



Carlos Manuel Pereira Viana Martins

Licenciatura em Ciências da Engenharia Electrotécnica
e de Computadores

Estudo do Transformador *Le Blanc*

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Doutor João Martins, FCT/UNL

Co-orientador: Doutor Vitor Pires, EST/IPS

Júri:

Presidente: Doutora Anabela Monteiro Gonçalves Pronto –
FCT/UNL

Arguente(s): Doutor Duarte de Mesquita Sousa – IST/UTL

Vogal(ais): Prof. Doutor(a) [Nome Completo]



FAÇULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Julho de 2013

Estudo do Transformador *Le Blanc*

Copyright © Carlos Manuel Pereira Viana Martins, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Dedico esta dissertação aos meus Pais

Agradecimentos

Aos meus professores, amigos e colegas que contribuíram ao longo dos últimos anos para a minha formação

Gostaria de demonstrar a minha gratidão, em primeiro lugar ao meu Professor João Martins, pela oportunidade de realização deste trabalho e ajuda em todo o seu processo, pelo apoio, pela troca de ideias, motivação e pelo tempo disponibilizado, o meu sincero agradecimento.

Não podia deixar de agradecer ao Mestre Pedro Pereira, pelo apoio, troca de ideias que me auxiliaram na execução desta dissertação e todos os momentos de boa disposição proporcionados, tornando esta experiência mais proveitosa.

Aos meus pais por me terem feito o que eu sou hoje, pela paciência, contribuição, tolerância, por todo o suporte emocional e financeiro, sem os quais tudo isto não teria sido possível, um especial obrigado.

Por último, mas não menos importante, um muito obrigado a todos os meus amigos que me acompanharam nestes anos de estudo, não vou referir nomes para não me esquecer de ninguém, eles sabem quem são.

Resumo

O transformador *Le Blanc* é um transformador utilizado para conectar um sistema trifásico a um sistema bifásico. A sua maior utilização dá-se em sistemas de tração elétrica, mas estudos recentes têm indicado a sua utilização na área das energias renováveis.

Da análise do transformador *Le Blanc* resulta uma abordagem para a modelização do mesmo, que passa pela utilização de um banco de transformadores, nomeadamente de dois e de múltiplos enrolamentos. Estes são utilizados em sistemas de tensões diferentes, que necessitam de ser interligados.

Com base na análise do circuito equivalente resultante da hipótese seguida, é criado um modelo matemático dinâmico que depois irá ser aplicado no ambiente *MATLAB*[®] para gerar um simulador do transformador.

Com a comparação dos resultados experimentais do transformador *Le Blanc* com os resultados obtidos pela simulação do modelo criado é possível verificar a validade e precisão da abordagem adotada na criação do modelo do transformador.

Palavras-chave: Transformador *Le Blanc*, Modelização, Simulação, *MATLAB*[®].

Abstract

The Le Blanc transformer is a transformer that is used to connect a three-phase system with a biphasic system. It is widely used in electrical traction systems, but recent studies have indicated its applicability in the area of renewable energies.

From the analysis of the Le Blanc transformer, an approach for modeling it was derived. This approach involves the use of a transformer bank, namely through cross-trainers and two multiple windings transformers. These are used in systems of different voltages that need to be interconnected.

Based on the analysis of the equivalent circuit resulting from the hypothesis, a dynamic mathematical model is created and then implemented in MATLAB® to generate a simulator of the transformer.

The comparison of experimental results from a Le Blanc transformer with the results obtained by the simulation model are analyzed to determine the validity and accuracy of the modeling approach.

Keywords: Le Blanc transformer, modeling, simulation, *MATLAB*®.

Índice

Agradecimentos.....	vii
Resumo.....	ix
Abstract.....	xi
Índice.....	xiii
Lista de Figuras.....	xv
Lista de Tabelas.....	xvii
1 Introdução.....	19
1.1 Enquadramento e Motivação.....	19
1.2 Objetivo.....	20
1.3 Estrutura da Dissertação.....	20
2 Modelização de Transformadores.....	23
2.1 Transformadores Monofásicos.....	25
2.2 Transformadores Trifásicos.....	25
2.3 Transformadores de n-Enrolamentos.....	27
2.3.1. Transformador Le Blanc.....	28
3 Modelização clássica de transformadores.....	31
3.1 Equações de funcionamento do transformador.....	31
3.2 Representação do Circuito Equivalente.....	36
3.2.1. Modelo do Transformador de dois enrolamentos.....	36
3.2.2. Modelo do Transformador de três enrolamentos.....	38
4 Transformador Le Blanc.....	41
4.1 Descrição do Transformador <i>Le Blanc</i>	41

4.2	Modelização do Transformador Le Blanc.....	43
4.2.1.	Elaboração do Modelo do Transformador Le Blanc	43
4.2.1.1.	Representação do circuito Equivalente	44
4.2.1.2.	Análise do Circuito Equivalente	49
4.2.1.2.1.	Fase A.....	49
4.2.1.2.2.	Fase B.....	52
5	Simulação e Resultados Experimentais.....	59
5.1	Montagem Experimental.....	59
5.2	Simulação.....	63
5.2.1.	Implementação do modelo em ambiente <i>Matlab</i> ®.....	65
5.3	Resultados simulados e experimentais	70
5.4	Análise dos resultados obtidos	73
6	Conclusões e Trabalho Futuro.....	75
	Referências.....	77

Lista de Figuras

Figura 2-1 : Exemplos do circuito magnético a) e elétrico b) de um transformador.	24
Figura 2-2 : Modelos dos circuitos equivalentes (a) T , (b) π , (c) <i>Cantilever</i>	26
Figura 2-3 : Modelo de um transformador de N -Enrolamentos (a), o seu modelo <i>Extended Cantilever</i> (b) e modelo <i>N-Port</i> (c)	28
Figura 2-4 : Esquema das ligações do transformador <i>Le Blanc</i>	29
Figura 3-1 : Diagrama do Transformador de dois enrolamentos.	31
Figura 3-2 : Diagrama de Fluxos Magnéticos num Transformador de dois enrolamentos.....	33
Figura 3-3 : Esquema equivalente do Transformador Verdadeiro ou Real.....	37
Figura 3-4 : Esquema do Transformador real reduzido ao seu primário.....	38
Figura 3-5 : Diagrama do transformador de três enrolamentos (a) e seu esquema equivalente (b).....	39
Figura 4-1 : Diagrama de Vectorial para o Transformador <i>Le Blanc</i>	42
Figura 4-2 : Transformador trifásico formado por três transformadores monofásicos.	43
Figura 4-3 : Esquema do transformador <i>Le Blanc</i>	44
Figura 4-4 : Esquema equivalente completo do Transformador <i>Le Blanc</i>	48
Figura 4-5 : Esquema equivalente para fase <i>A</i>	49
Figura 4-6 : Esquema equivalente para fase <i>B</i>	53
Figura 5-1 : Configuração de ligações do transformador trifásico.....	59
Figura 5-2 : Transformador <i>Le BLanc</i> utilizado nos ensaios experimentais.	60
Figura 5-3 : Banco de resistências que formaram a carga nos ensaios experimentais	60
Figura 5-4 : Alguns equipamentos de medida utilizados nos ensaios, Pinça, Osciloscópio e Multímetro.	61
Figura 5-5 : Diagrama das ligações para o ensaio experimental no transformador.	61
Figura 5-6 : Esquema de Ligações para o ensaio experimental.....	62
Figura 5-7 : Montagem experimental do transformador.	62
Figura 5-8 : Esquema de ligação do ensaio em Vazio.....	63
Figura 5-9 : Esquema da ligação do ensaio em Curto-Circuito.....	64
Figura 5-10 : Diagrama do Transformador <i>Le Blanc</i> no <i>SimPowersystems</i>	66

Figura 5-11 : Diagrama de Blocos para a fase A.	67
Figura 5-12 : Diagrama de Blocos para a fase B.....	69
Figura 5-13 : Aspeto final do Modelo do Transformador <i>Le Blanc</i>	69
Figura 5-14 : Tensões de Saída do transformador <i>Le Blanc</i> (resultados simulados).....	70
Figura 5-15 : Correntes de Saída do transformador <i>Le Blanc</i> (resultados simulados).....	71
Figura 5-16 : Tensões de Entrada no Transformador <i>Le Blanc</i> (Ensaio Experimental)	71
Figura 5-17 : Tensões de Saída do Transformador <i>Le Blanc</i> (Ensaio Experimental)	72
Figura 5-18 : Correntes de Saída do Transformador <i>Le Blanc</i> (Ensaio Experimental)	72

Lista de Tabelas

Tabela 5-1 : Parâmetros do Transformador a usar no modelo matemático.....	65
Tabela 5-2 : Resultados obtidos dos Ensaio Experimental e da Simulação	72

1 Introdução

Neste capítulo, o objetivo é enquadramento do tema da presente dissertação, serão referenciados os objetivos que foram propostos o seu contexto de desenvolvimento e por fim uma breve explicação da estrutura do documento.

1.1 Enquadramento e Motivação

A necessidade de estudar o comportamento de circuitos elétricos, fez com que a modulação destes se tornasse numa prática corrente. Ao modular circuitos elétricos fica-se com a possibilidade de estudar os seus comportamentos sempre que por algum motivo não seja possível a análise experimental.

A modelização revela ser um método prático e económico, embora não substitui os ensaios experimentais, para a compreensão do funcionamento real de qualquer sistema que se está a realizar o estudo. Os resultados da modulação devem ser sempre verificados experimentalmente, pois só assim se pode concluir a eficácia do modelo criado.

O transformador é exemplo de um equipamento em que frequentemente se recorre à modelação para que sejam feitos estudos sobre o seu comportamento e simulações de funcionamento quando ele está integrado em circuitos elétricos.

Este trabalho enquadra-se na necessidade de modelizar o transformador *Le Blanc* tendo em vista a integração deste tipo de transformadores em sistemas de energias, como por exemplo a energia eólica, e realização de estudos relativos ao seu funcionamento.

1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo principal a elaboração de um modelo do transformador *Le Blanc*, utilizando as técnicas habituais de obtenção de modelos equivalentes em transformadores.

O modelo deverá ser capaz de simular e produzir resultados que ao serem comparados com os resultados da análise experimental, o modelo demonstre a sua fiabilidade, fazendo dele um instrumento para o estudo do transformador *Le Blanc*.

1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação está estruturada em seis capítulos, sendo eles os seguintes:

1. *Introdução*: É apresentado o enquadramento da presente dissertação, será referido objetivo do trabalho proposto com vista a clarificação e motivação para a leitura do restante documento.

2. *Modelação de Transformadores*: Este capítulo apresenta uma abordagem geral sobre o estado de arte na área da dissertação. Metodologias de modelização de transformadores de dois e múltiplos enrolamentos e suas utilizações são mencionados com o propósito de divulgar o trabalho que tem sido realizado na área tendo em vista a modelação do transformador *Le Blanc*.

3. *Modelização Clássica de Transformadores*: Neste capítulo será realizado um breve resumo sobre as técnicas clássicas de modelização de transformadores de dois e três enrolamentos, que mais tarde serão utilizadas na modelização do transformador *Le Blanc*.

4. *Transformador Le Blanc*: Uma descrição do transformador *Le Blanc*, mencionando as suas características, objetivos da sua construção e aplicações será realizada neste capítulo. Além da breve apresentação do transformador, neste capítulo está presente o processo de modelação do transformador *Le Blanc*.

5. *Simulação e Resultados Experimentais*: Capítulo onde são apresentados os resultados da simulação e da implementação experimental do transformador *Le Blanc*, assim como, a formulação do seu modelo em ambiente *MATLAB*[®], desenvolvido segundo os objetivos delineados na dissertação.

6. *Conclusões*: Neste capítulo final, são apresentadas com as conclusões retiradas, dos resultados dos ensaios apresentados anteriormente, sobre a capacidade e eficácia do modelo criado.

2 Modelização de Transformadores

Este capítulo apresenta uma abordagem geral sobre as metodologias de modelização de transformadores de dois ou múltiplos enrolamentos e suas utilizações. São mencionados vários com o propósito de divulgar o trabalho que tem sido realizado na área tendo em vista a modelação do transformador *Le Blanc*.

Quando se estudam sistemas elétricos, é necessário elaborar modelos que simulem o seu comportamento. O que se pretende com a modelação é criar uma ferramenta que permita estudar o comportamento do sistema elétrico, por exemplo um transformador, quando o próprio sistema está inserido num circuito elétrico.

A modelização não substitui a análise experimental, antes pelo contrário, os resultados da modelação de um sistema elétrico devem ser complementados com os resultados da análise experimental, concluindo assim o estudo do sistema elétrico em causa.

Independentemente da abordagem tomada no processo de modelização, esta é realizada sob a forma de equações matemáticas que depois serão implementadas, neste caso, em ambiente *MATLAB*[®]. Existem modelos que têm como estrutura base a análise do campo eletromagnético, usando dois esquemas equivalentes separados que representam o circuito magnético e o circuito elétrico do transformador [1], esquemas esses exemplificados na Figura 2-1.

Modelos que incluem a saturação e perdas do núcleo, nomeadamente o ciclo de histerese, tem como circuito equivalente uma bobina em paralelo com uma resistência, onde o comportamento magnético e as suas características são representadas apenas num só circuito elétrico [2] [3] [4].

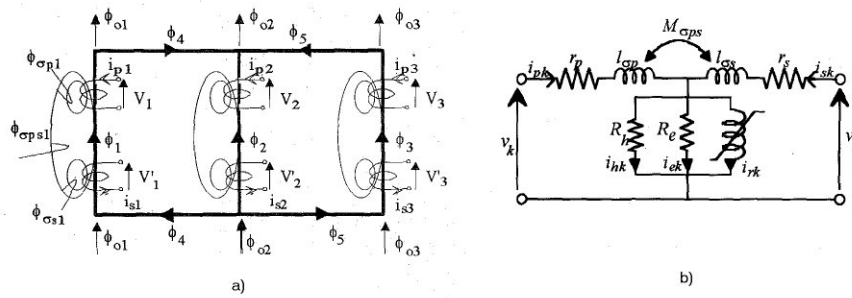


Figura 2-1 : Exemplos do circuito magnético a) e elétrico b) de um transformador.¹

Do ponto de vista de implementação, o uso de modelos discretos do circuito do transformador, que consiste num indutor não linear em paralelo com uma resistência também ela não linear, revela ser complexa, pelo facto do circuito equivalente resultante para o transformador e as matrizes de impedância resultantes se revelarem complexas, sendo as matrizes constituídas por grande número de elementos [5].

A criação de modelos matemáticos de transformadores também surge mediante necessidades de estudos específicos ao transformador como, por exemplo, o estudo de falhas internas, como nos seus enrolamentos [6], ou o estudo das suas características magnéticas, como curvas de saturação e ciclos de histerese [7] [8].

¹ Figura retirada de [10]

2.1 Transformadores Monofásicos

A partir da modelização do transformador monofásico é possível derivar os restantes tipos de transformadores que existem.

Das aproximações para a modelização do transformador resultam circuitos equivalentes, que podem ser quer magnéticos ou elétricos, sendo que o mais usual é utilizar para a modelização o circuito elétrico equivalente.

Existem modelos para o transformador monofásico que advém da análise do fluxo principal, também conhecido como fluxo de ligação, associadas aos enrolamentos do transformador [1]. Estes modelos revelam ser adequados e precisos quer para as simulações em circuito aberto como nas simulações em curto-circuito [5].

