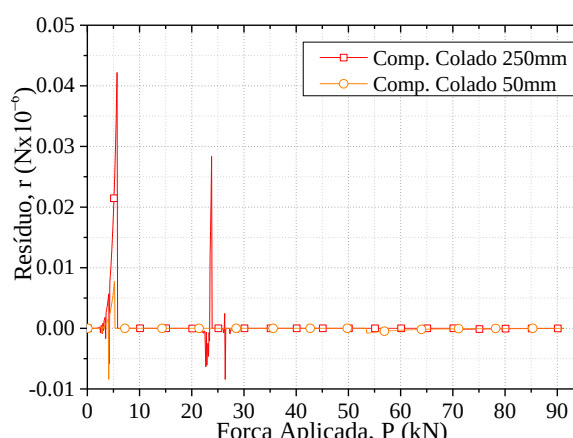


Figura 5-3- Resíduo no modelo discreto proposto com a conjugação da técnica EBR com o sistema de ancoragem mecânica para comprimento colado de 50 e 250mm

A Figura 5-4 mostra as diferentes respostas da interface nos dois modelos, isto é, um com a restrição do deslizamento no lado oposto à aplicação da força e o outro em que não inclui qualquer sistema de ancoragem mecânica permitindo, desta forma, deslizamentos nessa mesma zona. Para o caso do comprimento de colagem de 250mm é possível observar que as respostas nos dois modelos são iguais, até ao momento em que o descolamento se inicia, correspondendo ao momento em que a força máxima transmitida ao compósito é alcançada, assim como, o deslizamento último, s_{ult} . Desta forma, constata-se que enquanto a reação no apoio for nula os desempenhos da ligação com e sem a adição de um sistema de ancoragem mecânico são iguais. Note-se que quando o comprimento colado é menor que o efetivo, as duas respostas não são coincidentes uma vez que, desde o início da aplicação da força no FRP, a ancoragem mecânica é mobilizada conforme se mostra na Figura 5-2.

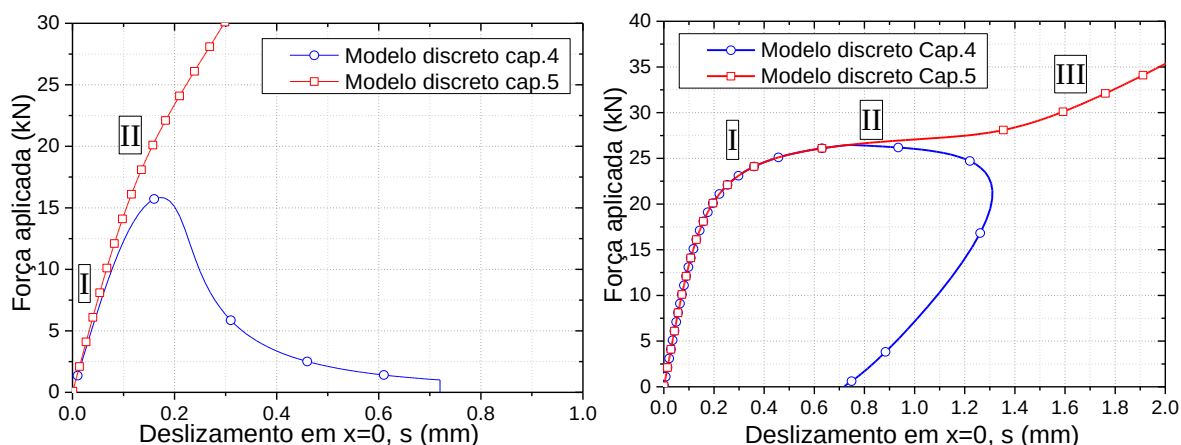


Figura 5-4- Comparação entre os 2 modelos para comprimento colado de 50 e 250mm

5.2.2 Comparação com os ensaios experimentais de Ferracuti [8]

Ferracuti [8] realizou dois ensaios experimentais em que os provetes foram sujeitos a ensaios de corte simples, conjugando em ambos um sistema de ancoragem com o sistema de reforço EBR. Os provetes ensaiados por Ferracuti [8] tinham no lado oposto à aplicação da força, um sistema de aço para fixar a ligação restringindo os deslocamentos da ligação nesse ponto (Figura 5-5).

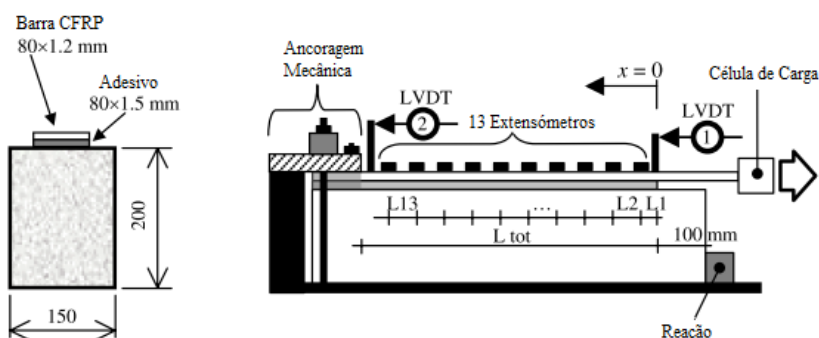


Figura 5-5-Ensaio de corte simples com sistema de ancoragem [8]

Para comparar com os ensaios experimentais realizados, Ferracuti [8] desenvolveu um modelo numérico baseado em diferenças finitas. Ferracuti utilizou como material de reforço o compósito de CFRP com espessura $t_p=1,2\text{mm}$ e a largura $b_p=80\text{mm}$ com módulo de elasticidade $E_p=165\text{GPa}$. A lei *bond-slip* usada para definir localmente a ligação CFRP/betão baseia-se na expressão de Popovics (ver Eq. 2.2). O comprimento colado assumido foi de $L_b=355\text{mm}$, a tensão de aderência máxima, $\tau_{b,max}=6,43\text{MPa}$, o respectivo deslizamento $s_{max}=0,044\text{ mm}$ e a constante $n_p=4,437$.

Os resultados numéricos obtidos a partir do modelo proposto, estão ilustrados na Figura 5-6. Estes resultados são ainda confrontados na Figura 5-6 com os ensaios experimentais e os resultados numéricos do modelo de Ferracuti [8].

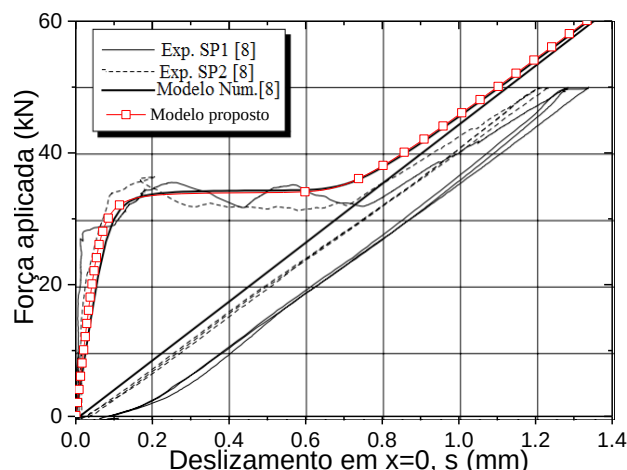


Figura 5-6- Força aplicada vs. deslizamento dos Ensaios experimentais e modelo numérico de Ferracuti [8] e modelo discreto proposto

Analisando os resultados obtidos quer experimentais quer numéricos, verifica-se que as modelações numéricas assemelham-se aos resultados conseguidos experimentalmente em [8]. De realçar, que os resultados numéricos oriundos do modelo proposto apresentam maior aproximação na fase inicial, ou seja, antes de se atingir o patamar da força constante.

A força máxima transmitida ao compósito de FRP e o comprimento efetivo da ligação têm um papel relevante na zona de ancoragem das estruturas reforçadas, sobretudo na técnica EBR uma vez que, se tem vindo a realçar, é a técnica mais suscetível de ocorrer descolamento prematuro do compósito.

Realça-se também que nos ensaios experimentais cíclicos, realizados por Ferracuti [8], os provetes estiveram sujeitos a descarga e carga até aos 50kN, conforme se mostra pelo gráfico da Figura 5-6. Segundo Ferracuti [8], na fase cíclica era espectável que fosse perfeitamente elástica e linear, caracterizada por uma rigidez do CFRP à volta dos 42kN/mm, sendo próxima da rigidez teórica dada por:

$$k_p^T = \frac{E_p \cdot b_p \cdot t_p}{L_b} = \frac{165 \cdot 80 \cdot 1.2}{355} = 44.6 \text{ kN/mm} \quad (5.2)$$

O processo de descolamento da interface sujeita a ensaio de corte simples está ilustrado na Figura 5-7, em particular, para o caso em que o comprimento colado é superior ao comprimento efetivo. Conjugando a técnica EBR e o sistema de ancoragem mecânico, o compósito de FRP fica sujeito a duas forças: (i) uma aplicada na extremidade livre; e (ii) a correspondente à reação devido à restrição dos deslocamentos da interface em $x=L_b$.

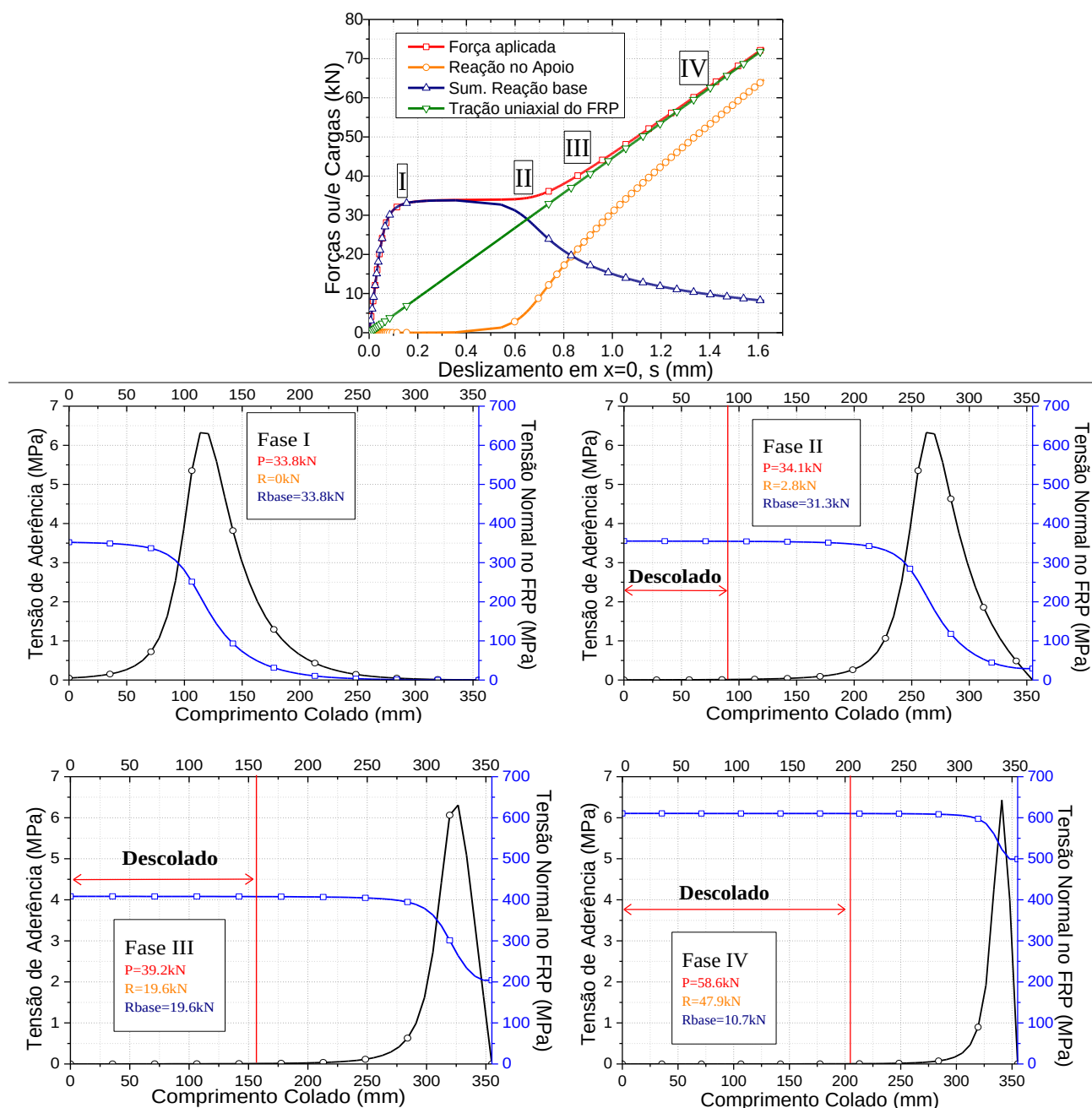


Figura 5-7- Distribuição das tensões de aderência e tensões normais no compósito de FRP ao longo do comprimento colado para as diferentes fases do processo de descolamento da interface FRP-betão

Com a adição de um dispositivo mecânico à técnica de reforço EBR, notam-se melhorias no desempenho da ligação, visto que consegue-se mobilizar uma maior força transmitida ao FRP. Como na Fase IV o compósito de FRP ainda não descolou na sua totalidade, a rigidez é similar à que se obteria se se fizesse um ensaio do CFRP à tração uniaxial, conforme se pode observar pela Figura 5-7.

O processo de descolamento da interface pode ser dividido em 2 etapas. Considere-se a primeira etapa o provete não apresenta fendas, ou seja, o betão e o compósito de CFRP contribuem para a resistência elástica da ligação. Quando o compósito de CFRP passa a estar sujeito a tensões de tração constantes, o seu

descolamento do betão ocorre, ou seja, o compósito de FRP é o material que contribui para a resistência da ligação, representando a segunda etapa do processo de descolamento da ligação CFRP/betão.

