



**André Filipe Luso Lourenço Rodrigues**

Mestre em Engenharia Mecânica

**Determinação das forças de impacto  
num quebra-mar misto utilizando o  
modelo numérico *Smoothed Particle  
Hydrodynamics***

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Doutor Eric Lionel Didier, Professor  
Auxiliar Convidado, FCT/UNL

Co-orientador: Prof. Doutora Maria da Graça Reis e Silva  
de Oliveira Neves, Professora Auxiliar Convidada,  
FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil

Vogais: Prof. Doutora Maria Teresa Leal Gonçalves Veloso dos Reis  
Prof. Doutora Maria da Graça Reis e Silva de Oliveira Neves  
Prof. Doutor Eric Lionel Didier



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Maio de 2013**



**André Filipe Luso Lourenço Rodrigues**

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

**Determinação das forças de impacto num  
quebra-mar misto utilizando o modelo  
numérico *Smoothed Particle  
Hydrodynamics***

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade  
Nova de Lisboa para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

**Maio de 2013**

## Determinação das forças de impacto num quebra-mar misto utilizando o modelo numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics*

**Nota:** Esta dissertação foi escrita ao abrigo do novo acordo ortográfico em vigor.

Copyright @ André Filipe Luso Lourenço Rodrigues, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

# Agradecimentos

Ao Professor Eric Lionel Didier, meu orientador, agradeço a confiança depositada em mim, a orientação, as sugestões, revisões do texto, disponibilidade, compreensão e o apoio que foram imprescindíveis à realização desta dissertação. Gostaria ainda de agradecer a oportunidade de realização do estágio no Departamento de Hidráulica e Ambiente (DHA) do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), bem como a disponibilização de um computador que me permitiu correr as simulações numéricas.

À Professora Maria da Graça Neves, minha co-orientadora, pela orientação prestada na elaboração da presente dissertação, paciência, disponibilidade, sugestões e revisão do texto.

Aos meus colegas de faculdade que me acompanharam ao longo destes anos, um especial agradecimento ao Bruno Costa, David Nunes, Nuno Tomás, Rui Martins e Rui Vidal, pela amizade demonstrada ao longo deste percurso.

À minha namorada, Maria Luís, pelo carinho, compreensão e apoio em todos os momentos.

À minha família, especialmente aos meus pais, por todos os seus ensinamentos e educação que me possibilitaram a conclusão deste curso e aos quais me manterei fiel ao longo da vida. Pelas condições que me proporcionaram e sacrifícios que fizeram ao longo destes cinco anos. Por terem acreditado e investido na realização de uma parte do sonho.

Aos meus avós, Tissa e Luso, por todos os ensinamentos que me foram e serão úteis ao longo da vida, cuja memória e saudade estiveram sempre presentes.

Obrigado a todos.



## Resumo

O conhecimento dos esforços resultantes da interação de uma onda com um quebra-mar misto é de grande interesse no dimensionamento destas estruturas. A natureza destes esforços depende não só das características da estrutura, como também das condições de agitação incidente. No entanto, a determinação destes não é trivial, uma vez que estão envolvidos fenómenos não lineares, como a rebentação ou a reflexão, que condicionam a utilização de formulações teóricas na quantificação destes esforços, sendo necessário recorrer a outras ferramentas, tais como a modelação numérica.

Nesta dissertação estudaram-se as forças num quebra-mar misto utilizando o modelo numérico SPH do LNEC, que se baseia no método SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) proposto por Monaghan. Este método sem malha é baseado numa formulação Lagrangeana das equações de Navier-Stokes que permite modelar escoamentos com superfície livre.

Para analisar a evolução da força de impacto, realizaram-se simulações numéricas variando a profundidade e altura de onda incidente abrangendo diferentes regimes de força. Da análise dos resultados obtidos, verificou-se que o tipo de regime de força a que a estrutura está sujeita não é, por vezes, o previsto devido à ocorrência de fenómenos não lineares, o que torna o estudo da evolução da força não trivial.

Os resultados do modelo numérico foram comparados com os de formulações empíricas, onde se constatou que os resultados são semelhantes para os casos de regime de onda parcialmente estacionária. No entanto, para regime de força de impacto, existem diferenças que se devem ao facto de a rebentação não ocorrer sempre da forma prevista nas formulações. Por sua vez, a versão do modelo numérico utilizada não permite a simulação das partículas de ar, cuja influência no valor das forças é relevante, no caso da rebentação se dar com ar aprisionado.

Palavras-chave: Forças de impacto, quebra-mar misto, *Smoothed Particle Hydrodynamics*, interação onda-estrutura, rebentação.



# Abstract

The determination of loads which result from wave-structure interaction is of great interest for the design of the structure. The nature of these loads depends not only on the structure's characteristics but also on the incident wave conditions. However, determining loads is not a trivial task, since non-linear phenomena, such as breaking or reflection, are involved and restrict the application of theoretical formulations in the quantification of these loads, so it is necessary to use other tools, such as numerical modeling.

In this thesis, the forces on a composite breakwater are studied using the numerical model, SPH of LNEC, which is based on the method SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), proposed by Monaghan. This is a mesh-free method based on a Lagrangian formulation of the Navier-Stokes equations that allows the modeling deformation of the free surface flow.

Numerical analyses were performed in order to understand the impact loads evolution, by varying the depth and height of the incident wave for different force regimes. After analyzing the final results it was verified that the force regime's type, to which the structure is subjected, sometimes, is not the expected, due to the non-linear phenomena involved, thus making the study of the impact loads evolution not trivial.

The numerical model results were compared with those from empirical formulations and it was found out that the results are similar for a regime of quasi-standing wave. However, for an impact loads regime there are differences due to the fact that the breaking does not occur as expected in the formulations. In turn, the numerical model version used does not allow the air particles simulation, whose influence on the value of the forces is relevant, in cases of breaking the break water with trapped air.

Keywords: Impact loads, Composite breakwater, Smoothed Particle Hydrodynamics, wave-structure interaction, wave breaking.



# Índice

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 ENQUADRAMENTO GERAL .....	1
1.2 OBJETIVO DE TRABALHO .....	6
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	7
<b>2. AGITAÇÃO MARÍTIMA</b> .....	<b>9</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	9
2.2 TEORIA LINEAR DAS ONDAS .....	10
2.3 REBENTAÇÃO .....	13
<b>3. IMPACTOS EM QUEBRA-MARES MISTOS E VERTICAIS</b> .....	<b>17</b>
3.1 ESFORÇOS EM QUEBRA-MARES MISTOS E VERTICAIS .....	17
3.2 FORÇAS HORIZONTAIS SOBRE A ESTRUTURA .....	18
3.3 FORÇAS VERTICAIS SOBRE A ESTRUTURA .....	24
3.4 FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS .....	25
3.4.1 Método de Goda (1974) e Goda modificado .....	27
<b>4. MÉTODO SPH</b> .....	<b>31</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	31
4.2 MODELO NUMÉRICO SPH .....	33
4.2.1 Equação da Conservação do momento .....	34
4.2.2 Equação da Conservação da massa .....	35
4.2.3 Equação da Conservação da energia .....	37
4.2.4 Passo de tempo e condições iniciais .....	37
4.2.5 Algoritmos de integração no tempo .....	37
4.2.6 Parâmetro XSPH .....	38
4.2.7 Condições de Fronteira .....	39
4.2.8 Pressão numa fronteira sólida .....	39
4.2.9 Geração de ondas com absorção dinâmica .....	40
<b>5. ANÁLISE DE RESULTADOS</b> .....	<b>43</b>
5.1 CASO EM ANÁLISE .....	43
5.2 EVOLUÇÃO DA FORÇA DE IMPACTO COM A VARIAÇÃO DA PROFUNDIDADE .....	44
5.2.1 Considerações gerais .....	44
5.2.2 Elevação da superfície livre .....	45
5.2.3 Força de impacto .....	48
5.3 EVOLUÇÃO DA FORÇA DE IMPACTO COM A VARIAÇÃO DA ALTURA DE ONDA .....	56
5.3.1 Considerações gerais .....	56

## Índice

5.3.2 Regime de forças.....	57
5.3.3 Força de Impacto.....	58
5.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO NUMÉRICO E DAS FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS .....	64
5.4.1 Resultados para $d=0.326m$ e diferentes valores de altura de onda .....	64
5.4.2 Resultados para $H=0.12m$ e diferentes profundidades .....	66
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>69</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>73</b>

# Índice de figuras

FIGURA 1.1 – IMPORTÂNCIA DAS ESTRUTURAS DE PROTEÇÃO COSTEIRA CONTRA O GALGAMENTO, AVEIRO (A) (FONTE: ONDAS3.BLOGS, 2013) E A EROSÃO, FOZ DO ARELHO (B) (FONTE: EXPRESSO, 2013).....	1
FIGURA 1.2 – MOLHE DE SÃO MIGUEL, AÇORES, VISTA PANORÂMICA (A) (FONTE: GOOGLE MAPS) E NO LOCAL (B)2	
FIGURA 1.3 – QUEBRA-MAR NORTE DO PORTO DE LEIXÕES (FONTE: APDL, 2013) .....	3
FIGURA 1.4 – QUEBRA-MAR DE TALUDE SEM SUPERESTRUTURA (A) E COM SUPERESTRUTURA (B) (TAVEIRA PINTO, 2000). .....	3
FIGURA 1.5 – QUEBRA-MAR VERTICAL (A) E MISTO (B), ADAPTADO DE PITA (1985). .....	4
FIGURA 2.1 – CARACTERÍSTICAS DA ONDA. ....	9
FIGURA 2.2 – REBENTAÇÃO PROGRESSIVA (A) E MERGULHANTE (B) (USACE, FIGURA II-4-1, 2006) .....	14
FIGURA 2.3 - REBENTAÇÃO COLAPSANTE (A) E DE FUNDO (B) (USACE, FIGURA II-4-1, 2006) .....	15
FIGURA 3.1 – ESFORÇOS A QUE A ESTRUTURA VERTICAL ESTÁ SUJEITA .....	17
FIGURA 3.2 - COMPORTAMENTO DA FORÇA HORIZONTAL SOBRE A ESTRUTURA (PROVERBS, 1999) .....	19
FIGURA 3.3 – IMPACTO DA ONDA SOBRE A ESTRUTURA SEM REBENTAÇÃO E RESPETIVA FORÇA HORIZONTAL, REGIME QUASE-ESTÁTICO (ADAPTADO DE USACE, 2006). .....	19
FIGURA 3.4 - IMPACTO DA ONDA SOBRE A ESTRUTURA COM REBENTAÇÃO E RESPETIVA FORÇA HORIZONTAL, SEM APRISIONAMENTO DE AR (ADAPTADO DE USACE, 2006). .....	20
FIGURA 3.5 - IMPACTO DA ONDA SOBRE A ESTRUTURA COM REBENTAÇÃO E RESPETIVA FORÇA HORIZONTAL, COM APRISIONAMENTO DE AR (ADAPTADO DE USACE, 2006) .....	20
FIGURA 3.6 - IMPACTO DA ONDA JÁ REBENTADA SOBRE A ESTRUTURA E RESPETIVA FORÇA HORIZONTAL. ....	21
FIGURA 3.7 - REGIMES DE FORÇAS EM ESTRUTURAS VERTICAIS EXPOSTAS À AGITAÇÃO (ADAPTADO DE KORTENHAUS E OUMERACI,1998). ....	22
FIGURA 3.8 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NO TEMPO COM O AUMENTO DA DECLIVIDADE DA ONDA ( $H/L$ ) (ADAPTADO DE LOSADA <i>ET AL.</i> , 1995). .....	23
FIGURA 3.9 – FORÇAS VERTICAIS A QUE O QUEBRA-MAR MISTO SE ENCONTRA SUBMETIDO (ADAPTADO DE NEVES <i>ET AL.</i> , 2012). ....	24
FIGURA 3.10 – PERFIL DE PRESSÕES HIDRODINÂMICAS NA PAREDE VERTICAL DE UM QUEBRA-MAR MISTO, SEGUNDO GODA (1985). ....	26
FIGURA 4.1 – DOMÍNIO DE INFLUÊNCIA DE UMA PARTÍCULA GENÉRICA A E SUPORTE COMPACTO DO <i>KERNEL</i> (DIDIER <i>ET AL.</i> , 2011A). ....	32
FIGURA 4.2 - VOLUME DE CONTROLO PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO MÉDIA NO PONTO $M$ (DIDIER <i>ET AL.</i> , 2011A). ....	39
FIGURA 5.1 - CORTE TRANSVERSAL DO QUEBRA-MAR MISTO EM ESTUDO COM AS RESPETIVAS DIMENSÕES.....	43
FIGURA 5.2 – SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE EM SL1 (EM CIMA) E SL2 (EM BAIXO), COM UMA PROFUNDIDA DE 0.206M, CASO 2.....	45
FIGURA 5.3 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE SL1 (EM CIMA) E SL2 (EM BAIXO), COM UMA PROFUNDIDA DE 0.246M, CASO 4.....	46
FIGURA 5.4 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE SL1 (EM CIMA) E SL2 (EM BAIXO), COM UMA PROFUNDIDA DE 0.286M, CASO 6.....	46

## Índice de Figuras

FIGURA 5.5 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE SL1 (EM CIMA) E SL2 (EM BAIXO), COM UMA PROFUNDIDADE DE 0.326M, CASO 8.....	47
FIGURA 5.6 – SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.206M, CASO 2.....	48
FIGURA 5.7 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.246M, CASO 4.....	48
FIGURA 5.8 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.286M, CASO 6.....	49
FIGURA 5.9 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.326M, CASO 8.....	49
FIGURA 5.10 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO PARA A VIGÉSIMA ONDA, DURANTE UM PERÍODO DE ONDA, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.206M (A), 0.246M (B), 0.286M (C) E 0.326M (D).....	50
FIGURA 5.11 – POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA O INSTANTE DE PRIMEIRO MÁXIMO DE FORÇA (A) E PARA O SEGUNDO (B), PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.206M, CASO 2.....	51
FIGURA 5.12 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA O INSTANTE DE PRIMEIRO MÁXIMO DE FORÇA (A) E PARA O SEGUNDO (B), PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.246M, CASO 4.....	51
FIGURA 5.13 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA O INSTANTE DE PRIMEIRO MÁXIMO DE FORÇA (A) E PARA O SEGUNDO (B), PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.286M, CASO 6.....	51
FIGURA 5.14 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA O INSTANTE DE PRIMEIRO MÁXIMO DE FORÇA (A) E PARA O SEGUNDO (B), PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.326M, CASO 8.....	52
FIGURA 5.15 – CARACTERÍSTICA DA SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA PARA O CASO EM QUE A ONDA REBENTA SOBRE A ESTRUTURA COM APRISIONAMENTO DE AR, ADAPTADA DE PROVERBS (1999).....	52
FIGURA 5.16 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE PARA SL3, COM UMA PROFUNDIDADE DE 0.346M, CASO 9.....	54
FIGURA 5.17 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO DA VIGÉSIMA ONDA, DURANTE UM PERÍODO, PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.346M, CASO 9.....	54
FIGURA 5.18 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA DOIS INSTANTES, $T=27.86s$ (A) E $28.21s$ (B), PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.346M, CASO 9.....	55
FIGURA 5.19 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE PARA SL3 PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.06M, CASO 10.....	57
FIGURA 5.20 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE PARA SL3 PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.10M, CASO 12.....	57
FIGURA 5.21 - SÉRIE TEMPORAL DE ELEVAÇÃO DE SUPERFÍCIE LIVRE PARA SL3 PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.14M, CASO 13.....	57
FIGURA 5.22 - FORÇA DE IMPACTO PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.06M, CASO 10.....	58

FIGURA 5.23 - FORÇA DE IMPACTO PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.10M, CASO 12.....	59
FIGURA 5.24 - FORÇA DE IMPACTO PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.14M, CASO 13.....	59
FIGURA 5.25 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO DA DÉCIMA SEGUNDA ONDA, DURANTE UM PERÍODO, PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.06M (A), 0.10M (B) E 0.14M (C). .....	60
FIGURA 5.26 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA DOIS INSTANTES, $t=17.36s$ (A) E $17.84s$ (B), PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.06M, CASO 10. ....	60
FIGURA 5.27 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA DOIS INSTANTES, $t=17.51s$ (A) E $17.84s$ (B), PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.10M, CASO 12. ....	61
FIGURA 5.28 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA DOIS INSTANTES, $t=17.60s$ (A) E $17.99s$ (B), PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.14M, CASO 13. ....	61
FIGURA 5.29 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO NO QUEBRA-MAR MISTO DA VIGÉSIMA SEGUNDA ONDA, DURANTE UM PERÍODO, PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.16M, CASO 14. ....	63
FIGURA 5.30 - SÉRIE TEMPORAL DA FORÇA DE IMPACTO DA VIGÉSIMA SEGUNDA ONDA NO QUEBRA-MAR MISTO DURANTE UM PERÍODO, PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.16M, CASO 14. ....	63
FIGURA 5.31 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA DOIS INSTANTES, $t=29.40s$ (A) E $29.77s$ (B), PARA UMA ALTURA DE ONDA DE 0.16M, CASO 14. ....	63
FIGURA 3.32 - COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DA FORÇA MÁXIMA OBTIDOS PELO MODELO NUMÉRICO E PELAS FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS, PARA OS CASOS COM UMA PROFUNDIDADE CONSTANTE ( $d=0.326m$ ).....	65
FIGURA 3.33 – COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DA FORÇA MÁXIMA OBTIDOS PELO MODELO NUMÉRICO E PELAS FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS, PARA OS CASOS COM UMA ALTURA DE ONDA CONSTANTE ( $H=0.12m$ ). ....	67
FIGURA 3.34 - POSIÇÃO DAS PARTÍCULAS FLUÍDAS DURANTE A INTERAÇÃO COM A ESTRUTURA VERTICAL, PARA OS INSTANTES DE FORÇA MÁXIMA, CASO 5 ( $d=0.266m$ ) (A) E CASO 7 ( $d=0.306m$ ) (B).....	68