A modelização também é utilizada para estudar ou simular o comportamento para outros tipos de situações como falhas de tensão na sua alimentação [9], ou quando se quer verificar o seu funcionamento em regime transitório [10].

Outros tipos de circuitos equivalentes se podem ser utilizados para se fazer a modelização do transformador, como o circuito equivalente do tipo " π ", circuito este que resulta da conversão Y- Δ do circuito equivalente do tipo " T " [11], esquema que se pode ver ilustrado no Figura 2-2 (b).

2.2 Transformadores Trifásicos

Muitos dos estudos que se realizam sobre o transformador trifásico, adotam a hipótese do transformador trifásico ser formado por um banco de transformadores.

Para este caso específico, do transformador trifásico, o banco de transformadores é constituído por três transformadores monofásicos idênticos, sendo que os respetivos enrolamentos primários, bem como os respetivos enrolamentos secundários poderão ser ligados quer em estrela ou em triângulo.

A escolha do tipo de ligação depende de situações como, se a tensão do secundário está em fase com a tensão do primário ou se a tensão do secundário está desfasada, para que seja escolhida a combinação de ligação do primário e secundário.

Sendo as tensões aplicadas à entrada do transformador equilibradas os seus fluxos também serão equilibrados. Além das tensões serem equilibradas elas estão desfasadas entre si de cento e vinte graus. E como as colunas do transformador simetricamente idênticas no que diz respeito a fluxos, indutâncias e resistências do primário e secundário, o transformador

trifásico pode ser definido por um banco de transformadores, logo esta estratégia é aceitável [12].

Assim já referido no subcapítulo anterior, para além do circuito equivalente do tipo “ π ”, existem outros tipos que podem ser considerados para que a partir deles se faça a modelização do transformador, circuitos do tipo “ T ”, ou do tipo “*Cantilever*”, ilustrados na Figura 2-2 [13] [14]. O circuito equivalente do tipo “ T ” representa o transformador real como um conjunto de um transformador ideal e as impedâncias reduzidas ao primário ou ao secundário do transformador, estas reduções deslocam o transformador ideal ora para a esquerda ou para a direita do circuito equivalente. No que diz respeito ao circuito equivalente do tipo “*Cantilever*”, este simplifica o circuito, movimentando o ramo “shunt” representando a saída da corrente a partir do meio do circuito no modelo “ T ” quer para o lado do primário como para o lado do secundário.

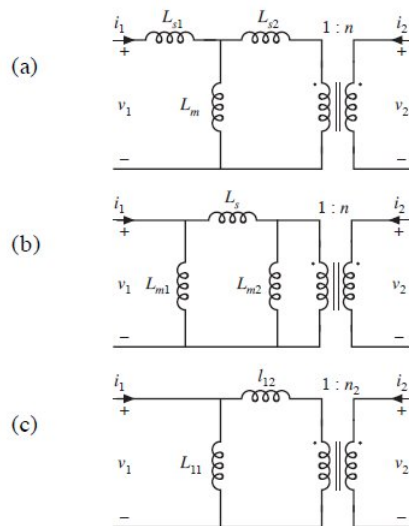


Figura 2-2 : Modelos dos circuitos equivalentes (a) *T*, (b) π , (c) *Cantilever*.²

² Figura retirada de [15]

2.3 Transformadores de n-Enrolamentos

Transformadores de múltiplos enrolamentos, n-Enrolamentos, são utilizados quando existem mais do que dois circuitos com diferentes tensões que necessitam de ser conectados entre si.

Assim como para os transformadores monofásicos, a necessidade de compreender e estudar o comportamento das correntes, das tensões e dos fluxos para os transformadores de múltiplos enrolamentos levou a que surgissem outros modelos de circuitos equivalentes, para além dos já referidos " π ", " T " e "*Cantilever*". Modelos como *N-Port*, *Extender Cantilever*, como se pode ver na Figura 2-3, podem ser utilizados na construção do modelo do transformador [15].

O modelo de *Cantilever* revela ser adequado para a modelização deste tipo de transformadores visto que os parâmetros do transformador podem ser diretamente calculados. Por sua vez, o modelo *N-Port* também pode ser utilizado para a modelização de transformares de múltiplos enrolamentos, sendo analiticamente possível determinar os parâmetros do transformador necessários para a modelização [15].

Modelos para transformadores de múltiplos enrolamentos foram elaborados com base na geometria magnética do transformador quando as suas indutâncias e relutâncias são necessárias. Aplicando a *Lei de Faraday*, relacionando os fluxos magnéticos com as tensões que percorrem as espiras do transformador, expressam-se as correntes que percorrem cada espira através dos fluxos magnéticos. Estes modelos são complexos e difíceis de usar quando se realizam cálculos analíticos [10] [16] [17].

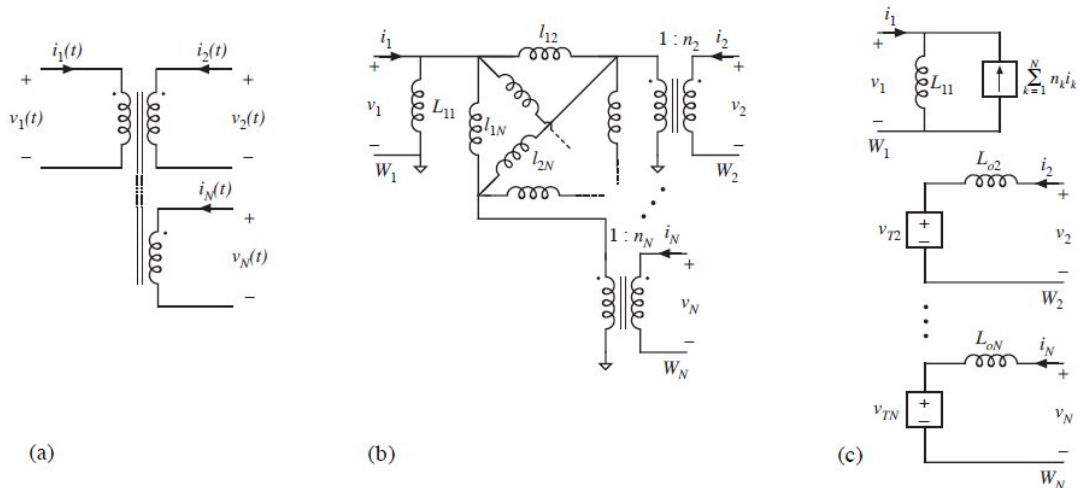


Figura 2-3 : Modelo de um transformador de N -Enrolamentos (a), o seu modelo *Extended Cantilever* (b) e modelo *N-Port* (c) ³

2.3.1. Transformador Le Blanc

O transformador *Le Blanc* é um dos transformadores responsável pela interligação de sistemas de três fases a sistemas de duas fases.

Como tal, a sua construção é realizada seguindo a ótica da construção de um transformador trifásico que, como foi referido anteriormente, pode ser realizado por um banco de transformadores.

No caso específico do transformador *Le Blanc*, o banco de transformadores já não é composto por três transformadores idênticos mas sim por um transformador de dois enrolamentos e dois transformadores de três enrolamentos, como se pode visualizar no esquema que a Figura 2-4 ilustra.

³ Figura retirada de [15]

No Capítulo 4 da presente dissertação encontra-se mais informação sobre as características, funcionalidades e modelização do transformador *Le Blanc*.

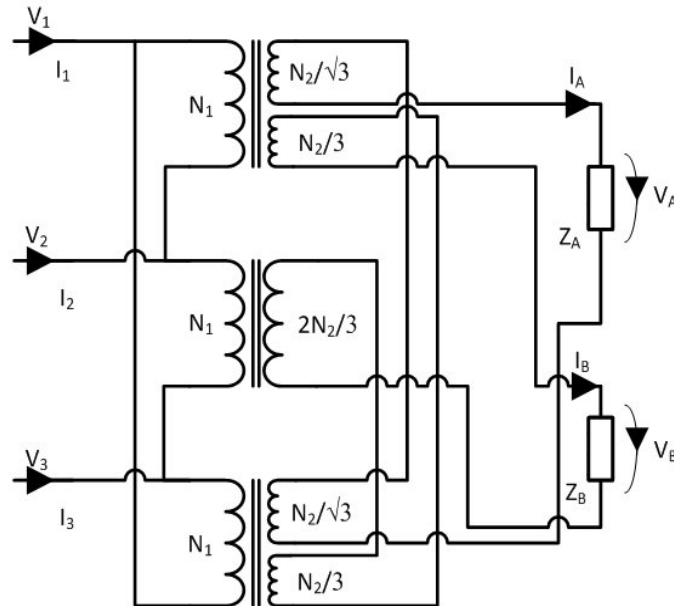


Figura 2-4 : Esquema das ligações do transformador *Le Blanc*

O Transformado *Le Blanc* é conhecido desde o *século XIX*, e hoje em dia é ainda utilizado nos transportes ferroviários em países como Japão e Tailândia mas sobretudo neste ultimo país [18], mas também referenciado em estudos na área energética nomeadamente em energias renováveis [19] [20].

Nos transportes ferroviários, a eletrificação sofre desvios e perturbações ao nível de tensão na sua fonte, geralmente trifásico, devido às cargas existentes no sistema que faz com que a ser utilizado este tipo de transformador pois reduz o efeito de desequilíbrio no sistema.

Para o caso específico, desequilíbrio no sistema, o transformador é aplicado nas subestações da rede ferroviária de modo a equilibrar o sistema bifásico, onde existe a carga, com o sistema trifásico da rede que abastece o sistema elétrico ferroviário [21].

Devido à sua utilização em sistemas de tração elétrica, é possível encontrar estudos, que recorrendo à modelização do transformador, foram realizados para comprovar a eficácia da sua utilização em sistemas desequilibrados [22] [23] [21], para estudar os efeitos da distorção harmónica [24], para estudar o fluxo de potência em subestações [25], para investigar a compensação de correntes instáveis [26] e para estudar proteção diferencial [27] [28].

3 Modelização clássica de transformadores

Neste capítulo será realizado um breve resumo sobre as técnicas clássicas de modelização de transformadores de dois e três enrolamentos, que mais tarde serão utilizadas na modelização do transformador *Le Blanc*.

3.1 Equações de funcionamento do transformador

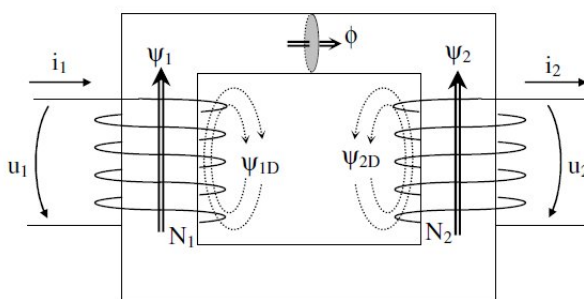


Figura 3-1 : Diagrama do Transformador de dois enrolamentos.⁴

⁴ Figura retirada de [29].

Assumindo o diagrama do transformador, ilustrado na Figura 3-1, arbitra-se que, as correntes são magneticamente discordantes, a energia entra no primário e sai no secundário.

Com estas convenções ficam atribuídos assim os sentidos das correntes, das tensões e fluxos. Aplicando a lei de Faraday às duas bobinas do transformador, obtêm-se as seguintes expressões:

$$u_1 = r_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \quad (3.1)$$

$$-u_2 = r_2 \cdot i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} \quad (3.2)$$

As equações 3.1 e 3.2 representam as tensões do transformador no primário e secundário, respectivamente.

Onde ψ_1 e ψ_2 são os fluxos ligados respectivamente com o primário e com o secundário. Estes fluxos ligados resultam da adição dos fluxos principal, ψ_{1p} e ψ_{2p} , do primário e do secundário, com os fluxos de dispersão, ψ_{1D} e ψ_{2D} .

O fluxo de ligação traduz as linhas de força que abrangem as duas bobinas e que geralmente se situam no núcleo de ferro, já o fluxo de dispersão traduz a linha de força exercida por cada bobina, situando-se exclusivamente fora do núcleo de ferro. Na Figura 3-2 podem-se visualizar as linhas de força dos fluxos principal e de dispersão.

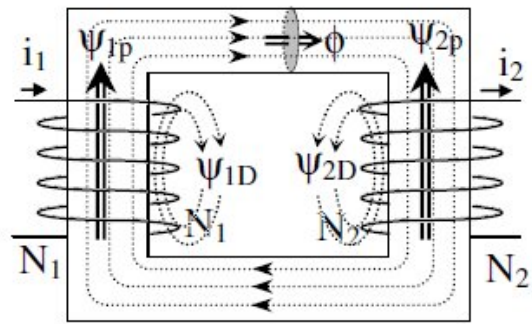


Figura 3-2 : Diagrama de Fluxos Magnéticos num Transformador de dois enrolamentos.⁵

$$\psi_1 = \psi_{1p} + \psi_{1D} \quad (3.3)$$

$$\psi_2 = \psi_{2p} + \psi_{2D} \quad (3.4)$$

As equações 3.3 e 3.4 representam então os fluxos ligados respectivamente com o primário e com o secundário respectivamente.

Por sua vez os fluxos ligados relacionam-se com o fluxo simples do núcleo, ϕ , da seguinte forma:

$$\psi_{1p} = N_1 \cdot \phi \quad (3.5)$$

$$\psi_{2p} = -N_2 \cdot \phi \quad (3.6)$$

Com N_1 e N_2 a representar o número de espiras do enrolamento da bobine do primário e secundário, respectivamente.

⁵ Figura retirada de [29].

Já os fluxos de dispersão apenas dependem da única corrente existente e como se situam fora do ferro a sua dependência é linear através do coeficiente de dispersão, λ_1 e λ_2 , como se pode ver representados nas equações seguintes:

$$\psi_{1D} = \lambda_1 \cdot i_1 \quad (3.7)$$

$$\psi_{2D} = \lambda_2 \cdot i_2 \quad (3.8)$$

Aplicando as equações 3.5 e 3.7 na equação 3.3 e fazendo o mesmo com as equações 3.6 e 3.8 mas para a equação 3.4 pode-se verificar que os fluxos ligados se podem apresentar na forma:

$$\psi_1 = N_1 \cdot \phi + \lambda_1 \cdot i_1 \quad (3.9)$$

$$\psi_2 = N_2 \cdot \phi + \lambda_2 \cdot i_2 \quad (3.10)$$

Considerando o meio linear, sem saturação e histerese, também se pode dizer que:

$$\psi_1 = \psi_{11} + \psi_{12} = L_{11}i_1 + L_M i_2 \quad (3.11)$$

$$\psi_2 = \psi_{21} + \psi_{22} = L_M i_1 + L_{22}i_2 \quad (3.12)$$

Com L_M sendo coeficiente de indução mútua, responsável pela representação da ligação magnética entre o primário e o secundário do transformador.

Aplicando as equações 3.11 e 3.12 nas equações 3.1 e 3.2 respectivamente, ter-se-á que:

$$u_1 = r_1 \cdot i_1 + L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_M \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (3.13)$$

$$-u_2 = r_2 \cdot i_2 + L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + L_M \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (3.14)$$

A equação 3.13 é referente ao primário do transformador, a 3.14 ao secundário do transformador.

A determinação do fluxo do núcleo, ϕ , é realizada através da lei do circuito magnético que nos diz:

$$\phi = \frac{F_m}{\mathfrak{R}_m} \quad (3.15)$$

Onde F_m é a força magnetomotriz e \mathfrak{R}_m a relutância magnética. Sendo a força magnetomotriz dada por:

$$F_m = N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 \quad (3.16)$$

Conjugando as equações do fluxo com a da força magnética, as equações 3.14 e 3.13, a equação do fluxo no núcleo fica com um novo aspeto:

$$\phi = \frac{N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2}{\mathfrak{R}_m} \quad (3.17)$$

Como na análise do circuito elétrico do transformador só se trata de tensões e correntes, no seu circuito equivalente não contemplarão as grandezas magnéticas eventualmente não lineares.