A análise do processo de descolamento da interface CFRP/betão pode ser descrita em 4 fases. Até à fase I da resposta da ligação, o processo é idêntico ao tratado no subcapítulo anterior (4.3.3), isto é, a análise do processo completo do descolamento para um comprimento colado maior que o efetivo sem qualquer restrição do deslocamento em $x=L_b$.

A fase I encontra-se na fase inicial do processo de descolamento, pelo que corresponde ao início da subida do valor da reação. As tensões de aderência estão completamente mobilizadas, isto quer dizer que, o comprimento efetivo é alcançado e a força máxima transmitida ao compósito de CFRP também. Dado que, o descolamento se inicia, o diagrama das tensões de aderência começa a deslocar-se na direção da zona onde os deslizamentos se encontram restritos.

Na fase II a força aplicada é sensivelmente igual à da fase anterior, porque a distribuição das tensões de aderência está maximizada e, conseqüentemente, a força transmitida ao laminado estabiliza (igual à força máxima aquando do ensaio de corte sem restrição de deslizamentos). A partir deste instante a área abaixo desta curva começa a diminuir à medida que o processo de descolamento avança. Nota-se que a tensão máxima de aderência encontra-se mais próxima do sistema de ancoragem mecânico, visto que o comprimento descolado aumentou. Portanto, o sistema de ancoragem faz aumentar a reação, surgindo então a segunda força aplicada ao compósito de FRP. A força aplicada é dada pela seguinte expressão:

$$P = \int_0^{L_b} \tau_b(x) \cdot b_p dx + R_{apoio} \quad (5.3)$$

onde R_{apoio} é a força da reação no apoio da extremidade oposta à aplicação da força. De referir que a Eq. 5.3 é igual à Eq. 5.1 com o resíduo nulo ($r=0$). O patamar entre a fase I e II depende do comprimento colado da ligação, ou seja, é tanto maior quanto maior for o comprimento colado.

Enquanto na fase III e IV verifica-se que à medida que se incrementa força ao ensaio o comprimento colado vai ficando cada vez mais curto. Note-se que, quando é mobilizada a tensão de aderência máxima, neste caso 6.43MPa, a concavidade da distribuição das tensões normais inverte-se, sendo possível verificar isso em todas as fases. Como as tensões de aderência migram para a direita, isso significa que as reações na base vão baixando, e por conseguinte, o integral da Eq. 5.3 baixa, conforme se verifica pela curva força aplicada vs. Deslizamento. No entanto, não é o que acontece com a reação uma vez que nestas circunstâncias a reação aumenta. Na fase III as reações da base igualam-se à reação mobilizada no dispositivo mecânico, veja-se na curva força vs. deslizamento da Figura 5-7. Novamente, tal como acontece para um comprimento colado inferior ao efetivo, à medida que a força aplicada aumenta, esta tende a ser igual à força teórica do CFRP (rigidez axial).

5.3 Sistema de ancoragem com largura variável do compósito de FRP

Na literatura, é comum encontrar diversos estudos que retratam e analisam o fenômeno de descolamento da ligação FRP/substrato [16-18]. No entanto, todos eles baseiam-se em estudos em que o material de reforço tem uma largura constante ao longo do comprimento colado. Com esta nova alternativa/sugestão acresce o número de parâmetros que influenciam a ligação, uma vez que a largura do laminado aumenta e, conseqüentemente, a área colada ao longo do comprimento colado também aumenta. Por esta razão, este sistema de ancoragem é também do tipo adesivo.

Neste subcapítulo serão relatados os resultados numéricos obtidos a partir do modelo discreto proposto, descrito no Capítulo 3, de modo a clarificar alguns aspetos, como a definição do comprimento efetivo. No presente Capítulo serão feitas várias simulações em que se variou o comprimento colado da ligação, assim como, o ângulo de variação da largura do compósito de FRP, de modo a estudar os seus efeitos no desempenho da interface.

Os parâmetros e características dos materiais assumidos para as diversas simulações foram as seguintes: espessura $t_p=2,54\text{mm}$; a largura $b_p=80\text{mm}$ e módulo de elasticidade $E_p=23,41\text{GPa}$. Relativamente à interface, a tensão de aderência máxima, $\tau_{b,max}$, assumiu-se igual a $4,24\text{MPa}$, com deslocamento associado à mesma (s_{max}) de $0,101\text{ mm}$ e o deslizamento ultimo (s_{ult}) de $0,72\text{mm}$.

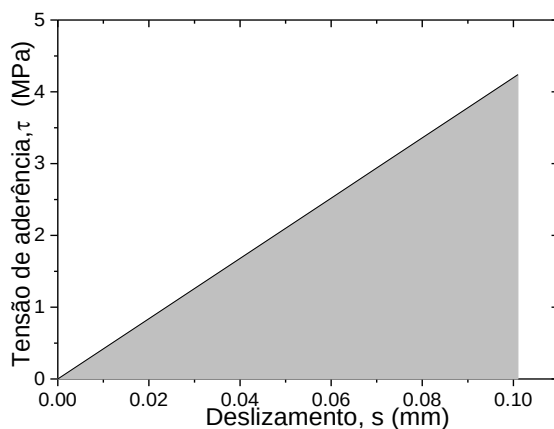


Figura 5-8- lei local de bond-slip linear ascendente

No sentido de estudar a influência nos resultados numéricos das duas modelações apresentadas no Capítulo 3, a lei local *bond-slip* linear ascendente é implementada no modelo discreto, designada na literatura por *Linear with fragile rupture bond-slip curve* [3]. Assumiu-se a lei elástica linear por ter sido aquela que tinha apresentado maiores erros na determinação da estimativa da força máxima transmitida ao FRP, sendo mais pequenos quando é assumida uma discretização com 25 EFs conforme visto no Capítulo 4. Após esta análise a lei local baseada na expressão de Popovics [32] foi adotada de modo a traduzir o comportamento da interface, já que esta lei não linear tem uma melhor aproximação ao real desempenho da ligação CFRP/betão [8].

5.3.1 Desempenho da ligação considerando uma discretização por troços constantes

Neste subcapítulo comparou-se as duas modelações realizadas a fim de averiguar as diferenças entre elas. Mostram-se os resultados numéricos para a determinação do comprimento efetivo e força máxima transmitida ao compósito, para os ângulos, α de 0° , 30° , 45° e 60° .

A Figura 5-9 ilustra os resultados numéricos para as duas modelações. Nos dois modelos, para uma largura constante ao longo do comprimento colado, como seria de esperar, os resultados numéricos são iguais. De um modo geral, a estimativa da força máxima é igual, em ambas. No entanto na determinação do comprimento efetivo da ligação, este sofre algumas diferenças, sendo apenas iguais quando α é 30° . Em ambos os casos estudados, a discretização com 5 elementos finitos não foi possível determinar a força máxima transmitida ao compósito e o respectivo comprimento efectivo da ligação. Portanto, para poder obter a estimativa da força máxima transmitida ao FRP é necessário utilizar uma malha com 40EFs, em ambas as modelações. Pelo que, significa que é necessário uma malha mais refinada, no subcapítulo 4.2.2 (largura do compósito constante) em que para determinar estas características foi necessário uma discretização com pelo menos 25EFs para se conseguir uma aproximação satisfatória à solução real.

α		TROÇOS CONSTANTES		TROÇOS LINEARES	
		$P_{\max}$ (kN)	L_{eff} (mm)	$P_{\max}$ (kN)	L_{eff} (mm)
0°	5EFs	-	-	-	-
	10EFs	-	-	-	-
	40EFs	12,9	270	12,9	270
	60EFs	12,8	120	12,8	120
	80EFs	12,8	120	12,8	120
	100EFs	12,8	120	12,8	120
30°	5EFs	-	-	-	-
	10EFs	-	-	-	-
	40EFs	16,0	180	15,9	130
	60EFs	16,0	180	15,9	120
	80EFs	15,9	120	15,9	120
	100EFs	15,9	120	15,9	120

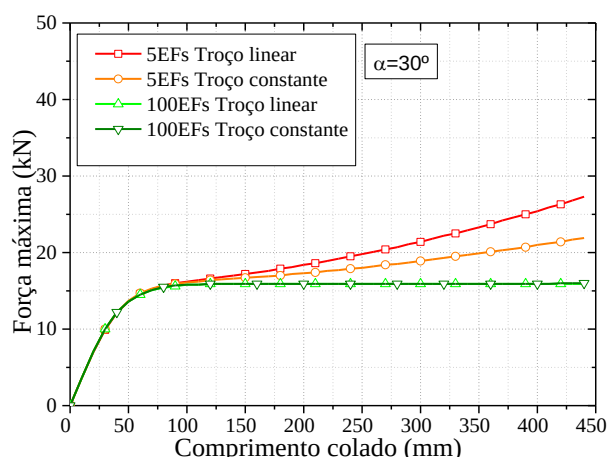
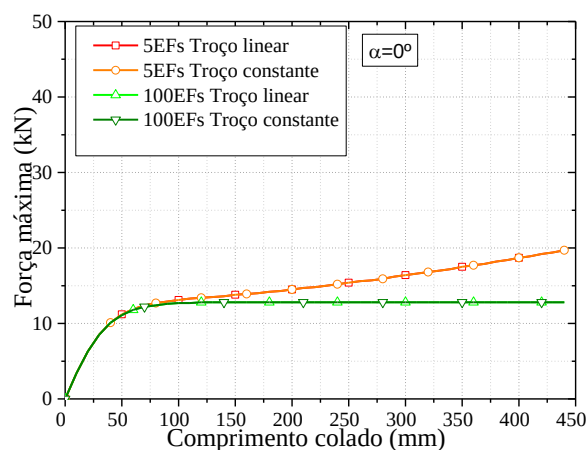
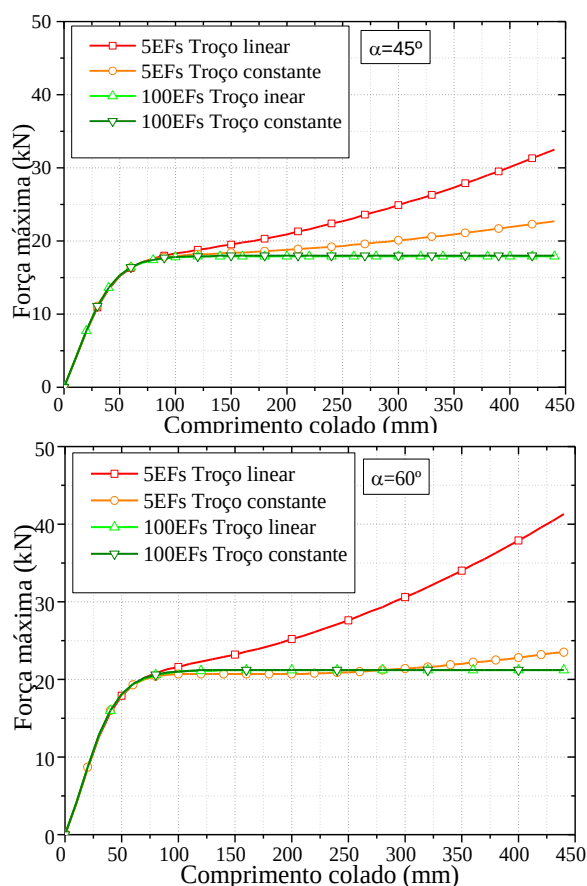


Figura 5-9- Força máxima vs. comprimento colado para α de 0° , 30° , 45° e 60° .

45°	5EFs	-	-	-	-
	10EFs	-	-	-	-
	40EFs	18,0	140	17,9	120
	60EFs	18,0	140	17,9	120
	80EFs	18,0	140	17,9	120
	100EFs	18,0	140	17,9	120

60°	5EFs	-	-	-	-
	10EFs	21,0	110	-	-
	40EFs	21,2	120	21,1	120
	60EFs	21,2	120	21,1	120
	80EFs	21,2	120	21,2	140
	100EFs	21,2	120	21,2	140



(Cont.) Figura 5-9 - Força máxima vs. comprimento colado para α de 0°, 30, 45 e 60°.

5.3.2 Desempenho da ligação considerando a variação linear da amarração

Apresentam-se no presente subcapítulo os resultados numéricos do modelo discreto considerando a variação linear da ligação FRP/substrato. Assumiram-se vários comprimentos colados da ligação, 50, 100, 150, 200 e 250mm. Para cada comprimento colado as distribuições dos deslizamentos, extensões mobilizadas no compósito e as tensões de aderência ao longo de cada comprimento colado são analisadas. Sendo expectável que o ângulo de variação da largura influencie o desempenho da ligação, vários ângulos, 0, 15, 30, 45 e 60°, são estudados. A estimativa da força máxima transmitida ao compósito será influenciada pela variação do ângulo α . A discretização, em ambas as modelações numéricas, adotou-se elementos com comprimento constante e igual a 2,5mm.

O comportamento local da interface foi traduzido pela lei de Popovics [32]. À medida que se faz aumentar a força, ao longo da simulação de ensaio de corte simples, os maiores deslizamentos na ligação encontram-se junto à aplicação da força. Quando o deslizamento último (s_{ult}) for alcançado, o descolamento da ligação inicia-se e a simulação numérica termina chegando-se desta forma à força máxima da ligação aquando do início do descolamento da ligação FRP/substrato.