## Índice de Tabelas

TABELA 2.1 - VALORES DE $\tanh(kD)$ SEGUNDO AS ZONAS DE PROPAGAÇÃO (BURCHARTCH E HUGHES, 2001) ...	13
TABELA 3.1 – FORMULAÇÕES EXISTENTES NA LITERATURA PARA A DETERMINAÇÃO DE ESFORÇOS PARA DIFERENTES CONDIÇÕES DE APLICABILIDADE (NEVES <i>ET AL.</i> , 2012).....	27
TABELA 5.1 - SIMULAÇÕES REALIZADAS, PARA $H = 0.12$ m, E RESPECTIVOS PARÂMETROS PARA O ESTUDO DA EVOLUÇÃO DA FORÇA DE IMPACTO COM A PROFUNDIDADE. ....	44
TABELA 5.2 – PRIMEIRO E SEGUNDO MÁXIMO DE FORÇA: VALOR MÉDIO, DESVIO PADRÃO, VALORES MÁXIMO E MÍNIMO, PARA OS VÁRIOS NÍVEIS DE ÁGUA SIMULADOS. ....	53
TABELA 5.3 - SIMULAÇÕES REALIZADAS PARA UMA PROFUNDIDADE DE 0.326m ( $DP=0.145$ m), COM OS RESPECTIVOS PARÂMETROS, PARA O ESTUDO DA EVOLUÇÃO DA FORÇA DE IMPACTO COM A ALTURA DE ONDA, $H$ . ....	56
TABELA 5.4 – PRIMEIRO E SEGUNDO MÁXIMO DE FORÇA PARA DIFERENTES CASOS ESTUDADOS, VARIANDO A ALTURA DE ONDA. ....	62
TABELA 5.5 - VALORES DA FORÇA MÁXIMA OBTIDOS PELO MODELO NUMÉRICO E PELAS FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS (GODA E GODA MODIFICADO POR TAKAHASHI), PARA OS CASOS COM PROFUNDIDADE CONSTANTE ( $D=0.326$ m).....	65
TABELA 5.6 - VALORES DA FORÇA MÁXIMA OBTIDOS PELO MODELO NUMÉRICO E PELAS FORMULAÇÕES EMPÍRICAS OU SEMI-EMPÍRICAS (GODA E GODA MODIFICADO POR TAKAHASHI), PARA OS CASOS COM UMA ALTURA DE ONDA CONSTANTE ( $H=0.12$ m). ....	66



## Lista de abreviaturas

ALE	<i>Arbitrary Lagrangian Eulerian</i>
BEM	<i>Bounary Element Method</i>
DHA	Departamento de Hidráulica e Ambiente
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil
PROVERBS	<i>Probabilistic Design Tools For Vertical Breakwaters</i>
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
SPS	<i>Sub-Particle Scale</i>
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>
VoF	<i>Volume of Fluid</i>



## Simbologia

$c_0$	Velocidade do som à densidade de referência
$c_{ab}$	Velocidade média do som entre as partículas $a$ e $b$ .
$d$	Profundidade.
$d_c$	Profundidade no pé do caixotão no interior do manto de enrocamento.
$d_0$	Separação inicial das partículas.
$d_b$	Profundidade no instante em que ocorre rebentação.
$d_{int}$	Comprimento do volume de controlo, no interior do fluido, usado para o cálculo da pressão média.
$e_a$	Energia da partícula $a$ .
$f(r)$	Imagem de $f$ no ponto $r$ contido no domínio $r'$ do kernel.
$f(r_a)$	Imagem de $f$ para o ponto discreto $a$ .
$f(r')$	Imagem de $f$ de um ponto do domínio de $r'$ do kernel.
$g$	Aceleração da gravidade.
$h$	<i>Smoothing length</i>
$h_b$	Altura do talude.
$h_c$	Altura do caixotão que se encontra emersa.
$h_b^*$	Relação entre a altura do talude e a profundidade.
$h'$	Diferença entre a profundidade e a altura do talude.
$k$	Número de onda.
$l_{int}$	Comprimento do volume de controlo, ao longo da fronteira, usado para o cálculo da pressão média.
$m_b$	Massa da partícula $b$ contida no domínio de influência de $a$ .
$q$	Distância adimensional entre as partículas $a$ e $b$ .
$r_a$	Posição da partícula $a$ .
$r_{ab}$	Distância entre as partículas $a$ e $b$ .
$r_b$	Posição da partícula $b$ .
$t$	Tempo.

## *Simbologia*

$v$	Velocidade.
$v_a$	Velocidade da partícula $a$ .
$v_{ab}$	Diferença de velocidade das partículas $a$ e $b$ .
$w$	Velocidade vertical.
$x$	Coordenada horizontal.
$z$	Coordenada vertical.
$A$	Amplitude de onda.
$A_b$	Amplitude do batedor.
$B$	Constante relacionada com o módulo de elasticidade do fluido.
$B^*$	Relação entre a distância da base do caixotão e metade da altura do talude com a altura de onda.
$B_{eq}$	Distância entre $h_b/2$ e a base do caixotão.
$B_m$	Distância entre $h_b/2$ e a base do caixotão.
$C$	Celeridade
$F_h$	Força horizontal de impacto.
$F_{h,max}$	Primeiro máximo de força registado durante um impacto.
$F_{h,q}$	Segundo máximo de força registado durante um impacto.
$F_r$	Razão entre o primeiro e o segundo máximo de força.
$H$	Altura de onda.
$H_b$	Altura de onda, no instante em que ocorre rebentação.
$H_d$	Altura de onda incidente em frente à estrutura.
$H_{max}$	Altura de onda máxima.
$H_s^*$	Relação entre a altura de onda incidente na estrutura e a profundidade.
$H_{si}$	Altura de onda, significativa, incidente.
$L$	Comprimento de onda.
$N$	Número de elementos contidos no interior do volume de controlo usado para o cálculo da pressão média.
$P$	Pressão.
$P_b$	Pressão associada à partícula $b$ .

$P_i$	Pressão da partícula $i$ no interior do volume de controlo usado para o cálculo da pressão média.
$P_M$	Pressão média aplicada num ponto $M$ de um elemento da fronteira sólida.
$P_u$	Pressão exercida na base do caixotão.
$P_1$	Pressão sobre a estrutura ao nível da superfície livre em repouso.
$P_2$	Pressão sobre a estrutura na sua cota superior.
$P_3$	Pressão na base da estrutura.
$S_0$	Declividade da onda ao largo
$T$	Período de onda.
$T_{1/3}$	Período de onda médio do terço do período das ondas mais elevadas.
$U_{FH}$	Fator de correção de erros sistemáticos e de incerteza relacionados com a força horizontal.
$U_{FU}$	Fator de correção de erros sistemáticos e de incerteza relacionados com a força vertical.
$W(r-r',h)$	Valor da função de interpolação (kernel) à distância $r-r'$ com a zona de influência definida por $h$ .
$W$	Função de ponderação ou kernel de interpolação
$W_{ab}$	Valor do kernel para as partículas $a$ e $b$ .
$X_b(t_0)$	Posição inicial do batedor.
$\alpha$	Inclinação do talude.
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e $\alpha^*$	Fator dependente da profundidade e características da agitação incidente.
$\beta$	Ângulo que a direção de propagação da onda faz com a perpendicular
$\eta$	Elevação da superfície livre.
$\eta_{max}^*$	Elevação máxima da superfície livre sobre a parede.
$\eta^2$	Termo que permite evitar singularidades na formulação de viscosidade artificial.
$\eta_{max}$	Elevação da superfície livre máxima
$\eta_R$	Elevação da superfície livre da onda refletida.
$\lambda$	Fator dependente da geometria da estrutura.
$\nu_0$	Viscosidade cinética laminar do escoamento.

## *Simbologia*

$\xi_0$	Número de Iribarren.
$\mu$	Viscosidade.
$\rho$	Massa volúmica.
$\rho_0$	Densidade de referência.
$\rho_a$	Densidade da partícula $a$ .
$\rho_b$	Densidade da partícula $b$ contida no domínio de influência de $a$ .
$\omega$	Frequência angular.
$\tau_a$	Tensão da partícula genérica $a$ .
$\Pi_{ab}$	Termo de viscosidade artificial.
$\Phi$	Potencial de velocidade das partículas fluidas.

# 1. Introdução

## 1.1 Enquadramento geral

O estudo da interação onda-estrutura marítima é de grande interesse, uma vez que estas estruturas são responsáveis pela proteção de zonas costeiras e estão, geralmente, associadas ao crescimento socioeconómico, sendo este acompanhado pelo aumento grande da densidade populacional nestas zonas. Estas estruturas podem ter como função a redução da agitação marítima num porto de abrigo, permitindo a ancoragem de embarcações, a proteção de inundações, a minimização da erosão em praias ou a integração de dispositivos de aproveitamento da energia das ondas. Independentemente da sua função, as estruturas marítimas estão sujeitas a vários tipos de fenómenos, tais como a ação do vento, das ondas, das correntes e das marés. O seu incorreto dimensionamento pode resultar em perdas materiais ou mesmo de vidas humanas resultantes da ocorrência de inundações, galgamentos ou erosão costeira, Figura 1.1, ou em custos avultados de construção e manutenção, no caso de sobredimensionamento das obras.



Figura 1.1 – Importância das estruturas de proteção costeira contra o galgamento, Aveiro (a) (fonte: Ondas3.blogs, 2013) e a erosão, Foz do Arelho (b) (fonte: Expresso, 2013)

O tipo de estrutura marítima mais comum em Portugal é o quebra-mar. Estas estruturas têm como principal objetivo reduzir a agitação marítima e melhorar a navegabilidade em portos de abrigo, permitindo a acostagem de embarcações, bem como o desenvolvimento das atividades portuárias. Quando o quebra-mar permite, na sua parte interior, a ancoragem de navios e embarcações, denomina-se molhe, Figura 1.2.



Figura 1.2 – Molhe de São Miguel, Açores, vista panorâmica (a) (fonte: Google maps) e no local (b)

Os quebra-mares, Figura 1.3, podem ser construídos a uma certa distância da costa, destacados, ou enraizados na linha da costa, com forma de L ou encurvados. Normalmente, este tipo de estruturas são robustas, com cotas de coroamento elevadas, minimizando, assim, o galgamento e assegurando condições de funcionamento a um porto, mesmo quando a agitação incidente é adversa. Estas estruturas podem ser construídas com diversos materiais, sendo os mais comuns: enrocamento, blocos artificiais de betão, tais como tetrápodes e cubos Antifer.

Os quebra-mares destacados têm como objetivo a contenção da erosão numa praia e permitir a acumulação de sedimentos, o que resulta na formação de uma praia saliente. Por vezes, leva à formação de um tómbolo, ficando a estrutura ligada diretamente à costa.



Figura 1.3 – Quebra-mar norte do porto de Leixões (fonte: APDL, 2013)

Os quebra-mares podem dividir-se em duas classes distintas: quebra-mares de talude e quebra-mares verticais, cada um com as suas vantagens e desvantagens. Uma das estruturas mais antigas na proteção de portos marítimos é o quebra-mar de talude, Figura 1.4 a), que tem como principal objetivo a dissipação da energia da onda e proporcionar condições de acostagem e amarração de navios, através de estruturas associadas ao mesmo ou ao paramento abrigado. Estas estruturas são constituídas por um núcleo, composto por enrocamento, um manto intermédio e um resistente, constituídos por blocos artificiais de betão (tetrápodes, blocos antifer) ou enrocamento. Neste tipo de estrutura é habitual a colocação, no coroamento, de uma superestrutura, como um muro-cortina, que possibilita o acesso pelo quebra-mar, bem como a minimização do galgamento, Figura 1.4 b).

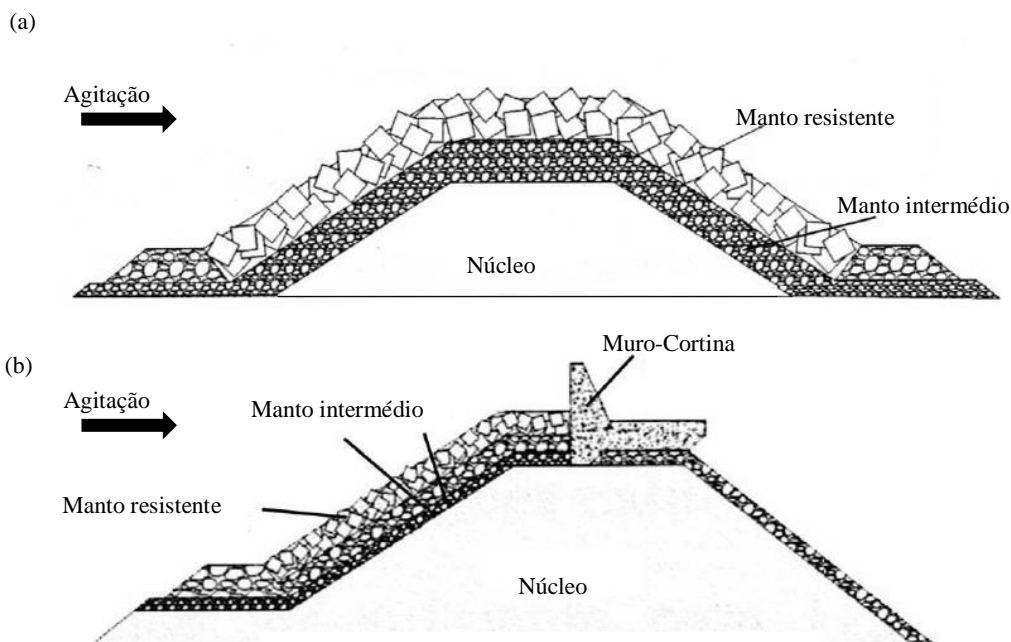


Figura 1.4 – Quebra-mar de talude sem superestrutura (a) e com superestrutura (b) (Taveira Pinto, 2000)

## Introdução

Os quebra-mares verticais são normalmente implementados em águas mais profundas e costas de elevada inclinação, uma vez que os custos de construção são menores, comparativamente aos quebra-mares de talude. Devido à sua geometria, permitem a integração de dispositivos de aproveitamento de energia das ondas, como é o caso do dispositivo de coluna de água oscilante. No entanto, estão sujeitos a forças elevadas devido, sobretudo, à rebentação da onda sobre a estrutura, o que aumenta a possibilidade de ruína e instabilidades. Este tipo de estrutura caracteriza-se por um caixotão de betão armado, de parede vertical, assente sobre um manto de enrocamento, Figura 1.5 a). Quando o caixotão de betão é colocado sobre uma estrutura de enrocamento mais elevada é designado de quebra-mar misto, Figura 1.5 b).

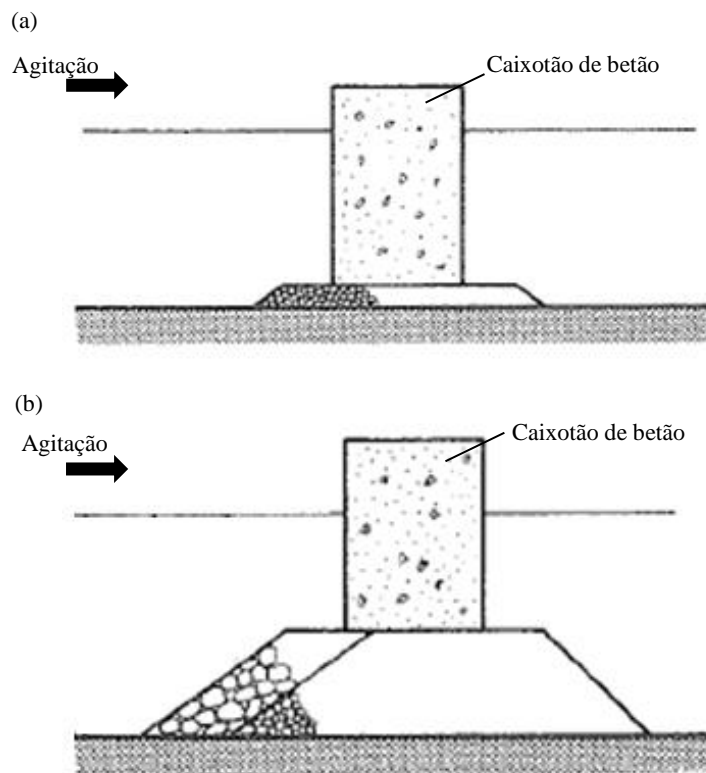


Figura 1.5 – Quebra-mar vertical (a) e misto (b), adaptado de Pita (1985)

Devido aos fenómenos não lineares a que as estruturas estão sujeitas, como o galgamento, rebentação, reflexão e difração, bem como a esforços dinâmicos devidos à ação do vento, à incidência da própria agitação marítima, correntes e marés, o estudo da interação da onda com a estrutura é complexo e moroso. Estas estruturas apresentam, por vezes, geometrias originais para as quais não existem formulações empíricas ou semi-empíricas. As constantes, destas formulações, foram determinadas com base em ensaios experimentais, o que as torna válidas apenas para a gama de

valores testada. Assim, torna-se necessário recorrer à modelação física ou numérica, de modo a obter informações mais precisas sobre os fenómenos envolvidos na interação onda-estrutura.

A modelação física, uma vez que considera a configuração real da estrutura em estudo, permite a simulação de fenómenos como o galgamento, os esforços a que estrutura está submetida e a condições de agitação, tanto perto como longe da estrutura. Assim, e devido aos custos associados, é normalmente utilizado na parte final de um projeto. No entanto, a realização de ensaios requer técnicas de medição precisas, de modo a evitar erros devidos ao efeito de escala, boas infraestruturas e uma calibração rigorosa dos instrumentos de aquisição de dados o que torna os ensaios em modelo físico dispendiosos e morosos.

Com o desenvolvimento dos métodos computacionais, nas últimas décadas, é possível, através de modelos numéricos, obter soluções aproximadas das equações matemáticas que descrevem o escoamento de fluidos com superfície livre, permitindo, assim, a simulação de cenários realistas. Os modelos numéricos apresentam uma maior flexibilidade face aos modelos físicos, uma vez que possibilitam modificar a geometria da estrutura e as condições de agitação incidente mudando apenas os parâmetros iniciais e permitindo obter informações sobre o escoamento que em modelo físico seriam impraticáveis. Nos modelos numéricos, os resultados da interação onda-estrutura têm ainda a vantagem de serem obtidos mais rápida e economicamente, relativamente aos modelos físicos. Todavia, a implementação de parâmetros no programa é complexa, sendo necessário vários testes de sensibilidade, de modo a que as simulações sejam mais realistas e os erros reduzidos,. Apesar da modelação numérica apresentar, em alguns casos, resultados muito idênticos à realidade, a verificação de resultados em modelo reduzido é, muitas vezes, imprescindível.

Ao longo das últimas décadas têm sido desenvolvidos diferentes modelos numéricos que descrevem as equações governativas do escoamento com diferentes tipos de abordagens: Euleriana (apoiando-se numa malha fixa ou dinâmica e estudando a variação no tempo das características do fluido), ou Lagrangeana (não se apoiando numa malha fixa, estudando a trajetória das partículas fluidas ao longo do tempo).