Para o caso de se estar perante o regime alternado sinusoidal, onde a caracterização das grandezas físicas é realizada através dos seus valores eficazes e não das suas amplitudes, as equações anteriores, 3.13 e 3.14 passam a ter o seguinte aspecto:

$$\bar{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{11})\bar{I}_1 + L_M j\omega \bar{I}_2 \quad (3.18)$$

$$-\bar{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{22})\bar{I}_2 + L_M j\omega \bar{I}_1 \quad (3.19)$$

3.2 Representação do Circuito Equivalente

Para que a análise do circuito elétrico equivalente seja directa, existe a necessidade de procurar um equivalente, um sem a presença de grandezas magnéticas.

Com o objetivo de elaborar o circuito equivalente para o transformador *Le Blanc*, será oportuno analisar o transformador, para o caso de este ter dois ou mais enrolamentos.

3.2.1. Modelo do Transformador de dois enrolamentos

No transformador real não se aplicam as premissas que definem o transformador ideal, onde a resistência e ligação magnética internas e sua relutância magnéticas devem ser tidas em conta.

A tensão primária, u_1 , resulta da soma da tensão principal, u_{1p} , com uma queda de tensão resistiva, u_{R1} , e indutiva, $u_{\lambda 1}$, por consequência da corrente i_1 , pode se ver ilustrada as tensões e correntes na Figura 3-3.

A tensão secundária, u_2 , neste caso, é igual à tensão secundária principal, u_{2p} , menos uma queda de tensão resistiva, u_{R2} , e indutiva, $u_{\lambda 2}$, devida só à corrente i_2 .

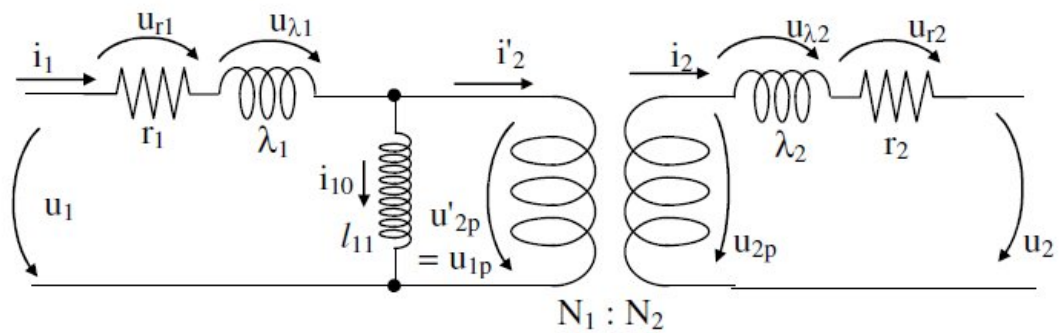


Figura 3-3 : Esquema equivalente do Transformador Verdadeiro ou Real.⁶

Para simplificar o esquema do transformador real, apresentado na figura anterior, procede-se à redução da tensão e corrente do secundário para o primário assim como a sua resistência e coeficiente de auto-indução.

Estas reduções fazem-se representar por:

$$U'_2 = m \cdot U_2 \quad (3.20)$$

$$U_{1p} = U'_{2p} = m \cdot U_{2p} \quad (3.21)$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{m} \quad (3.22)$$

$$R'_2 = R_2 \cdot m^2 \quad (3.23)$$

$$\lambda'_2 = \lambda_2 \cdot m^2 \quad (3.24)$$

Com as reduções ao primário determinadas, pode-se apresentar outro esquema equivalente ilustrado na Figura 3-4.

⁶ Figura retirada de [29].

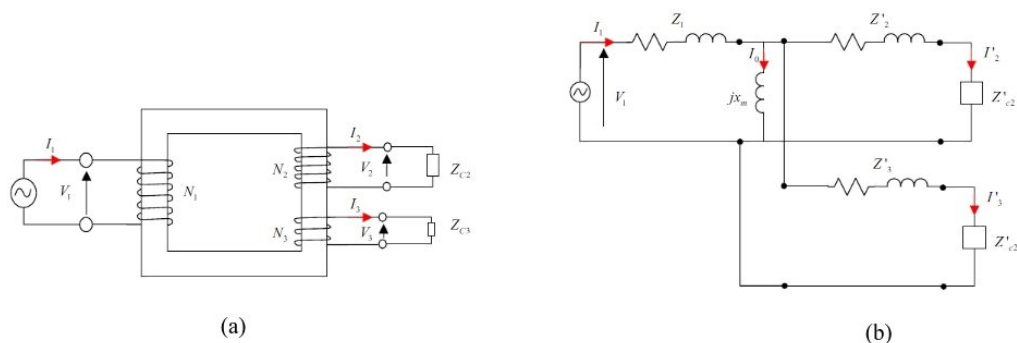


Figura 3-5 : Diagrama do transformador de três enrolamentos (a) e seu esquema equivalente (b).

Um transformador de três enrolamentos, pode ter uma tensão de entrada e duas tensões de saída, como se pode ver na Figura 3-6 (a) a ilustração do diagrama de um transformador de três enrolamentos.

No secundário do transformador, é possível obter três tensões diferentes, uma delas é obtida quando os dois enrolamentos do secundário estão ligados entre si, usualmente em série, e as restantes tensões são obtidas pelos respectivos enrolamentos do secundário.

Os valores destas tensões de saída do transformador dependem da relação de transformação que existe entre os enrolamentos do secundário e o enrolamento do primário.

Caso os enrolamentos no secundário sejam diferentes, as suas tensões também o são, e para o caso dos enrolamentos estarem ligados entre si, o valor da tensão resultante resulta na soma das tensões de cada um dos enrolamentos do secundário.

Caso o transformador seja ideal, ou seja, não tem dispersão e relutância magnética, a relação entre as tensões no transformador são representadas na seguinte forma:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (3.25)$$

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{N_3}{N_1} \quad (3.26)$$

$$F_m = N_1 i_1 - N_2 i_2 - N_3 i_3 \quad (3.27)$$

Onde \$U_1\$, \$U_2\$ e \$U_3\$ correspondem à tensão do primário e às tensões do secundário respectivamente. \$N_1\$, \$N_2\$ e \$N_3\$ traduzem o número de espiras dos respectivos enrolamentos.

Além disso, \$i_1\$, \$i_2\$ e \$i_3\$ são as correntes instantâneas no primário e secundário respectivamente.

O circuito equivalente do transformador de três enrolamentos tem o aspecto que se pode ver na Figura 3-5 (b), onde se pode verificar em relação ao circuito equivalente do transformador de dois enrolamentos ilustrado na Figura 3-4, a existência adicional de um ramo que representa o enrolamento adicional existente no transformador de três enrolamentos, para este caso, dois enrolamentos deles na parte do secundário do transformador.

A análise do esquema equivalente do transformador de três enrolamentos é realizada seguindo o mesmo método para a análise do transformador de dois enrolamentos.

Assim sendo, as equações para o transformador de três enrolamentos serão:

$$u_1 = r_1 \cdot i_1 + L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{M12} \cdot \frac{di_2}{dt} + L_{M13} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (3.28)$$

$$-u_2 = r_2 \cdot i_2 + L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + L_{M21} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{M23} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (3.29)$$

$$-u_3 = r_3 \cdot i_3 + L_{33} \cdot \frac{di_3}{dt} + L_{M31} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{M32} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (3.30)$$

A equação 3.30 é referente ao primário do transformador, e as equações 3.31 e 3.32 aos dois enrolamentos do secundário do transformador.

Em regime alternado sinusoidal as equações anteriores, 3.28 a 3.30 passam a ter o seguinte aspeto:

$$\bar{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{11})\bar{I}_1 + L_M j\omega \bar{I}_2 + L_M j\omega \bar{I}_3 \quad (3.31)$$

$$-\bar{U}_2 = (R_2 + j\omega L_{22})\bar{I}_2 + L_M j\omega \bar{I}_1 + L_M j\omega \bar{I}_3 \quad (3.32)$$

$$-\bar{U}_3 = (R_3 + j\omega L_{33})\bar{I}_3 + L_M j\omega \bar{I}_1 + L_M j\omega \bar{I}_2 \quad (3.33)$$

Foram apresentadas as bases para o estudo dos transformadores, nomeadamente de dois e de três enrolamentos que são importantes para o transformador, *Le Blanc*.

No capítulo que se segue, estas noções serão utilizadas para o estudo do transformador *Le Blanc*, sendo que a aproximação é feita através de um banco de transformadores de dois e três enrolamentos. Esse estudo é realizado tendo em vista ao seu processo de modelização.

4 Transformador *Le Blanc*

Neste capítulo é apresentado o transformador *Le Blanc*, as suas características, os objetivos da sua construção e suas aplicações. Além desta apresentação do transformador, neste capítulo está presente o processo de modelização do transformador *Le Blanc*.

4.1 Descrição do Transformador *Le Blanc*

O transformador *Le Blanc* apresenta uma construção assimétrica nos seus enrolamentos que lhe permite que seja usado como meio de ligação de sistemas trifásicos a sistemas de duas fases, bifásicos, desfasados de noventa graus entre si.

Desde o século XIX que o transformador *Le Blanc* é utilizado como opção para obter sistemas bifásicos a partir de sistemas trifásicos, sem que hoje em dia, a utilização de sistemas trifásicos é tão universal e a evolução na eletrónica de potência tem feito com que a necessidade deste tipo de transformação seja cada vez menos necessária, mas ainda utilizada em sistemas de tração elétrica que são alimentados por redes trifásicas, devido à sua grande fiabilidade.

O transformador *Le Blanc* também é utilizado para reduzir o desequilíbrio das duas fases nas cargas monofásicas quando estas estão a ser alimentadas pelos sistemas trifásicos, é nestas condições que ainda é possível verificar a utilização deste transformador.

A construção do transformador *Le Blanc* realiza-se por meio de um transformador trifásico. O primário do transformador encontra-se ligado em triângulo, de modo a evitar as correntes da terceira harmónica que não são suportadas pelo sistema. O secundário do transformador, é constituído por cinco enrolamentos assimétricos ligados entre si de modo a que se obtenham as tensões bifásicas.

Resultante destas ligações e respetivas relações de transformação para que se obtenha as duas fases à saída do transformador, chega-se ao diagrama vetorial das suas tensões. Pelo diagrama, apresentado na Figura 4-1, é possível verificar a relação entre as duas fases V_A e V_B , do transformador *Le Blanc*.

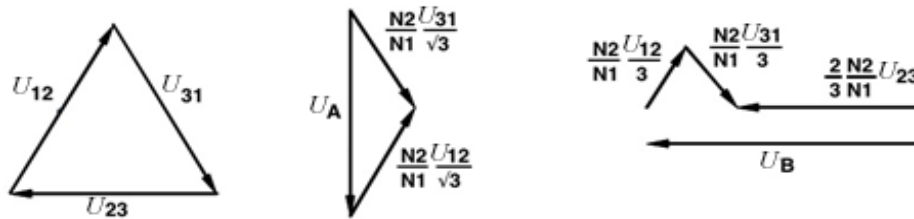


Figura 4-1 : Diagrama de Vectorial para o Transformador *Le Blanc*.

Do diagrama de tensões pode-se verificar a relação de transformação, onde para a tensão U_A , os seus enrolamentos serão $\sqrt{3}$ vezes superiores aos enrolamentos da sua fonte.

Para a outra tensão, U_B , os seus enrolamentos serão por sua vez 3 vezes superiores aos enrolamentos da sua fonte.

Para o primário, e pelo diagrama de fases que se encontra ilustrado pela Figura 4-1, a relação entre as suas fases é com uma defasagem de cento e vinte graus entre elas.

Também se pode visualizar que as duas fases resultantes, U_a e U_b , estão relacionadas entre si com uma defasagem de noventa graus.

A construção do transformador *Le Blanc* é complexa, como as relações entre enrolamentos têm de ser mantidas entre si, e sabendo que o número de espiras é inteiro, faz que o funcionamento do transformador seja imposto pelo seu fabrico na medida em que as condições referidas anteriormente implicam que o secundário não tenha o numero exato, tenha por vezes menos, das espiras que se esperavam.

4.2 Modelização do Transformador Le Blanc

4.2.1. Elaboração do Modelo do Transformador Le Blanc

Já referido na sua apresentação, a montagem do transformador *Le Blanc* é realizada por meio de um transformador trifásico.

Em substituição de um transformador trifásico, podem utilizar-se três transformadores monofásicos, de dois enrolamentos ligados entre si de modo que a substituição seja possível, esta hipótese pode ser visualizada pela Figura 4-2, que esquematiza um banco de transformadores.

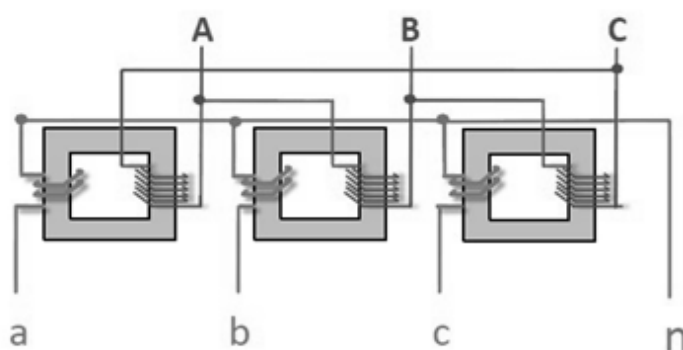


Figura 4-2 : Transformador trifásico formado por três transformadores monofásicos.

Para a elaboração do modelo do transformador *Le Blanc* optou-se por seguir a hipótese do transformador trifásico ser constituído por um “banco de transformadores”.

A utilização de um banco de transformadores faz com que o transformador *Le Blanc* seja constituído por um transformador de dois enrolamentos e dois transformadores de três enrolamentos.

No transformador de dois enrolamentos, existe um enrolamento de ambos os lados, do primário e do secundário, para os transformadores de três enrolamentos existem um enrolamento num dos lados, neste caso específico o lado do primário, e os outros dois estão no lado do secundário, a Figura 3-5(a) ilustra um exemplo de um diagrama do transformador de três enrolamentos.

Os seus primários fazem-se corresponder a cada uma das três fases referentes às tensões U_1 , U_2 e U_3 , e os seus secundários, respeitando as ligações do *Le Blanc*, fazem-se corresponder às duas fases resultantes referentes às tensões U_A e U_B , a Figura 4-3 ilustra o esquema do transformador *Le Blanc* quando este constituído por um banco de transformadores.