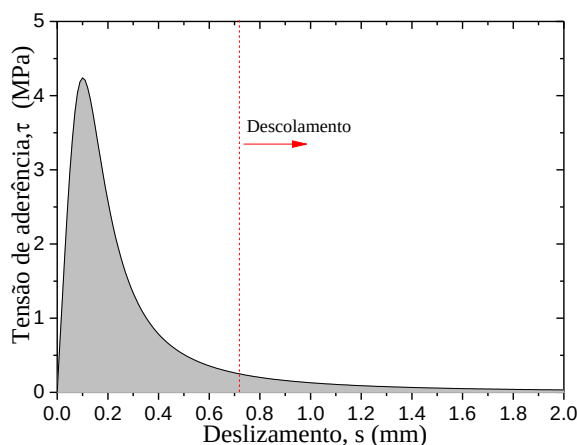


Figura 5-10-Lei de Popovics' assumida para traduzir o comportamento da interface

A Figura 5-11 ilustra a resposta da ligação com largura variável para diferentes comprimentos colados de 50, 100, 150, 200 e 250mm. Como se pode observar, o comprimento colado tem influência no desempenho da ligação. A força máxima aplicada no ensaio aumenta com o aumento do ângulo de variação (α). A força máxima apresenta um maior aumento para um comprimento de colagem de 150mm e com um ângulo de 60°, traduzido num aumento de 260% ($P_{\max}=97,0\text{kN}$), em relação à alcançada no caso sem qualquer variação ($\alpha=0^\circ$) na largura ao longo do comprimento de colagem ($P_{\max}=27,0\text{kN}$) (ver Tabela 5-1). No entanto, na prática, esta opção não é viável em vigas visto que, a largura final do compósito de FRP seria cerca de 600mm, para a situação em estudo ($b_p=80\text{mm}$). No reforço de vigas com 250mm de largura é razoável aplicar laminados que apresentem um ângulo de 15°, resultando numa largura final do compósito de aproximadamente 160mm, podendo ter ganhos na resistência em 56% ($P_{\max}=42,2\text{kN}$).

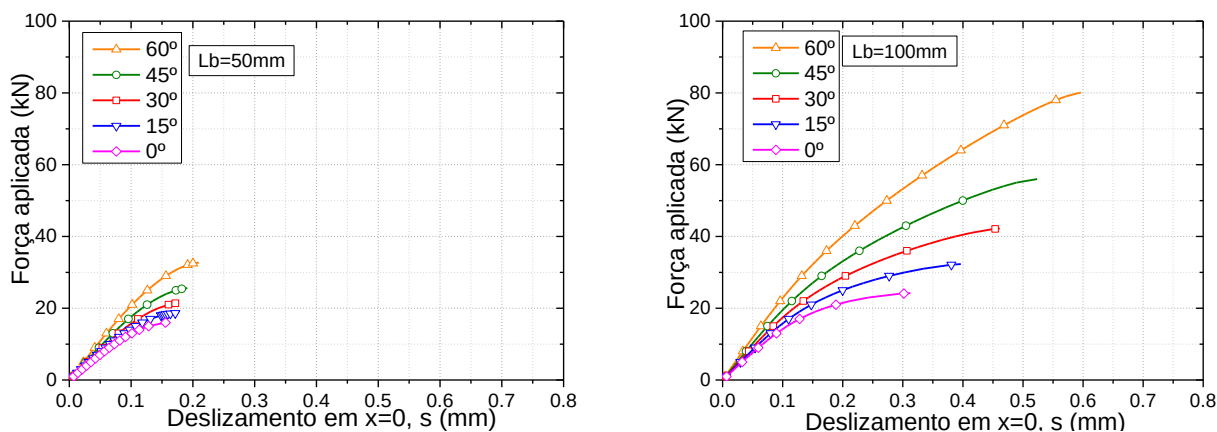
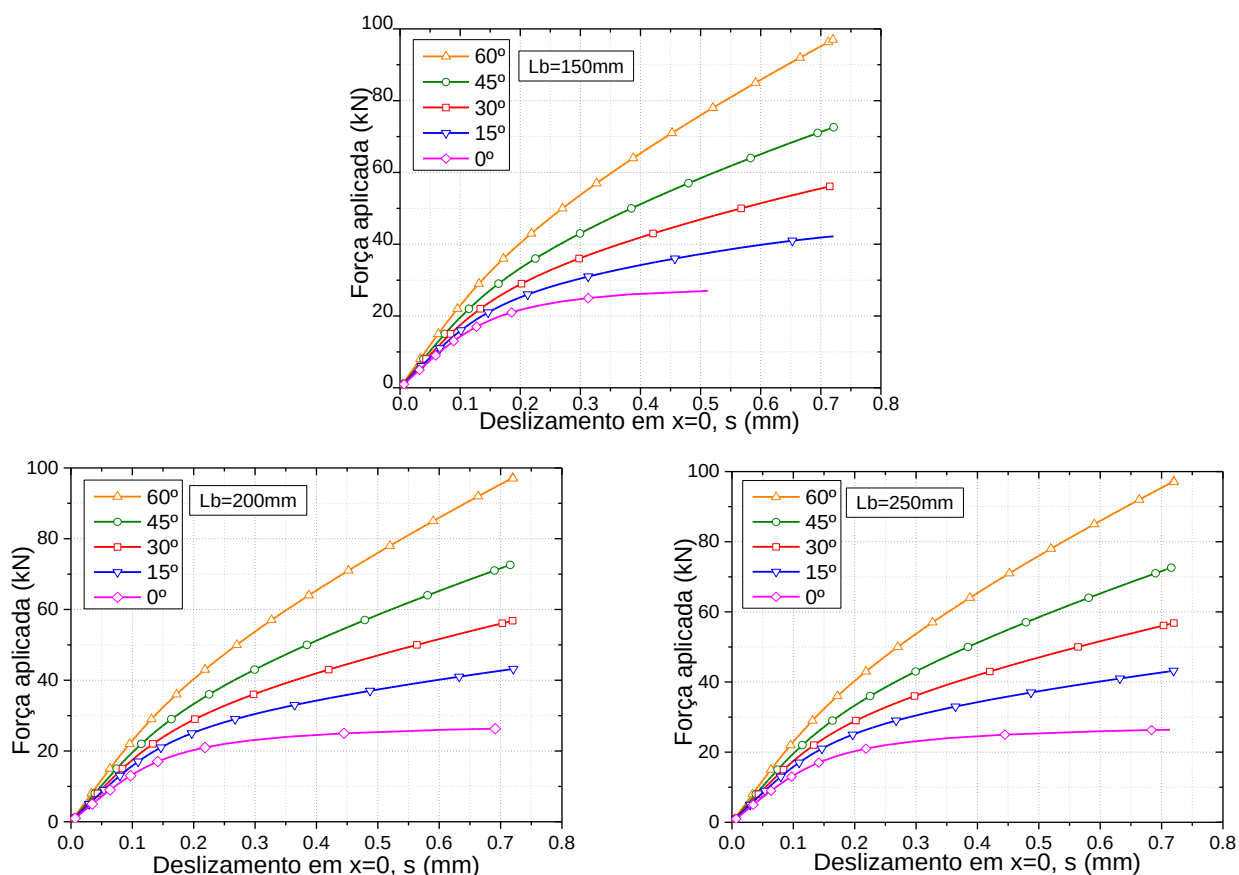


Figura 5-11- Desempenho da conjugação para diferentes comprimentos colados Força aplicada vs. Deslizamento no ponto de aplicação da carga



(Cont.) Figura 5-11- Desempenho da conjugação para diferentes comprimentos colados Força aplicada vs. Deslizamento no ponto de aplicação da carga

Tabela 5-1 Relação entre a força máxima obtida para largura constante ($\alpha=0^\circ$) e as forças máximas obtidas para os vários ângulos

	0°	15°	30°	45°	60°
250	-	52,7%	101,1%	157,6%	243,8%
200	-	53,7%	102,1%	159,4%	246,3%
150	-	56,3%	108,5%	168,9%	259,3%
100	-	33,5%	74,4%	131,4%	231,0%
50	-	16,3%	34,4%	65,6%	104,4%

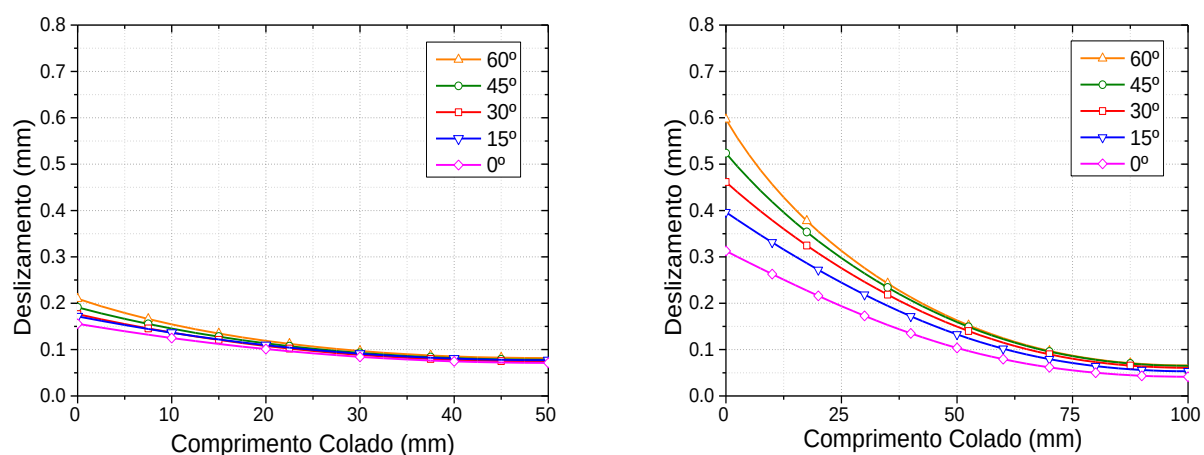
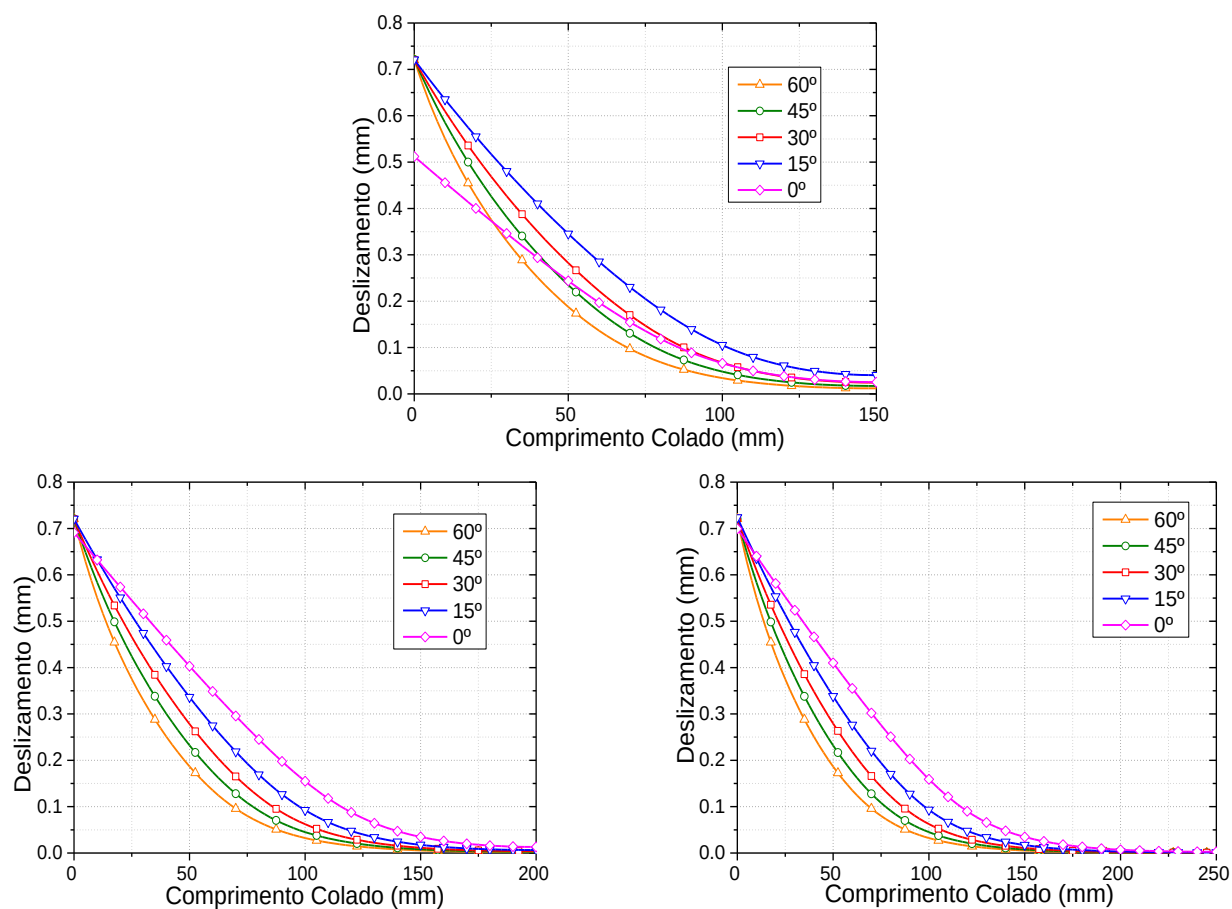


Figura 5-12- Distribuição dos deslizamentos ao longo do comprimento colado



(Cont.) Figura 5-12 - Distribuição dos deslizamentos ao longo do comprimento colado