Os modelos numéricos que resolvem as equações não lineares de Boussinesq, como o COULWAVE (Liu e Lynett, 2004) ou o FUNWAVE (Kirby *et al.*, 1998; Chen *et al.*, 2000), permitem uma análise da deformação da superfície livre, sendo limitados a declives suaves e integrados na vertical, limitando-os assim a uma modelação do espraiamento, mas não do galgamento. O programa CANAL (Clément, 1996), que resolve as equações de Euler usando um modelo de elementos de fronteira (BEM – *Boundary Element Method*), é um modelo não-linear capaz de obter a deformação de superfície livre, campo de velocidades e pressão, não tendo a capacidade de modelar deformações complexas como a rebentação das ondas e o galgamento de estruturas marítimas. Modelos baseados nas equações de RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*), como os programa IH-2VOF (Lara *et al.*, 2011) ou FLUENT, onde o método de captura da superfície livre é do tipo VoF (*Volume of Fluid*) (Hirt e Nichols 1981), permitem modelar a propagação das ondas, bem como fenómenos como a

rebentação e o galgamento. No entanto, quando são libertados pequenos volumes de água, como no caso de rebentação e de interação com um obstáculo, podem ocorrer complicações numéricas. Todos os modelos apresentados anteriormente são baseados numa abordagem Euleriana, ou seja, apoiam-se numa malha fixa ou dinâmica. O código FLUINCO (Teixeira *et al.*, 2009; Davyt *et al.*, 2010), baseado numa formulação Lagrangeana-Euleriana arbitrária (*Arbitrary Lagrangian-Eulerian- ALE*), permite modelar escoamentos com superfície livre devido à condição cinemática imposta, condicionando a deformação da malha dinâmica, ou seja, condiciona a modelação da rebentação das ondas assim como o galgamento de estruturas.

Uma alternativa aos métodos anteriormente descritos, com uma abordagem Euleriana, consiste na utilização de métodos com uma abordagem Lagrangeana, conhecidos genericamente, como modelos SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*), que não necessitam de malha, permitem o cálculo da trajetória das partículas fluidas ao longo do tempo segundo as equações de Navier-Stokes, onde o termo convectivo, não linear, não é contabilizado. Estes modelos foram amplamente desenvolvidos, nas últimas décadas, devido, sobretudo, ao aumento da capacidade computacional dos meios de cálculo, permitindo a simulação de fenómenos como a rebentação, o galgamento ou a interação onda-estrutura. No método SPH o movimento de cada partícula é determinado a partir do movimento das partículas vizinhas, sendo esta interação assegurada por uma função de interpolação ou *kernel* de interpolação. Numa abordagem Lagrangeana, a trajetória das partículas é calculada ao longo do tempo e as grandezas físicas, como a velocidade, pressão, massa e energia, são calculadas para cada partícula fluida, por intermédio da interpolação das grandezas das partículas vizinhas. Difere, por isso, de uma abordagem Euleriana, onde as grandezas físicas são dadas em função do tempo.

## 1.2 Objetivo de trabalho

A realização desta dissertação tem como objetivo analisar a variação da força de impacto na parede vertical de um quebra-mar misto para distintas características de agitação incidente, variando a profundidade e a altura de onda, para diferentes regimes de força: onda parcialmente estacionária, de impacto e de onda já rebentada. Este estudo é realizado utilizando um modelo numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics* – SPH. Após esta análise pretende-se comparar os resultados obtidos numericamente com os previstos pelas formulações empíricas ou semi-empíricas para os diferentes regimes de força a que a estrutura se encontra submetida. No entanto, este estudo não é trivial, uma vez que estão envolvidos fenómenos não lineares como a rebentação e a reflexão, que condicionam a forma como a onda interage com a estrutura e alterando as suas características, como a altura de onda.

### 1.3 Organização da dissertação

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos.

No capítulo seguinte, capítulo dois, são apresentadas as principais características de uma onda, fazendo referência à Teoria Linear das Ondas, bem como o seu modo de rebentação para as diferentes zonas de propagação.

No capítulo três são descritos os esforços a que a estrutura vertical está sujeita, tendo em conta o tipo de rebentação incidente, assim como as formulações empíricas e semi-empíricas válidas para os diferentes tipos de interação onda-estrutura.

O quarto capítulo apresenta o modelo numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics*, descrevendo a metodologia SPH, fazendo referência às principais equações e os principais parâmetros do programa.

No capítulo cinco são apresentados os resultados da força de impacto para diferentes tipos de interação de uma onda incidente regular com a estrutura (onda parcialmente estacionária, regime de impacto e de onda já rebentada), com a variação da profundidade e a altura de onda. Posteriormente, são comparados os resultados obtidos pelas simulações numéricas com os das formulações empíricas ou semi-empíricas, para os diferentes tipos de regime de força.

No último capítulo, são apresentadas as considerações finais sobre o trabalho realizado, resumindo-se as principais conclusões a reter e sugerindo-se possíveis desenvolvimentos futuros.



## 2. Agitação Marítima

### 2.1 Considerações gerais

As ondas marítimas resultam da ação de diversas forças externas que provocam uma perturbação do estado inicial da superfície livre. Estas forças resultam da ação de diversos agentes físicos, como a ação dos ventos, deslocamentos da crosta terrestre (terramotos e maremotos) ou mesmo devido à atração de corpos, como o caso do sol e da lua (força de maré). Dependendo da força geradora dos diversos tipos de onda, estas irão ter características distintas. Na Figura 2.1 são ilustrados os principais parâmetros que permitem caracterizar uma onda.

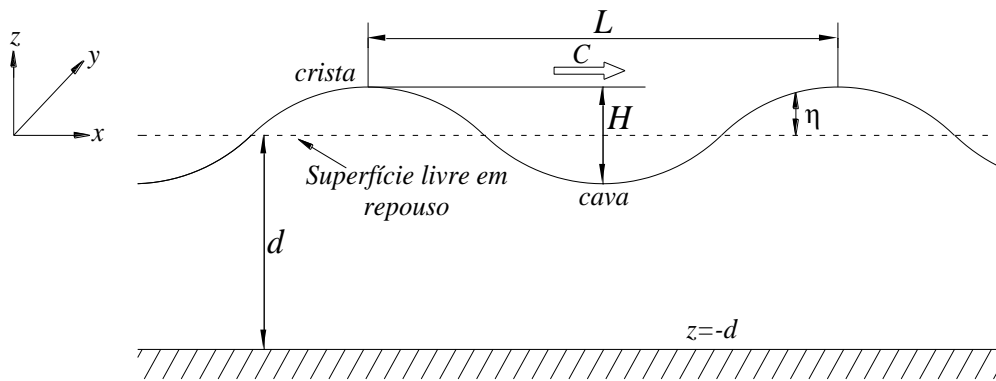


Figura 2.1 – Características da onda

A crista da onda corresponde à elevação máxima da superfície livre acima do nível médio ou nível de repouso e, por sua vez, a cava corresponde ao deslocamento máximo da superfície livre abaixo do nível médio. A altura de onda,  $H$ , é a distância vertical entre a crista e a cava, onde a amplitude é definida, no caso de ondas sinusoidais, como metade da altura de onda,  $A=H/2$ . O comprimento de onda,  $L$ , é definido pela distância entre duas cristas ou duas cavas consecutivas, em que o tempo que um ponto da onda (por exemplo, a crista ou a cava) leva a passar por um ponto estacionário é denominado por período de onda,  $T$  e  $d$  é a profundidade.

Quando a força geradora é o vento, à medida que esta força se faz sentir, a sua turbulência provoca oscilações de pressão na superfície livre, o que se traduz em ondas com comprimentos quase insignificantes. Devido à ação contínua do mesmo, sobre as ondas já geradas, a variação de pressão torna-se cada vez maior, o que faz com que as ondas aumentem de tamanho, sendo este crescimento exponencial. Estas ondas geradas pela ação do vento são denominadas de ondas de vento.

Na realidade, no mar as ondas apresentam formas distintas com um conjunto de características bastante diversificadas (altura, período, comprimento de onda, etc.). O estado caótico da agitação marítima pode ser entendido como a sobreposição de um número finito de sinusoides, podendo ser descritas por uma única senoide no caso de agitação regular (Dean e Dalrymple, 1984).

Assim, para o estudo da agitação marítima é necessário recorrer a hipóteses simplificativas.

## 2.2 Teoria Linear das ondas

Com o objetivo de descrever as características de onda durante a sua propagação, foram desenvolvidas diversas teorias. Estas podem agrupar-se em dois grupos: as lineares, como a teoria de Airy (Airy, 1845) ou Stokes de primeira ordem (Stokes I) ou teoria linear; e as não lineares, como as teorias de Stokes de ordem superior (Stokes II, III e IV) e Cnoidal.

A teoria de Airy, teoria linear ou teoria de onda de pequena amplitude, é aplicada às ondas de pequena amplitude, ou seja, aquelas em que a altura de onda é pequena, quando comparada com a profundidade do meio em que se propaga. O desenvolvimento desta teoria requer a resolução de um problema de fronteira, formulado através de uma equação diferencial sob determinadas condições de fronteira. Devido à complexidade dos processos de geração e propagação de ondas e à sua não linearidade, a equação do movimento das partículas fluidas é de difícil resolução. De modo a contornar este problema, a teoria linear das ondas admite várias hipóteses simplificativas, impostas tanto às ondas como ao meio em que se propagam.

Segundo a teoria linear, consideram-se as seguintes hipóteses simplificativas: o fluido é homogêneo, invíscido, incompressível e possui um movimento irrotacional, permitindo a existência de um potencial de velocidades; o fundo em que se propagam é plano, horizontal e impermeável; a altura de onda,  $H$ , é constante e pequena, quando comparada com o seu comprimento,  $L$ , e a profundidade,  $d$ ; o perfil da onda é periódico e uniforme; o movimento da onda é progressivo no plano bidimensional na direção da propagação da onda, direção positiva do eixo  $x$ ; a pressão na superfície livre é uniforme e constante, não existindo variação de pressão na interface ar-água.

Tendo em conta as hipóteses simplificativas acima referenciadas, a equação da conservação da massa, segundo a teoria linear das ondas, é expressa pela seguinte equação de Laplace:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

em que  $\Phi$  é o potencial de velocidade das partículas fluidas e as coordenadas horizontal e vertical são, respetivamente,  $x$  e  $z$ . De modo a obter a função  $\Phi$ , que representa o campo de escoamento incompressível e irrotacional, é necessário definir as condições fronteira correspondentes ao domínio da solução, tendo em conta as hipóteses simplificativas, acima mencionadas.

Admitindo a hipótese simplificativa de um fundo plano, horizontal e impermeável, a condição cinemática do fundo do mar implica que a velocidade vertical,  $w$ , seja nula. Esta condição de fronteira é expressa pela seguinte equação:

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad (2.2)$$

A teoria linear das ondas admite a hipótese de se considerar a velocidade de uma partícula fluida da superfície livre igual à velocidade da própria superfície livre, condição cinemática de superfície livre, ou seja:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{em } z = 0 \quad (2.3)$$

A condição dinâmica na superfície livre corresponde a considerar a hipótese de ondas de pequena amplitude (quando comparada com o seu comprimento e profundidade), admitindo que a pressão na superfície livre é nula e é dada por:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad (2.4)$$

Através da solução das condições de fronteira e da conservação da massa, obtém-se a expressão que representa o potencial de velocidade do escoamento (Dean e Dalrymple, 1988), dado pela seguinte equação:

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{H g \cosh[k(z+d)]}{2 \omega \cosh(kd)} \text{sen}(kx - \omega t) \quad (2.5)$$

onde a frequência angular,  $\omega$ , e o número de onda,  $k$ , são respetivamente:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.6)$$

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (2.7)$$

A componente horizontal da velocidade das partículas fluidas,  $u(x, z, t)$ , pode ser obtida derivando a expressão do potencial de velocidade, equação 2.1, ou seja:

$$u(x, z, t) = -\frac{\partial \Phi(x, z, t)}{\partial x} = \frac{H k g \cosh[k(z+d)]}{2 \omega \cosh(kd)} \text{cos}(kx - \omega t) \quad (2.8)$$

De forma análoga, obtém-se a componente vertical da velocidade,  $w$ , das partículas fluidas.

$$w(x, z, t) = -\frac{\partial\Phi(x, z, t)}{\partial z} = \frac{H kg \operatorname{senh}[k(z+d)]}{2 \omega \cosh(kd)} \operatorname{sen}(kx - \omega t) \quad (2.9)$$

Das expressões das componentes da velocidade, equações 2.8 e 2.9, verifica-se que quando a componente horizontal  $u$  é máxima, a velocidade vertical  $w$  é nula, o que leva as partículas fluidas a descreverem uma órbita elíptica em torno da sua posição de repouso durante um comprimento de onda, uma vez que as duas componentes de velocidade são diferentes.

Através da condição dinâmica na superfície livre, equação 2.3, e da expressão do potencial de velocidades, obtém-se a expressão que permite calcular a elevação da superfície livre, dada por:

$$\eta = A \cos(kx - \omega t) \quad (2.10)$$

A relação entre a frequência, o número de onda e a profundidade é dada pela relação de dispersão para ondas lineares, que permite obter o valor de qualquer um dos três parâmetros, quando conhecidos os outros dois; é dada pela seguinte expressão:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (2.11)$$

A equação 2.11 pode expressar-se de forma a permitir determinar o comprimento de onda,  $L$ , em função da profundidade  $d$  e o período  $T$ , dada por:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kd) \quad (2.12)$$

A celeridade  $C$ , ou seja, a velocidade da onda ao se propagar, assumindo que num período  $T$  a onda avança o equivalente a um comprimento de onda  $L$ , é, por definição, igual a:

$$C^2 = \left(\frac{L}{T}\right)^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad (2.13)$$

Assim, a velocidade de propagação da onda depende da profundidade do meio em que se propaga,  $d$ , influenciando, deste modo, o seu comprimento de onda. Uma vez que tanto a celeridade como o comprimento de onda dependem da profundidade, torna-se necessário classificar as várias zonas de propagação, segundo a profundidade. Com base na teoria linear das ondas, podem definir-se diferentes zonas de propagação com base no valor do termo  $\tanh(kd)$ , como se mostra na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores de  $\tanh(kd)$  segundo as zonas de propagação (Burchartch e Hughes, 2001)

Zona de Propagação	Profundidade ( $d$ )	$\tanh(kd)$
Águas Profundas	$d > \frac{L}{2}$	$\approx 1$
Águas Intermédias	$\frac{L}{20} \leq d \leq \frac{L}{2}$	$\tanh(kd)$
Águas Pouco Profundas	$d < \frac{L}{20}$	$\approx kd$

Pela análise dos valores de  $\tanh(kd)$  da Tabela 2.1 nas diferentes zonas de propagação e com base nas equações propostas pela teoria linear das ondas, ficamos a conhecer como variam as características de onda em função da profundidade. Em zonas de águas profundas, onde o comprimento de onda é menor que o dobro da profundidade, a parcela hiperbólica tende para a unidade, o que leva a que o comprimento de onda dependa apenas do período, assim como a celeridade. Nesta zona de propagação o movimento das partículas que constituem a onda é circular. Em águas com profundidade intermédia, o comprimento de onda depende não só do período, como também da profundidade, uma vez que a parcela hiperbólica mantém-se inalterada e, conseqüentemente, a celeridade também irá depender da profundidade, uma vez que esta se relaciona com o comprimento de onda (equação 2.13). Nesta zona, o movimento das partículas é elíptico. Nas zonas de águas pouco profundas, o comprimento de onda e a celeridade diminuem com a diminuição da profundidade, uma vez que o comprimento de onda depende apenas da profundidade, já que a parcela hiperbólica tende para zero, ou seja, toma o valor de  $kd$ .

### 2.3 Rebentação

À medida que a onda se propaga para zonas pouco profundas, o seu comprimento de onda diminui, aumentando a sua altura e velocidade de propagação, o que faz com que a onda comece a inclinar-se para a frente e, ao atingir um valor máximo, rebenta. McCowan (1891) estabeleceu uma relação entre a altura máxima da onda quando esta rebenta,  $H_b$ , e a profundidade de rebentação,  $d_b$ , dada por:

$$\frac{H_b}{d_b} = 0.78 \quad (2.14)$$

O parâmetro que se utiliza para classificar o tipo de rebentação das ondas, e, com base nele, alguns dos seus efeitos quando interage com uma estrutura, é o número de Iribarren (*surf similarity*

*parameter*). Embora este parâmetro tenha sido definido para ondas a rebentarem sobre praias, é também utilizado para definir o tipo de rebentação sobre estruturas. Este parâmetro relaciona a inclinação do talude,  $\alpha$ , com a declividade da onda ao largo, ou seja, em águas profundas,  $S_0$ , através da seguinte equação:

$$\xi_0 = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{S_0}} = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{\frac{H}{L}}} \quad (2.15)$$

Através do valor do número de Iribarren, a rebentação da onda pode ser classificada, segundo Galvin (1968) e Battjes (1974), em quatro tipos: progressiva (*spilling*), mergulhante (*plunging*), colapsante (*collapsing*) ou de fundo (*surging*).

A rebentação progressiva, Figura 2.2 (a) ocorre para valores do número de Iribarren inferiores a 0.5 ( $\xi_0 < 0.5$ ), caracterizando-se por uma rebentação contínua. Neste caso, a crista desliza sobre a cava formando uma massa de ar e água turbulenta na parte frontal da onda e a dissipação de energia ocorre de modo gradual. Este tipo de rebentação é característico de praias com um declive suave.

Para valores  $0.5 < \xi_0 < 3.3$  a rebentação é do tipo mergulhante, Figura 2.2 (b), típica de praias com um declive intermédio, entre 3° e 11°, em que a crista se curva sobre a base frontal, mergulhando sobre ela própria, formando o que se conhece por tubos. Este tipo de rebentação possui uma força de impacto elevada, uma vez que a energia se dissipa instantaneamente.

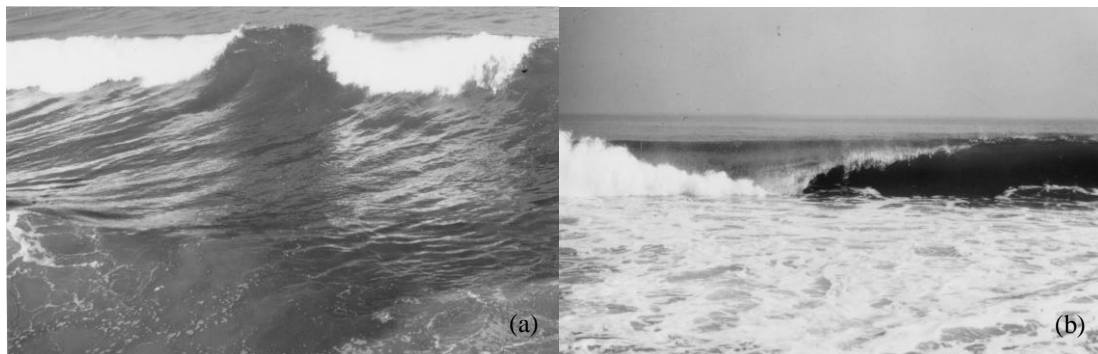


Figura 2.2 – Rebentação progressiva (a) e mergulhante (b) (USACEb, figura II-4-1, 2006)

Quando a rebentação ocorre de uma forma intermédia às referidas anteriormente, ou seja, quando a crista não rebenta totalmente, verificando-se formação de espuma na parte frontal da onda e produzindo uma superfície irregular e turbulenta, a rebentação designa-se por colapsante, Figura 2.3 (a). Ocorre em praias com um declive compreendido entre 11° e 15°, e para valores  $\xi_0 \approx 3$  a 3.5.