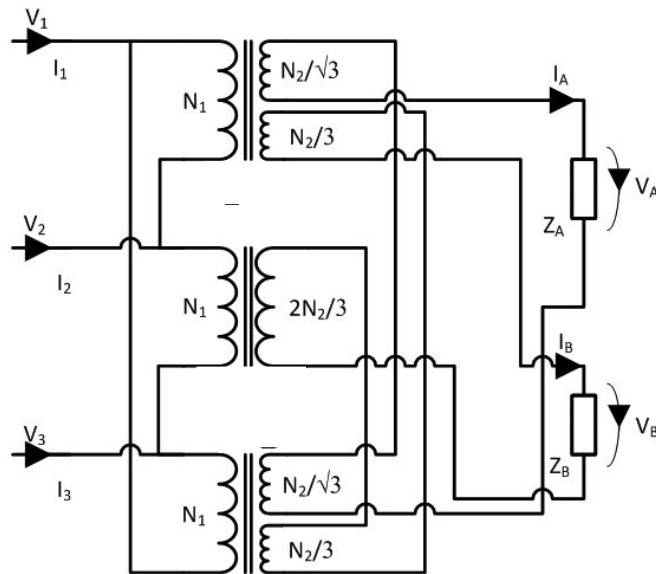


Figura 4-3 : Esquema do transformador *Le Blanc*

4.2.1.1. Representação do circuito Equivalente

O esquema equivalente do circuito do transformador *Le Blanc* contém os esquemas equivalentes de dois transformadores de três enrolamentos e de um transformador de dois enrolamentos.

Como os cinco enrolamentos existentes no secundário do transformador *Le Blanc* não são eletricamente independentes e alguns partilham a mesma corrente entre eles, a obtenção do circuito equivalente revela ser complexa.

A adaptação do circuito equivalente do transformador de dois enrolamentos do tipo "T" para o transformador de três enrolamentos apresenta problemas quando aplicado devido à incapacidade de descrever o comportamento do transformador com apenas uma indutância por enrolamento.

Porem o esquema equivalente do tipo "T" é uma aproximação simples e de fácil intuição de modo que um esquema similar foi adotado para a elaboração do circuito equivalente do transformador de três enrolamentos, reduzindo assim a sua complexidade de análise.

Além da representação do circuito equivalente do transformador é necessário também a determinação exata das relações de transformação existentes no transforma-

dor, visto que uma das propriedades do transformador é a de converter tensões de um lado para o outro segundo uma contante m , a relação de transformação.

Considerando as ligações, ilustradas na Figura 4-3, o diagrama de tensões do transformador, Figura 4-1, podem-se se verificar as seguintes relações das tensões U_A e U_B :

$$U'_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_2}{N_1} (U_{31} - U_{12}) \quad (4.1)$$

$$U'_B = \frac{1}{3} \frac{N_2}{N_1} (2U_{23} - U_{12} - U_{31}) \quad (4.2)$$

O valor eficaz para a tensão U_A expressa por (4.1) corresponde ao lado do secundário do transformador. Assumindo que a relação $\frac{N_2}{N_1}$ é unitária, e que U_L é o valor eficaz da tensão composta na entrada do transformador a tensão U_A pode ser descrita por (4.3), sendo que os ângulos vêm da análise do diagrama vetorial.

Do ponto de vista do primário do transformador, o valor eficaz da tensão U_A pode ser expressa por (4.4), o desaparecimento do termo $1/\sqrt{3}$ está relacionado com a relação de espiras dos enrolamentos do primário e secundário, onde pelo diagrama vetorial se verificava que o enrolamento do primário é $\sqrt{3}$ vezes superior ao enrolamento do secundário como foi referido anteriormente.

$$U'_A = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos(30) + \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos(30) = U_L \quad (4.3)$$

$$U'_A = U_L \cdot \cos(30) + U_L \cdot \cos(30) = \sqrt{3}U_L \quad (4.4)$$

Da análise do diagrama vetorial e das relações da tensão U_A vista do primário (4.3) e do secundário (4.4) do transformador, resulta que a relação de transformação para a fase da tensão U_A , referida ao primário do transformador, é dada por (4.5).

$$m_A = \frac{\sqrt{3}U_L}{U_L} = \sqrt{3} \quad (4.5)$$

Seguindo a mesma metodologia para a tensão U_B cujo valor eficaz é dado pela expressa (4.2) que corresponde ao lado do secundário do transformador. Mais uma vez assumindo que a relação $\frac{N_2}{N_1}$ é unitária, e que U_L é o valor eficaz da tensão composta na entrada do transformador a tensão U_B pode ser descrita por (4.6), sendo que os ângulos vêm da análise do diagrama vetorial.

Também no caso da tensão U_B o desaparecimento do termo $1/3$ e $2/3$ está relacionado com a relação de espiras dos enrolamentos do primário e secundário, onde pelo diagrama vetorial se verificava que o enrolamento do primário é 3 vezes superior ao enrolamento do secundário para dois transformadores e $3/2$ vezes superior no outro transformador. Assim do ponto de vista do primário do transformador, o valor eficaz da tensão U_B pode ser expressa por (4.7).

$$U'_B = \frac{V_L}{3} \cos(60) + \frac{U_L}{3} \sin(30) + \frac{2}{3} U_L = U_L \quad (4.6)$$

$$U'_B = U_L \cos(60) + U_L \sin(30) + U_L = 2U_L \quad (4.7)$$

Da análise do diagrama vetorial e das relações da tensão U_B vista do primário (4.6) e do secundário (4.7) do transformador, resulta que a relação de transformação para a fase da tensão U_B , referida ao primário do transformador, é dada por (4.8).

$$m_B = \frac{2U_L}{U_L} = 2 \quad (4.8)$$

Com as relações de transformação do transformador *Le Blanc* definidas para a fases A e B, é possível realizar as devidas reduções para completar o circuito equivalente do transformador.

A redução ao primário do transformador é o equivalente a substituir o enrolamento do secundário, afetado pela relação de transformação, por um enrolamento igual no primário, simplificando o esquema equivalente e também a relação de transformação, que passa a ser unitária. A escolha do primário como sendo o lado a se fazer a redução deve-se ao facto de ser no primário que é feita a alimentação do transformador.

Existiu esta necessidade de fazer distinção nas relações de transformação visto que as ligações do transformador *Le Blanc* no secundário não são iguais, ou seja, para cada fase o número total de espiras que resultam das ligações entre os enrolamentos do transformador são diferentes, logo as suas relações de transformação também o serem.

Assim sendo para a fase A, e tendo como relação de transformação dado por (4.5), a carga reduzida ao primário do transformador:

$$R'_{LA} = m_A^2 \cdot R_{LA} \quad (4.9)$$

Assim como para as resistências e impedâncias dos transformadores ligados na fase A:

$$R'_{1A} = m_A^2 \cdot R_{1A} \quad (4.10)$$

$$L'_{1A} = m_A^2 \cdot L_{1A} \quad (4.11)$$

$$R'_{3A} = m_A^2 \cdot R_{3A} \quad (4.12)$$

$$L'_{3A} = m_A^2 \cdot L_{3A} \quad (4.13)$$

Sendo que R'_{1A} e L'_{1A} dizem respeito ao transformador ligado à tensão U_{12} e por sua vez R'_{3A} e L'_{3A} dizem respeito ao transformador ligado à tensão U_{31} .

Do mesmo modo para a fase B, e tendo em conta a sua relação de transformação dado por (4.8), a carga reduzida ao primário do transformador:

$$R'_{LB} = m_B^2 \cdot R_{LB} \quad (4.14)$$

Assim como para as resistências e impedâncias dos transformadores ligados para a fase B:

$$R'_{1B} = m_B^2 \cdot R_{1B} \quad (4.15)$$

$$L'_{1B} = m_B^2 \cdot L_{1B} \quad (4.16)$$

$$R'_{2B} = m_B^2 \cdot R_{2B} \quad (4.17)$$

$$L'_{2B} = m_B^2 \cdot L_{2B} \quad (4.18)$$

$$R'_{3B} = m_B^2 \cdot R_{3B} \quad (4.19)$$

$$L'_{3B} = m_B^2 \cdot L_{3B} \quad (4.20)$$

Sendo que R'_{1B} e L'_{1B} dizem respeito ao transformador ligado à tensão U_{12} , R'_{2B} e L'_{2B} dizem respeito ao transformador ligado à tensão V_{23} e por sua vez R'_{3B} e L'_{3B} dizem respeito ao transformador ligado à tensão U_{31} .

Com as reduções já determinadas o esquema equivalente do transformador *Le Blanc* tem o aspecto que se pode verificar com a Figura 4-4.

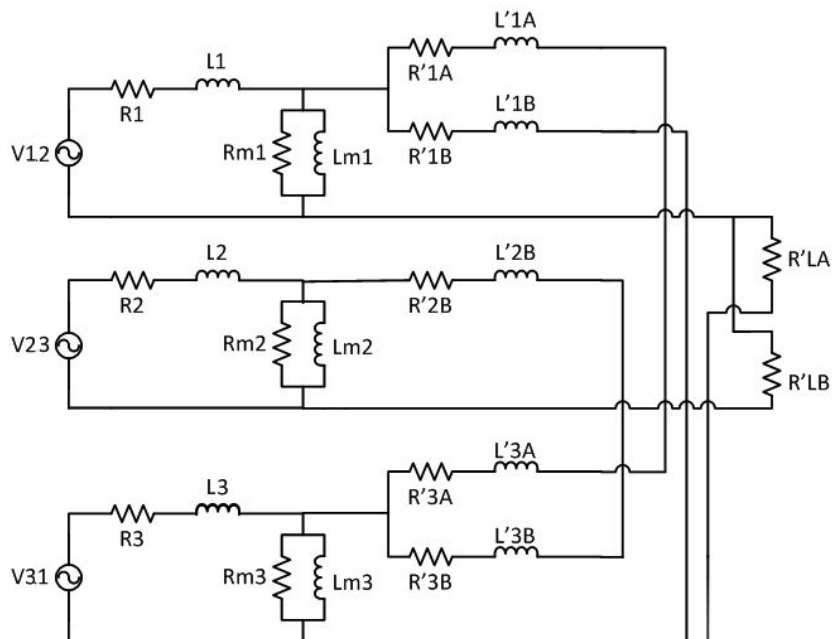


Figura 4-4 : Esquema equivalente completo do Transformador *Le Blanc*.

A determinação das relações de transformação assim como a redução do secundário ao primário do transformador, onde nos transformadores de dois enrolamentos contribui significativamente para a simplificação do esquema equivalente do transformador, auxiliaram bastante no processo de simplificação do transformador *Le Blanc*.

Como se pode verificar pela Figura 4-4, que ilustra o circuito equivalente do transformador *Le Blanc*, os circuitos secundários estão interligados e pode se verificar a existência de várias fontes de tensão, comprovando a complexidade da análise do circuito equivalente do transformador.

Existem técnicas de análise de circuitos que permitem simplificar circuitos de modo a obter números menores de equações e variáveis a serem calculadas para a resolução do circuito, nomeadamente os teoremas da Linearidade e da Sobreposição.

Assim sendo adaptando o Teorema da Sobreposição ao circuito fez-se a separação das fases *A* e *B*, resultando assim em dois circuitos mais simples de análise evitando assim um número elevado de variáveis a serem calculadas.

4.2.1.2. Análise do Circuito Equivalente

4.2.1.2.1. Fase A

Considerando apenas a fase A, o circuito correspondente está ilustrado na Figura 4-5, onde são apenas consideradas as fontes de tensão U_{12} e U_{31} já que a fonte de tensão U_{23} foi desprezada.

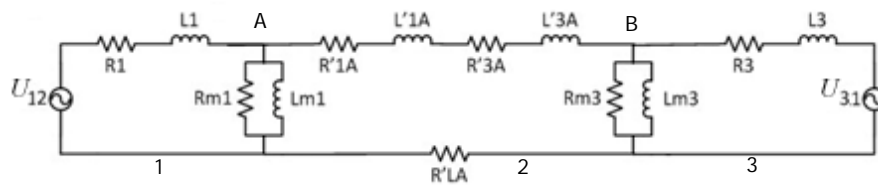


Figura 4-5 : Esquema equivalente para fase A.

Aplicando as leis das malhas e a lei dos nós a este novo circuito facilmente se consegue determinar as equações que traduzem o comportamento quer da tensão como da corrente da fase A.

Pela lei dos nós sabe-se que a soma das correntes que entram no nó é igual á soma das correntes que saem do mesmo nó.

Assim para o nó A, ilustrado na figura 4-5, tem-se que a soma das correntes i_1 e $i_{a'}$ é igual à corrente de magnetização que resulta das correntes da componente magnetizante que passa pela bobina pura de indutância e de perdas que passa pela resistência de perdas de ferro do transformador:

$$i_1 + i_{a'} - i_{Rm_1} - i_{Lm_1} = 0 \quad (4.21)$$

Para o nó B, tem-se que a soma das correntes i_3 e $i_{a'}$, é igual à corrente de magnetização do transformador que por sua vez resulta das correntes da componente magnetizante que passa pela bobina pura de indutância e de perdas que passa pela resistência de perdas de ferro do transformador:

$$i_3 - i_{a'} - i_{Rm_3} - i_{Lm_3} = 0 \quad (4.22)$$

Para as tensões faz-se a análise das malhas do circuito.

As tensões que são impostas no circuito são as tensões das fases U_1 , U_2 e U_3 , que resultam nas tensões compostas U_{12} e U_{31} .

Para a malha 1, também ela ilustrada na Figura 4-5, a tensão U_{12} resulta da soma das quedas de tensão resistiva e indutiva do transformador juntamente com a soma da queda de tensão que passa no ramo transversal através da resistência de perdas no ferro do transformador.

$$-U_{12} + r_1 \cdot i_1 + l_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + Rm_1 \cdot i_{Rm_1} = 0 \quad (4.23)$$

A equação 4.23 pode ser reescrita tendo em conta as equações das correntes determinadas quando da análise dos nós do circuito. Substituindo a equação 4.21 na equação anterior, 4.23 esta última terá a seguinte forma:

$$-U_{12} + r_1 \cdot i_1 + l_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + Lm_1 \cdot i_1 + Lm_1 \cdot i_{a'} - Lm_1 \cdot i_{Lm_1} = 0 \quad (4.24)$$

Considerando a equação anterior, a equação 4.24, no regime alternado sinusoidal, ela toma a seguinte forma:

$$\bar{U}_{12} = (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1 + L_{m1}j\omega\bar{I}_{L_{m1}} \quad (4.25)$$

Para a malha 3 a tensão U_{31} é igual à soma das quedas de tensão resistiva e indutiva do transformador à qual se adiciona a queda de tensão que passa no ramo transversal através da resistência de perdas no ferro do transformador.

$$-U_{31} + r_3 \cdot i_3 + l_3 \cdot \frac{di_3}{dt} + Rm_3 \cdot i_{Rm_3} = 0 \quad (4.26)$$

Substituindo a equação 4.22, pode-se reescrever a equação anterior, 4.26 da seguinte forma:

$$-U_{31} + r_3 \cdot i_3 + l_3 \cdot \frac{di_3}{dt} + Lm_3 \cdot i_3 - Lm_3 \cdot i_{a'} - Lm_3 \cdot i_{Lm_3} = 0 \quad (4.27)$$

$$\bar{U}_{31} = (R_3 + j\omega L_3)\bar{I}_3 + L_{m3}j\omega\bar{I}_{L_{m3}} \quad (4.28)$$

Continuando a análise do esquema equivalente, segue-se a malha 2, onde se determina $u_{a'}$, traduzida pela seguinte equação:

$$u_{a'} - Lm_3 \cdot \frac{di_{Lm_3}}{dt} + Req \cdot i_{a'} + Leq \cdot \frac{di_{a'}}{dt} + Lm_1 \cdot \frac{di_{Lm_1}}{dt} = 0 \quad (4.29)$$