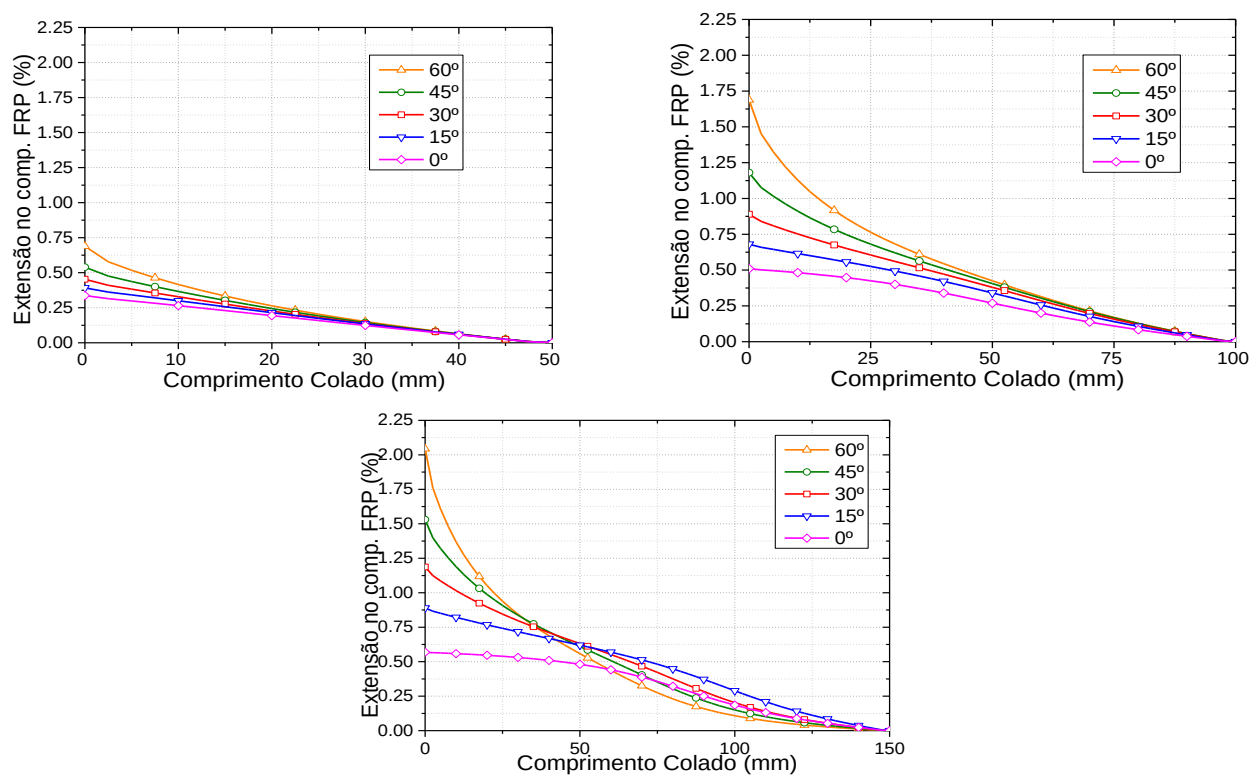
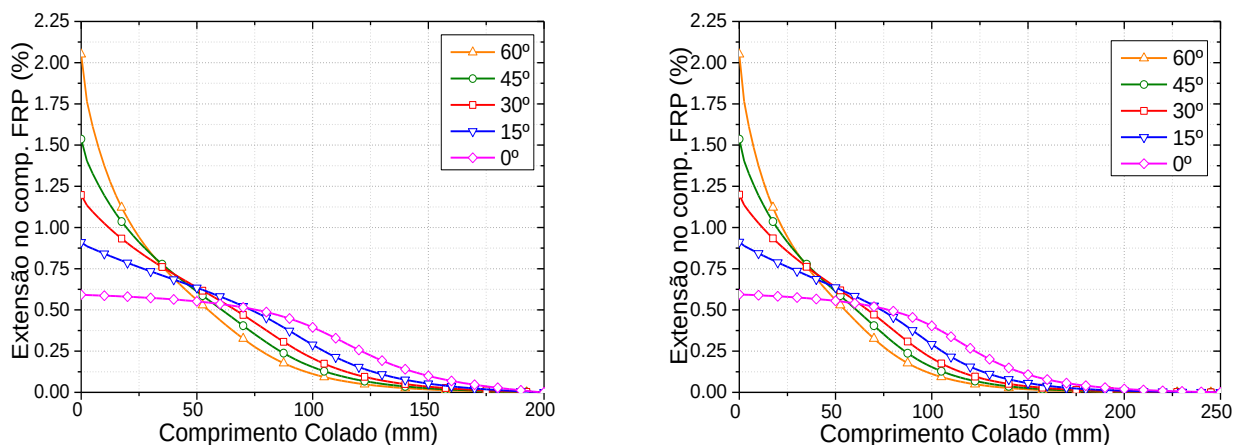


Figura 5-13- Distribuição das extensões mobilizadas no compósito de FRP ao longo do comprimento colado



(Cont.) Figura 5-13 - Distribuição das extensões mobilizadas no compósito FRP ao longo do comprimento colado

Quando a força máxima é alcançada, algumas diferenças podem ser registradas nos diferentes ângulos estudados. As várias distribuições observadas nas Figura 5-12 a Figura 5-14 referentes $\alpha > 0^\circ$, revelam que os comprimentos colados de 200 e 250mm são superiores ao comprimento efectivo uma vez que, no final do provete as extensões e os deslizamentos mobilizados são nulos. Nestes casos, a curva assumida para traduzir o comportamento local da interface já foi completamente percorrida refletindo-se, consequentemente, na distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento colado (Figura 5-14). A curva da distribuição dos deslizamentos ao longo do comprimento colado dos modelos com $L_b=150$, $L_b=200$ e $L_b=250$ mm encontra-se mais abaixo à medida que o ângulo, α aumenta, à exceção das outras duas situações estudadas ($L_b=50$ mm e $L_b=100$ mm).

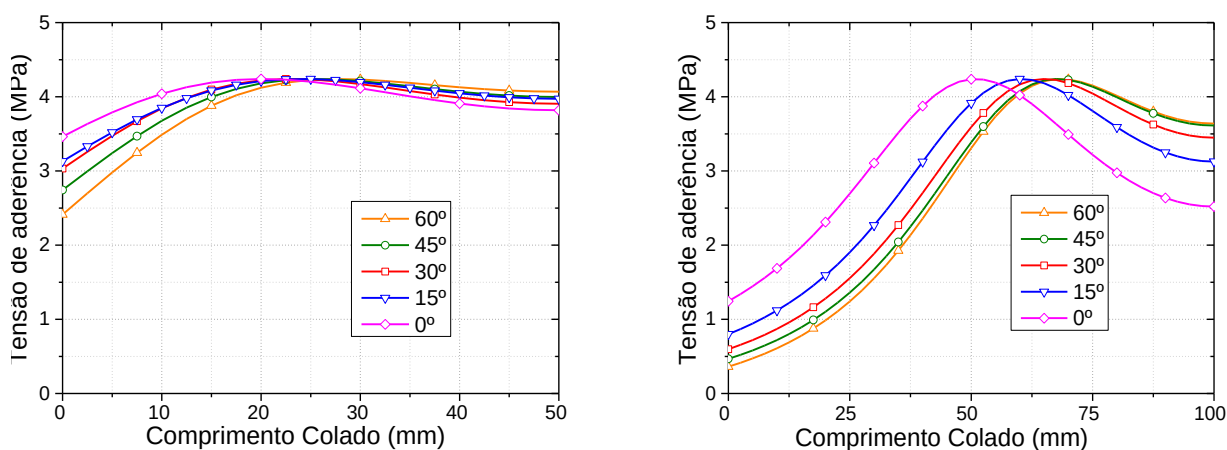
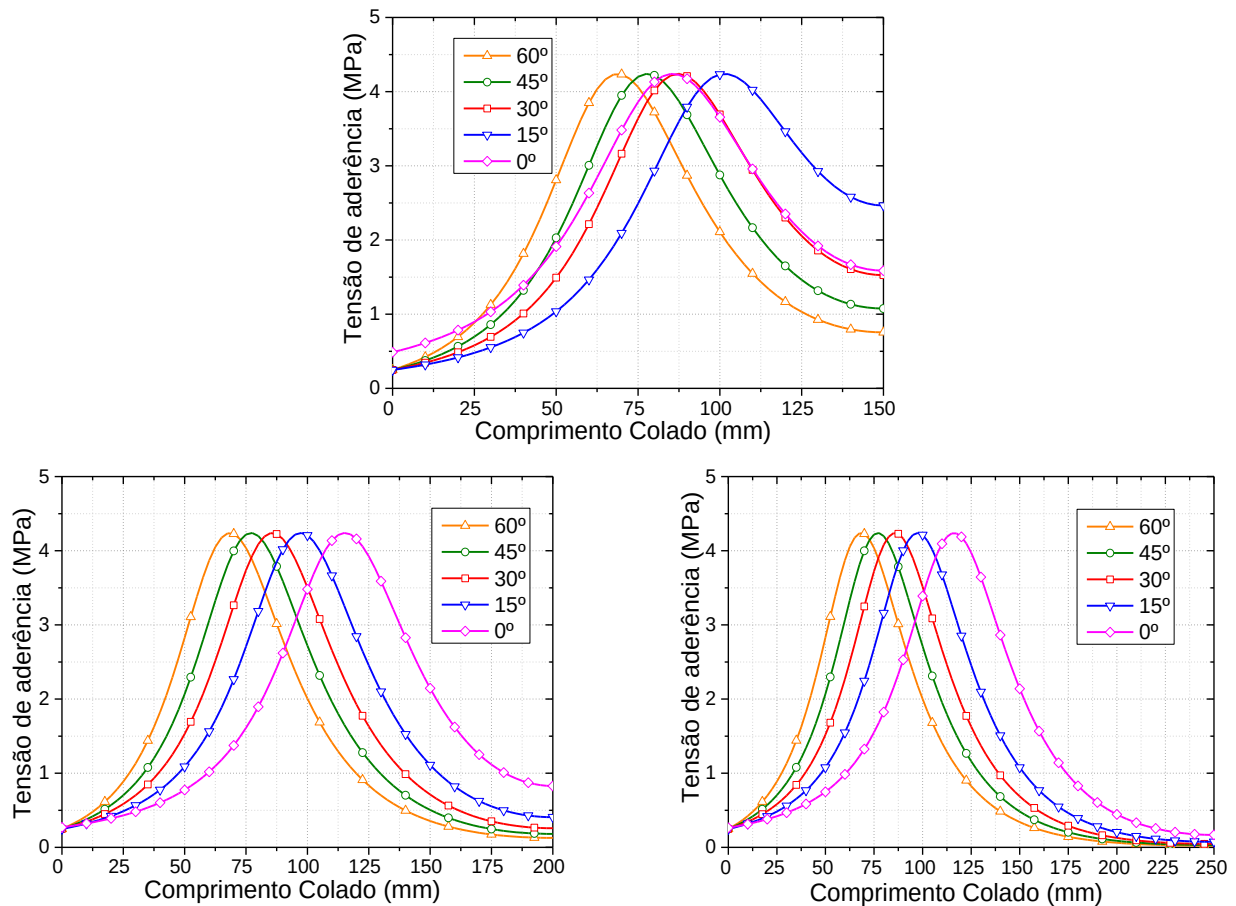


Figura 5-14- Distribuição das tensões de aderência mobilizadas na interface FRP-substrato ao longo do comprimento colado



(Cont.) Figura 5-14 - Distribuição das tensões de aderência mobilizadas na interface FRP-substrato ao longo do comprimento colado

De notar que no modelo em que $\alpha=60^\circ$, a tensão de aderência máxima encontra-se mais próxima da zona de carregamento, do que o modelo com $\alpha=15^\circ$, com exceção, novamente, para os comprimentos colados de 50 e 100 mm. Para a situação em que a largura do compósito de FRP se mantém constante ao longo do comprimento colado, na prática, ao realizar a simulação do provete com a modelação por troços lineares, o ângulo a ser assumido é próximo de “0”, pois caso contrário, determinação da rigidez axial do FRP resulta numa indeterminação (ver Eq. 3.63) que, não permite realizar os cálculos numéricos (ver Apêndice A).

As estimativas do comprimento efetivo da ligação e da força máxima transmitida ao FRP são feitas da mesma forma à realizada no Capítulo 4. Portanto, fez-se variar o comprimento de colagem e, em cada um, obteve-se a força máxima transmitida ao compósito de FRP. Quando o diagrama força máxima vs. comprimento colado apresentar um patamar constante, então é possível identificar o comprimento efetivo da ligação, assim como, a força máxima transmitida ao compósito de FRP. A discretização da ligação também é um parâmetro que tem efeito na determinação destas estimativas. Por este motivo, foram adotadas malhas com 5, 10, 40, 60, 80 e 100 elementos finitos em todas as situações. A definição do comprimento efetivo tem no caso do sistema de ancoragem com a variação linear da largura do FRP uma particularidade, isto é, o comprimento efetivo da ligação é o comprimento capaz de mobilizar a força máxima da ligação no início do descolamento do compósito. Note-se, que todas as situações modeladas e

apresentadas foram admitidas que o descolamento se inicia para $s_{ult}=0.72\text{mm}$. A Figura 5-15 mostra a estimativa da força máxima transmitida ao compósito e o respectivo comprimento efetivo da ligação.

A dimensão assumida para o elemento finito no modelo discreto é importante na estimativa do desempenho da ligação FRP/substrato, conforme já se referiu anteriormente. A Figura 5-15 mostra que as várias curvas força máxima vs. comprimento colado para os diferentes ângulos α , estão muito próximas. No entanto, quando se assume uma discretização com 5EFs, as curvas apresentam uma subida da força máxima, sendo mais notória a partir de comprimentos de elemento finito na ordem dos 50mm, excetuando quando $\alpha=60^\circ$ o qual apresenta um aumento menos acentuado. Portanto, uma vez que não é possível estimar a força máxima e o comprimento efetivo da ligação para as malhas com 5EFs optou-se por colocar “-” na Figura 5-15. De reparar que as curvas com malhas mais grosseiras se encontram ligeiramente abaixo das malhas mais refinadas e, conseqüentemente, as estimativas da força máxima são mais baixas, nesses casos.

No Capítulo 4, isto é, no caso da largura do compósito ser constante ao longo do comprimento de colagem, sugeriu-se que a discretização deveria conter 25 elementos finitos (EFs), quando é assumida a lei não linear baseada na expressão de Popovics para definir a interface FRP/substrato. Nesta situação, o ângulo de abertura da largura do compósito de FRP tem um papel preponderante na escolha da malha a adotar no modelo. À medida que o ângulo aumenta a discretização a adotar tem de ser mais refinada. No caso de se assumir $\alpha=15^\circ$, as características da ligação só estabilizam com uma malha com 40EFs, enquanto para $\alpha=60^\circ$, apenas ficam constantes quando uma discretização com 80EFs é adotada. Na modelação de sistemas exteriormente colados com largura variável deve-se adotar uma discretização, entre 25 e 80EFs, a fim de se determinar a força máxima transmitida ao FRP e o comprimento efetivo da ligação FRP/substrato.