Para valores do número de Iribarren superiores a 3.3 ( $\xi_0 > 3.3$ ), a rebentação diz-se de fundo, Figura 2.3 (b). Neste tipo de rebentação a crista da onda não chega a rebentar, pois a frente da mesma

espraia-se sobre o talude, originando uma forte deformação. Ocorre em praias com declives elevados, superiores a 15°.

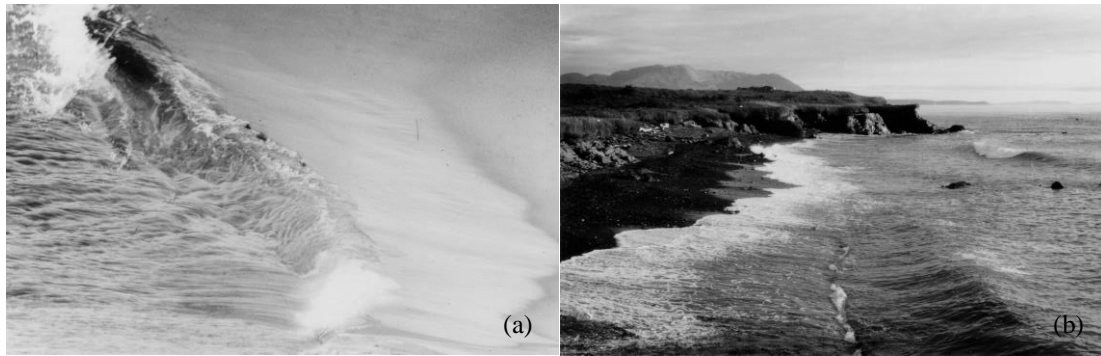


Figura 2.3 - Rebentação colapsante (a) e de fundo (b) (USACE, figura II-4-1, 2006)



### 3. Impactos em quebra-mares mistos e verticais

#### 3.1 Esforços em quebra-mares mistos e verticais

Estruturas como os quebra-mares mistos e verticais são normalmente usados como proteção da linha costeira e de portos contra a ação da agitação marítima, onde os impactos sobre a estrutura podem submetê-la a esforços de elevada amplitude e curta duração.

Devido à importância destas estruturas, o conhecimento dos esforços a que estão submetidas é deveras importante. Por isso, ao longo dos anos, realizaram-se diversos estudos sobre o impacto das ondas sobre uma parede vertical, que simulava um quebra-mar vertical ou misto. Dentro dos vários estudos realizados, destaca-se o projeto PROVERBS (1999), que teve como principal objetivo desenvolver métodos, baseando-se em ferramentas probabilísticas, para o cálculo de forças devidas ao impacto da onda sobre quebra-mares verticais ou em superestruturas. Nestes estudos, classificaram-se os esforços de natureza estática, quase-estática, pulsante ou de impacto. Resumiram-se também, as diversas formulações existentes que permitem estimar os esforços presentes na estrutura.

Os principais esforços a que um quebra-mar misto ou vertical está sujeito, como ilustrado na Figura 3.1, são: as forças horizontais, devidas à incidência da onda na estrutura vertical; as forças de subpressão exercidas na base da estrutura, devidas à existência de água na sua base; o peso da própria estrutura; as forças devidas a ações externas, como o impacto de navios, a ação do vento, entre outras. Este tipo de forças afetam diretamente a estabilidade da própria estrutura, daí a importância do seu estudo.

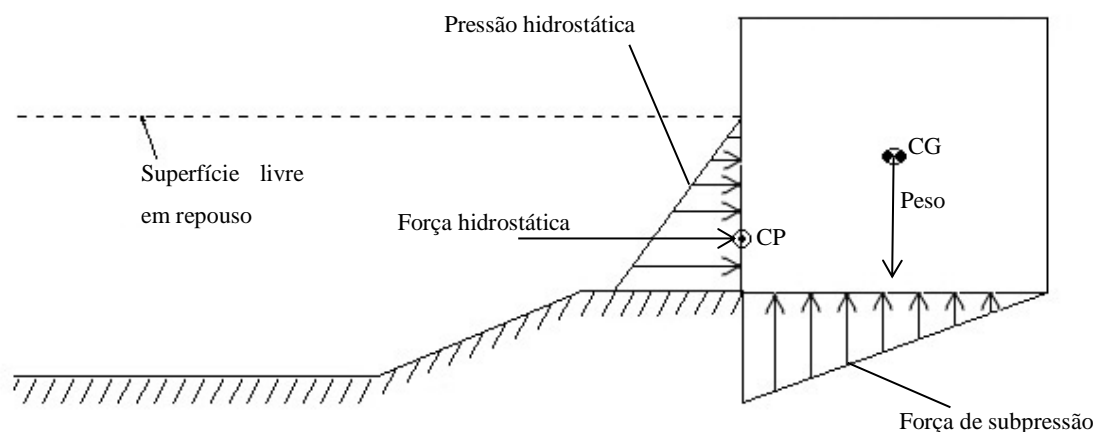


Figura 3.1 – Esforços a que a estrutura vertical está sujeita

### 3.2 Forças horizontais sobre a estrutura

As forças horizontais a que os quebra-mares verticais e mistos estão sujeitos podem ser agrupadas em dois grupos: hidrostáticas, que resultam da pressão que o fluido em repouso exerce sobre a estrutura, e hidrodinâmicas, que resultam da ação da agitação marítima, ou seja, das variações de massa e velocidade a que o fluido está sujeito. A estrutura pode estar ainda sujeita a outros tipos de forças horizontais que não serão abordadas, pois saem do âmbito do estudo deste trabalho, como as forças devidas à ação do vento, movimentos do fundo, impacto de embarcações, etc.

A força hidrostática a que a estrutura está sujeita, uma vez que se encontra parcialmente submersa a uma profundidade  $d$ , é dada pela expressão:

$$F_h = \frac{1}{2} \rho g d^2 \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa volúmica do fluido e  $g$  é a aceleração da gravidade. A equação 3.2 resulta da lei de pressões,  $P(z)$ , tendo em conta que o fluido se encontra em repouso, dada por:

$$P(z) = -\rho g z \quad (3.2)$$

em que  $z$  é a coordenada vertical, sendo zero ao nível da água em repouso e positiva no sentido ascendente.

As forças hidrodinâmicas dependem das características da onda incidente (comprimento de onda,  $L$ , período,  $T$ , altura de onda,  $H$  e profundidade,  $d$ ), do fluido (massa volúmica,  $\rho$ , e viscosidade,  $\mu$ ) ou mesmo da geometria da estrutura. Dependendo das características de onda, o impacto sobre a estrutura pode ocorrer de diferentes formas, a que correspondem diferentes esforços. Quando a onda interage com a estrutura vertical podem ser definidos três regimes de forças (Kortenhaus e Oumeraci, 1997), dependendo do tipo de rebentação: sem rebentação, rebentação sobre a estrutura (com e sem aprisionamento de ar) e rebentação antes da onda atingir a estrutura.

Quando a onda atinge a estrutura, experimenta, por parte das suas partículas fluidas, uma desaceleração brusca, originando forças de curta duração e elevada intensidade, denominada de força dinâmica de impacto ou força horizontal de impacto. A evolução da força horizontal de impacto,  $F_h$ , em função do tempo,  $t$ , adimensionalizado com o período da onda,  $T$ , independentemente dos três regimes de interação referidos, apresenta dois máximos distintos, como ilustrado na Figura 3.2. O primeiro máximo de força (elevado e de curta duração) deve-se à desaceleração brusca da massa de água, quando esta atinge a estrutura, passando de um movimento essencialmente horizontal para um vertical. O segundo máximo, de menor amplitude e maior duração, corresponde à acumulação da

massa de água sobre a estrutura, ocorrendo depois da descida da coluna de água, após ter atingido a sua cota máxima (Martín, 1995).

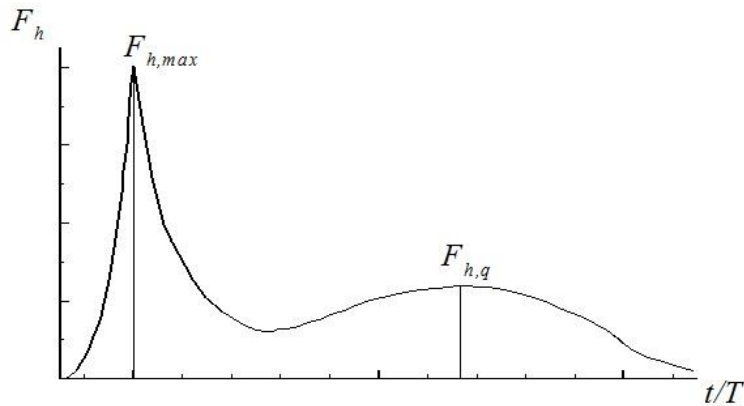


Figura 3.2 - Comportamento da força horizontal sobre a estrutura (PROVERBS, 1999)

No entanto, a relação entre os dois máximos é diferente consoante o tipo de regime de impacto, variando entre valores da mesma ordem de grandeza, regime estático, até valores em que a amplitude do primeiro pico é três vezes superior ao segundo pico, regime em rebentação com impacto.

Quando a onda atinge a estrutura sem rebentação, a estrutura é submetida à ação de uma onda estacionária, que resulta da interação entre a onda incidente e a refletida, uma vez que esta é refletida quase na sua totalidade, Figura 3.3. Neste caso, a força horizontal exercida possui máximos de pouca intensidade e quase coincidentes com a elevação da superfície livre, podendo-se, assim, considerar que a força é de natureza quase-estática.

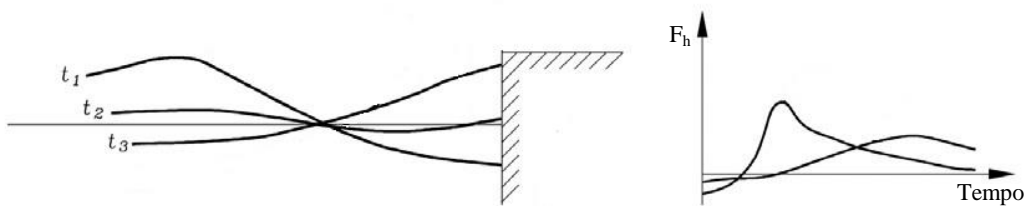


Figura 3.3 – Impacto da onda sobre a estrutura sem rebentação e respetiva força horizontal, regime quase-estático (adaptado de USACE, 2006)

Quando a onda atinge a estrutura com rebentação mergulhante, esta desenvolve uma frente quase vertical que embate com a estrutura, retendo uma quantidade de ar desprezável entre a frente de onda e a parede vertical. Neste caso, a força a que a estrutura é submetida possui um primeiro máximo de elevada amplitude e curta duração, seguido de oscilações de pequena amplitude, Figura 3.4.

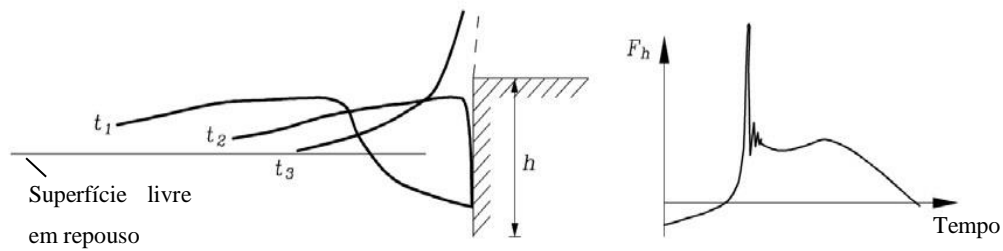


Figura 3.4 - Impacto da onda sobre a estrutura com rebentação e respetiva força horizontal, sem aprisionamento de ar (adaptado de USACE, 2006)

No caso em que a onda alcança a estrutura durante o processo de rebentação, do tipo mergulhante, o impacto dá-se com aprisionamento de ar entre a coluna de água e a estrutura, dando origem a um primeiro máximo de força duplo, seguido de oscilações de curta duração e elevada frequência, como ilustrado na Figura 3.5. O primeiro pico de força deve-se ao impacto da crista da onda quando embate na estrutura, ponto *A* da figura, que é seguido de um segundo máximo devido à compressão da bolsa de ar existente entre a frente de onda e a estrutura, ponto *B*. A forte oscilação deve-se à libertação gradual do ar aprisionado. Com o aumento da distância entre a posição de rebentação e a estrutura, verifica-se uma diminuição do pico de força, uma vez que a quantidade de ar retida entre a frente de onda e a parede vertical aumenta.

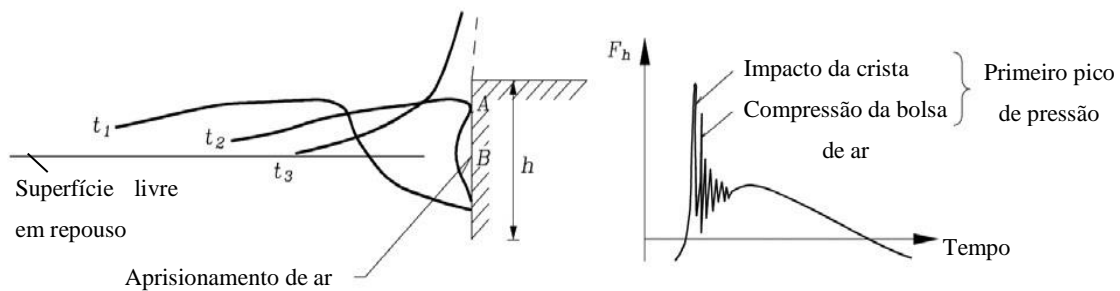


Figura 3.5 - Impacto da onda sobre a estrutura com rebentação e respetiva força horizontal, com aprisionamento de ar (adaptado de USACE, 2006)

Em regime de onda já rebentada, as características da força de impacto, amplitude e duração, dependem da distância entre o ponto de rebentação e a estrutura, verificando-se que o primeiro máximo é registado ao nível da água em repouso, ou na sua proximidade, Figura 3.6. Devido à turbulência na frente da onda, a força de impacto apresenta bastantes oscilações que correspondem à mistura de ar e água que atinge a estrutura. A força de impacto apresenta uma amplitude menor

quando comparada com a do regime em que a onda rebenta sobre a estrutura, com ou sem aprisionamento de ar.

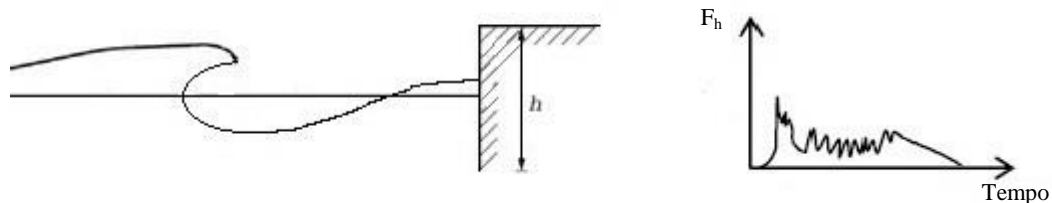
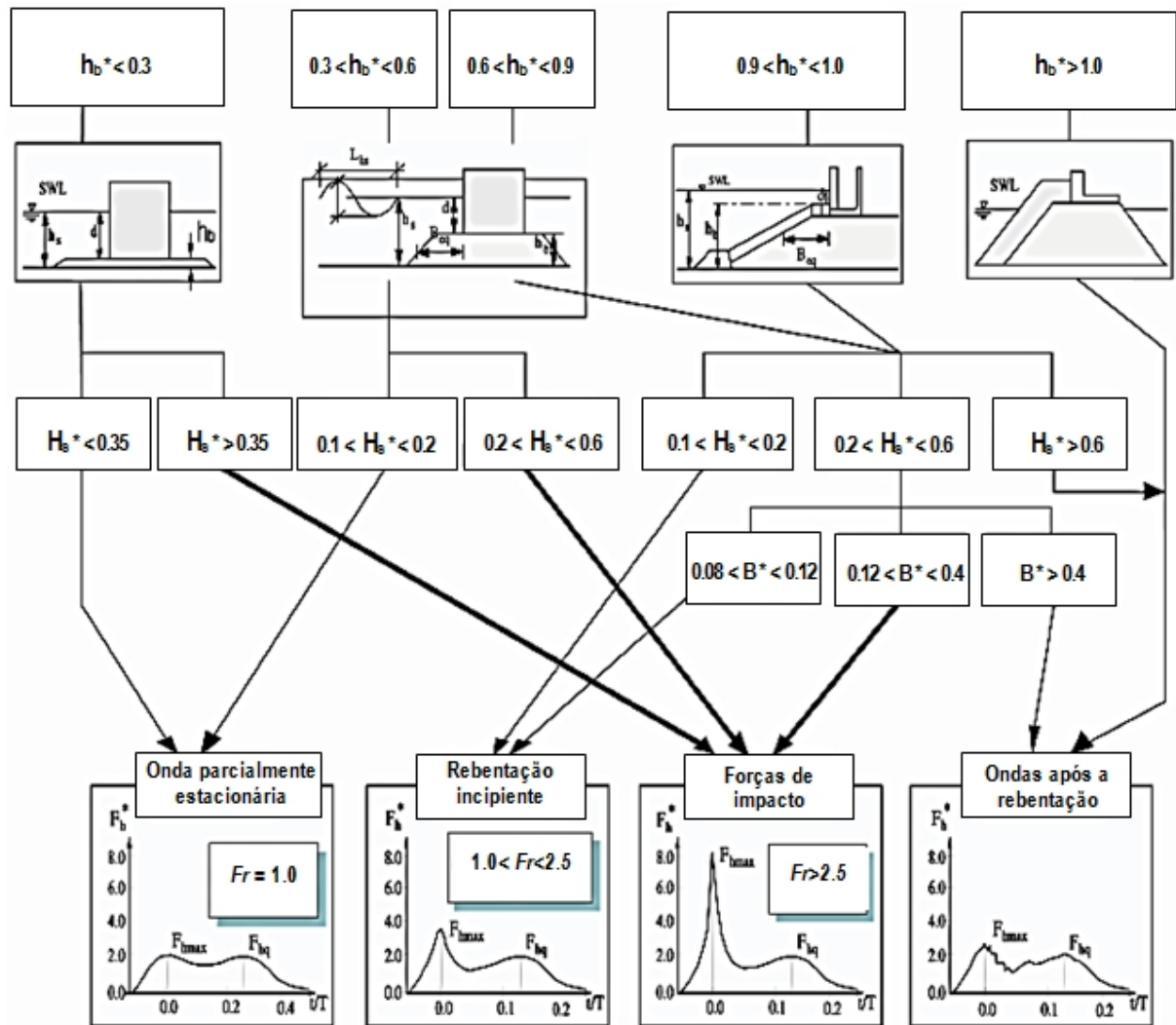


Figura 3.6 - Impacto da onda já rebentada sobre a estrutura e respetiva força horizontal

Kortenhaus e Oumeraci (1998), com base em ensaios bidimensionais com agitação irregular, propuseram um esquema que permite identificar os diferentes tipos de regimes de forças horizontais em estruturas monolíticas em função da sua geometria e das características da agitação, Figura 3.7. Este esquema baseia-se em três parâmetros adimensionais, que dependem da geometria da estrutura, da profundidade e das características da onda incidente, como: a relação entre a altura do talude e a profundidade,  $h_b^*$ ; a relação entre a altura de onda incidente na estrutura e a profundidade,  $H_s^*$  e a relação entre a distância da base do caixotão e metade da altura do talude com altura de onda, a uma profundidade de  $h_s, B^*$ .