Admitindo que a queda de tensão resistiva magnética é igual à queda indutiva magnética do transformador,

$$Rm \cdot i_{Rm} = Lm \cdot \frac{di_{Lm}}{dt} \quad (4.30)$$

E associando as resistências e indutâncias obtém-se uma resistência e indutância equivalente,

$$Req = R_{1a'} + R_{3a'} \quad (4.31)$$

$$Leq = L_{1a'} + L_{3a'} \quad (4.32)$$

Substituindo as equações 4.30, 4.31 e 4.32 na equação 4.29, esta última adquire o novo aspecto:

$$u_{a'} - Rm_3 \cdot i_3 + Rm_3 \cdot i_{Lm_3} + Rm_3 \cdot i_{a'} + Req \cdot i_{a'} + Leq \cdot \frac{di_{a'}}{dt} + Rm_1 \cdot i_1 + Rm_1 \cdot i_{a'} - Rm_1 \cdot i_{Lm_1} = 0 \quad (4.33)$$

$$-\bar{U}'_A = [(R_{m1} + R_{m3} + Req) + j\omega Leq]\bar{I}'_A - R_{m3}(\bar{I}_3 - \bar{I}_{L_{m3}}) + R_{m1}(\bar{I}_1 - \bar{I}_{L_{m1}}) \quad (4.34)$$

Para completar a análise do circuito equivalente as restantes equações tem a seguinte forma:

$$\frac{di_{Lm_1}}{dt} = \frac{U_{12}}{Lm_1} - \frac{r_1}{Lm_1} \cdot i_1 - \frac{l_1}{Lm_1} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (4.35)$$

$$\bar{I}_{Lm_1} = \frac{\bar{U}_1 - (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1}{Lm_1 j\omega} \quad (4.36)$$

$$\frac{di_{Lm_3}}{dt} = \frac{U_{31}}{Lm_3} - \frac{r_3}{Lm_3} \cdot i_3 - \frac{l_3}{Lm_3} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (4.37)$$

$$\bar{I}_{Lm_3} = \frac{\bar{U}_3 - (R_3 + j\omega L_3)\bar{I}_3}{Lm_3 j\omega} \quad (4.38)$$

Sendo necessárias cinco equações para traduzir o comportamento da tensão e da corrente correspondente à fase A, essas equações serão:

$$\bar{U}_{12} = (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1 + Lm_1 j\omega \bar{I}_{Lm_1} \quad (4.39)$$

$$\bar{U}_{31} = (R_3 + j\omega L_3)\bar{I}_3 + Lm_3 j\omega \bar{I}_{Lm_3} \quad (4.40)$$

$$-\bar{U}'_A = [(R_{m1} + R_{m3} + R_{eq}) + j\omega L_{eq}]\bar{I}'_A - R_{m3}(\bar{I}_3 - \bar{I}_{Lm_3}) + R_{m1}(\bar{I}_1 - \bar{I}_{Lm_1}) \quad (4.41)$$

$$\bar{I}_{Lm_1} = \frac{\bar{U}_1 - (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1}{Lm_1 j\omega} \quad (4.42)$$

$$\bar{I}_{Lm_3} = \frac{U_3 - (R_3 + j\omega L_3)\bar{I}_3}{Lm_3 j\omega} \quad (4.43)$$

4.2.1.2.2.Fase B

Considerando agora a fase B, o circuito correspondente está ilustrado na Figura 4-6, onde para esta fase são consideradas as fontes de tensão U_{12} , U_3 e U_{31} .

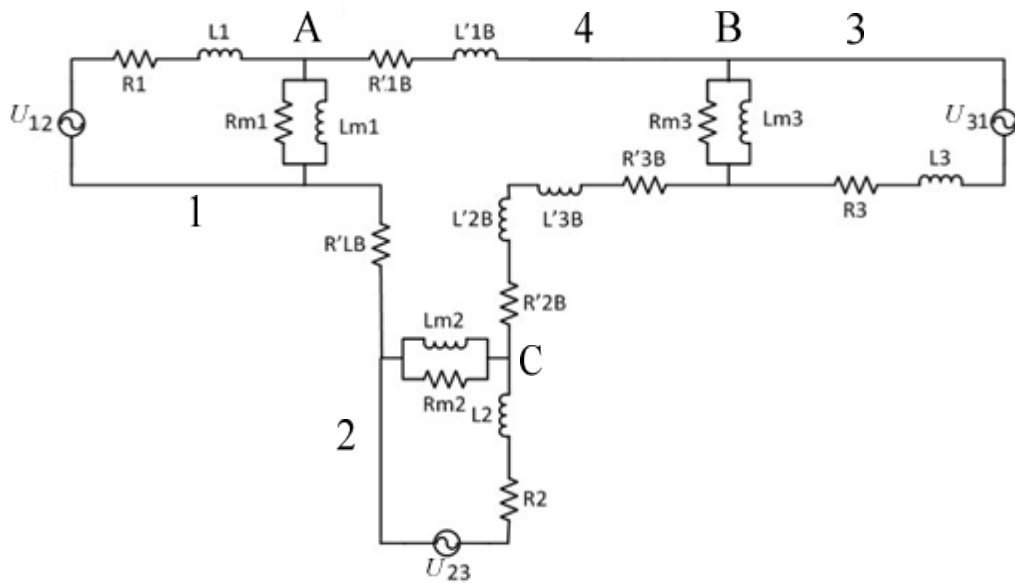


Figura 4-6 : Esquema equivalente para fase B.

A metodologia para a análise do circuito é a mesma que foi utilizada anteriormente.

Para o nó A, ilustrado na figura 4-6, a corrente i_1 , adicionada à corrente $i_{b'}$, é igual á soma das correntes da componente magnetizante que passa pela bobina pura de indutância e de perdas que passa pela resistência de perdas de ferro no transformador.

$$i_1 + i_{b'} - i_{Rm_1} - i_{Lm_1} = 0 \quad (4.44)$$

Para o nó B, a corrente i_3 é igual à soma da corrente $i_{b'}$ com as correntes da componente magnetizante que passa pela bobina pura de indutância e de perdas que passa pela resistência de perdas de ferro no transformador.

$$i_3 - i_{b'} - i_{Rm_3} - i_{Lm_3} = 0 \quad (4.45)$$

Finalmente para o nó C, a corrente i_2 é igual à soma da corrente da fase B, $i_{b'}$, com as correntes da componente magnetizante que passa pela bobina pura de indutância e de perdas que passa pela resistência de perdas de ferro no transformador.

$$i_2 - i_{b'} - i_{Rm_2} - i_{Lm_2} = 0 \quad (4.46)$$

Continuando, agora, com a análise das malhas circuito, na malha 1, onde a tensão V_{12} , resulta da soma das quedas de tensão resistiva e indutiva do transformador juntamente com a soma da queda de tensão que passa no ramo transversal através da resistência de perdas no ferro do transformador.

$$-U_{12} + r_1 \cdot i_1 + l_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + Rm_1 \cdot i_{Rm_1} = 0 \quad (4.47)$$

A equação anterior pode ser reescrita tendo em conta as equações das correntes, nomeadamente a equação 4.44.

$$-U_{12} + r_1 \cdot i_1 + l_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + Lm_1 \cdot i_1 + Lm_1 \cdot i_{b'} - Lm_1 \cdot i_{Lm_1} = 0 \quad (4.48)$$

$$\bar{U}_{12} = (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1 + L_{m1}j\omega\bar{I}_{L_{m1}} \quad (4.49)$$

Por sua vez para a malha 2, a tensão, V_{21} é igual à soma das quedas de tensão resistiva e indutiva do transformador à qual se adiciona a queda de tensão que passa no ramo transversal através da resistência de perdas no ferro do transformador.

$$-U_{23} + r_2 \cdot i_2 + l_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + Rm_2 \cdot i_{Rm_2} = 0 \quad (4.50)$$

Substituindo a equação 4.46 na equação 4.50, esta última vem na forma:

$$-U_{23} + r_2 \cdot i_2 + l_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + Lm_2 \cdot i_2 - Lm_2 \cdot i_{b'} - Lm_2 \cdot i_{Lm_2} = 0 \quad (4.51)$$

$$\bar{U}_{23} = (R_2 + j\omega L_2)\bar{I}_2 + L_{m2}j\omega\bar{I}_{L_{m2}} \quad (4.52)$$

Na malha 3, a tensão V_{31} é igual à soma das quedas de tensão resistiva e indutiva do transformador à qual se adiciona a queda de tensão que passa no ramo transversal através da resistência de perdas no ferro do transformador.

$$-U_{31} + r_3 \cdot i_3 + l_3 \cdot \frac{di_3}{dt} + Rm_3 \cdot i_{Rm_3} = 0 \quad (4.53)$$

Aplicando a equação 4.45 na equação anterior, 4.53 esta será reescrita na seguinte forma:

$$-U_{31} + r_3 \cdot i_3 + l_3 \cdot \frac{di_3}{dt} + Lm_3 \cdot i_3 + Lm_3 \cdot i_{b'} - Lm_3 \cdot i_{Lm_3} = 0 \quad (4.54)$$

$$\bar{U}_{31} = (R_3 + j\omega L_3)\bar{I}_3 + Lm_3 j\omega \bar{I}_{Lm_3} \quad (4.55)$$

Analisando a malha 4, onde se pode determinar a queda de tensão $v_{b'}$, que pode ser traduzida pela equação seguinte:

$$u_{b'} - Lm_2 \cdot \frac{di_{Lm_2}}{dt} + Req \cdot i_{b'} + Leq \cdot \frac{di_{b'}}{dt} + Lm_3 \cdot \frac{di_{Lm_3}}{dt} + Lm_1 \cdot \frac{di_{Lm_1}}{dt} = 0 \quad (4.56)$$

Assumindo que a queda de tensão resistiva magnética é igual à queda indutiva magnética do transformador,

$$Rm \cdot i_{Lm} = Lm \cdot \frac{di_{Lm}}{dt} \quad (4.57)$$

E mais uma vez associando as resistências e indutâncias obtém-se uma resistência indutância equivalente,

$$Req = R_{1b'} + R_{2b'} + R_{3b'} \quad (4.58)$$

$$Leq = L_{1b'} + L_{2b'} + L_{3b'} \quad (4.59)$$

Substituindo as equações 4.57, 4.58 e 4.59 na equação 4.56 esta última, toma o novo aspeto:

$$u_{b'} + R_{m1} \cdot i_1 - R_{m2} \cdot i_2 + R_{m1} \cdot i_3 - R_{m1} \cdot i_{L_{m1}} - R_{m3} \cdot i_{L_{m3}} + R_{m2} \cdot i_{L_{m2}} + (R_{m1} + R_{m2} + R_{m3} + R_{eq}) \cdot i_b + Leq \cdot \frac{di_{b'}}{dt} = 0 \quad (4.60)$$

$$-\bar{U}'_B = [(R_{m1} + R_{m2} + R_{m3} + R_{eq}) + j\omega L_{eq}] \bar{I}'_B + R_{m1}(\bar{I}_1 - \bar{I}_{L_{m1}}) - R_{m2}(\bar{I}_2 - \bar{I}_{L_{m2}}) + R_{m3}(\bar{I}_3 - \bar{I}_{L_{m3}}) \quad (4.61)$$

Para completar a análise do circuito equivalente as equações tem a seguinte forma:

$$\frac{di_{L_{m1}}}{dt} = \frac{U_{12}}{L_{m1}} - \frac{r_1}{L_{m1}} \cdot i_1 - \frac{l_1}{L_{m1}} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (4.62)$$

$$\bar{I}_{L_{m1}} = \frac{\bar{U}_{12} - (R_1 + j\omega L_1) \bar{I}_1}{L_{m1} j\omega} \quad (4.63)$$

$$\frac{di_{L_{m2}}}{dt} = \frac{U_{23}}{L_{m2}} - \frac{r_2}{L_{m2}} \cdot i_2 - \frac{l_2}{L_{m2}} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (4.64)$$

$$\bar{I}_{L_{m2}} = \frac{\bar{U}_{23} - (R_2 + j\omega L_2) \bar{I}_2}{L_{m2} j\omega} \quad (4.65)$$

$$\frac{di_{L_{m3}}}{dt} = \frac{U_{31}}{L_{m3}} - \frac{r_3}{L_{m3}} \cdot i_3 - \frac{l_3}{L_{m3}} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (4.66)$$

$$\bar{I}_{L_{m3}} = \frac{U_{31} - (R_3 + j\omega L_3) \bar{I}_3}{L_{m3} j\omega} \quad (4.67)$$

Sendo necessárias sete equações para traduzir o comportamento da tensão e da corrente correspondente à fase B, essas equações serão:

$$\bar{U}_{12} = (R_1 + j\omega L_1) \bar{I}_1 + L_{m1} j\omega \bar{I}_{L_{m1}} \quad (4.68)$$

$$\bar{U}_{23} = (R_2 + j\omega L_2) \bar{I}_2 + L_{m2} j\omega \bar{I}_{L_{m2}} \quad (4.69)$$

$$\bar{U}_{31} = (R_3 + j\omega L_3) \bar{I}_3 + L_{m3} j\omega \bar{I}_{L_{m3}} \quad (4.70)$$

$$-\bar{U}'_B = [(R_{m1} + R_{m2} + R_{m3} + R_{eq}) + j\omega L_{eq}] \bar{I}'_B + R_{m1}(\bar{I}_1 - \bar{I}_{L_{m1}}) - R_{m2}(\bar{I}_2 - \bar{I}_{L_{m2}}) + R_{m3}(\bar{I}_3 - \bar{I}_{L_{m3}}) \quad (4.71)$$

$$\bar{I}_{L_{m1}} = \frac{\bar{U}_{12} - (R_1 + j\omega L_1) \bar{I}_1}{L_{m1} j\omega} \quad (4.72)$$

$$\bar{I}_{L_{m2}} = \frac{\bar{U}_{23} - (R_2 + j\omega L_2) \bar{I}_2}{L_{m2} j\omega} \quad (4.73)$$

$$\bar{I}_{L_{m3}} = \frac{\bar{U}_{31} - (R_3 + j\omega L_3) \bar{I}_3}{L_{m3} j\omega} \quad (4.74)$$

Com as dozes equações, 5 para a fase A e 7 para a fase B, fica possível modelar o funcionamento do transformador *Le Blanc*.