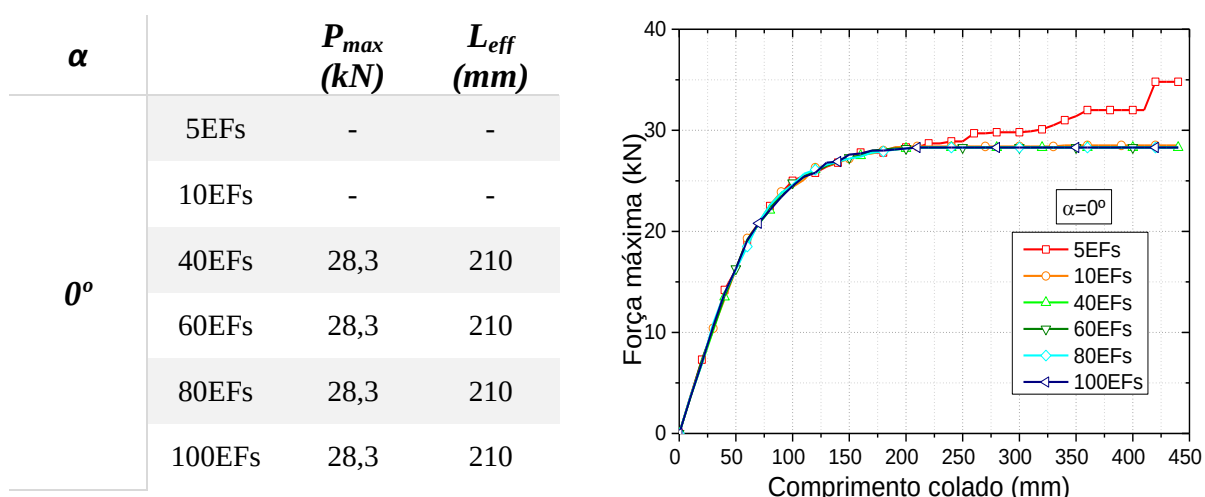
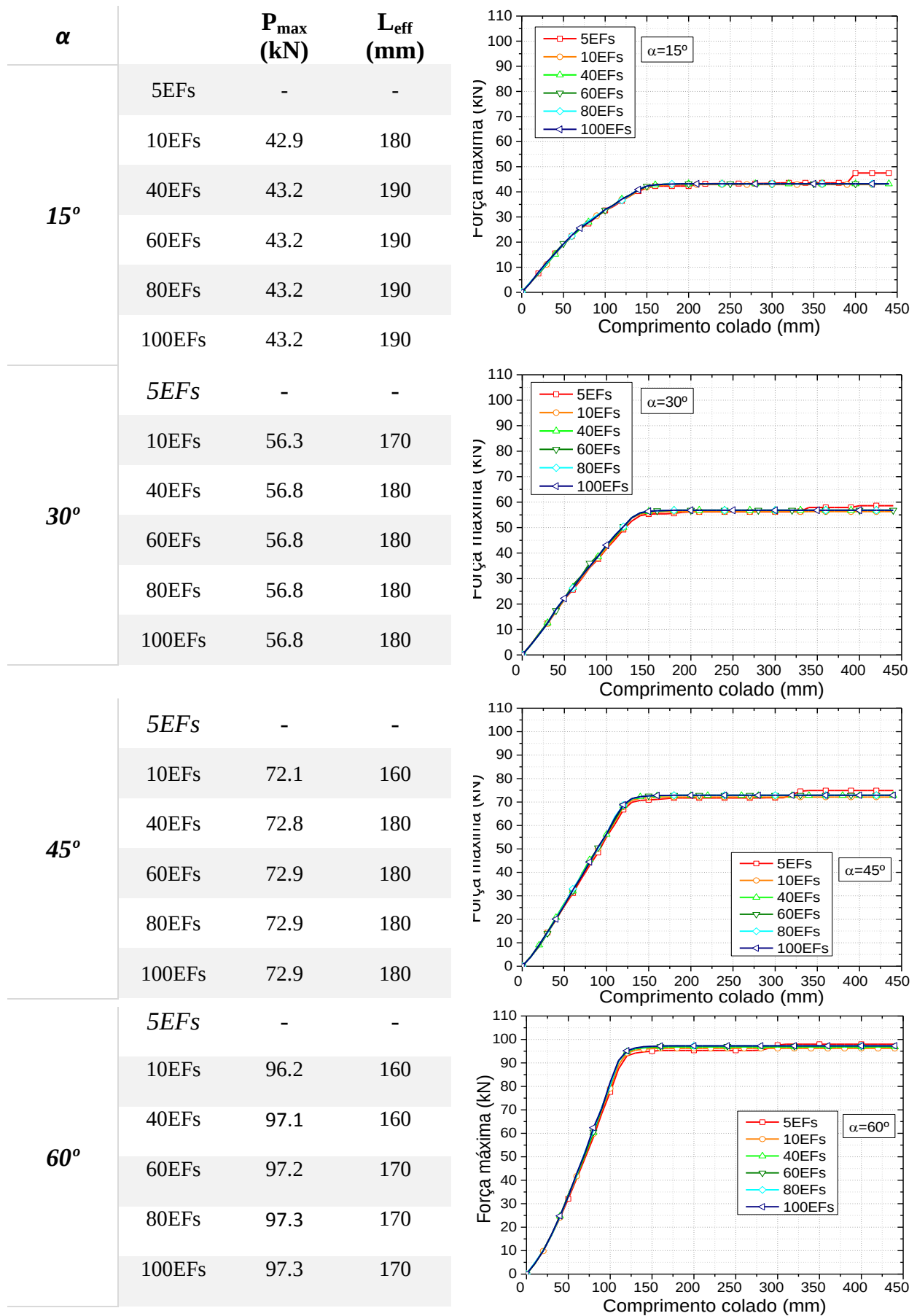


Figura 5-15- Distribuição da Força máxima vs. Comprimento colado para os ângulos de 0,15, 30,45 e 60°



(Cont.) Figura 5-15- Distribuição da Força máxima vs. Comprimento colado para os ângulos de 0,15, 30,45 e 60°

6. Conclusões e desenvolvimentos futuros

6.1 Considerações gerais

Ao longo do presente Capítulo serão sintetizados algumas conclusões que se podem retirar do desenvolvimento do presente trabalho. Os objetivos que inicialmente foram propostos e os objetivos que realmente foram alcançados são tidos em conta. Por fim, são ainda apresentados alguns aspetos que podem ser considerados como eventuais trabalhos futuros.

6.2 Conclusões

No Capítulo do estado da arte fez-se uma breve apresentação de trabalhos e estudos desenvolvidos por diversos autores que se debruçaram essencialmente em ensaios experimentais e em modelos computacionais. Desses trabalhos pode-se concluir que a aderência da interface FRP/substrato depende de inúmeros fatores, quer em laboratório quer em análises numéricas realizadas computacionalmente. Destacam-se alguns parâmetros como, a influência da classe de resistência do betão e a preparação da superfície do mesmo, o diâmetro do material de reforço e o tratamento da superfície do laminado de FRP. Na modelação do presente trabalho estes aspetos referentes ao tratamento de superfície não foram tidos em conta. Nos modelos numéricos mais simples como os modelos discretos, prevalece uma grande dificuldade em adotar a lei *bond-slip* que melhor se aproxime ao real comportamento da ligação FRP/substrato. Portanto, este é um aspeto condicionante na simulação de ensaios de corte.

No **Capítulo 3** fez-se a descrição do modelo discreto, em que foram enunciadas as considerações e simplificações tidas no mesmo. No modelo proposto verificou-se que a dimensão do elemento finito tem influência nas hipóteses adotadas, como por exemplo, as tensões de aderência terem sido assumidas constantes ao longo do comprimento do elemento finito. Assim dem-se evitar comprimentos muito grandes de EF, a fim de reduzir os erros associados à modelação.

No **Capítulo 4** fez-se a validação do modelo proposto, comparando-se os resultados numéricos com os obtidos por Biscaia *et al.* [3, 16], Ferracuti [8] e com algumas soluções exatas disponíveis na literatura. O modelo proposto demonstrou ser capaz de simular eficientemente o comportamento da ligação FRP/substrato sujeita a ensaios corte, mobilizando apenas o segundo modo de fratura. De salientar que, foram modeladas três diferentes técnicas de reforço vulgarmente, encontradas na literatura: EBR, NSM com secção circular e também com secção retangular de compósito de FRP.

Um aspeto importante de realçar é o facto de o modelo suportar várias curvas *bond-slip*. Nas modelações realizadas, os resultados obtidos foram muito similares aos analíticos. Para o caso particular em que o comprimento colado da ligação foi de 250mm, a fim de se obter um bom desempenho do modelo proposto, deve assumir-se uma discretização entre 25 e 50 EFs (respetivamente, com dx/L_b entre 0.04 e

0.02). Com esta discretização, a distribuição dos deslizamentos, extensões no compósito e as tensões de aderência ao longo do comprimento colado, para a força máxima, demonstraram ser semelhantes quer comparado com a solução analítica, quer com o modelo proposto por Biscaia *et al.* [3] e por Ferracuti [8].

No que diz respeito ao desempenho dos três sistemas de reforço estudados, adotando a mesma curva *bond-slip* e a mesma área de secção transversal do compósito de FRP para todos os sistemas, pode-se concluir que, na técnica NSM com secção retangular de FRP, a força máxima transmitida ao compósito é superior às restantes técnicas. No que diz respeito ao comprimento efetivo, a técnica NSM com secção rectangular precisa de um comprimento menor do que os restantes sistemas estudados. No entanto, o sistema NSM utilizando secções circulares proporciona resultados opostos, isto é, precisa de um comprimento de ligação superior para conseguir mobilizar a força máxima. O sistema de reforço que apresenta maiores deslocamentos é o sistema que recorre a secções circulares de FRP. Assim, o sistema de reforço NSM com secção circular de FRP parece ser o sistema com pior desempenho.

A energia de fratura é um parâmetro com relevante importância na obtenção da força máxima transmitida ao compósito de FRP e no comprimento efetivo da ligação. À medida que a energia de fratura da ligação aumenta a força máxima também aumenta. Ao contrário, o aumento da energia de fratura faz diminuir o comprimento efectivo da ligação, pois este diminui.

O desempenho da ligação FRP/betão entre fendas consecutivas é influenciado por alguns parâmetros. A influência do coeficiente $\beta = P_1/P_2$ e o comprimento colado, na força máxima transmitida ao compósito, foi estudada neste Capítulo. A força máxima aumenta à medida que o β aumenta, tendendo para a força axial teórica do FRP (rigidez axial do FRP) quando $\beta = 1$. O modelo discreto demonstrou ser capaz de simular o comportamento da ligação entre fendas consecutivas do betão.

Com o objetivo de ter em conta os efeitos das temperaturas elevadas na degradação da ligação FRP/betão, implementaram-se as expressões propostas por Dai *et al.* [51] no modelo numérico agora proposto. O modelo numérico foi capaz de simular o processo de descolamento de duas situações: (i) quando a ligação está sujeita unicamente a variações de temperatura; e (ii) quando a ligação está sujeita a uma força mecânica aplicada ao FRP e a temperatura. Os resultados numéricos obtidos revelaram que as propriedades resistentes da ligação são afetadas quando a ligação está sujeita a ações térmicas. À medida que a temperatura aumenta diversos parâmetros que caracterizam a lei *bond-slip* são reduzidos, como a tensão de aderência máxima ($\tau_{\max}$), o parâmetro B e a energia de fratura (G_f), enquanto o deslizamento máximo ($s_{\max}$) aumenta. A rigidez da ligação FRP/betão é também afetada devido a temperaturas elevadas, uma vez que o módulo de elasticidade do FRP diminui. Quanto à estimativa da força máxima transmitida ao compósito foram feitas duas análises: (i) fase inicial de ensaio em que se assumiu que o compósito de FRP é o único material afetado; e (ii) quando todos os elementos da ligação FRP/betão são afetados pelas ações térmicas (considera-se os coeficientes de dilatação térmica). Na primeira situação a força máxima transmitida ao compósito vai diminuindo com o aumento da temperatura. No entanto, no segundo caso, a força máxima aumenta até a temperatura de transição vítrea ser alcançada. A seguir, a rigidez da ligação começa a reduzir e, consequentemente, a força máxima também diminui.

No **Capítulo 5** foram apresentados resultados numéricos de duas técnicas de ancoragem pouco usuais. O sistema de ancoragem mecânico já tinha sido conjugado com a técnica EBR por Ferracuti [8], enquanto, o segundo sistema apresenta uma carência de estudo, já que não se encontrou qualquer referência na literatura em que se assumiu uma variação linear da largura do compósito. Neste sistema de ancoragem adesiva a largura do compósito vai aumentando ao longo do comprimento colado. Em ambos os sistemas revelaram concluiu-se que o desempenho da ligação foi melhorado, relativamente aos sistemas de reforço analisados no Capítulo 4. Desta foram, o sistema de ancoragem apresenta um melhor aproveitamento das capacidades mecânicas do compósito de FRP.

O sistema de ancoragem mecânico foi modelado com sucesso através do modelo discreto proposto, para os casos em que o comprimento colado é maior e para menor que o comprimento efetivo, em que a restrição do deslizamento foi imposta no final do comprimento colado. Os resultados numéricos revelaram ser muito similares aos resultados experimentais e numéricos desenvolvidos por Ferracuti [8]. A técnica EBR conjugada com o sistema de ancoragem mecânico, apresenta um desempenho que reflecte-se num aumento da força aplicada no ensaio de corte simples durante o processo de descolamento do FRP do substrato. Teoricamente, o comprimento colado (correspondente ao comprimento com tensões de aderência diferentes de zero) tende a ser zero à medida que é aplicada mais força ao sistema. No entanto, pode concluir-se que tal não acontece, pois quando este comprimento é muito reduzido, a rigidez axial do compósito de FRP é bastante similar à rigidez do sistema, isto é, trata-se de um ensaio à tração uniaxial do material de reforço.