Em que,  $h_b^* = \frac{h_b}{h_s}$ ;  $H_b^* = \frac{H_{si}}{h_s}$ ;  $B^* = \frac{B_{eq}}{L_{hs}}$ ;  $F_h^* = \frac{F_b}{\rho \cdot g \cdot H_b^2}$ ;  $Fr = \frac{F_{h,max}}{F_{h,q}}$

$H_{si}$  – Altura de onda, significativa, incidente

$h_b$  – Altura do talude

$H_b$  – Altura de onda na rebentação

$B_{eq}$  – Distância entre  $h_b/2$  e a base do caixotão

$L_{hs}$  – Comprimento de onda em  $h_s$

$F_h$  – Força horizontal

$g$  – Aceleração da gravidade

$\rho$  – Massa volúmica do fluido

Figura 3.7 - Regimes de forças em estruturas verticais expostas à agitação (adaptado de Kortenhuis e Oumeraci,1998)

Nagai (1973) descreveu a distribuição de pressões exercida sobre uma estrutura de parede vertical, por uma onda estacionária, quase-estacionária, em rebentação e já rebentada. Para ondas que não chegam a rebentar, a principal característica na distribuição de pressões é a ocorrência de um pico duplo, simétrico, em torno da sua crista. A Figura 3.8 ilustra a evolução da pressão ao longo do tempo, para diferentes valores de declividade da onda.

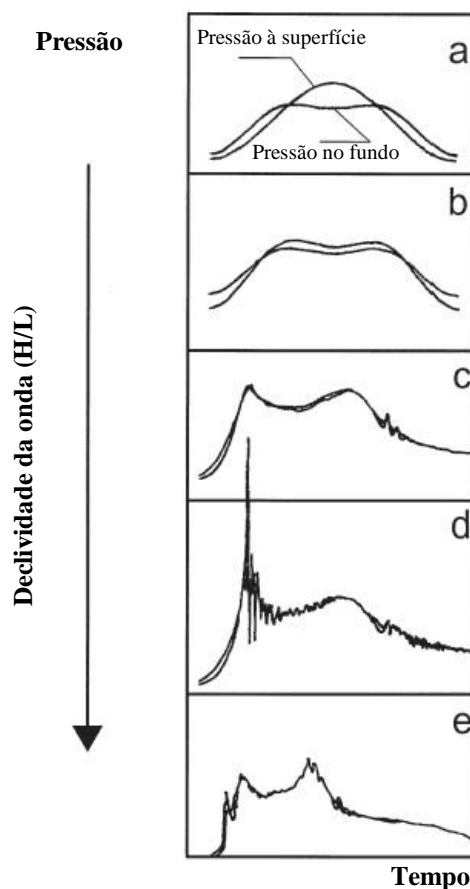


Figura 3.8 – Distribuição de pressão no tempo com o aumento da declividade da onda ( $H/L$ ) (adaptado de Losada *et al.*, 1995).

A evolução da pressão ao longo do tempo, no caso de ondas estacionárias que atingem a estrutura e que apresentem uma declividade ( $H/L$ ) baixa, possui uma forma sinusoidal. O pico de pressão no fundo apresenta uma flutuação com o dobro da frequência registada na superfície, para um período de onda constante, Figura 3.8 (a). Com o aumento da declividade da onda,  $H/L$ , a flutuação sentida no fundo expande-se até atingir a superfície e os dois picos de pressão, simétricos, fazem-se sentir até ao nível da água em repouso, Figura 3.8 (b). À medida que a declividade da onda aumenta, atingindo as condições em que a onda está quase a rebentar, os picos de pressão começam a tornar-se assimétricos, com um primeiro máximo de maior amplitude e de menor duração, Figura 3.8 (c). Quando a onda rebenta sobre a estrutura, Figura 3.8 (d), o primeiro máximo de pressão aumenta consideravelmente a sua magnitude, designado de pressão de choque (Bagnold, 1939), podendo-se dividir, em alguns casos, em dois picos de curta duração. O segundo pico de pressão, de maior duração e de menor amplitude, é designado de pressão secundária ou pressão de reflexão, segundo Topliss (1994). Caso a onda atinja a estrutura já rebentada, Figura 3.8 (e), a magnitude e a duração dos picos de pressão depende da distância entre o ponto de rebentação e a parede vertical.

Para os casos em que a onda não rebenta sobre a estrutura, Figura 3.8 (a), (b) e (c), existem soluções teóricas que fornecem os valores de pressão e força a que a estrutura se encontra sujeita. No entanto, para o caso descrito na Figura 3.8 (d), a onda rebenta sobre a estrutura, sendo os resultados da força e pressão dados por formulações empíricas ou semi-empíricas (Nagai, 1973; Goda, 1985; Takahashi *et al.*, 1992; Takahashi e Tamimoto 1994; Kortenhaus e Oumeraci, 1997), como se verá na secção 3.4. Quando a estrutura é submetida à ação de uma onda já rebentada, Figura 3.8 (e), a distribuição de pressões depende da evolução da onda após a sua rebentação.

### 3.3 Forças verticais sobre a estrutura

Como foi dito anteriormente, os quebra-mares mistos estão sujeitos, não só a esforços horizontais, devido à ação da agitação marítima, mas também a esforços verticais como subpressões, exercidas sobre a base do caixotão e o peso da própria estrutura, Figura 3.9.

A determinação das forças de subpressão é deveras importante, uma vez que estas podem ser responsáveis pela instabilidade da estrutura, atuando no sentido contrário ao peso. As forças de subpressão podem dividir-se em cargas estáticas ou dinâmicas. A sua componente estática resulta da pressão hidrostática exercida pela água na base do caixotão, que constitui a estrutura. No entanto, esta só se faz sentir caso a base se encontre submersa, apresentando uma distribuição linear de pressões. As cargas dinâmicas devem-se ao movimento da superfície livre, ou seja, à própria agitação marítima, onde a onda exerce uma força ascendente sobre a base do caixotão, uma vez que este se pode encontrar assente sobre mantos porosos. As forças de subpressão dinâmicas apresentam, geralmente, uma distribuição triangular.

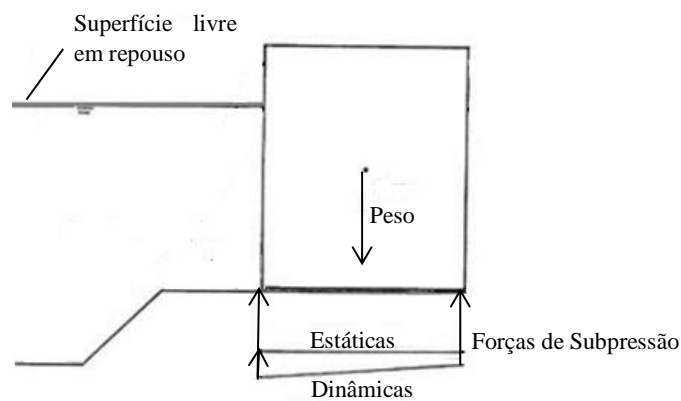


Figura 3.9 – Forças verticais a que o quebra-mar misto se encontra submetido (adaptado de Neves *et al.*, 2012).

Em determinadas condições de agitação marítima, o conhecimento destas forças pode ter um papel fundamental na conceção de uma estrutura de proteção costeira; no entanto, existem poucas

formulações empíricas que permitam estimar o seu valor. As forças de subpressão, nesta dissertação, não serão determinadas, uma vez que a estrutura vertical se encontra assente sobre um manto impermeável.

### 3.4 Formulações empíricas ou semi-empíricas

Como foi mencionado anteriormente, o conhecimento dos esforços a que uma estrutura se encontra sujeita é de grande interesse. Atualmente as formulações empíricas ou semi-empíricas são o elemento mais utilizado na fase de estudo prévio de uma obra marítima. No entanto, a aplicação destas formulações está limitada a estruturas de geometria simples e às condições específicas de agitação marítima para as quais foram desenvolvidas. Uma outra limitação é o facto de estas considerarem a estrutura como sendo infinita e impermeável, não considerando assim possíveis efeitos que modifiquem as condições de agitação incidente, tais como a difração.

As formulações empíricas ou semi-empíricas existentes na literatura (USACE, 2006) apresentam características comuns no cálculo de pressões dinâmicas, ou mesmo das respetivas forças, para quebra-mares verticais e mistos sujeitos a diferentes regimes (estacionários, quase-estacionários ou impulsivos), sendo as forças hidrodinâmicas (Figura 3.10) determinadas, admitindo que (Neves *et al.*, 2011):

- A pressão máxima,  $p_1$ , ocorre ao nível de água em repouso ( $z=0$ ), ou próximo deste, sendo proporcional a  $\rho g H_d$ , onde  $H_d$  é a altura de onda incidente em frente à estrutura, considerando (ou não) o efeito da reflexão.
- A pressão diminui desde  $p_1$  a  $p_2$  ( $z = \eta_{max}^* = 0$ ), segundo uma distribuição hidrostática de pressões, e de  $p_1$  a  $p_3$  ( $z = -h$ ), segundo uma função cosh ou linear, no caso de a estrutura se encontrarem águas pouco profundas.

Relativamente às subpressões, as formulações consideram uma distribuição triangular de pressões decrescente desde barlamar até sotamar, onde se considera que existe água em repouso, onde esta se anula. A barlamar, o valor da pressão é igual à pressão na base da estrutura,  $p_u = p_3$ . No entanto, estas não serão aqui abordadas, uma vez que saem do âmbito desta dissertação.

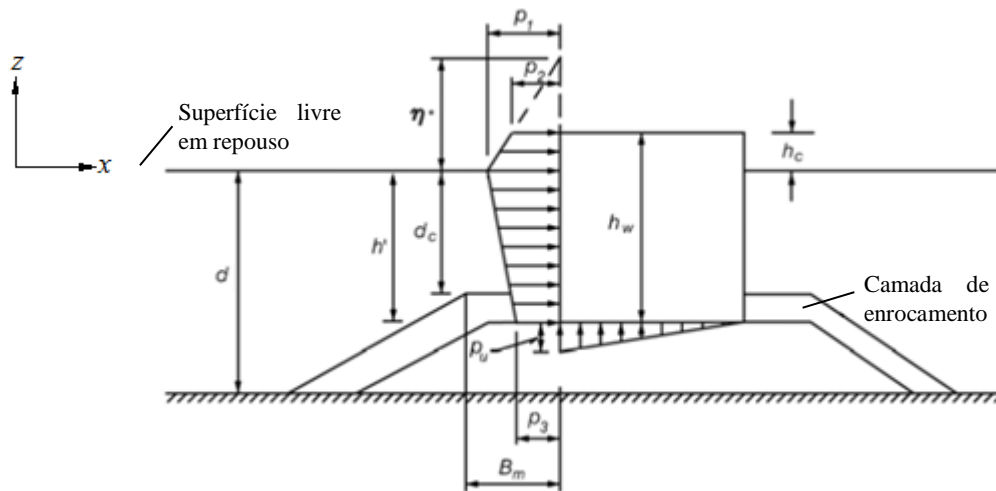


Figura 3.10 – Perfil de pressões hidrodinâmicas na parede vertical de um quebra-mar misto, segundo Goda (1985).

Quanto aos fenómenos que influenciam as forças hidrodinâmicas, as formulações empíricas e semi-empíricas (Neves *et al.*, 2012), consideram que: a reflexão é introduzida no valor de  $H_d$  e no de  $\eta_{max}$ ; a rebentação é integrada através de um aumento de pressão apenas na proximidade do nível médio; o galgamento, apesar de provocar uma redução na força a que a estrutura se encontra sujeita, só é considerado através da redução do nível máximo,  $\eta_{max}$ ; não é considerada a dissipação através dos meios porosos, que possam existir na base da estrutura; e a obliquidade da agitação, apenas considerada em algumas formulações, é introduzida por meio da alteração da altura de onda, considerando que a força a que a estrutura é sujeita depende apenas da altura de onda perpendicular à estrutura.

Na literatura é possível encontrar diversas fórmulas empíricas ou semi-empíricas para o cálculo de forças ou pressões em quebra-mares verticais e misto, cada uma com um domínio de aplicabilidade relacionado com o regime de forças a que a estrutura se encontra sujeita e às condições para que foi desenvolvida, podendo este ser consultado no USACE (2006). No presente trabalho, para a determinação das forças hidrodinâmicas atuantes no quebra-mar misto serão utilizadas as fórmulas de Goda (1974) e de Goda modificado por Takahashi *et al.*, (1994), dependendo do regime de interação onda-estrutura e das condições de aplicabilidade das fórmulas, Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Formulações existentes na literatura para a determinação de esforços para diferentes condições de aplicabilidade (Neves *et al.*, 2012)

Fórmulas; Ano		Regime de forças	Condições de aplicação
Sainflou; 1928		Estacionário	Agitação regular Fundo de pequeno declive(<1/50) Reflexão total, sem rebentação ou galgamento
Goda; 1974		Estacionário	Agitação regular Sem obliquidade
Goda modificado	Tanimoto <i>et al.</i> ; 1976	Estacionário	Considera o efeito da obliquidade
	Takahashi <i>et al.</i> ; 1994	Impulsivas	Considera o efeito da rebentação
Nagai; 1973		Estacionário	Agitação regular Incidência normal Reflexão perfeita, sem rebentação
Fenton; 1985		Estacionário	Incidência oblíqua Reflexão perfeita Sem rebentação short-crested waves
Hiroi; 1919		Impulsivas	Ondas em rebentação $d < 2H$
Peregrine <i>et al.</i> ; 1994		Impulsivas	Eventos de impacto

### 3.4.1 Método de Goda (1974) e Goda modificado

Goda, com base no trabalho desenvolvido por Sainflou e para o caso de ondas regulares, propôs uma formulação que permite o cálculo da força em estruturas verticais, válida para regimes de força estacionária (Sainflou, 1928). Este método tem vindo a ser sucessivamente modificado de modo a ter em conta outros efeitos. Para ter em conta a rebentação, e deste modo poder calcular pressões no caso de as forças impulsivas, Takahashi *et al.*, (1994) propôs uma fórmula baseada na de Goda. Esta fórmula pressupõe uma distribuição de pressões, sobre a parede do quebra-mar, do tipo trapezoidal, independentemente de que ocorra, ou não, rebentação sobre a mesma, Figura 3.10.

Na aplicação destes métodos, tanto no proposto por Goda como no modificado por Takahashi, um dos aspetos mais importantes é definir quais os parâmetros de agitação a utilizar como representativos de um estado de mar, uma vez que estes foram desenvolvidos para uma agitação incidente regular. Assim, os autores sugerem que o ângulo que a direção de propagação da onda faz com a perpendicular à estrutura,  $\beta$ , varie entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , sendo por isso  $0^\circ$  no caso de agitação perpendicular à estrutura, e o período seja dado pela média do terço do período das ondas mais elevadas de um registo,  $T_{1/3}$ . A elevação máxima da superfície livre sobre a parede,  $\eta^*$ , definida como se a parede vertical do quebra-mar fosse infinita, é dada por:

$$\eta^* = 0.75(1 + \cos \beta)\lambda_1 H_d \quad (3.3)$$

onde  $H_d$  é a altura de onda incidente em frente à estrutura que, segundo Takahashi *et al.*, (1994), toma o valor de  $H_{max} = 1.8d$ , e  $\lambda_1$  é um fator dependente da geometria da estrutura, que para quebra-mares verticais convencionais toma o valor 1 ( $\lambda_1 = 1$ ).

A pressão exercida sobre o paramento vertical pode ser estimada pelas seguintes equações:

$$p_1 = 0.5(1 + \cos \beta)(\lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha^* \cos^2 \beta) \rho g H_d \quad (3.4)$$

$$p_2 = \alpha_2 p_1 \quad (3.5)$$

$$p_3 = \alpha_3 p_1 \quad (3.6)$$

em que,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  e  $\alpha^*$  são fatores que dependem da profundidade e das características da agitação incidente, Takahashi (1994). Na fórmula de Goda, estes valores são dados por:

$$\alpha_1 = 0.6 + 0.5 \left( \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$\alpha_2 = \min \left( \frac{(1 - d_c/h)(H/d)^2}{3}, \frac{2d}{H} \right) \quad (3.8)$$

$$\alpha_3 = 1 - \left( \frac{d+d_c}{h} \right) \left( 1 - \frac{1}{\cosh(2\pi h/L)} \right) \quad (3.9)$$

$$\alpha^* = \alpha_2 \quad (3.10)$$

Takahashi *et al.*, (1994), recorrendo a ensaios experimentais, modificaram a fórmula proposta por Goda alterando o valor associado ao aumento de pressão devido à rebentação sobre a estrutura,  $\alpha^*$ , de modo a incluir as forças impulsivas, ou seja, considerando o efeito da rebentação, agora dado por  $\alpha^* = \max(\alpha_2, \alpha_I)$ , onde:

$$\alpha_I = \alpha_{I0} \cdot \alpha_{I1} \quad (3.11)$$

$$\alpha_{I0} = \begin{cases} H/d & H/d \leq 2 \\ 2.0 & H/d > 2 \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\alpha_{I1} = \begin{cases} \cos \delta_2 / \cosh \delta_1 & \delta_2 \leq 0 \\ 1 / \cosh \delta_1 (\cosh \delta_2)^{1/2} & \delta_2 > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 20\delta_{11} & \delta_{11} \leq 0 \\ 15\delta_{11} & \delta_{11} > 2 \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\delta_{11} = 0.93 \left( \frac{B}{L} - 0.12 \right) + 0.36 \left( \frac{h-d}{d} - 0.6 \right) \quad (3.15)$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 4.9\delta_{22} & \delta_{22} \leq 0 \\ 320\delta_{22} & \delta_{22} > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\delta_{22} = -0.36 \left( \frac{B}{L} - 0.12 \right) + 0.93 \left( \frac{h-d}{d} - 0.6 \right) \quad (3.17)$$

Em que,  $h_s$  representa a profundidade em frente à estrutura,  $L$  o comprimento de onda,  $d$  a profundidade em frente ao caixotão,  $d_c$  a profundidade no pé do caixotão no interior do manto de enrocamento e  $R_c^*$  é definido como  $\min(R_c, \eta^*)$ .