As equações do transformador Le Blanc também podem ser escritas na forma matricial, tomando a forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{l_1} & 0 & 0 & -\left(\frac{R_1+l_{m1}}{l_1}\right) & 0 & -\frac{l_{m1}}{l_1} & \frac{l_{m1}}{l_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_3} & 0 & 0 & -\left(\frac{R_3+l_{m3}}{l_3}\right) & -\frac{l_{m3}}{l_3} & 0 & \frac{l_{m3}}{l_3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{l_{eq}} & -\frac{R_{m1}}{l_{eq}} & \frac{R_{m3}}{l_{eq}} & -\left(\frac{R_{eq}+R_{m1}+R_{m3}}{l_{eq}}\right) & -\frac{R_{m1}}{l_{eq}} & -\frac{R_{m3}}{l_{eq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{31} \\ V'_A \\ I_1 \\ I_3 \\ I'_A \\ I_{m1} \\ I_{m3} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i'_A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{l_1}{l_{m1}} & \frac{l_3}{l_{m3}} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{l_{m1}} & -\frac{R_1}{l_{m1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l_{m3}} & -\frac{R_3}{l_{m3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{12} \\ I_1 \\ V_{31} \\ I_3 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{m1} \\ i_{m3} \end{bmatrix}$$

Para a fase A e para a fase B obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_1+l_{m1}}{l_1}\right) & 0 & 0 & -\frac{l_{m1}}{l_1} & \frac{l_{m1}}{l_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_2} & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_2+l_{m2}}{l_2}\right) & 0 & 0 & -\frac{l_{m2}}{l_2} & \frac{l_{m2}}{l_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l_3} & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_3+l_{m3}}{l_3}\right) & 0 & 0 & -\frac{l_{m3}}{l_3} & \frac{l_{m3}}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l_{eq}} & -\frac{R_{m1}}{l_{eq}} & \frac{R_{m2}}{l_{eq}} & -\frac{R_{m3}}{l_{eq}} & -\left(\frac{R_{eq}+R_{m1}+R_{m2}+R_{m3}}{l_{eq}}\right) & \frac{R_{m1}}{l_{eq}} & -\frac{R_{m2}}{l_{eq}} & \frac{R_{m3}}{l_{eq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{23} \\ V_{31} \\ V'_B \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I'_B \\ I_{m1} \\ I_{m2} \\ I_{m3} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_{21} \\ i_3 \\ i'_B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{l_1}{l_{m1}} & \frac{l_2}{l_{m2}} & \frac{l_3}{l_{m3}} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{l_{m1}} & -\frac{R_1}{l_{m1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l_{m2}} & -\frac{R_2}{l_{m2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l_{m3}} & -\frac{R_3}{l_{m3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{12} \\ I_1 \\ V_{23} \\ I_2 \\ V_{31} \\ I_3 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{m1} \\ i_{m2} \\ i_{m3} \end{bmatrix}$$

5 Simulação e Resultados Experimentais

Neste capítulo são apresentados os resultados da simulação e da implementação experimental do transformador *Le Blanc*, assim como, a formulação do seu modelo em ambiente *MATLAB®*, desenvolvido segundo os objetivos delineados na dissertação.

5.1 Montagem Experimental

Para a montagem experimental utilizou-se um transformador trifásico, apresentado na Figura 5-2, de 2kVA com 220V/2x63,5V por coluna, cada uma correspondente a uma fase e cada fase tem três enrolamentos conforme se pode verificar pelo esquema ilustrado na figura 5-1, sendo que os enrolamentos do secundário possuem diversas ligações *tap*.

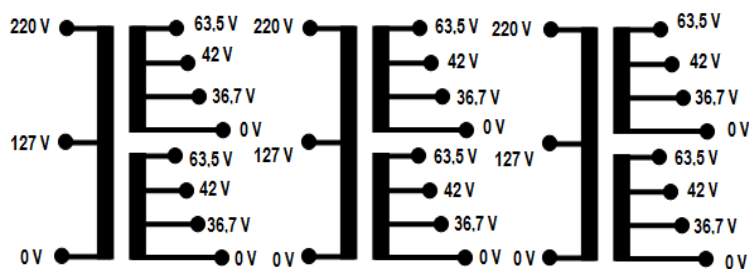


Figura 5-1 : Configuração de ligações do transformador trifásico.

O primário do transformado é constituído por três enrolamentos a que se faz corresponder uma fase, no seu secundário existe a possibilidade de funcionarem seis enrolamentos mas para o caso de funcionar como um transformador *Le Blanc*, onde são necessários cinco enrolamentos no secundário, aqui serão realizadas conexões entres os enrolamentos de modo

a existirem os cinco necessários para o funcionamento do transformador *Le Blanc*, de modo a que se obtenham as duas fases de saída.



Figura 5-2 : Transformador *Le Blanc* utilizado nos ensaios experimentais.

As cargas utilizadas durante os ensaios foram constituídas por quatro resistências, uma de $11\Omega/8A$ e as restantes três de $10\Omega/5,7A$, como se pode ver na Figura 5-3, que durante os ensaios estiveram ligadas aos pares em série, para criar uma carga de 20Ω .



Figura 5-3 : Banco de resistências que formaram a carga nos ensaios experimentais

Para os ensaios foi utilizado um autotransformador, sendo assim possível regular o valor da tensão com que se alimentou o transformador para o ensaio experimental.

O registo dos resultados do ensaio experimental foi realizado com equipamento específico para o efeito, como por exemplo, pinças multimétricas, multímetros, osciloscópios, alguns destes equipamentos podem ser visualizados na Figura 5-4.

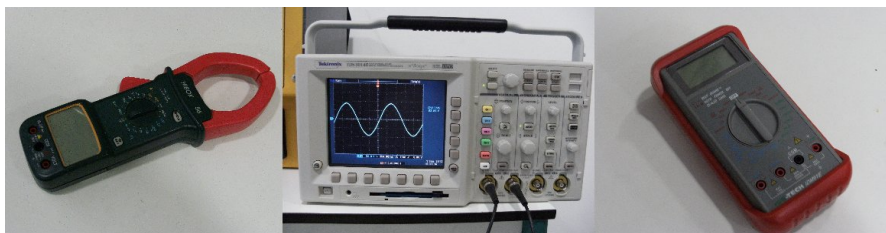


Figura 5-4 : Alguns equipamentos de medida utilizados nos ensaios, Pinça, Osciloscópio e Multímetro.

O ensaio experimental, realiza-se com a configuração do transformador *Le Blanc*, o esquema de ligações está ilustrado na Figura 5-5.

Aos terminais da alta tensão, o primário do transformador, aplica-se uma tensão de $150V$ nas três fases U_1 , U_2 e U_3 aos terminais da baixa tensão são conectadas as resistências que formam a carga que o transformador irá funcionar.

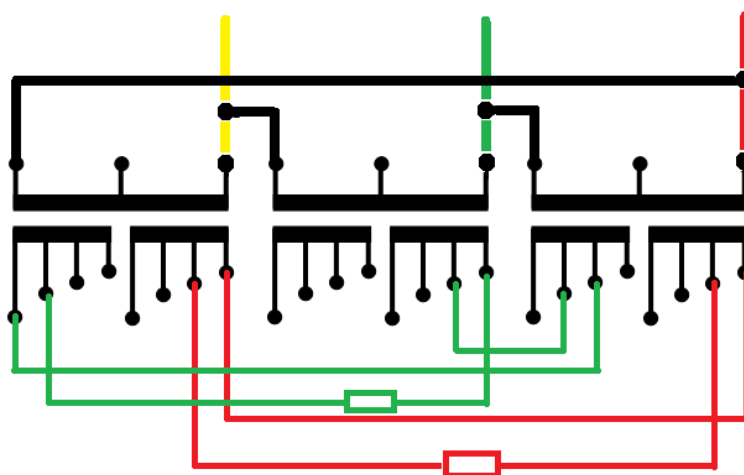


Figura 5-5 : Diagrama das ligações para o ensaio experimental no transformador.

No ensaio do transformador foi através do osciloscópio, equipamento que permite visualizar as formas de onda das tensões de saída do transformador, que se registou resultados que mais à frente serão apresentados.

A Figura 5-6 ilustra o esquema de ligações no ensaio experimental do transformador *Le Blanc* e a Figura 5-7 permite visualizar o aspeto da montagem do ensaio experimental do transformador *Le Blanc*.

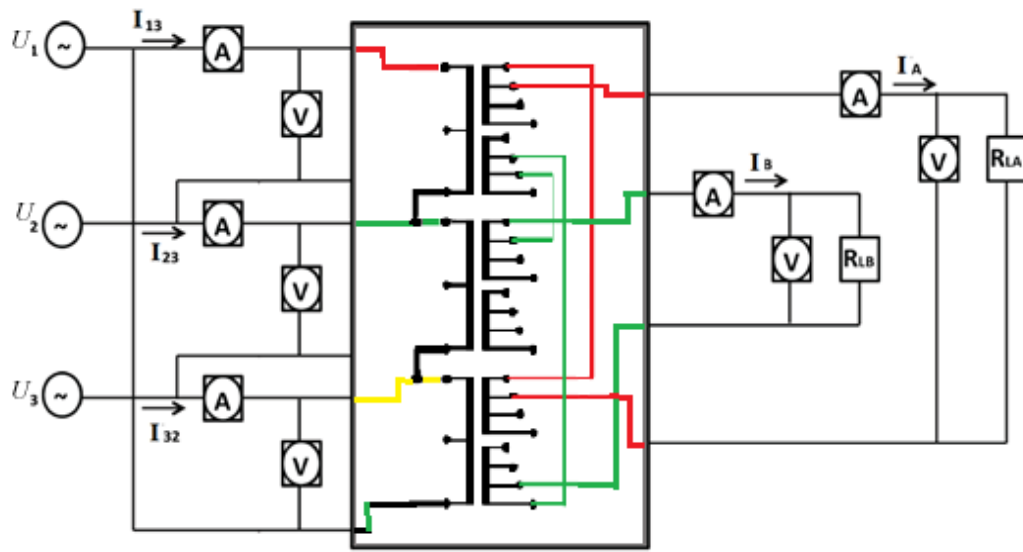


Figura 5-6 : Esquema de Ligações para o ensaio experimental



Figura 5-7 : Montagem experimental do transformador.

5.2 Simulação

Quando se pretende simular um transformador é necessário conhecer os seus parâmetros, muitas das vezes esses parâmetros são facultados pelo fabricante do transformador mas quando não são facultados, sendo este o caso, é necessário se realizar ensaios em curto-circuito e em vazio, para determinar os parâmetros.

O ensaio em Vazio permite calcular as perdas do transformador em vazio e caso necessário a relação de transformação.

Para o ensaio em Vazio o lado da alta tensão, fica em vazio enquanto no lado da baixa tensão é lhe aplicada gradualmente uma tensão até atingir o seu valor nominal, o esquema de ligação para o ensaio em vazio encontra-se ilustrado na Figura 5-8.

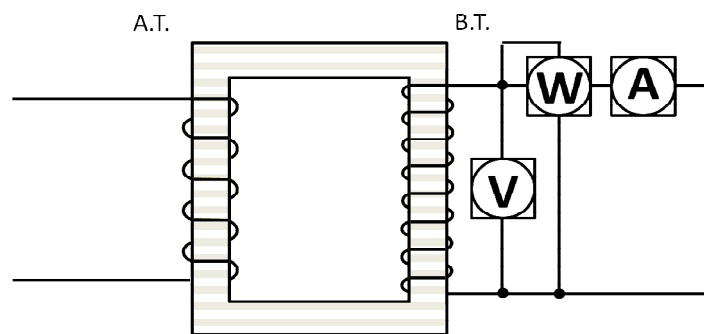


Figura 5-8 : Esquema de ligação do ensaio em Vazio.

Como a impedância do ramo de magnetização é muito maior que a impedância formada pela resistência e pela indutância de dispersão do enrolamento do primário logo a queda de tensão que nelas ocorre é muito pequena e pode ser desprezada.

Adquiridos os valores para a corrente, tensão e potência em vazio, com eles e recorrendo a cálculos matemáticos é possível determinar a impedância em vazio, equação 5.1, o fator de potência, equação 5.2, a resistência em vazio, equação 5.3 e a indutância em vazio, equação 5.4.

$$Z_V = \frac{U_V}{I_V} \quad (5.1)$$

$$\cos(\rho_V) = \frac{P_V}{U_V \cdot I_V} \quad (5.2)$$

$$R_m = \frac{1}{\frac{1}{Z_V} \cdot \cos(\rho_V)} \quad (5.3)$$

$$L_m = \frac{1}{\frac{1}{Z_v} \cdot \sin(\rho_v)} \cdot \frac{1}{100 \cdot \pi} \quad (5.4)$$

O ensaio em Curto-circuito determina a impedância e as resistências de perda e dispersão.

Neste ensaio, os terminais do lado da baixa tensão do transformador, o secundário, são curto-circuitados e aos terminais do primário, o lado de alta tensão, é aplicada gradualmente uma tensão de modo que a corrente existente nos seus terminais não ultrapasse o seu valor nominal, o esquema de ligação para o ensaio em Curto-circuito encontra-se ilustrado na Figura 5-9.

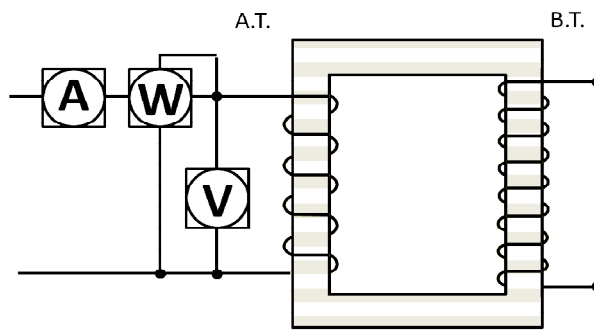


Figura 5-9 : Esquema da ligação do ensaio em Curto-Circuito.

A impedância de magnetização tem um valor muito superior aos valores das duas impedâncias em serie, a corrente de excitação é muito pequena podendo ser desprezada.

Mais uma vez, depois de adquiridos os valores da corrente, tensão e potência em Curto-Circuito e mais uma vez recorrendo a cálculos matemáticos é possível determinar a impedância em Curto-Circuito, equação 5.5, o fator de potência, equação 5.6, a resistência em vazio, equação 5.7 e a indutância em vazio, equação 5.8.

Assumiu-se que o ramo transversal é um paralelo.

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{cc}} \quad (5.5)$$

$$\cos(\rho_{cc}) = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{cc}} \quad (5.6)$$

$$R_{eq} = Z_{cc} \cdot \cos(\rho_{cc}) \quad (5.7)$$

$$L_{eq} = \frac{Z_{cc} \cdot \sin(\rho_{cc})}{100 \cdot \pi} \quad (5.8)$$

R_{eq} e L_{eq} , resultam da soma das resistências e impedâncias que admitem-se iguais, logo serão divididas por dois, também R_{eq} e L_{eq} estão reduzidas ao primário e R_m e L_m tiveram de ser reduzidas para o primário.

Na Tabela 5-1 estão os parâmetros do transformador *Le Blanc* obtidos e utilizados nos ensaios de simulação.

Tabela 5-1 : Parâmetros do Transformador a usar no modelo matemático.

		<i>Transformador \emptyset</i>		
		1	2	3
<i>Fase \emptyset</i>	$R_{m(\emptyset)}$ (Ω)	908.771	1996.002	910.14
	$L_{m(\emptyset)}$ (H)	1.730	4.251	1.711
	$R_{(\emptyset)}$ (Ω)	2.008	1.436	1.875
	$L_{(\emptyset)}$ (H)	0.004	0.003	0.004
A	$R_{\emptyset(\emptyset p)}$ (Ω)	0.671	-	0.223
	$L_{\emptyset(\emptyset p)}$ (H)	0.0013	-	0.0005
B	$R_{\emptyset(\emptyset p)}$ (Ω)	0.619	0.639	0.211
	$L_{\emptyset(\emptyset p)}$ (H)	0.0014	0.0012	0.0005

5.2.1. Implementação do modelo em ambiente *Matlab*[®]

O *Matlab*[®] possui diversas bibliotecas, nomeadamente o *Simulink* e o *SimPowerSystems*, que foram utilizadas na implementação do modelo em *Matlab*[®] de uma forma direta para o caso do *SimPowerSystems*, e através das equações desenvolvidas nos capítulos anteriores para o *Simulink*.

O *Simulink* é um ambiente de simulação para sistemas dinâmicos, ele fornece um ambiente gráfico interativo e um conjunto de bibliotecas de blocos personalizados que permite projetar, simular, implementar e testar uma variedade de sistemas variantes no tempo. Como está integrado no *Matlab*[®] proporciona um acesso a uma vasta gama de ferramentas que permitem desenvolver os sistemas a testar e analisar.

Por sua vez, o *SimPowerSystems* fornece bibliotecas de componentes e ferramentas de análise para a modelização e simulação de sistemas elétricos de potência. O *SimPowerSystems* também permite total controlo dos parâmetros dos componentes usados nos sistemas implementados.