Considerando o mesmo ângulo, α , o comprimento de ligação que mobiliza tensões de aderência tende a aumentar à medida que a força sobe. No entanto, com o aumento do ângulo, o comprimento com tensões de aderência diferentes de zero tende a ser mais reduzido. A definição do comprimento de transferência é conhecida como a dimensão para o qual é mobilizada a força máxima transmitida ao compósito. Nestas circunstâncias, com a variação da largura do FRP a definição tem uma particularidade, isto é, o comprimento efetivo da ligação é a dimensão capaz de mobilizar a força máxima da ligação no início do descolamento, correspondendo ao momento em que o deslizamento último no ponto de aplicação da força é alcançado.

Para todos os casos estudados, aquele que apresenta um maior aumento na força máxima transmitida ao FRP é o que tem um comprimento de colagem de 150 mm com um ângulo de $\alpha=60^\circ$, já que neste caso registou-se um aumento de 260% ($P_{\max}=97,0\text{kN}$), em relação à alcançada no caso sem qualquer variação na largura ao longo do comprimento de colagem ($P_{\max}=27,0\text{kN}$ e $\alpha=0^\circ$). No entanto, optar por tal largura é impraticável usá-la em vigas visto que, a largura final do compósito de FRP seria cerca de 600mm, para a situação em estudo ($b_f=80\text{mm}$). No reforço de vigas com 25cm de largura é razoável aplicar laminados que apresentem um ângulo de variação ao longo do comprimento de colagem de $\alpha=15^\circ$ o que, resulta numa largura final do compósito, aproximadamente de 160 mm podendo-se alcançar ganhos na resistência da ligação FRP/substrato em 56% ($P_{\max}=42.2\text{kN}$).

De um modo geral, e em forma de conclusão final, o modelo discreto demonstra que tem grande potencial no estudo da aderência entre o material de reforço e o substrato, pois é possível adotar leis não lineares, vários sistemas de reforço, conjugar à técnica EBR um sistema de ancoragem mecânico, a fim de melhorar o seu comportamento e por fim demonstrou-se que conseguiu modelar situações em que a largura do reforço varia linearmente com o comprimento colado. No entanto, neste último caso não foi possível comparar com ensaios experimentais nem numéricos uma vez que esta situação não foi encontrada na literatura internacional, contudo prevê-se que este caso pode apresentar resultados numéricos similares aos experimentais.

Tendo em conta os objetivos propostos inicialmente ficou por atingir algumas metas. Por exemplo, faltou desenvolver com mais pormenor o modelo discreto proposto com quatro graus de liberdade. Entre outros que ficarão para possíveis trabalhos e investigações que se possa fazer no futuro.

6.3 Desenvolvimentos futuros

No trabalho desenvolvido foram cumpridos, de um modo geral, os objetivos propostos. Apresentam-se em seguida alguns possíveis desenvolvimentos futuros ou sugestões de trabalhos a desenvolver futuramente.

- i) Modelar situações de ensaio de corte simples quando a ligação FRP/betão está sujeita a uma determinada temperatura e depois aplicar força de tração entre fendas consecutivas;
- ii) Modelar situações de ensaio de corte simples quando a ligação FRP/betão está sujeita a uma determinada força e depois sujeita a um aumento de temperatura;
- iii) Desenvolver um modelo discreto capaz de simular o ensaio de arrancamento, a fim de se mobilizar o 1º Modo de Fratura. Depois, possivelmente conjugar os 2 primeiros modos de fratura, com a inclusão de uma força com um determinado ângulo com a horizontal.
- iv) Visto que a classe de resistência do betão utilizado no substrato a reforçar tem influência no desempenho da ligação, sugere-se que se possa desenvolver com mais pormenor o modelo discreto agora proposto com mais graus de liberdade, conforme descrito no Capítulo 3 do presente trabalho.
- v) Conjugar à técnica EBR, um sistema de ancoragem mecânico e o sistema em que a largura do compósito de FRP vai aumentando ao longo do comprimento colado. Pois em situações em que existe falta de comprimento para desenvolver o comprimento efetivo da ligação no reforço de vigas por exemplo, esta aplicação pode ser uma boa sugestão para ajudar a evitar ou adiar o descolamento do FRP do substrato. No entanto, também pode optar-se pelo sistema de ancoragem adesiva, em que inicialmente a largura do compósito é constante até dado comprimento colado e depois aumentar linearmente a sua largura ao longo restante comprimento de colagem. Um outro sistema de ancoragem em que no reforço de vigas se utilizam chapas coladas, para aumentar a aderência entre os elementos colados adicionam-se buchas metálicas. Portanto, sugere-se que se

desenvolva o modelo discreto para que consiga simular o comportamento da técnica EBR com chapas metálicas em que se utilizam também buchas metálicas, ou de FRP ou outro material;

- vi) Muitos dos ensaios laboratoriais são realizados com ações cíclicas, quer em vigas reforçadas quer mesmo em ensaios de aderência feitos em provetes, por exemplo Chastre [13] e Ferracuti [8]. Deste modo, sugere-se que se desenvolva o modelo discreto com a finalidade de simular as ações cíclicas assumindo-se o dano da ligação entre os elementos colados.

Bibliografia

- [1] Acetatos da unidade curricular de Reforço e Reparação de estruturas lecionada na UNL-FCT no ano letivo 2012/13.
- [2] <http://www.engenhariacivil.com/tecnicas-reforco-estruturas-betao> visitado no dia 12/11/2013.
- [3] Biscaia, HC, Chastre, C e Silva, MAG. “Linear and nonlinear analysis of *bond-slip* models for interfaces between FRP composites and concrete.” Composites Part B: Engineering, 2013, 45(1): 1554-1568.
- [4] Japanese Concrete Institute (JCI): “Technical report of technical committee on retrofit technology”, Proceedings of the International Symposium on Latest Achievement of Technology and Research on Retrofitting Concrete Structures, 2003, Kyoto, Japan, pp.4-42.
- [5] The Concrete Society “Design guidance for strengthening concrete structures using Fibre composites materials”. Concrete Society, CS-TR-55-UK, Technical Report No. 55, 2nd ed. Report of a Concrete Society Committee, 2004, Berkshire, UK.
- [6] National Research Council “Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures.” CNR-Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, Technical Recommendations for Construction, CNR-DT 200/2004, July 2004, Rome.
- [7] Fédération Internationale du Béton (FIB), Bulletin 40: “FRP reinforcement in RC structures.” CEB-FIB, Fib. Bulletin 40, September 2007.
- [8] Ferracuti B., Savoia M. e Mazzotti C.:” Interface law for FRP-concrete delamination”. Composite structures, 2007, Vol. 80: 523-531.
- [9] Ueda T. e Dai J. G.: “Interface bond between FRP sheets and concrete substrates-properties, numerical modelling and roles in member behaviours.” Progress in Structural Engineering and Materials. 2005, 7(1): 27-43.
- [10] I. A. Sharaky, J. A. O. Barros e L. Torres: “FEM-based modelling of NSM-FRP bond behaviour.” FRPRCS11, Conferência Internacional 2013, Universidade Minho, Guimarães, Portugal.
- [11] Lu X. Z., Ye L. P., Teng J.G. e Jiang J.J.: “Meso-scale finite element model for FRP sheets/plates bonded to concrete”. Journal of Engineering Structures, 2005, Vol. 27: 564-575.

- [12] Biscaia H., “Comportamento e modelação da ligação GFRP/Betão em elementos de betão armado expostos a ambientes agressivos.” 2012, Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Portugal.
- [13] Chastre Rodrigues C. “Comportamento da ligação aço-resina-betão em elementos estruturais”, 1993, Dissertação de mestrado realizado no Instituto Superior Técnico: Lisboa, Portugal.
- [14] Faella C., Martinelli E. e Nigro E. “Interface behaviour in FRP Plates bonded to concrete: Experimental tests and theoretical analyses.” ECI Conference on Advance Materials for Construction of bridges, buildings, and Other Structures III, 2003, Davos, Switzerland.
- [15] Chen J.F. e Teng J.G. “Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. Journal of Structural Engineering “ASCE, 2001, 127(7):784–91.
- [16] Biscaia H.C., Chastre C. e Silva M.A.G. “Nonlinear numerical analysis of the debonding failure process of FRP-to-concrete interfaces.” Composites Part B: Engineering, 2013, 50: 210-223.
- [17] Chen J.F., Yuan H. e Teng J.G. “Analysis of debonding failure along a softening FRP-to-concrete interface between two adjacent cracks.” In: Chen, Teng, editors. Proceedings of the international symposium on bond behaviour of FRP in structures, BBFS, 2005:103–11.
- [18] Yuan H., Teng J.G., Seracino R, Wu Z.S. e Yao J. “Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints.” Engineering Structures, 2004, Vol. 26:553–565.
- [19] Marta B., Lluís T., Albert T. e Cristina B.: “Experimental study of bond behaviour between concrete and FRP bars using a pull-out test”, Composites Part B: Engineering, 2009, Vol. 40:784-797.
- [20] Tamon U. e Jianguo D.: “Interface bond between FRP sheets and concrete substrates: properties, numerical modeling and roles in member behaviour”, Progress in Structural Engineering and Materials, 2005, Vol.7: 27-43.
- [21] Faella C., Martinelli E. e Nigro E.: “Debonding failure in FRP-strengthened RC beams: a model-based approach”. Asia-Pacific Conference on FRP in Structures (APFIS 2007).
- [22] Achillides Z. e Pilakoutas K.: “Bond behavior of fiber reinforced polymer bars under direct pullout conditions”. Journal of Composites for Construction, 2004, 8(2): 173-181.
- [23] Mostofinejad D. e Shameli S. M. “Externally bonded reinforcement in grooves (EBRIG) technique to postpone debonding of FRP sheets in strengthened concrete beams” Construction and Building Materials, 2012, Vol. 38:751–758.

- [24] Malvar L.J. “Bond stress–slip characteristics of FRP rebars.” Technical Report TR-2013-SHR, Naval Facilities Engineering Service Center, Port Hueneme, California, CA 93043-4328; 1994, p.45.
- [25] Kanakubo T. Wu Z.S. e Ueda T. “Influence of local bond characteristics in FRP-concrete bond behavior.” 11th International Conference on Fracture, 2005, Turin, Italy, March 20-25.
- [26] P. Cornetti e A. Carpinter: “Modelling the FRP-concrete delamination by means of an exponential softening law.” Engineering Structures. 2011, Vol. 33: 1988–2001.
- [27] Hawileh Rami A.: “Nonlinear finite element modeling of RC beams strengthened with NSM FRP rods”. Construction and Building Materials. 2012. Vol. 27:461-471.
- [28] Fédération Internationale du Béton (FIB): Bulletin d'information n. 14. ”Externally bonded FRP reinforcement for RC structures.” July, 2001.
- [29] ACI Committee 440. “Guide for design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures.” American Concrete Institute, ACI 440.2R-02, 2002, Farmington Hills, MI, USA.
- [30] Klammer E. “The influence of temperature on concrete structures strengthened with externally bonded CFRP.”2006, Research Report, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, Netherlands.
- [31] Gao W.Y. “Fire resistance of FRP-strengthening RC beams: Numerical simulation and performance-based design.” 2013, PhD Thesis, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong.
- [32] Popovics S. “A numerical approach to the complete concrete stress-strain relation for concrete”. Cement and Concrete Research, 1973, 3(5): 583-599.
- [33] Dimande A. “Influência da interface no reforço à flexão de estruturas de betão com sistemas de FRP.”, 2003, Tese Doutorado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal.
- [34] Dai J., Ueda T. e Sato Y. “Development of the nonlinear bond stress-slip model of fiber reinforced plastics sheet-concrete interfaces with a simple method.” Journal of Composites for Construction, 2005, 9(1): 52-62.
- [35] Neubauer U. e Rostásy F.S. “Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP-plates.” Proceedings of the 7th International Conference on Structural Faults and Repairs, 1997, Vol. 2: 109-118.

- [36] Model Code 2010. "First complete draft." Vol.1. CEB-FIB, Bulletin d'Information 55, March, 2010.
- [37] Xia S.H. e Teng J.G. "Behaviour of FRP-to-steel bonded joints." Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures, 2005, Hong Kong.
- [38] Teng J.G., Chen J.F., Smith S.T. e Lam L. "FRP strengthened RC structures", John Wiley and Sons Ltd., 2001, Chichester, England.
- [39] Yahyaee-Moayyed M. e Taheri F. "Experimental and computational investigations into creep response of AFRP reinforced timber beams." Composite Structures, 2011, vol.93: 616-628.
- [40] El Damatty A. A. e Abushagur M. "Testing and modeling of shear and peel behavior for bonded steel/FRP connections". Thin-Walled Structures, 2003, Vol.41: 987-1003.
- [41] Su Yu, Wu Chengqing e Griffith M.C. "Modelling of the bond-slip behavior in FRP reinforced masonry." Construction and Building Materials, 2011, Vol. 25: 328-334.
- [42] Fava G., Carvelli V. e Poggi C. "Pull-out strength of glued-in FRP plates bonded in glulam." Construction and Building Materials. 2013, Vol. 43:362-371.
- [43] Cruz, J.M.S. e Barros J.A.O. "Bond between near-surface mounted carbon-fiber-reinforced polymer laminate strips and concrete." Journal of Composites for Construction, 2004; 8(6): 519-527.
- [44] Chajes M.J., Finch W.W., Januska T.F. e Thomson T.A. "Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete." ACI Structural J., 1996, Vol.93:208-217.
- [45] Liu I.S.T., Oehlers D.J. e Seracino R. "Study of intermediate crack debonding in adhesively plated beams." Journal of Composites for Construction, 2007, Vol. 11: 175-183.
- [46] Dehghani, E, Daneshjoo, F, Aghakouchak, AA e Khaji, N. "A new *bond-slip* model for adhesive in CFRP-steel composite systems." Engineering Structures, 2012, Vol. 34: 447-454.
- [47] Nakaba K., Kanakubo T., Furuta T. e Yoshizawa H. "Bond behavior between fiber reinforced polymer laminates and concrete." ACI Structural, 2001, 98(3): 359-367.
- [48] Martinelli E., Czaderski C. e Motavalli M. "Modeling in-plane and out-of-plane displacement fields in pull-off tests on FRP strips." Engineering Structures, 2011, Vol.33: 3715- 3725.
- [49] De Lorenzis L. e Teng J. G. "Near-surface mounted FRP reinforcement: An emerging technique for strengthening structures". Composites Part B: Engineering, 2007, Vol.38:119-143.