Com base na distribuição de pressões proposta por Goda ou por Takahashi, é possível obter o valor, por metro linear do comprimento do quebra-mar, da força horizontal  $F_H$  e vertical  $F_U$  segundo as seguintes equações:

$$F_H = U_{FH} \left[ \frac{1}{2} (p_1 + p_2) R_c^* + \frac{1}{2} (p_1 + p_3) h' \right] \quad (3.18)$$

$$F_U = U_{FU} \frac{1}{2} p_u B \quad (3.19)$$

onde  $R_c^* = \min(\eta_{max}, h_c)$ ,  $B$  é a largura da estrutura e  $U_{FH}$  e  $U_{FU}$  são fatores de correção de erros sistemáticos e de incerteza relacionados com a força horizontal e vertical, respetivamente (USACE 2006, tabela VI-5-53). Estes métodos permitem, ainda, a determinação da pressão exercida na base do caixotão, no entanto esta não será abordada uma vez que sai do âmbito de estudos deste trabalho, sendo dada por:

$$p_u = 0.5(1 + \cos \beta) \lambda_3 \alpha_1 \alpha_3 \rho g H_d \quad (3.20)$$



## 4. Método SPH

### 4.1 Considerações gerais

O método SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) foi inicialmente desenvolvido para resolver problemas na área da astrofísica (Gingold e Monaghan, 1977; Lucy, 1977). Devido à semelhança entre os problemas astrofísicos estudados e o movimento dos fluidos, o método SPH foi adaptado ao estudo de problemas na área da hidrodinâmica por Monaghan (1994). A adaptação permitiu, através do desenvolvimento adequado das equações de Navier-Stokes segundo uma abordagem Lagrangeana, modelar a trajetória das partículas do fluido que transportam as suas próprias propriedades e características (massa, densidade, velocidade, pressão, posição). No método SPH o problema apresenta-se discretizado num número finito de partículas, sem malha, onde todo o domínio é considerado como um conjunto de partículas que representam volumes finitos de fluido.

A metodologia SPH consiste na aproximação de um escalar, uma função ou um tensor usando a teoria dos integrais de interpolação. Assim, o valor da função de aproximação é obtida pela integração dos valores das funções vizinhas, ponderadas por uma função  $W$ , função esta definida pela manipulação da função delta de Dirac, segundo Liu e Liu (2003). Assim, o integral de interpolação,  $f(r)$ , de uma partícula,  $r$ , em relação a outra,  $r'$ , é dado por:

$$f(r) = \int f(r')W(r - r', h)dr' \quad (4.1)$$

no qual  $W$  é uma função analítica, denominada por função de ponderação ou kernel de interpolação, com uma dimensão de domínio de influência,  $h$ , denominado *smoothing length*, o qual limita a resolução do método. Para uma boa aproximação, a função *kernel* deve ser monótona decrescente com o aumento da distância entre  $r$  e  $r'$ .

Uma vez que no método SPH o fluido é representado por um número finito de partículas, a função de aproximação da partícula genérica  $a$  relativamente a  $b$ , contidas no mesmo subdomínio, é dada por:

$$f(r_a) = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f(r_b)W_{ab} \quad (4.2)$$

onde a função  $f(r_a)$  traduz a aproximação da função  $f$  associada à partícula  $a$  na sua posição  $r_a$ ,  $f(r_b)$  traduz a aproximação da função  $f$  associada à partícula  $b$  na posição  $r_b$  os parâmetros com o índice  $b$  são valores associados à partícula  $b$ , na posição  $r_b$ ,  $W_{ab}=W(r_a-r_b, h)$  é o valor da função de interpolação na posição  $(r_a-r_b)$ ,  $m_b$  e  $\rho_b$  são respetivamente , massa e densidade da partícula  $b$ .

O desempenho do método depende essencialmente da escolha da função de ponderação, uma vez que esta determina a dimensão do domínio de suporte, definido pelo diâmetro  $kh$ , em que  $k$  é o fator de escala e a distância não-dimensional entre as partículas é dada por  $q = r_{ab}/h$ , sendo  $r_{ab}$  a distância entre as partículas  $a$  e  $b$ . O parâmetro  $h$ , muitas vezes chamado domínio de influência ou domínio de alisamento, controla a dimensão da área em torno de uma partícula onde a contribuição das restantes partículas não pode ser desprezada.

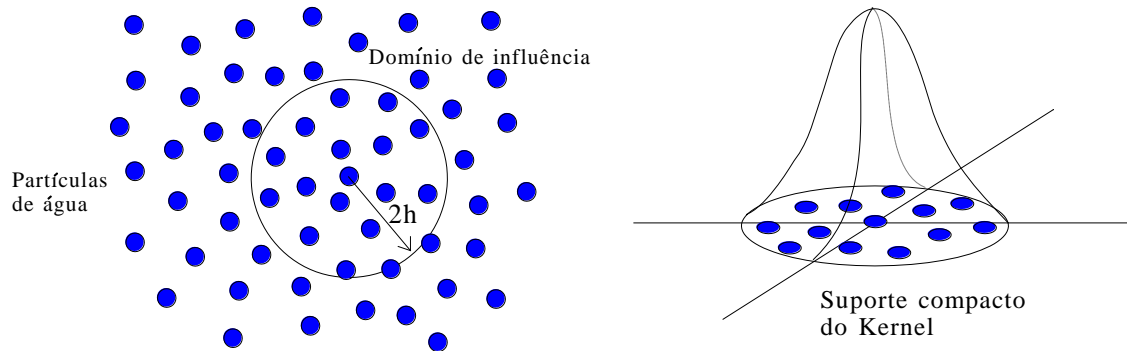


Figura 4.1 – Domínio de influência de uma partícula genérica  $a$  e suporte compacto do  $kernel$  (Didier *et al.*, 2011a).

Na literatura é possível encontrar diversas funções  $kernel$ , sendo a sua utilização análoga à utilização de esquema de discretização nos métodos Eulerianos do tipo volumes finitos. Assim, a resolução do método SPH é muito dependente do tipo de  $kernel$  utilizado, função que deve verificar diversas condições matemáticas (Liu e Liu, 2003). Para se obter dois ou mais domínios de suporte contidos no domínio do problema, o parâmetro  $kh$  deve ser menor que o domínio do problema e, de modo a garantir a interação inicial entre as partículas contidas no domínio de suporte de  $W$ ,  $kh/2$  deve ser superior à separação inicial das partículas ( $d_0$ ). No presente trabalho será utilizado um fator de escala de  $k=2$ .

Na presente dissertação será utilizado o  $kernel$  de interpolação *quadratic* (Johnson *et al.*, 1996; Dalrymple e Rogers, 2006), uma vez que verifica uma boa concordância entre os dados experimentais e os obtidos de estudos anteriores (Didier e Neves, 2009; Didier *et al.*, 2011a, 2011b), sendo definido por:

$$W(q, h) = \frac{3}{2\pi h^2} \left( \frac{q^2}{4} - q + 1 \right), \quad 0 \leq q \leq 2 \quad (4.3)$$

em que  $q = \frac{r_a - r_b}{h}$ , onde  $r_a$  e  $r_b$  é a localização das partículas  $a$  e  $b$ , respetivamente. Esta função de ponderação não possui pontos de inflexão na sua derivada no intervalo de definição da função, o que

constitui uma vantagem, uma vez que a derivada da função  $f(r)$  é calculada analiticamente, apenas derivando o kernel.

No decorrer das simulações, a distância entre as partículas,  $dx$ , pode diminuir, e eventualmente ser mesmo nula, provocando instabilidades, conduzindo a problemas numéricos que levam à imprecisão dos resultados, com erros elevados. De modo a maximizar a precisão e a eficiência do método, são implementadas variáveis corretivas (Crespo, 2008; Liu e Liu, 2003).

## 4.2 Modelo numérico SPH

O modelo numérico SPH, desenvolvido e utilizado no LNEC, baseado no código *freeware* SPHysics (Gómez-Gesteira *et al.*, 2008) na versão 1.4 (Crespo, 2008; SPHysics code, 2009), baseado na formulação de Monaghan (1992, 1994), permite o estudo de fenómenos complexos de escoamento em superfície livre onde os métodos Eularianos são difíceis de aplicar, como as deformações complexas de superfície livre, a rebentação, o *sloshing*, a penetração de um objeto no fluido, impactos de onda em estruturas. Este modelo compreende um conjunto de opções, tais como esquemas de integração no tempo, modelos de viscosidade, absorção dinâmica, filtros de massa específica, condições de fronteiras dinâmicas e estáticas, diferentes funções de *kernel*, etc. (Gómez-Gesteira *et al.*, 2008).

O modelo SPHysics resulta da colaboração de um grupo de investigadores das universidades de John Hopkins (Estados Unidos da América), de Roma La Sapienza (Itália), de Vigo (Espanha) e de Manchester (Reino Unido). É composto por dois programas: um programa de pré-processamento, para determinar a posição das partículas da fronteira, as condições limite e a distribuição inicial das partículas fluidas, o SPHysicsgen; e um segundo programa que permite resolver as equações discretizadas do problema em estudo, o SPHysics.

O modelo SPH fundamenta-se nas equações governativas da dinâmica dos fluidos sendo suportado essencialmente por três leis fundamentais da mecânica clássica, na sua forma Lagrangeana:

- Conservação do momento;
- Conservação da massa;
- Conservação da energia.

Todas as escolhas efetuadas ao longo deste capítulo são feitas tendo em conta que as simulações se destinam ao estudo da interação onda-estrutura, e sendo assim, estas são as mais indicadas para o caso em estudo, podendo não ser as ideais para outros casos.

### 4.2.1 Equação da Conservação do momento

A equação da conservação do momento para um meio contínuo é dada por:

$$\frac{Dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \Pi + g \quad (4.4)$$

onde  $v$  é a velocidade,  $t$  é o tempo,  $\rho$  e  $\nabla P$  são respetivamente a densidade do fluido e o gradiente de pressão,  $g$  é a aceleração da gravidade ( $g=-9.81 \text{ ms}^{-2}$ ) e  $\Pi$  o termo viscoso.

O termo viscoso representa um papel fundamental na equação da conservação do momento, uma vez que previne possíveis instabilidades no movimento das partículas fluidas. De modo a garantir, ao longo de toda a simulação, a conservação da quantidade de movimento, no modelo SPHysics são consideradas três formulações diferentes para a dissipação viscosa: viscosidade artificial, viscosidade laminar e viscosidade turbulenta.

No modelo de viscosidade artificial, proposto por Monaghan (1992), a equação discreta que descreve a evolução da quantidade de movimento, é dada por:

$$\frac{Dv_a}{dt} = -\sum_b m_b \left( \frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + g \quad (4.5)$$

onde  $v_a$  é a velocidade associada à partícula genérica  $a$ ,  $P_a$  e  $\rho_a$  são, respetivamente, a sua pressão e densidade,  $P_b$  e  $\rho_b$  são, respetivamente, a pressão e densidade associada à partícula  $b$  com massa  $m_b$  contida no domínio de suporte  $W$  e  $\Pi_{ab}$  é o parâmetro de viscosidade artificial, sendo dado por:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha c_{ab} \mu_{ab}}{\rho_{ab}} & \text{se } v_{ab} \cdot r_{ab} < 0 \\ 0 & \text{se } v_{ab} \cdot r_{ab} \geq 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

em que,

$$\mu_{ab} = \frac{h v_{ab} \cdot r_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2} \quad (4.7)$$

onde  $c_{ab}$  e  $\rho_{ab}$  é a velocidade média do som e a densidade, respetivamente, das partículas  $a$  e  $b$ ,  $r_{ab}$  a distância entre as partículas,  $v_{ab}$  é a diferença entre as suas velocidades. De modo a evitar singularidades, quando a distância entre as partículas tende para zero, é adicionado o termo  $\eta^2$ , dado por,  $\eta^2=0.01h^2$ . O parâmetro  $\alpha$  é um termo livre que se ajusta de acordo com o problema em estudo (Crespo, 2008). Este modelo de viscosidade artificial provoca uma difusão no modelo numérico, alterando significativamente a altura de onda, já que o aumento do parâmetro de viscosidade artificial provoca uma diminuição na amplitude das ondas (Didier e Neves, 2010a).

O modelo de viscosidade laminar admite que o escoamento é laminar, ou seja, o número de Reynolds é baixo. Neste modelo o termo viscoso é substituído pelo termo de viscosidade laminar,  $\nu_0 \nabla^2 v$ , sendo a equação da conservação do momento definida por:

$$\frac{dv_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \nu_0 \nabla^2 v + g \quad (4.8)$$

onde o termo de viscosidade laminar, na sua forma SPH (Morris *et al.*, 1997; Lo e Shau, 2002), é dado por:

$$\nu_0 \nabla^2 v = \sum_b m_b \left( \frac{4\nu_0 r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b) |r_{ab}|^2} \right) v_{ab} \quad (4.9)$$

em que  $\nu_0$  é a viscosidade cinemática do fluido, que no caso da água, geralmente, toma o valor de  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Tendo em conta o termo de viscosidade laminar, equação (4.9), a equação da conservação do momento segundo o modelo de viscosidade laminar é dada por:

$$\frac{dv_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b m_b \left( \frac{4\nu_0 r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b) |r_{ab}|^2} \right) v_{ab} + g \quad (4.10)$$

A equação discreta da conservação do momento segundo um modelo de viscosidade turbulenta (Gotoh *et al.*, 2001) é semelhante à equação (4.10), apresentando um termo que permite a modelação de escoamentos turbulentos, denominado por SPS (*Sub-Particle Scale*). A conservação do momento associada ao modelo de turbulência SPS, na sua formulação SPH, pode ser escrita por:

$$\frac{dv}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{\tau_a}{\rho_a^2} + \frac{\tau_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b m_b \left( \frac{4\nu_0 r_{ab} \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b) |r_{ab}|^2} \right) v_{ab} + g \quad (4.11)$$

onde  $v$  é a velocidade,  $P$  a pressão,  $\rho$  a densidade,  $\Pi$  a viscosidade,  $g$  é a aceleração da gravidade ( $g = -9.81 \text{ m s}^{-2}$ ) e  $\tau_a$  e  $\tau_b$  são as tensões, resultantes da turbulência do escoamento, das partículas  $a$  e  $b$ , respetivamente. No modelo SPH do LNEC este último modelo é utilizado, assim como para as simulações apresentas no presente trabalho.

## 4.2.2 Equação da Conservação da massa

A equação da conservação da massa permite o cálculo direto da densidade das partículas. A aproximação discreta da densidade no modelo SPH, de modo a evitar comportamentos indesejáveis,

como o decaimento acentuado na massa específica nas proximidades da superfície, é dada por Monaghan (1992):

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b V_{ab} \nabla_a W_{ab} \quad (4.12)$$

onde  $\rho_a$  é a densidade da partícula genérica  $a$ ,  $m_b$  é a massa associada à partícula  $b$ ,  $V_{ab}$  é o vector velocidade relativa entre as partículas,  $W_{ab}$  é o valor da função de interpolação na posição  $(r_a - r_b)$  e  $\nabla_a$  é a função de aproximação associada à partícula  $a$ . A densidade de uma partícula ao longo do tempo está intimamente relacionada com as velocidades relativas entre as partículas do domínio, sendo essa contribuição determinada pelo gradiente da função *kernel*.

No método SPH, o cálculo do termo pressão é deveras importante, uma vez que é responsável pelo movimento das partículas que constituem o escoamento. No entanto, devido à variação da densidade, uma vez que o fluido não é tratado como incompressível, o seu cálculo torna-se complexo. No entanto, o SPHysics admite a hipótese do fluido ser pouco compressível, através da aplicação da compressibilidade artificial (Gómez-Gesteira *et al.*, 2010), dada pela equação de estado (Batchelor, 1974; Monaghan, 1994):

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (4.13)$$

em que  $B$  é a constante relacionada com o módulo de elasticidade do fluido:

$$B = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma} \quad (4.14)$$

sendo  $c_0$  a velocidade do som para a densidade de referência ( $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) e  $\gamma$  a constante politrópica, tomando valores de 1 a 7. Esta equação de estado, conhecida como a equação de Tait, permite relacionar a pressão do fluido com a sua massa volúmica, com uma variação de densidade de aproximadamente 1% (Darlymple e Rogers, 2006). Deste modo, não é necessária a implementação da equação de pressão de *Poisson*, onde o fluido é considerado incompressível, o que implica a adoção de intervalos de tempo extremamente pequenos e que levaria a um aumento do tempo de cálculo. Esta pequena variação de densidade, cerca de 1%, deve-se ao facto de, na equação de estado (4.13), ser utilizado uma velocidade do som artificial de valor inferior ao seu valor físico, que não conduz a perda de precisão dos resultados (Monaghan, 1994), mas contribui para uma diminuição significativa no tempo de cálculo.

Devido à adoção do modelo pouco compressível as partículas estão sujeitas a variações de pressão que podem ser elevadas, dando origem a instabilidades. Estas instabilidades podem ser

corrigidas através da correção da função *kernel*, ou seja, recalculando a densidade de cada partícula a cada 30 interações no tempo, valor aconselhado no manual do código SPHysics, com recurso ao filtro de Shepard (Panizzo, 2004). Este foi o modelo aplicado nas simulações realizadas neste trabalho.

### 4.2.3 Equação da Conservação da energia

No formalismo SPH, ao longo de cada simulação, o cálculo da energia (energia potencial, cinética e térmica) de todas as partículas, fluidas e líquidas, é realizado recorrendo à equação da conservação da energia que, por sua vez, se baseia na primeira lei da termodinâmica. A energia térmica associada a cada partícula, segundo um modelo de viscosidade artificial, é dada por Monaghan (1994):

$$\frac{de_a}{dt} = \frac{1}{2} \sum_b m_b \left( \frac{p_b}{\rho_b^2} + \frac{p_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) V_{ab} \nabla_a W_{ab} \quad (4.15)$$

em que  $e_a$  é a energia associada à partícula  $a$  e  $\Pi_{ab}$  é o termo da viscosidade artificial.

### 4.2.4 Passo de tempo e condições iniciais

Por se tratar de um método puramente explícito, devem ser tomadas precauções na escolha do passo de tempo, fixo ou variável, de modo a garantir uma boa convergência do método SPH. Para isso recorre-se a um passo de tempo variável controlado pelas condições *Courant-Fredrich-Levy*, determinadas a partir da velocidade e da dimensão da malha, e pelo termo difusivo da viscosidade.

As condições iniciais são definidas por uma malha, geralmente retangular regular, em que cada nó corresponde a uma única partícula, ou seja, ocupam inicialmente uma grelha cartesiana. Como o fluido inicialmente se encontra em repouso, a velocidade de cada partícula é nula e tem uma pressão hidrostática associada de acordo com a sua profundidade, possibilitando o cálculo da sua densidade inicial.

### 4.2.5 Algoritmos de integração no tempo

De modo a resolver as equações ao longo do tempo, o modelo SPHysics recorre a dois algoritmos explícitos de integração no tempo: Verlet (1967) e o *Leap-Frog* ou *Predictor-Corretor* (Monaghan, 1989).