Recorrendo ao *SimPowersystems* a modulação é bastante intuitiva, consistindo apenas na ligação dos componentes que existem nas bibliotecas, transformadores e resistências carga, que depois apenas precisam de ser ajustadas, como se pode verificar na ilustração na Figura 5-10.

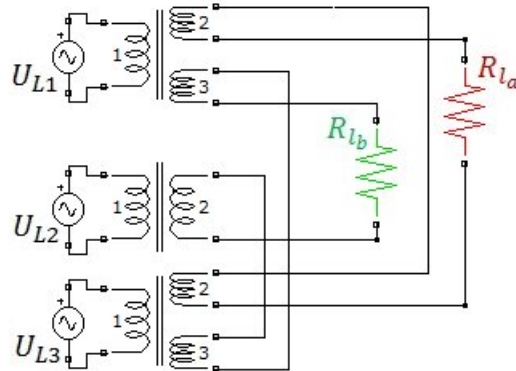


Figura 5-10 : Diagrama do Transformador *Le Blanc* no *SimPowersystems*.

Neste caso a modelização é realizada matematicamente, análise que foi realizada no capítulo anterior onde foram obtidas as equações que permitem, utilizando a metodologia de diagrama de blocos, implementar e simular o transformador *Le Blanc*.

Sendo já conhecidas as cinco equações que representam o comportamento da fase A, pode-se construir os diagramas que serviram para modelizar e simular o comportamento desta.

Recordando as cinco equações determinadas anteriormente para a fase A.

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_{L1}}{l_1} + \frac{(r_1 + Rm)}{l_1} \cdot i_1 + \frac{Rm}{l_1} \cdot i_{a'} + \frac{Rm}{l_1} \cdot i_{Lm_1} \quad (5.9)$$

$$\frac{di_3}{dt} = \frac{U_{L3}}{l_3} - \frac{(r_3 + Rm)}{l_3} \cdot i_3 + \frac{Rm}{l_3} \cdot i_{a'} + \frac{Rm}{l_3} \cdot i_{Lm_3} \quad (5.10)$$

$$\frac{di_{a'}}{dt} = -\frac{u_{a'}}{Leq} - \frac{(2 \cdot Req + Rm)}{Leq} \cdot i_{a'} + \frac{Rm}{Leq} \cdot i_3 - \frac{Rm}{Leq} \cdot i_1 + \frac{Rm}{Leq} \cdot i_{Lm_1} - \frac{Rm}{Leq} \cdot i_{Lm_3} \quad (5.11)$$

$$\frac{di_{Lm_1}}{dt} = \frac{U_{L1}}{Lm} - \frac{r_1}{Lm} \cdot i_1 - \frac{l_1}{Lm} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (5.12)$$

$$\frac{di_{Lm_3}}{dt} = \frac{U_{L3}}{Lm} - \frac{r_3}{Lm} \cdot i_3 - \frac{l_3}{Lm} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (5.13)$$

Para criar o modelo com base no conceito de blocos, faz-se corresponder cada equação um bloco. Por exemplo, associar a equação 5.9 a um bloco significa que, a saída do bloco corresponde ao resultado da equação, neste caso $\frac{di_1}{dt}$.

Na entrada do bloco é necessário estarem as variáveis que a equação depende, U_{L1} , i_1 , i_a e i_{LM1} . As restantes incógnitas da equação podem ser previamente declaradas pois são constantes.

Pela Figura 5-11 pode ser ver o diagrama de blocos para a simulação do circuito equivalente referente à fase A, para a qual se usa as equações determinadas.

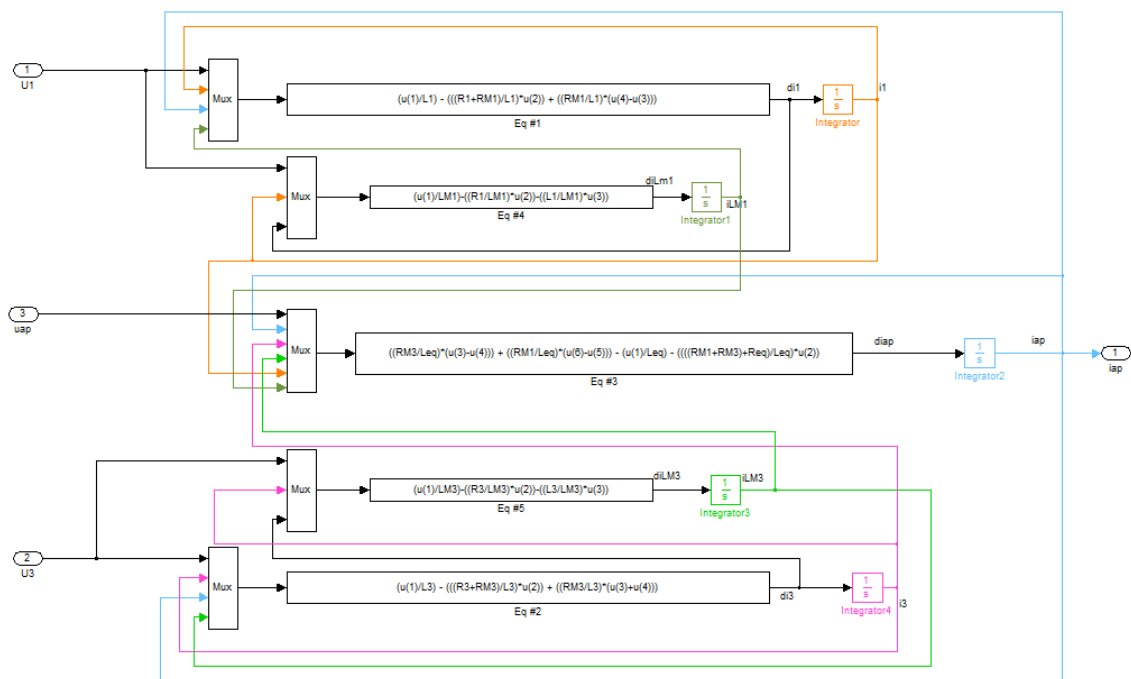


Figura 5-11 : Diagrama de Blocos para a fase A.

Fizeram-se atribuir a equação 5.9 ao bloco “Eq #1”, a equação 5.10 o bloco “Eq #2”, a equação 5.11 o bloco “Eq #3”, a equação 5.12 o bloco “Eq #4” e para a equação 5.13 o bloco “Eq #5”, como se pode verificar pela Figura 5-19.

Pela Figura 5-11, pode se ver a existência de blocos do tipo “Mux” e “1/s” ou blocos integradores.

Blocos que auxiliam a implementação das equações desenvolvidas no ambiente de *Matlab*[®], para a biblioteca *Simulink*.

Para a fase B, Com as suas sete equações, determinadas no capítulo anterior, constrói-se o diagrama de blocos que depois nos permite modelizar e simular o comportamento desta, com o diagrama representado na Figura 5-12.

De novo, recordando as sete equações.

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_{L1}}{l_1} - \frac{(r_1 + Rm)}{l_1} \cdot i_1 - \frac{Rm}{l_1} \cdot i_{b'} + \frac{Rm}{l_1} \cdot i_{Lm_1} \quad (5.14)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{U_{L2}}{l_2} - \frac{(r_2 + Rm)}{l_2} \cdot i_2 + \frac{Rm}{l_2} \cdot i_{b'} + \frac{Rm}{l_2} \cdot i_{Lm_2} \quad (5.15)$$

$$\frac{di_3}{dt} = \frac{U_{L3}}{l_3} - \frac{(r_3 + Rm)}{l_3} \cdot i_3 - \frac{Rm}{l_3} \cdot i_{b'} + \frac{Rm}{l_3} \cdot i_{Lm_3} \quad (5.16)$$

$$\frac{di_{b'}}{dt} = -\frac{u_{b'}}{Leq} - \frac{(Req + 3 \cdot Rm)}{Leq} \cdot i_{b'} + \frac{Rm}{Leq} \cdot (-i_1 + i_2 - i_3 + i_{Lm_1} + i_{Lm_3} - i_{Lm_2}) \quad (5.17)$$

$$\frac{di_{Lm_1}}{dt} = \frac{U_{L1}}{Lm} - \frac{r_1}{Lm} \cdot i_1 - \frac{l_1}{Lm} \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (5.18)$$

$$\frac{di_{Lm_2}}{dt} = \frac{U_{L2}}{Lm} - \frac{r_2}{Lm} \cdot i_2 - \frac{l_2}{Lm} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (5.19)$$

$$\frac{di_{Lm_3}}{dt} = \frac{U_{L3}}{Lm} - \frac{r_3}{Lm} \cdot i_3 - \frac{l_3}{Lm} \cdot \frac{di_3}{dt} \quad (5.20)$$

Mais uma vez fizeram-se atribuir às equações 5.14 o bloco "Eq #1", a equação 5.15 ao bloco "Eq #2", a equação 5.16 ao bloco "Eq #3", a equação 5.17 ao bloco "Eq #4", a equação 5.18 ao bloco "Eq #5", a equação 5.19 ao bloco "Eq #6" e a equação 5.20 o bloco "Eq #7", como se pode visualizar na Figura 5-12.

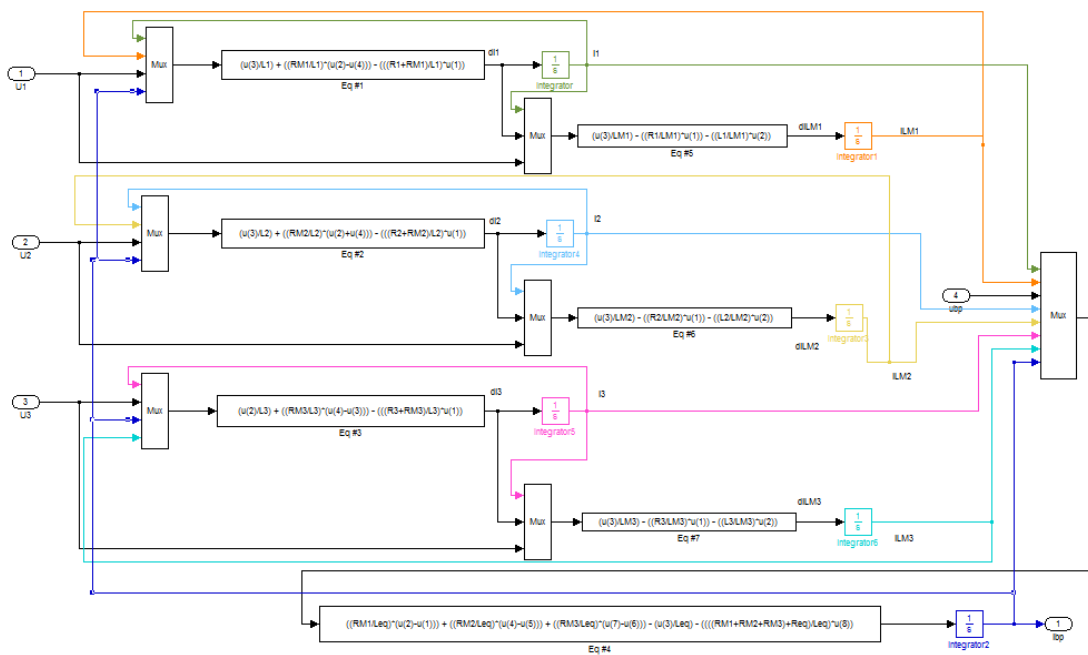


Figura 5-12 : Diagrama de Blocos para a fase B.

Conhecidos os dois diagramas de blocos, das fases A e B, podem-se então juntá-los de modo a criar então o modelo do transformador trifásico *Le Blanc* sendo possível assim a sua simulação.

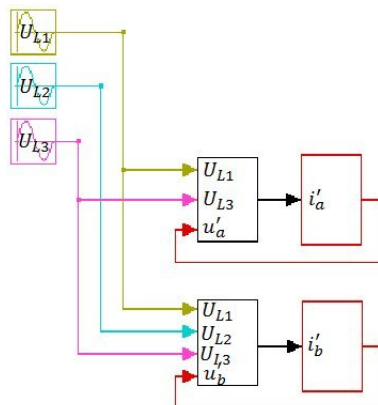


Figura 5-13 : Aspecto final do Modelo do Transformador *Le Blanc*.

O modelo resultante não se restringe apenas ao transformador utilizado para a realização desta dissertação pois o seus blocos permitem que os parâmetros referentes às grandezas físicas do transformador, como resistências, impedâncias internas e relutâncias magnéticas, sejam alteradas de modo a ser possível a simulação de outros transformadores. Assim como a possibilidade de simular outros tipos de transformadores, o facto de se poder alterar

os parâmetros nos blocos também nos permite simular o transformador quer seja em vazio, em curto-circuito ou e até em carga. A Figura 5-13 mostra o aspecto final do modelo do transformador do tipo *Le Blanc*.

5.3 Resultados simulados e experimentais

Depois de se terem determinado os parâmetros do transformador *Le Blanc* que será usado no ensaio experimental, foram conduzidos os ensaios de simulação como o modelo criado e os ensaios experimentais com o transformador.

Considerando-se um sistema trifásico equilibrado com uma tensão de entrada de 150V a 50Hz as tensões de saída referentes às fases A e B são apresentadas na Figura 5-14 assim como as correntes das mesmas fases são apresentadas na Figura 5-15.

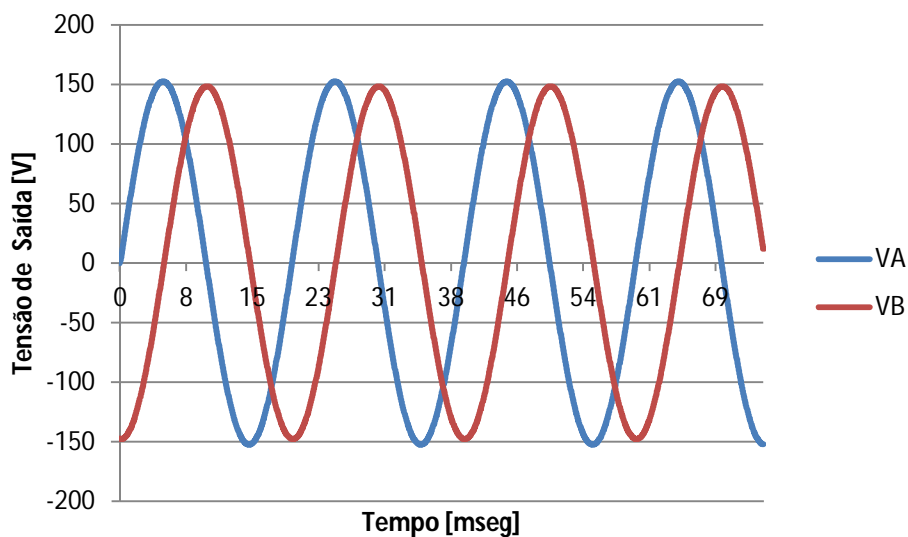


Figura 5-14 : Tensões de Saída do transformador *Le Blanc* (resultados simulados)

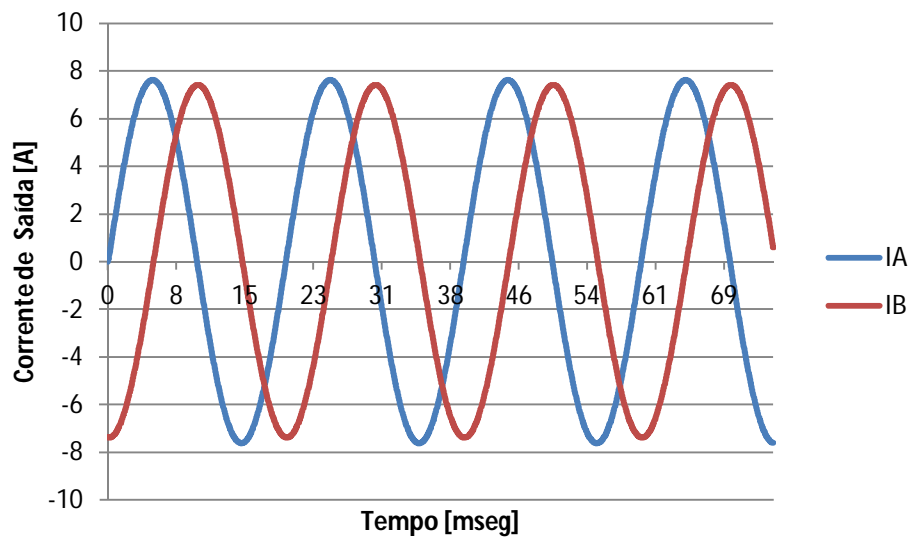


Figura 5-15 : Correntes de Saída do transformador *Le Blanc* (resultados simulados)

Pode-se constatar que é um sistema bifásico com as duas fases a mostrarem uma amplitude não exatamente igual mas com valores bastante próximos e uma defasagem correta, noventa graus entre si.