- [50] Doc. Eng. Vladimír Ivančo.: “Nonlinear finite element analysis”. June 2011, Faculty of Mechanical Engineering, Technical University of Košice, Slovakia.HS Wismar.
- [51] Dai, J.G., Gao, W.Y. e Teng, J.G. “*Bond-slip* model for FRP laminates externally bonded to concrete at elevated temperature.” *Journal of Composites for Construction*, 2013, 17(2):217-228.
- [52] Teng J.G., Yuan H. e Chen J.F. “FRP-to-concrete interfaces between two adjacent cracks: Theoretical model for debonding failure.” *International Journal of Solids and Structures*, 2006, Vol.43: 5750-5778.

Apêndice A. Soluções analíticas

No presente Apêndice pretende-se clarificar a determinação das equações da Tabela 3-1. Para as técnicas de reforço EBR, NSM com secção circular e com secção retangular são assumidas 3 leis *bond-slip*: rígido-plástica, linear ascendente com rutura frágil e linear descendente, determinando-se para cada uma delas as respectivas soluções exatas. Considerando-se apenas a influência do Modo II de Fratura no processo de descolamento do reforço do substrato colado. A Figura A-1 mostra as tensões instaladas em cada elemento do conjunto ligado.

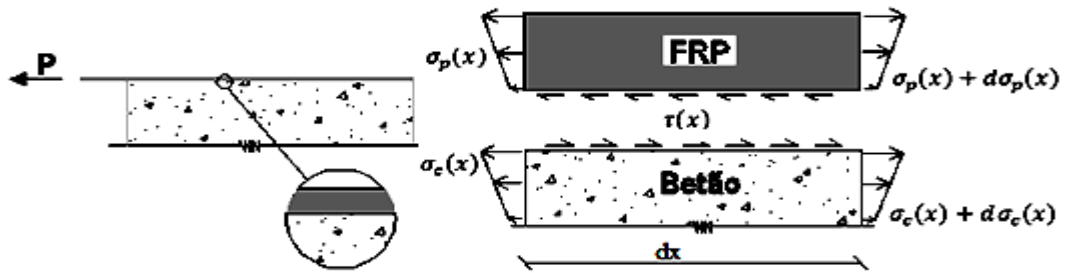


Figura . A-1-Tensões envolvidas no betão e no compósito de FRP

A.1. EBR

A.1.1. Lei *bond-slip* Linear ascendente com rutura frágil

A lei *bond-slip* linear ascendente é agora assumida, a fim da solução analítica da Eq. 3.6 seja determinada, tal como segue:

$$s(x) = \frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.1)$$

onde, segundo Biscaia *et al.* [3] α é dado pelo seguinte:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\tau_{\max}}{s_{\max} \cdot E_p \cdot t_p}} \quad (A.2)$$

As extensões e as tensões de aderência são definidas, respetivamente pelas expressões:

$$\varepsilon(x) = \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\sinh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.3)$$

Derivando a Eq. A.3 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{b_p} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (\text{A.4})$$

A força máxima transmitida ao varão FRP é determinado assumindo que quando a tensão de aderência máxima é alcançada no ponto $x=0$ então a igualdade $L_b=L_{eff}$ pode ser estabelecida ficando o seguinte:

$$P_{\max} = b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (\text{A.5})$$

O comprimento de ligação efetivo (L_{eff}) é determinado a partir da Eq. A.1. As condições $s(0)=s_{\max}$ e $\tanh(\alpha \cdot L_{eff})=1$ são consideradas. Assumindo que $\alpha \cdot L_{eff} \approx 4$, o comprimento de ligação efetivo é:

$$L_{eff} = 4s_{\max} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{2G_f}} \quad (\text{A.6})$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,\max} \cdot s_{\max}}{2} \quad (\text{A.7})$$

A.1.2. Lei *bond-slip* linear descendente

Na solução analítica da Eq. 3.6, quando é adotada a lei *bond-slip* linear descendente (*softening*) é:

$$s(x) = -\frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} + s_{ult} \quad (\text{A.8})$$

onde a é o comprimento colado, que segundo Biscaia *et al.* [3] é definido por:

$$a = \frac{1}{\alpha} \cdot \arcsin\left(\frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p \cdot s_{ult}}\right) \quad (\text{A.9})$$

e

$$\alpha = \sqrt{\frac{\tau_{\max}}{s_{ult} \cdot E_p \cdot t_p}} \quad (\text{A.10})$$

O máximo da Eq. A.9 é determinado impondo $\pi/2$ na função arcseno e substituindo a Eq. A.10 na Eq. A.9 conduz à seguinte expressão:

$$a = L_{eff} = \frac{\pi}{2} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{2G_f}} \quad (A.11)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,max} \cdot s_{ult}}{2} \quad (A.12)$$

Assumindo que as extensões no substrato colado não são relevantes quando comparadas com as extensões desenvolvidas no FRP. Derivando a Eq. A.8 em ordem a x , as extensões no FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\sin(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.13)$$

Derivando a Eq. A.12 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{b_p} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.14)$$

De salientar que as Eqs. A.8, A.13 e A.14 são válidas ao longo do comprimento a definido na Eq. A.11. Assumindo que a tensão máxima de aderência ($\tau_{b,max}$) é alcançado em $x=L_{eff}$, a força máxima transmitida ao FRP é:

$$P_{max} = b_p \cdot \sqrt{2G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (A.15)$$

A expressão é a mesma obtida para as várias curvas mostradas anteriormente.

A.2. NSM com varão de FRP

Considerando o comprimento infinitesimal, dx , do compósito de FRP acima ilustrado faz-se o equilíbrio das forças horizontais, chegando-se à equação seguinte:

$$(\sigma_p(x) \cdot r_{var}^2 + \tau_b(x) \cdot 2 \cdot r_{var}) \cdot \pi - (\sigma_p(x) + d\sigma_p(x)) \cdot \pi \cdot r^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{d\sigma_p(x)}{dx} = \frac{4 \cdot \tau_b(x)}{\phi_{var}} \quad (A.16)$$

onde ϕ_{var} e r_{var} são respetivamente o diâmetro e o raio do varão de reforço de FRP.

Substituindo Eq. 3.5 em 3.2 então a Eq. A.16 pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2 s}{dx^2} - \frac{4 \cdot \tau_b(s)}{E_p \cdot \phi_{var}} = 0 \quad (A.17)$$

A.2.1. Lei *bond-slip* rígido-plástica

Assumindo a Lei *bond-slip* rígido-plástica a solução da equação da A.17:

$$s(x) = \frac{2}{E_p \cdot \pi \cdot \phi_{rod}^2} \left(\pi \cdot \tau_{b,max} \cdot \phi_{rod} \cdot x^2 - 2P \cdot x + 2P \cdot a - \pi \cdot \tau_{b,max} \cdot a^2 \cdot \phi_{rod} \right) \quad (A.18)$$

onde a é o comprimento onde as tensões de aderência estão mobilizadas ao longo do comprimento de ligação, isto é, quando estas são diferentes de zero. O comprimento a é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$P_{max} = \int_0^a \tau_{b,max} \cdot \pi \cdot \phi_{var} dx \quad (A.19)$$

Todos os parâmetros são constantes no integral apresentado na Eq. A.19, o comprimento a é:

$$a = \frac{P}{\pi \cdot \tau_{b,max} \cdot \phi_{var}} \quad (A.20)$$

O comprimento de ligação efetivo (L_{eff}) é determinado assumindo que quando $a=L_{eff}$ a força aplicada no varão de FRP é máxima (P_{max}). Assim, introduzindo a força máxima aplicada no varão de FRP, dada por:

$$P_{max} = \pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}} \quad (A.21)$$

na Eq. A 20, o comprimento efetivo de ligação (L_{eff}) é:

$$a_{max} = L_{eff} = S_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}} \quad (A.22)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \tau_{b,max} \cdot S_{ult} \quad (A.23)$$

As extensões no varão de FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{4}{E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2} \left(\pi \cdot \phi_{var} \cdot \tau_{b,max} \cdot x - P \right) \quad (A.24)$$

Derivando a Eq. A.18 em ordem a x e multiplicando pela espessura e modulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \tau_{b,max} \quad (A.25)$$

Nota a Eq. A.25 é válida ao longo do comprimento a definido na Eq. A.20.

A.2.2. Lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil

Assumindo agora lei *bond-slip* linear ascendente com rutura frágil, a solução da equação A.17 é:

$$s(x) = \frac{4P}{\alpha \cdot E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.26)$$

onde L_b é o comprimento de ligação e segundo Biscaia *et al.* [3] α é dado pelo seguinte:

$$\alpha = \sqrt{\frac{4\tau_{b,max}}{s_{max} \cdot E_p \cdot \phi_{rod}}} \quad (A.27)$$

Derivando a Eq. A.26 em ordem a x , as extensões no varão de FRP são dadas por:

$$\varepsilon(x) = \frac{4P}{E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2} \cdot \frac{\sinh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.28)$$

Derivando a Eq. A.28 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência são:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{\pi \cdot \phi_{var}} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.29)$$

A força máxima transmitida ao varão FRP é determinado assumindo que quando a tensão de aderência máxima é alcançada no ponto $x=0$ então a igualdade $L_b=L_{eff}$ pode ser estabelecida ficando o seguinte:

$$P = \pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}} \quad (A.30)$$

O comprimento de ligação efetivo (L_{eff}) é determinado a partir da Eq. A.1. As condições $s(0)=s_{max}$ e $\tanh(\alpha \cdot L_{eff})=1$ são consideradas. Assumindo que $\alpha \cdot L_{eff} \approx 4$, o comprimento de ligação efetivo é:

$$L_{eff} = 2s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}} \quad (A.31)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,max} \cdot s_{max}}{2} \quad (A.32)$$

A.2.3. Lei *bond-slip* linear decendente

Quando a lei *bond-slip* linear decendente é considerada, a solução da equação A.17 é:

$$s(x) = -\frac{4P}{\alpha \cdot E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} + s_{ult} \quad (A.33)$$

onde a (corresponde ao comprimento colado) e α segundo Biscaia *et al.* [3] é dado pelo seguinte, respetivamente:

$$a = \frac{1}{\alpha} \cdot \arcsin\left(\frac{4P}{\alpha \cdot E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2 \cdot s_{ult}}\right) \quad (A.34)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{4\tau_{b,max}}{s_{ult} \cdot E_p \cdot \phi_{var}}} \quad (A.35)$$

O máximo da Eq. A.34 é determinado impondo $\pi/2$ na função arcseno e substituindo a Eq. A.35 na Eq. A.34, conduz-se à seguinte expressão:

$$a_{max} = L_{eff} = \frac{\pi}{4} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot R_{var}}{G_f}} \quad (A.36)$$

Assumindo que as extensões no substrato colado não são relevantes quando comparadas com as extensões desenvolvidas no varão de FRP, assim as extensões no varão de FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{4P}{E_p \cdot \pi \cdot \phi_{var}^2} \cdot \frac{\sin(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.37)$$

Derivando a Eq. A.37 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{\pi \cdot \phi_{var}} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.38)$$

De salientar que as Eqs. A.33, A.37 e A.38 são válidas ao longo do comprimento a definido na Eq. A. 34. Assumindo que a tensão máxima de aderência ($\tau_{b,max}$) é alcançada em $x=L_{eff}$, a força máxima transmitida ao varão de FRP é:

$$P = \pi \cdot \phi_{var} \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot R_{var}} \quad (A.39)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,\max} \cdot S_{ult}}{2} \quad (\text{A.40})$$

A expressão é a mesma obtida para as várias leis mostradas anteriormente.

A.3. NSM com placa de FRP

Considerando o comprimento infinitesimal, dx , do compósito de FRP acima ilustrado faz-se o equilíbrio das forças horizontais, chegando-se à equação seguinte:

$$(\sigma_p(x) \cdot t_p + \tau_b(x) \cdot 2 \cdot dx) \cdot b_p - (\sigma_p(x) + d\sigma_p(x)) \cdot b_p \cdot t_p = 0 \Leftrightarrow \frac{d\sigma_p(x)}{dx} = \frac{2\tau_b(x)}{t_p} \quad (\text{A.41})$$

onde b_p e t_p são respetivamente a largura e espessura da placa de reforço FRP, σ_p e τ_b são a tensão longitudinal no FRP e tensão de aderência da interface, respetivamente.

Substituindo Eq. 3.5 em 3.2, então a Eq. A.41 pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{2\tau_b(u)}{E_p \cdot t_p} = 0 \quad (\text{A.42})$$

A.3.1. Lei *bond-slip* Rígido-plástica

A lei *bond-slip* Rígido-plástica é considerada, a solução da equação A.42 é:

$$s(x) = \frac{1}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} (\tau_{\max} \cdot b_f \cdot x^2 - P \cdot x + P \cdot a - \tau_{\max} \cdot a^2 \cdot b_f) \quad (\text{A.43})$$

onde a é o comprimento quando a tensão de aderência é diferente de zero e é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$P_{\max} = 2 \int_0^a \tau_{b,\max} \cdot b_p dx \quad (\text{A.44})$$

Todos os parâmetros são constantes no integral da Eq. A. (B.2), comprimento a :

$$a = \frac{P}{2\tau_{\max} \cdot b_p} \quad (\text{A.45})$$

Como relatado acima, a máxima força transmitida à barra de FRP e o comprimento efetivo (L_{eff}) são respetivamente:

$$P_{\max} = 2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (\text{A.46})$$

e

$$L_{eff} = s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}} \quad (A.47)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \tau_{b,max} \cdot s_{ult} \quad (A.48)$$

As extensões na barra de FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} (2\tau_{max} \cdot b_p \cdot x - P) \quad (A.49)$$

Derivando a Eq. A.49 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \tau_{b,max} \quad (A.50)$$

Novamente, de notar que a Eq. A.50 é válida ao longo do comprimento a definido na Eq. A.45.