O algoritmo Verlet (1967), recorre ao desenvolvimento de séries de Taylor de duas funções, associadas a uma dada variável, uma para o passo de tempo anterior e outra para o instante de tempo imediatamente a seguir, ambas em relação ao passo de tempo atual. Deste modo, o algoritmo Verlet é

um dos mais rápidos computacionalmente, sendo bastante estável, uma vez que a velocidade das partículas é determinada implicitamente, o que permite que se esteja sempre a par da posição de cada partícula. No entanto, este algoritmo não apresenta uma solução trivial aquando de uma colisão, uma vez que as velocidades das partículas não estão a par da sua posição.

No algoritmo *Preditor-Corretor*, utilizado nas presentes simulações, o cálculo da velocidade das partículas é intervalado com o cálculo da posição das mesmas, ou seja, a posição da partícula,  $r$ , é calculada nos intervalos de tempo  $t$ ,  $t+1$ ,  $t+2$ , ..., e as velocidades,  $v$ , nos intervalos  $t+1/2$ ,  $t+3/2$ ,  $t+5/2$ , ... A velocidade e posição de cada partícula é dada por:

$$v^{n+\frac{1}{2}} = v^{n-\frac{1}{2}} + a^n \Delta t \quad (4.16)$$

$$r^{n+1} = r^n + v^{n+\frac{1}{2}} \Delta t \quad (4.17)$$

#### 4.2.6 Parâmetro XSPH

No modelo SPHysics as partículas movem-se, normalmente, segundo a equação:

$$\frac{dr_a}{dt} = v_a + \varepsilon \sum_b m_b \frac{v_{ab}}{\rho_{ab}} W_{ab} \quad (4.18)$$

onde,  $v_{ab} = v_a - v_b$ ,  $\rho_{ab} = (\rho_a + \rho_b)/2$ . O último termo da equação corresponde ao parâmetro de correção XSPH, Monaghan (1989), onde  $\varepsilon$  é uma constante que toma valores compreendidos entre 0 e 1 (geralmente toma o valor de  $\varepsilon=0.5$ ). Este parâmetro permite a correção da velocidade de cada partícula, uma vez que tem em conta a velocidade das partículas vizinhas abrangidas pela função de ponderação,  $W_{ab}$ . No entanto, estudos de sensibilidade (Didier e Neves, 2009) demonstraram que a utilização do parâmetro XSPH, para estudos de interação onda-estrutura, provoca instabilidades ao longo do tempo, que se traduzem numa acumulação de partículas sólidas que atravessam a fronteira do domínio. Devido a essas instabilidades, nas simulações apresentadas nesta dissertação, o parâmetro de correção XSPH não é utilizado,  $\varepsilon=0$ , sendo que as partículas se movem de acordo com a seguinte equação:

$$\frac{dr_a}{dt} = v_a \quad (4.19)$$

#### 4.2.7 Condições de fronteira

As condições de fronteira, no formalismo SPH, não aparecem diretamente, uma vez que estas não são satisfeitas automaticamente pelas equações do método, sendo por isso, necessário criar soluções de modo a evitar problemas de contorno. Existem duas abordagens possíveis para implementar a fronteira no domínio: dinâmica e de repulsão.

A fronteira dinâmica consiste na adição de uma camada de partículas fantasmas ou virtuais que se regem pelas mesmas equações das partículas fluidas, mas cuja posição permanece constante no tempo, ou seja, é imposta uma condição de velocidade nula.

No caso da condição de fronteira repulsiva, às partículas da fronteira sólida é imposta uma força de repulsão, com sentido normal à superfície, sobre as partículas fluidas. Através da ação desta força externa, as partículas fluidas mantêm-se dentro do domínio físico pretendido. Esta condição de fronteira repulsiva é adotada nas presentes simulações, uma vez que emprega o mínimo de partículas necessárias para definir a condição de fronteira sólida do domínio computacional.

#### 4.2.8 Pressão numa fronteira sólida

A pressão nas superfícies sólidas é calculada tendo em conta a pressão exercida pelas partículas junto à fronteira, uma vez que não é obtida diretamente no método SPH. Devido às instabilidades de pressão observadas no método SPH, segundo a formulação de Monaghan (1992), é necessária especial atenção para a determinação da pressão nas superfícies sólidas. Assim, é definido um volume de controlo onde a pressão média,  $P_M$ , é calculada cujas dimensões  $l_{int}$  e  $d_{int}$  são respetivamente a distância à parede e o comprimento da área de fluido, Figura 4.2.

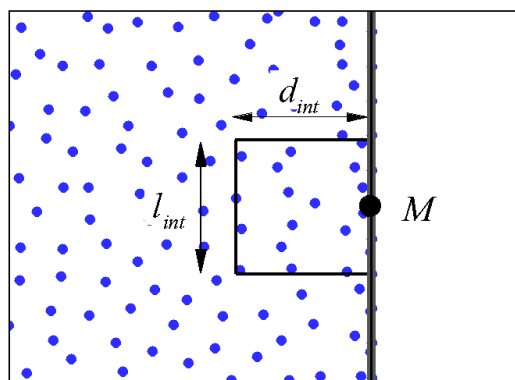


Figura 4.2 - Volume de controlo para o cálculo da pressão média no ponto  $M$  (Didier *et al.*, 2011a)

A pressão média,  $P_M$ , aplicada no ponto médio, ponto  $M$ , de um elemento finito  $dy$ , é dada por:

$$P_M = \sum_{i=1}^N \frac{P_i}{N} \quad (4.20)$$

onde  $P_i$  é a pressão associada a cada partícula e  $N$  é o número de partículas contidas no interior do volume de controlo. O valor da força é obtido por integração da pressão média aplicada nos diversos elementos elementares  $dy$  (equação 4.21).

$$F = \int_y P_M dy \quad (4.21)$$

#### 4.2.9 Geração de ondas com absorção dinâmica

No decorrer do presente trabalho, as ondas geradas são obtidas recorrendo a um batedor do tipo pistão com absorção dinâmica das ondas reflectidas, uma vez que este permite realizar estudos com séries temporais mais longas, permitindo o cálculo de parâmetros estatísticos mais precisos, com base nos resultados das simulações (Didier e Neves, 2012).

A geração de ondas no modelo SPHysics original (Gómez-Gesteira et al., 2008; SPHysics code, 2009), sem absorção dinâmica, é realizada movendo as partículas sólidas do limite esquerdo do domínio, onde o movimento do batedor é simulado através da posição  $X_b(t)$  e da velocidade  $U_b(t)$  das partículas que o constituem. As equações da posição e velocidade são deduzidas a partir da teoria linear das ondas e, para uma onda regular, são dadas pelas seguintes expressões:

$$X_b(t) = X_b(t_0) + A_b \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (4.22)$$

onde  $T$  é o período da onda incidente,  $A_b$  é a amplitude do batedor,  $X_b(t_0)$  é a posição inicial do batedor e  $t$  é o tempo. A velocidade das partículas que constituem o batedor é obtida derivando a equação (4.22) no tempo, sendo dada por:

$$U_b(t) = \frac{2\pi A_b}{T \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right)} \quad (4.23)$$

Em simulações numéricas é necessário suavizar a velocidade no início do movimento através de uma rampa de velocidade, de modo a evitar instabilidades numéricas resultantes do impulso inicial das partículas que constituem o batedor. Esta suavização é conseguida por adição do termo  $\tanh$  às equações (4.22) e (4.23). Ao longo do tempo a posição do batedor,  $X_b(t)$ , é corrigida de modo a absorver as ondas de saída e assim evitar a reflexão das mesmas, no batedor. A posição do batedor é obtida através da correção da sua velocidade, sendo necessário estimar a elevação de superfície livre da onda reflectida,  $\eta_R$ , dada por:

$$\eta_R = \eta_{target} - \eta_{SPH} \quad (4.24)$$

onde  $\eta_{target}$  é a elevação de superfície pretendida e  $\eta_{SPH}$  é a elevação de superfície na frente do batedor. A correção da velocidade, considerando a absorção das ondas refletidas, pode ser escrita da seguinte forma:

$$U_R = \eta_R \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (4.25)$$

em que  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a profundidade. A posição do batedor é obtida integrando a velocidade, tendo em conta a velocidade das partículas do batedor,  $U_{target}$ , equação (4.23), e a correção da velocidade,  $U_R$ , e é dada por:

$$X_b(t) = X_b(t_0) + \int_0^t (U_{target} + U_R) dt \quad (4.26)$$

A velocidade do batedor, admitindo absorção dinâmica é obtida pela expressão:

$$U_b(t) = U_{target} + U_R \quad (4.27)$$



## 5. Análise de Resultados

### 5.1 Caso em análise

Na presente dissertação, o estudo da interação onda-estrutura centra-se sobre um quebra-mar misto impermeável. Este caso foi já objeto de diversos estudos, principalmente para validar o modelo SPH do LNEC comparando os resultados obtidos numericamente com dados de ensaios em modelo físico (Martins, 2011; Didier *et al.*, 2011a, 2012). A estrutura vertical encontra-se assente sobre um talude de altura 0.181m, com um declive de 1:3, aproximadamente, e uma berma de 0.2m, Figura 5.1. O quebra-mar misto, com uma cota máxima de 0.566m em relação ao fundo, situa-se a 3.62m do referencial  $Oxz$  localizado sobre um fundo horizontal impermeável. O bateror encontra-se assim a 3.62m a barlar da estrutura.

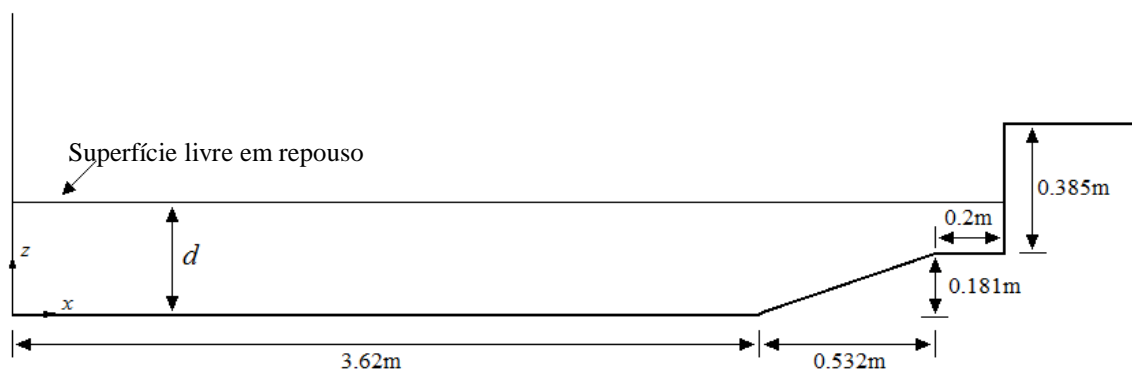


Figura 5.1 - Corte Transversal do quebra-mar misto em estudo com as respetivas dimensões

As séries temporais da elevação da superfície livre são determinadas por meio de um programa de pós-tratamento a partir dos dados obtidos nas simulações numéricas. Estas irão ser analisadas em três seções, SL1, SL2 e SL3, situadas, respetivamente, a 3.36m, 3.64m e a 3.94m, a sotamar do bateror. As séries temporais da força foram filtradas devido à presença de instabilidades numéricas, apesar da utilização da re-normalização parcial da massa volúmica. O filtro utilizado (disponível no programa Tecplot) é do tipo média móvel sobre 10 valores, sendo aplicado 5 vezes.

Neste trabalho foram realizadas diversas simulações com o objetivo de obter um conjunto de dados para ondas incidentes regulares, com um período de 1.3s, para estudar e analisar a evolução da força de impacto para diferentes alturas de onda e níveis de água. As simulações têm uma duração de 40s, permitindo a aquisição de 28 ondas regulares, o que permite realizar uma análise estatística das forças atuantes na estrutura. As ondas regulares são geradas por um bateror de tipo pistão que inclui um método de absorção dinâmica das ondas refletidas, o que permite assim modelar um canal de ondas semi-infinito.

Nestas simulações as partículas fluidas são distribuídas no meio computacional utilizando uma grelha cartesiana regular com uma distância uniforme entre as partículas, tanto na vertical como na horizontal, de  $3.97 \times 10^{-3} \text{m}$ , ou seja,  $d_x = d_z = d_0 = 3.97 \times 10^{-3} \text{m}$ , ocupando um volume de  $1.576 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{m}$ . A escolha desta resolução reside no facto de ser aquela que permite um compromisso razoável entre o tempo de cálculo e a precisão dos resultados numéricos, tendo em conta que o tempo de simulação é de 40s (Martins, 2011; Didier *et al.*, 2012). O passo de tempo é da ordem de  $3.3 \times 10^{-5} \text{s}$ .

A re-normalização parcial da massa volúmica das partículas fluídas, de modo a obter um campo de pressões estável, é feita através de um filtro de Shepard aplicado as partículas fluidas que se situam além da coordenada de 4.086m a sotamar do batedor, podendo esta induzir uma pequena difusão numérica na propagação da onda junto à estrutura (Didier *et al.*, 2012).

## 5.2 Evolução da força de impacto com a variação da profundidade

### 5.2.1 Considerações gerais

De modo a analisar a evolução da força de impacto sobre a estrutura vertical com a variação de nível de água de 0.186m a 0.346m, foram realizadas diversas simulações com uma altura de onda constante,  $H = 0.12 \text{m}$ . Os parâmetros das simulações são os indicados na Tabela 5.1. Com o aumento do nível de água, a profundidade no pé da parede vertical do quebra-mar,  $dp$ , também irá aumentar, uma vez que este representa a distância entre a base da parede vertical, distanciada do fundo de 0.181m, e a superfície livre, quando esta se encontra em repouso. Em média as simulações requerem um tempo de cálculo de cerca de 189 horas, utilizando um computador Intel® Core™ 2 Duo CPU E6550 @ 2.33GHz, par modelar 40s de escoamento.

Tabela 5.1 - Simulações realizadas, para  $H = 0.12 \text{m}$ , e respetivos parâmetros para o estudo da evolução da força de impacto com a profundidade

Caso	Profundidade ( $d$ ) (m)	Batedor		$dp$ (m)	Número de Partículas
		Amplitude	Comprimento de onda (m)		
1	0.186	8.39E-02	1.6262	0.005	47692
2	0.206	7.92E-02	1.6967	0.025	53199
3	0.226	7.51E-02	1.7618	0.045	58705
4	0.246	7.14E-02	1.8219	0.065	64211
5	0.266	6.82E-02	1.8779	0.085	69717
6	0.286	6.54E-02	1.9298	0.105	75223
7	0.306	6.28E-02	1.9788	0.125	80729
8	0.326	6.04E-02	2.0241	0.145	86236
9	0.346	5.83E-02	2.0665	0.165	91742

Nesta secção, apresentam-se os resultados da elevação da superfície livre e posteriormente da evolução da força de impacto sobre a parede vertical do quebra-mar misto, com o aumento da profundidade. A título representativo, nesta secção, serão apresentadas a elevação da superfície livre e a evolução da força para os casos com uma profundidade de 0.206m, 0.246m, 0.286m e 0.326m, no entanto esta análise foi realizada para todos os casos apresentados na tabela anterior.

## 5.2.2 Elevação da superfície livre

Nas Figuras 5.2 a 5.5 são apresentadas as séries temporais de elevação da superfície livre nas sondas SL1 e SL2 localizadas a 3.36m e a 3.64m do batedor, respetivamente, para 4 profundidades escolhidas como representativas dos fenómenos da interação entre a onda incidente e o quebra-mar, 0.206m, 0.246m, 0.286m e 0.326m.

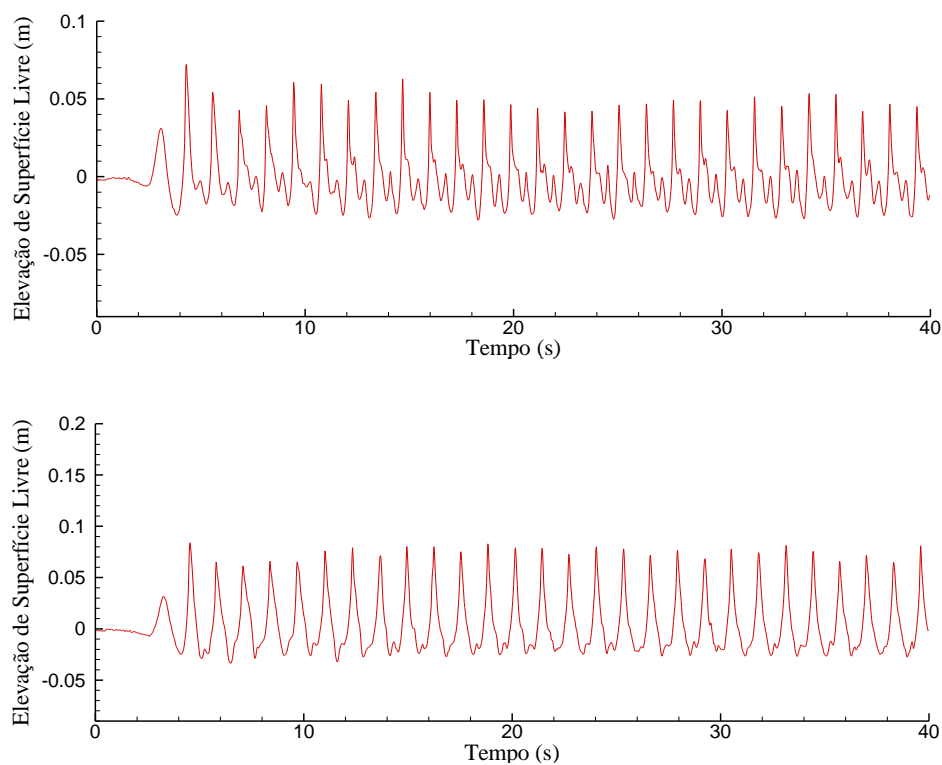


Figura 5.2 – Série temporal de elevação de superfície livre em SL1 (em cima) e SL2 (em baixo), com uma profundidade de 0.206m, caso 2