Paralelamente fez-se o ensaio experimental com o transformador *Le Blanc*, cujo aspeto geral se encontra na Figura 5-7.

Mais uma vez, considerando um sistema trifásico equilibrado com uma tensão de entrada de 150V a 50Hz as tensões de entrada no transformador estão representadas na Figura 5-16 assim como as tensões de saída referentes às fases A e B estão representadas pela Figura 5-17, e as correntes de saída respetivas na Figura 5-18.

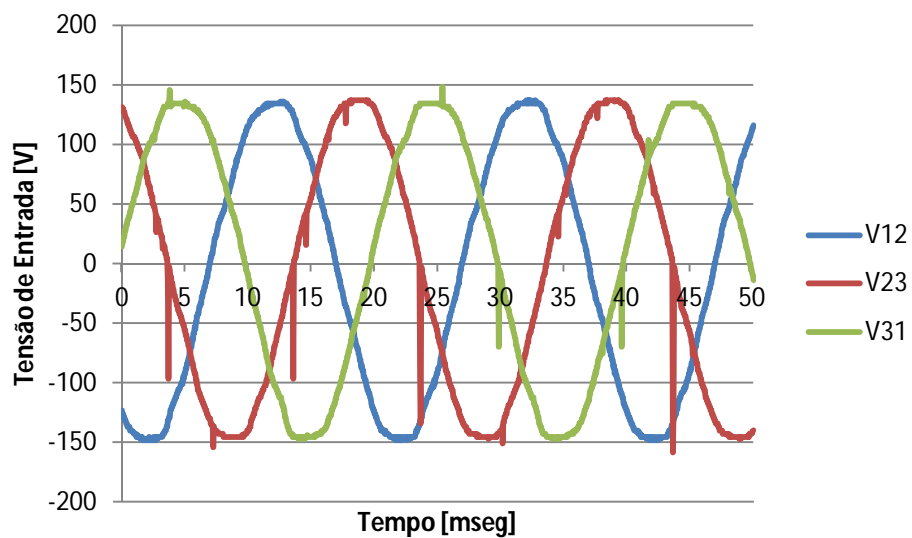


Figura 5-16 : Tensões de Entrada no Transformador *Le Blanc* (Ensaio Experimental)

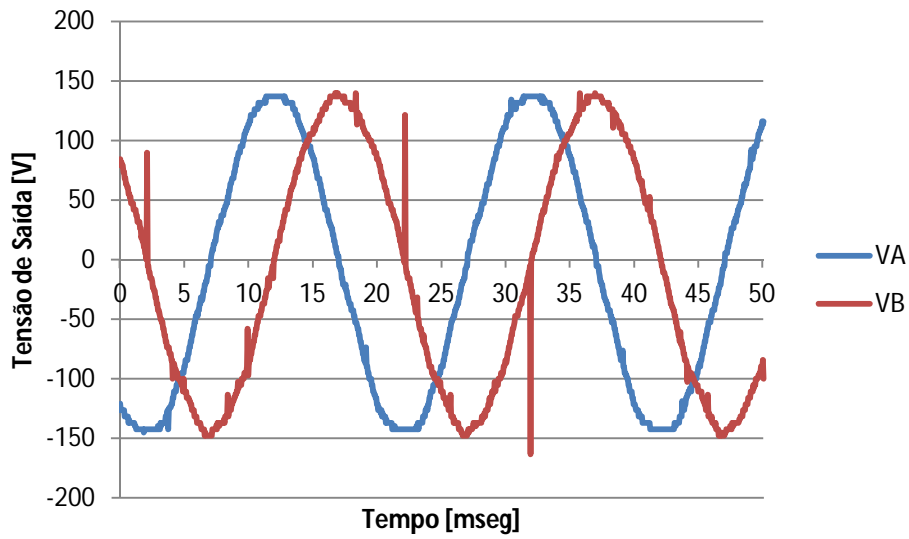


Figura 5-17 : Tensões de Saída do Transformador *Le Blanc* (Ensaio Experimental)

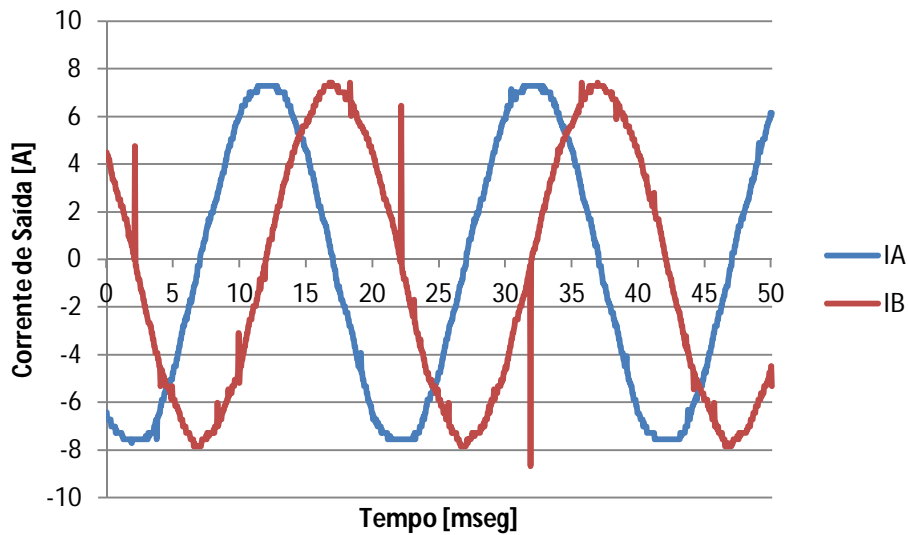


Figura 5-18 : Correntes de Saída do Transformador *Le Blanc* (Ensaio Experimental)

Na Tabela 5-2 estão registados os valores eficazes dos resultados obtidos nos ensaios realizados, quer experimental, com o transformador *Le Blanc* assim como o ensaio resultante da simulação do transformador.

Tabela 5-2 : Resultados obtidos dos Ensaio Experimental e da Simulação

Ensaio Experimental				Simulação			
$V_A [V]$	$I_A [A]$	$V_B [V]$	$I_B [A]$	$V_A [V]$	$I_A [A]$	$V_B [V]$	$I_B [A]$
137	7	140	7	152	7	150	7

5.4 Análise dos resultados obtidos

Tanto pelas Figuras apresentadas anteriormente, as Figuras 5-14 à 5-18, como pela Tabela 5-2, pode se verificar que o sistema de duas fases resultante do transformador *Le Blanc* apresentam a mesma amplitude, comprovando assim a precisão das equações determinadas no Capítulo 4 no que respeita à modelação do transformador *Le Blanc*.

A discrepância entre resultados, deve-se ao facto de não existir na realidade nenhum sistema elétrico perfeito, mesmo modelando o transformador tendo em conta as suas impedâncias e resistências, é normal que no ensaio experimental os seus resultados sejam sempre diferentes dos esperados.

6 Conclusões e Trabalho Futuro

Neste capítulo final, são apresentadas as conclusões retiradas, dos resultados dos ensaios apresentados anteriormente, sobre a capacidade e eficácia do modelo criado.

Foi possível criar um modelo matemático resultante da análise do circuito equivalente do transformador, obtido do processo de modelização realizado através das suas grandezas físicas, nomeadamente tensões, correntes e impedâncias do transformador.

No processo de modelização, da análise do circuito equivalente do transformador *Le Blanc* como se pode verificar pela Figura 4-4, deparou-se com a complexidade do problema proposto, a modelização do transformador, na medida que o número de variáveis referentes às grandezas físicas que existem no circuito e que são necessárias para expressarem o funcionamento do transformador traduziriam enormes equações que seriam difíceis de trabalhar.

Também da análise do circuito equivalente do transformador, verificou-se que as relações de transformação do transformador, devido às suas ligações do secundário, são distintas para as duas fases de saída do transformador, revelando ser uma particularidade importante na criação do modelo do transformador *Le Blanc*.

Para simplificar a análise do circuito equivalente foi utilizado o teorema da sobreposição no circuito equivalente apresentado na Figura 4-4, resultando assim dois circuitos equivalentes distintos onde cada um deles se faz corresponder a uma das duas fases de saída, a fase A, Figura 4-5 e a fase B, Figura 5-6.

Pode se verificar, pelas figuras 5-14 à 5-18, e Tabela 5-2, que para a simulação o sistema de duas fases resultante do transformador *Le Blanc* apresentam a desfasagem esperada, noventa graus entre si, e as amplitudes com valores semelhantes embora com uma pequena diferença. O mesmo acontece com o ensaio experimental onde apresenta as ten-

sões de saída com uma defasagem de noventa graus e amplitudes na mesma ordem de grandeza.

Perante os resultados dos ensaios experimentais e da simulação, presentes na Tabela 5-2, o comportamento do simulador revela ser eficaz e satisfatório, tendo apresentado um erro que ronda os dez por cento, comprovando assim a precisão das equações determinadas no Capítulo 4 no que respeita à modelação do transformador *Le Blanc*.

Em suma foi desenvolvido um modelo do transformador *Le Blanc* que poderá ser base de muitos outros estudos, nomeadamente em electrónica de potência onde o transformador *Le Blanc* aparece referenciado como sendo base de inversores multinível por exemplo.

O modelo desenvolvido não está livre de nova revisão, com o intuito de o aperfeiçoar e até mesmo de o estudar e entender porque em simulação, ao contrário de um ensaio experimental, os resultados obtidos para as duas fizes tem a ligeira diferença.

Referências

- [1] C.-M. Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery using Matlab/Simulink*, P. H. PTR, Ed., Prentice Hall PTR, 1998.
- [2] L. Chua e K. Stromsmoe, "Lumped-circuit models for nonlinear inductors exhibiting hysteresis loops," *Circuit Theory, IEEE Transactions on*, vol. 17, n.º 4, pp. 564-574, nov 1970.
- [3] W. Neves, H. Dommel e W. Xu, "Practical distribution transformer models for harmonic studies," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 10, n.º 2, pp. 906-912, apr 1995.
- [4] B. Mork, "Five-legged wound-core transformer model: derivation, parameters, implementation and evaluation," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 14, n.º 4, pp. 1519-1526, oct 1999.
- [5] K. S. Sandhu, Vivek Pahawa, "Modelling and Simulation of Single-Phase transformer Including the Main Flux Saturation Effect".
- [6] H. Elrefaie e A. Megahed, "Modeling transformer internal faults using Matlab," em *Electrotechnical Conference, 2002. MELECON 2002. 11th Mediterranean*, 2002.
- [7] T. Tran-Quoc, L. Pierrat, A. Montmeat e O. Huet, "A dynamic model of power transformers," em *Electrotechnical Conference, 1996. MELECON '96., 8th Mediterranean*, 1996.
- [8] R. R. S. Simpson, Mehmet Tumay e H. El-Khatroushi, "Dynamic model of a

current transformer," *International Journal of Electrical Engineering and Education IJEEE*, vol. July, pp. 268-276, 2000.

- [9] A. J. Mohammadreza Dolation, "Simulation of Three Phase leg transformer behavior under different Voltage sag Types".
- [10] M. Elleuch e M. Poloujadoff, "A contribution to the modeling of three phase transformers using reluctances," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 32, n.º 2, pp. 335-343, mar 1996.
- [11] M. E. Staf, *Magnetic Circuits and Transformers*, MIT, Ed., MIT, 1943.
- [12] G. B. Nielsen, "Dynamic modeling of a three-phase transformer".
- [13] A. Ganz, "A Simple, Exact Equivalent Circuit for the Three-Winding Transformer," *Component Parts, IRE Transactions on*, vol. 9, n.º 4, pp. 212-213, dec 1962.
- [14] S. P. Hsu, "Problems in Analysis and Design of Switching Regulators," 1979.
- [15] D. M. Robert W. Erickson, "A Multiple-Winding Magnetics Model Having Directly Measurable Parameters".
- [16] A. A. Dauhajre, "Modeling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits," 1986.
- [17] Q. Chen, F. Lee, J. Z. Jiang e M. Jovanovic, "A new model for multiple-winding transformer," em *Power Electronics Specialists Conference, PESC '94 Record., 25th Annual IEEE*, 1994.
- [18] B.-K. Chen e B.-S. Guo, "Three phase models of specially connected transformers," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 11, n.º 1, pp. 323-330, jan 1996.
- [19] V. Pires, M. Guerreiro, J. Martins e J. Silva, "Three-phase multilevel inverter based on LeBlanc transformer," em *Compatibility and Power Electronics (CPE), 2011 7th International Conference-Workshop*, 2011.
- [20] J. F. Martins, D. Foito, Chen Hão e V. Fernão Pires, "A Grid connected Photovoltaic System With a Multilevel Inverter and a Le-Blanc Transformer," *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. Vol. 2, 2012.
- [21] R. E. Farhad Shahnian, "Voltage Unbalance Problems and Solutions for

Electrified Railway Systems”.

- [22] C.-J. W. S.-c. W. Yao-Hung Chan, “Power Quality assessment of Specially Connected Transformers”.
- [23] C. L. N. G. M. R. Giulio Burchi, “Estimation of Voltage Unbalance in Power Systems Supplying High Speed Railway”.
- [24] W. X. Hooman Erfanian Mazin, “Harmonic cancellation characteristics of specially connected transformers”.
- [25] T.-H. Chen, “Simplified models of electric railway substations for three-phase power-flow studies,” em *Industry Applications Society Annual Meeting, 1994., Conference Record of the 1994 IEEE, 1994.*
- [26] C. Dai e Y. Sun, “Investigation of the Imbalance Current Compensation for Transformers Used in Electric Railways,” em *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific, 2010.*
- [27] K.-C. Lu e N. Chen, “The phasor combination differential protection for Le-Blanc transformers,” *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 12, n.º 4, pp. 1434-1438, oct 1997.
- [28] K.-C. Lu e N. Chen, “A two-relay differential protective scheme for Le-Blanc transformers,” *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 14, n.º 3, pp. 857-862, jul 1999.
- [29] Mário Ventim Neves, “Esquema Equivalente de Steinmetz do Transformador - Electrotécnica Teórica,” FCT-UNL.