A.3.2. Lei *bond-slip* linear ascendente

A lei *bond-slip* linear ascendente é agora assumida, a fim da solução analítica, da Eq. A.42, seja determinada, tal como segue:

$$s(x) = \frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.51)$$

onde, segundo Biscaia *et al.* [3] α é dado pelo seguinte:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\tau_{max}}{s_{max} \cdot E_p \cdot t_p}} \quad (A.52)$$

As extensões e as tensões de aderência são definidas, respetivamente pelas expressões:

$$\varepsilon(x) = \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\sinh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (A.53)$$

Derivando a Eq. A.53 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{2b_p} \cdot \frac{\cosh(\alpha \cdot x - \alpha \cdot L_b)}{\sinh(\alpha \cdot L_b)} \quad (\text{A.54})$$

A força máxima transmitida ao varão FRP é determinado assumindo que quando a tensão de aderência máxima é alcançada no ponto $x=0$ então a igualdade $L_b=L_{eff}$ pode ser estabelecida ficando o seguinte:

$$P_{\max} = 2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (\text{A.55})$$

O comprimento de ligação efetivo (L_{eff}) é determinado a partir da Eq. A.51. As condições $s(0)=s_{\max}$ e $\tanh(\alpha \cdot L_{eff})=1$ são consideradas e assumindo que $\alpha \cdot L_{eff} \approx 4$, o comprimento de ligação efetivo é:

$$L_{eff} = 2s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}} \quad (\text{A.56})$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,\max} \cdot s_{\max}}{2} \quad (\text{A.57})$$

A.3.3. Lei *bond-slip* linear descendente

A solução analítica da Eq. A.42, quando é adotada a lei *bond-slip* linear descendente (*softening*) é:

$$s(x) = -\frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} + s_{ult} \quad (\text{A.58})$$

onde a é o comprimento colado, que segundo Biscaia *et al.* [3] é definido por:

$$a = \frac{1}{\alpha} \cdot \arcsin\left(\frac{P}{\alpha \cdot E_p \cdot b_p \cdot t_p \cdot s_{ult}}\right) \quad (\text{A.59})$$

e

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\tau_{\max}}{s_{ult} \cdot E_p \cdot t_p}} \quad (\text{A.60})$$

O máximo da Eq. A.59 é determinado impondo $\pi/2$ na função arcseno e substituindo a Eq. A.60 na Eq. A.59 conduzindo à seguinte expressão:

$$a = L_{eff} = \frac{\pi}{4} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot t_p}{G_f}} \quad (A.61)$$

onde G_f é a energia de fratura calculada de acordo com:

$$G_f = \frac{\tau_{b,max} \cdot s_{ult}}{2} \quad (A.62)$$

Assumindo que as extensões no substrato colado não são relevantes quando comparadas com as extensões desenvolvidas no FRP. Derivando a Eq. A.58 em ordem a x , as extensões no FRP são:

$$\varepsilon(x) = \frac{P}{E_p \cdot b_p \cdot t_p} \cdot \frac{\sin(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.63)$$

Derivando a Eq. A.63 em ordem a x e multiplicando pela espessura e módulo de elasticidade do compósito, t_p e E_p , as tensões de aderência podem ser escritas da seguinte forma:

$$\tau_b(x) = \frac{P \cdot \alpha}{2b_p} \cdot \frac{\cos(\alpha \cdot x - \alpha \cdot a)}{\sin(\alpha \cdot a)} \quad (A.64)$$

De salientar que as Eqs. A.58, 63 e 64 são válidas ao longo do comprimento a definido na Eq. A.61. Assumindo que a tensão máxima de aderência ($\tau_{b,max}$) é alcançada em $x=L_{eff}$, a força máxima transmitida ao FRP é:

$$P_{max} = 2b_p \cdot \sqrt{G_f \cdot E_p \cdot t_p} \quad (A.65)$$

A expressão é a mesma obtida para as várias leis mostradas anteriormente.

Apêndice B. Largura variável

No presente Apêndice mostra-se a situação da modelação para $\alpha=0^\circ$, ou seja, para uma largura do laminado de FRP constante ao longo do comprimento de colagem. Relembrando que a rigidez axial do material de reforço, Eq. 3.65 é:

$$k_p = \frac{2E_p \cdot t_p \cdot \tan(\alpha)}{\ln\left(1 + \frac{2dx \cdot \tan(\alpha)}{b_p}\right)} \quad (\text{B.1})$$

onde b_p , t_p e E_p são a largura inicial, espessura e módulo de elasticidade do reforço; dx é o comprimento infinitesimal; e α é ângulo da variação da largura do reforço ao longo do comprimento colado. Considerando $\alpha=0^\circ$ o resultado da Eq. B.1 resulta numa indeterminação (0/0), pelo que, é necessário realizar o limite:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{2E_p \cdot t_p \cdot \tan(\alpha)}{\ln\left(1 + \frac{2dx \cdot \tan(\alpha)}{b_p}\right)} \quad (\text{B.2})$$

Derivando o numerador e o denominador da Eq. B.2 em ordem a α , resulta:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{2E_p \cdot t_p \cdot \frac{1}{\cos^2(\alpha)}}{\frac{\frac{2dx}{b_p \cdot \cos^2(\alpha)}}{1 + \frac{2dx \cdot \tan(\alpha)}{b_p}}} \quad (\text{B.3})$$

Fazendo $\alpha=0^\circ$ obtem-se o seguinte:

$$k_p = \frac{E_p \cdot t_p \cdot b_p}{dx} \quad (\text{B.4})$$

Ficando demonstrado que a rigidez axial obtida é igual à rigidez resultante do modelo apresentado no subcapítulo 3.3.3.1, referente à técnica EBR e NSM com secção retangular.

Apêndice C. Código numérico

```
l=400;%comprimento de colagem
n=26;%n° de EFs
dx=l/(n-1);%comprimento de cada EF
x=0:dx:l;
x1=dx/2:dx:l-dx/2;
vp=zeros(2*n,1); %forças nodais
P=100;
delta_P=100;
tf=1.2;%espessura da barra de FRP
bf=50;%largura da barra de FRP
Ef=160000;%módulo de elasticidade do FRP em Mpa
ta=2;%espessura da resina
Ga=1223.08;%módulo de distorção da resina em Mpa
extmax=2.2/100;%extensão máxima do FRP

vp(1,1)=P;
Fp=Ef*bf*tf/dx;%rigidez do FRP

%popovics
Tmax=5.29;
Smax=0.043;%deslocamento referente à tensão máxima
Sult=0.3;%deslocamento ultimo

np=2.644;%n° para aproximar ao real,n° popovics
%T_pops=zeros(n,1);

erro=1;%para que faça para todas as forças a convergência dos slips
%condições limites
slip_max=0;
ext_mx=0;
TCa_mx=0;
R=0;

%criar matrizes vazias para que ao fim de cada ciclo guardar os respectivos
%dados
mat_lb=[];
mat_Pmax=[];
TCa=zeros(n-1,1);
mat_r=zeros(1,1);
mat_R=[];
mat_slip=[];% matriz para em cada ciclo guardar os vectores de slip
mat_ext=[];% matriz para em cada ciclo guardar os vectores de extensao
mat_TC=[];% matriz para em cada ciclo guardar os vectores de Tensao de
aderencia
mat_P=[];% vector coluna para em cada ciclo guardar as forças
mat_TCa=[];
mat_extmax=[];% vector para em cada ciclo guardar os valores de extensao maxima
mat_slipmax=[];% vector para em cada ciclo guardar os valores de slip maximo
mat_TCmax=[];% vector para em cada ciclo guardar os valores de Tensao de
aderencia maxima
mat_TCamx=[];
mat_Tpops=[];
slip=zeros(n,1);%slip inicial para que comece a convergência
%fazer o calculo repetitivo para cada força imposta até atingir a ruptura
while Tmax>TCa_mx && extmax>ext_mx && Sult>slip_max && 0.1>R
erro=1;
```

```

while erro>0.000001%processo iterativo até convergir os slips
vp(1,1)=P;

syms s%inserir uma variável para depois fazer derivadas e substituições
da mesma
Fa=Tmax*s*np*bf*dx/(Smax*((np-1)+(s/Smax)^np))/2;%ALTERAR AQUI A LEI
CONSTITUTIVA DA RESINA
DFa=diff(Fa);
DFa=subs(DFa,s,slip);%vector
Fa=subs(Fa,s,slip);%vector
[1_DFa, c_DFa]=size(DFa);
J=zeros(n,n);
J(1,1)=Fp+DFa(1,1);
J(n,n)=Fp+DFa(n,1);
for i=2:n-1
    J(i,i)=2*Fp+2*DFa(i,1);
end
for i=1:n-1
    J(i+1,i)=Fp*(-1);
    J(i,i+1)=Fp*(-1);
end
F=zeros(n,1);
F(1,1)=slip(1,1)*Fp+Fa(1,1)-Fp*slip(2,1)-vp(1,1);
F(n,1)=slip(n,1)*Fp+Fa(n,1)-Fp*slip(n-1,1);
for i=2:n-1
    F(i,1)=-Fp*slip(i-1,1)+slip(i,1)*2*Fp+2*Fa(i,1)-Fp*slip(i+1,1);
end

Ds=-inv(J)*F;
erro=sqrt(transpose(Ds)*Ds);%mínimos quadrados
slip=slip+Ds;

end
%depois de calcular os slips vai ser calculado as extensoes
slip_max = max([slip]);%cálculo do deslocamento máximo

deltadx=zeros(n-1,1);
ext_mm=zeros(n,1);
for i=1:n-1
    deltadx(i,1)=slip(i,1)-slip(i+1,1);
end
for i=1:n
    TCa(i,1)=Tmax*slip(i,1)*np/(Smax*((np-1)+(slip(i,1)/Smax)^np));%%ALTERAR AQUI
A LEI CONSTITUTIVA DA RESINA para depois comparar com a tensao de corte do
adesivo
end
for i=1:n-2
    ext_mm(i+1,1)=deltadx(i+1,1)/dx;
end

%condições de fronteira
ext_mm(1,1)=P/(Ef*bf*tf);
ext_mm(n,1)=0;

TC=zeros(n,1);
for i=1:n-1
    TC(i,1)=(TCa(i,1)+TCa(i+1,1))/2*dx*bf;
end
R=P-sum(TC);%resíduo
mat_R=[mat_R,R];

```

```

mat_slip=[mat_slip,slip];
mat_ext=[mat_ext,ext_mm];

mat_TC=[mat_TC,TC];
mat_P=[mat_P,P/1000];
mat_TCa=[mat_TCa,TCa];
mat_slipmax=[mat_slipmax,slip_max];
P=P+delta_P;%próxima força
[TCa_mx, pos_TCa]=max([TCa]);
[ext_mx, pos_ext]=max([ext_mm]);%para depois comparar com a
ext. rutura CFRP
mat_TCamx=[mat_TCamx,TCa_mx];
mat_extmax=[mat_extmax,ext_mx];

end

%fase de descolamento (Leff<Lb) se sim(1) se nao(0)
fase=1;
n_desc=1;
mat_slipdesc=[];%criar vector para depois apresentar os slips finais
mat_TCadesc=[];%criar vector para depois apresentar as tensoes finais
mat_Pdesc=[];
mat_slipMdesc=[];

if fase== 1
    [l_slip,c_slip]=size(mat_slip);
    mat_TCaa=mat_TCa(:,c_slip-1);%eliminar o ultimo vector pois ja ultrapassa a
    tensao de aderencia
    mat_slipp=mat_slip(:,c_slip-1);
    area_diag=zeros(n,1);
    area_diag=mat_TC(:,c_slip-1);
    for i=1:n-1
        area_diag(i,1)=mat_TC(i,1)*bf*dx;
    end
    n_desc=1;

    while n_desc < n %calcular ate ao ultimo no
        F_max=sum(area_diag);
        ext=F_max/(Ef*bf*tf);
        a=1;
        while a<=n_desc
            slip_desc=mat_slipp(1,1)+ext*dx;
            TCa_desc=0;
            mat_slipp=[slip_desc;mat_slipp];
            mat_TCaa=[TCa_desc;mat_TCaa];
            a=a+1;
        end

        area=0;
        area_diag=[area;area_diag];

        [l_slipdesc,c_slipdesc]=size(mat_slipp);

        mat_slipp(l_slipdesc,:)=[];%eliminar a ultima linha na mat slip
        mat_TCaa(l_slipdesc,:)=[];%eliminar a ultima linha na mat Tader
        area_diag(l_slipdesc,:)=[];%eliminar a ultima linha na area diag

        mat_slipdesc=[mat_slipp,mat_slipdesc];%montar matriz ao longo do
        descolamento para depois apresentar os slips finais
        mat_TCadesc=[mat_TCaa,mat_TCadesc];%montar a matriz para depois
        apresentar as tensoes finais

```

```

mat_Pdesc=[F_max/1000;mat_Pdesc];
slip_maxDesc=max(mat_slipdesc(:,1));%maximo slip do vector
mat_slipMdesc=[slip_maxDesc;mat_slipMdesc];

for i=n_desc:-1:1
    mat_slipp(i,:)=[];%eliminar as primeiras linhas na mat slip
    mat_TCaa(i,:)=[];%eliminar as primeiras linhas na mat Tader
end

n_desc=n_desc+1;
end
else
end

```