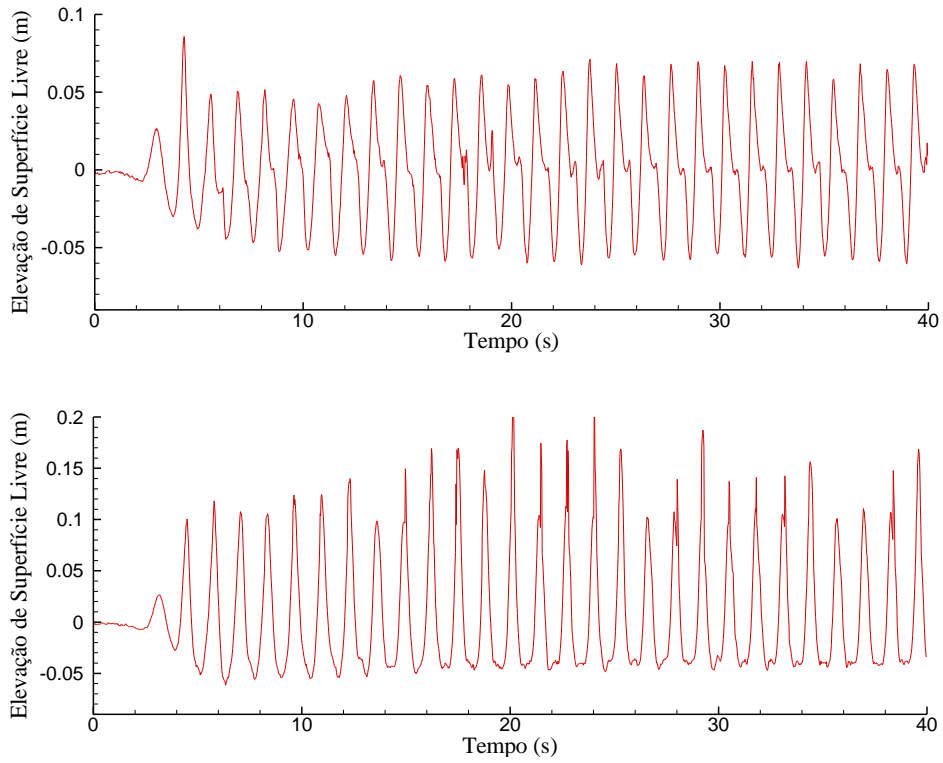


Figura 5.3 - Série temporal de elevação de superfície livre SL1 (em cima) e SL2 (em baixo), com uma profundidade de 0.246m, caso 4

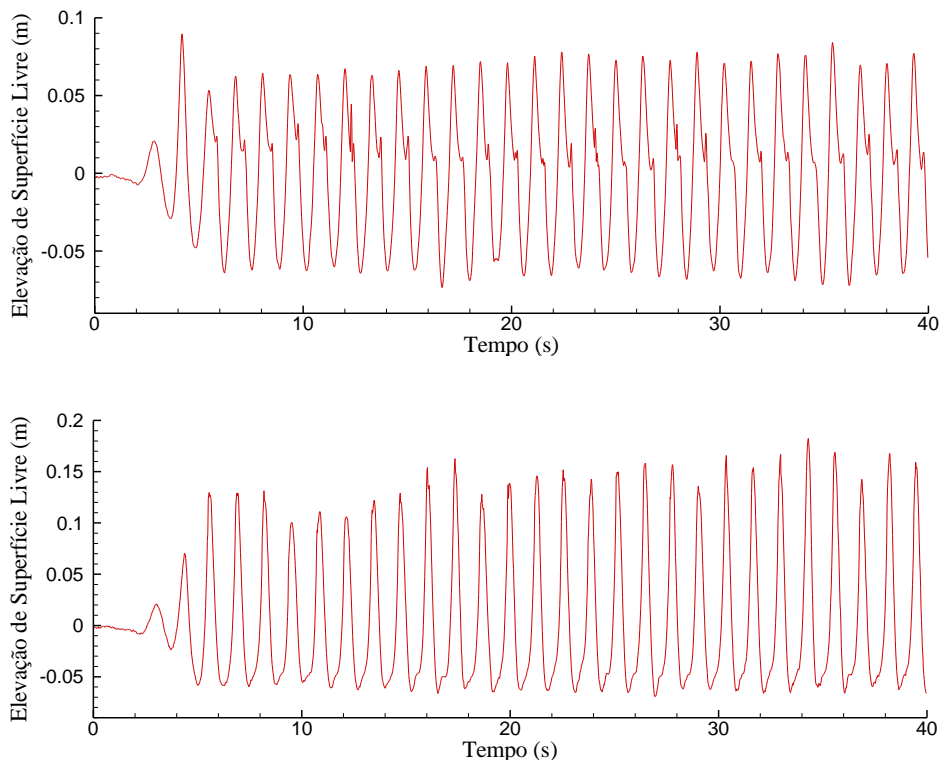


Figura 5.4 - Série temporal de elevação de superfície livre SL1 (em cima) e SL2 (em baixo), com uma profundidade de 0.286m, caso 6

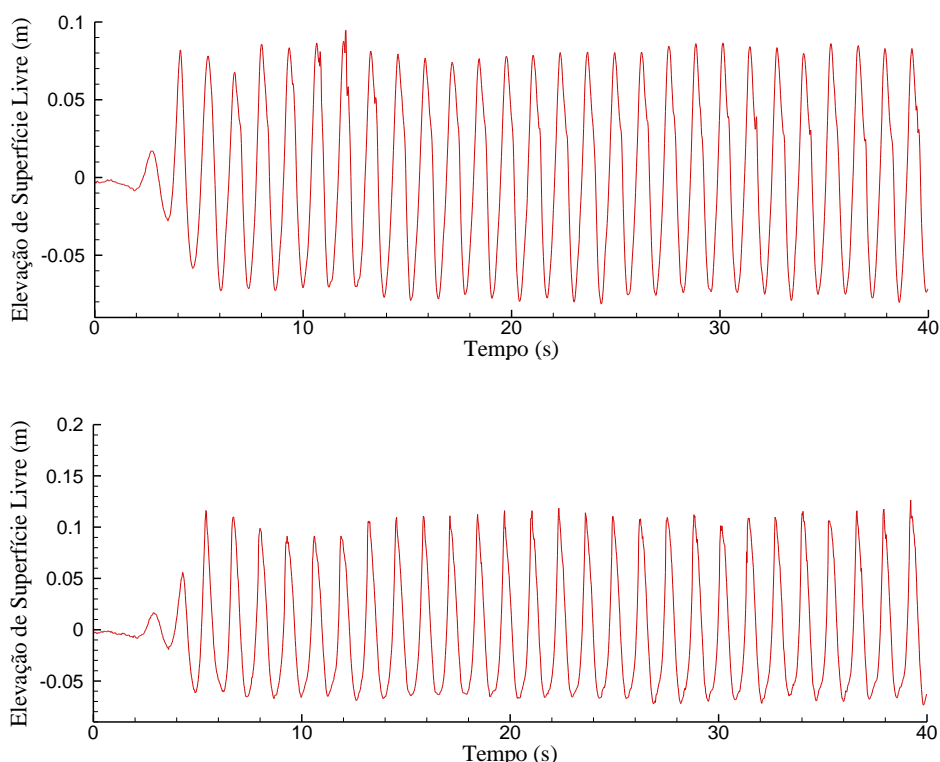


Figura 5.5 - Série temporal de elevação de superfície livre SL1 (em cima) e SL2 (em baixo), com uma profundidade de 0.326m, caso 8

Como seria de esperar, os efeitos do fundo sobre a forma das ondas, que se observa na série temporal da elevação da superfície livre, são maiores à medida que a profundidade diminui, uma vez que esta tem uma influência direta sobre o modo de rebentação da onda, e consequentemente sobre o modo que esta interage com a estrutura. Pela análise das figuras supra apresentadas, pode-se observar que a transformação das ondas na propagação em profundidades menores, como os casos descritos nas Figuras 5.2 e 5.3, leva a que intensidade das harmónicas seja mais intensa, comparativamente aos casos com uma profundidade superior, Figura 5.4 e 5.5. Para os casos simulados com uma profundidade de 0.206m e 0.246m, Figura 5.2 e 5.3, respetivamente, as sondas de elevação de superfície livre SL1 e SL2, apresentam uma elevação da superfície livre irregular, devido à aleatoriedade dos fenómenos que ocorrem perto da estrutura, como a rebentação e a reflexão. Devido à ocorrência destes fenómenos, não lineares, a altura de onda no instante em que a onda rebenta é, por vezes, inferior à pretendida, 0.12m, como se pode constatar pela análise das Figuras 5.2 e 5.3, o que influencia o modo de rebentação e, consequentemente, a interação com a estrutura. Ao contrário, para os casos com profundidades de 0.286m e 0.326m, Figuras 5.4 e 5.5, a altura de onda, quando ocorre a rebentação, aproxima-se do valor pretendido ( $H=0.12\text{m}$ ), contrariamente aos casos de profundidades menores, Figura 5.2 e 5.3. Para os quatro casos citados o fenómeno de rebentação exprime-se sobre diversas formas e em diferentes zonas da frente vertical do quebra-mar misto, o que implica que a

onda interaja com a estrutura sob formas variadas e, conseqüentemente, a onda refletida seja diferente, traduzindo-se em variações ao nível da superfície livre.

### 5.2.3 Força de impacto

Nas Figuras 5.6 à 5.9 são apresentados os resultados da série temporal da força de impacto, correspondentes às simulações numéricas 2, 4, 6 e 8, com uma profundidade de 0.206m, 0.246m, 0.286m e 0.326m, respetivamente.

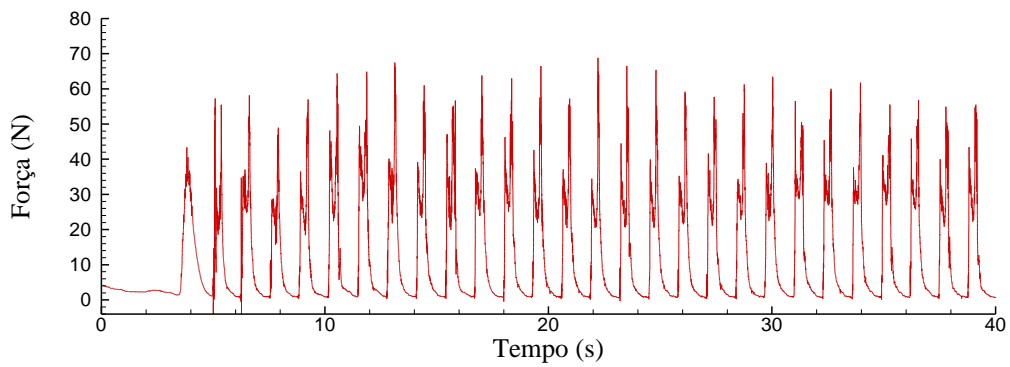


Figura 5.6 – Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto, para uma profundidade de 0.206m, caso 2

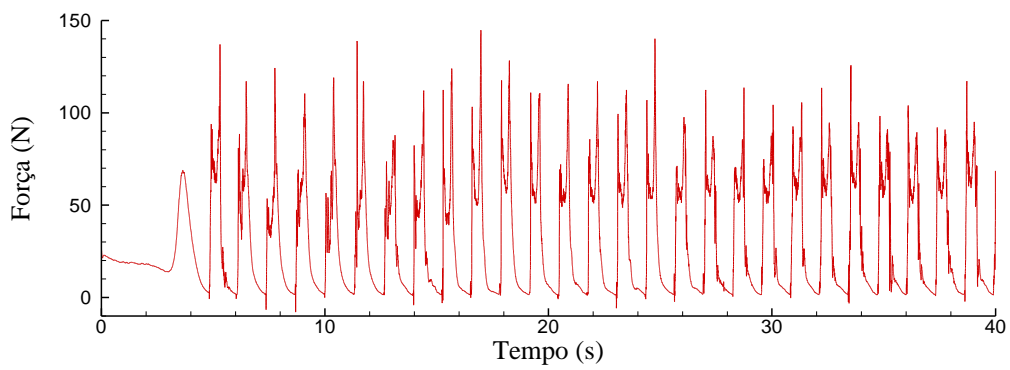


Figura 5.7 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto, para uma profundidade de 0.246m, caso 4

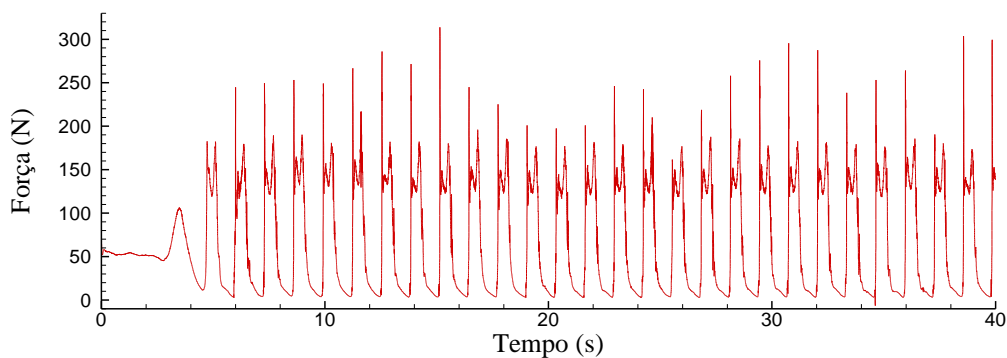


Figura 5.8 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto, para uma profundidade de 0.286m, caso 6

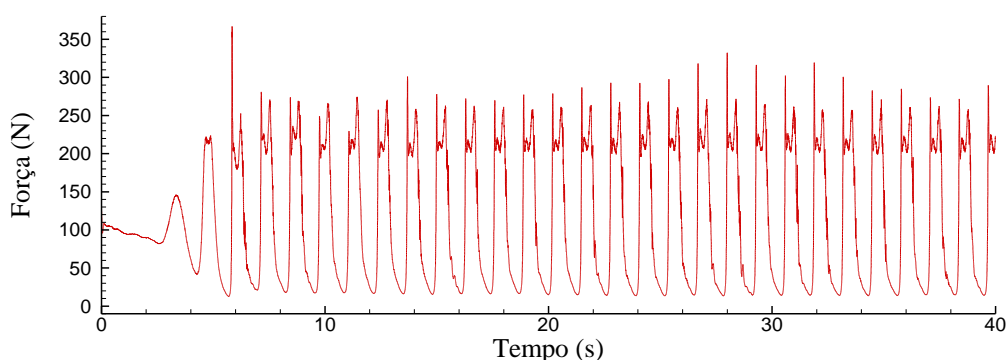


Figura 5.9 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto, para uma profundidade de 0.326m, caso 8

Pela análise dos gráficos do comportamento da força de impacto, e como seria de esperar, esta aumenta com a profundidade, uma vez que é responsável pelo modo como a onda rebenta e, conseqüentemente, como interage com a estrutura. A força a que a estrutura se encontra sujeita, depende sobretudo do modo como a onda interage com a mesma, uma vez que pode ser atingida por uma onda já rebentada, com a rebentação a suceder sobre a estrutura ou mesmo sem ocorrer rebentação. Verifica-se que, para os casos com uma profundidade de 0.206m e 0.246m, Figura 5.6 e 5.7, respetivamente, a onda atinge a estrutura já rebentada, uma vez que a força de impacto se assemelha ao comportamento descrito no capítulo 3, Figura 3.6. No entanto, segundo o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998), que permite identificar os diferentes tipos de regimes de forças horizontais em função da geometria da estrutura e das características da agitação, para estas profundidades (0.206m e 0.246m) seria previsível que o regime de forças fosse de impacto, com a onda a rebentar sobre a estrutura, o que não se verifica. Isto pode ser devido ao facto de a altura de onda, no momento em que ocorre a rebentação, não corresponde a 0.12m, como se referiu na secção anterior, Figuras 5.2 e 5.3, mas ser inferior a este valor.

Para uma profundidade de 0.286m e 0.326m, casos 6 e 8, analisando o gráfico que traduz a evolução da força de impacto sobre a estrutura, Figuras 5.8 e 5.9, respetivamente, verifica-se que a onda rebenta sobre a estrutura, uma vez que a força a que a estrutura é submetida apresenta um

primeiro máximo de elevada amplitude e curta duração, devido a uma desaceleração brusca da massa de água, seguido de um segundo máximo de menor amplitude e maior duração, correspondente à acumulação da massa de água sobre a estrutura. Analisando comparativamente as Figuras 5.8 e 5.9, pode-se verificar que, em termos médios, o valor de força é superior no caso 8, Figura 5.9, onde a profundidade é superior, de 0.326m, ao do caso 6, com uma profundidade de 0.286m.

Na Figura 5.10 é apresentada a força a que a estrutura é submetida para a vigésima onda gerada que interage com a estrutura, isto é, por volta dos 28s, para as diferentes profundidades simuladas, de 0.206m, 0.246m, 0.286m e 0.326m.

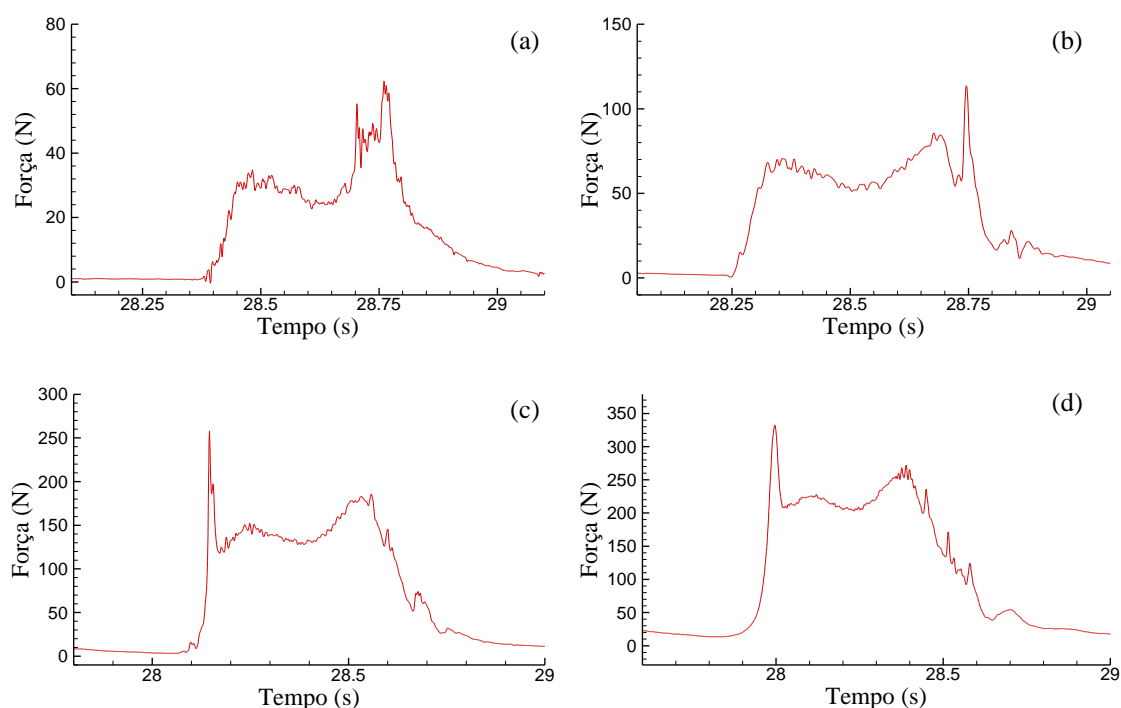


Figura 5.10 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto para a vigésima onda, durante um período de onda, para uma profundidade de 0.206m (a), 0.246m (b), 0.286m (c) e 0.326m (d)

As Figuras 5.11 a 5.14 mostram a posição das partículas fluídas, na proximidade do quebra-mar misto, em que as figuras do lado direito (referido por (a)) ilustram o instante correspondente ao primeiro máximo de força enquanto as do lado esquerdo (referido por (b)) ao segundo máximo, para os regimes de impacto ilustrados na Figura 5.10.

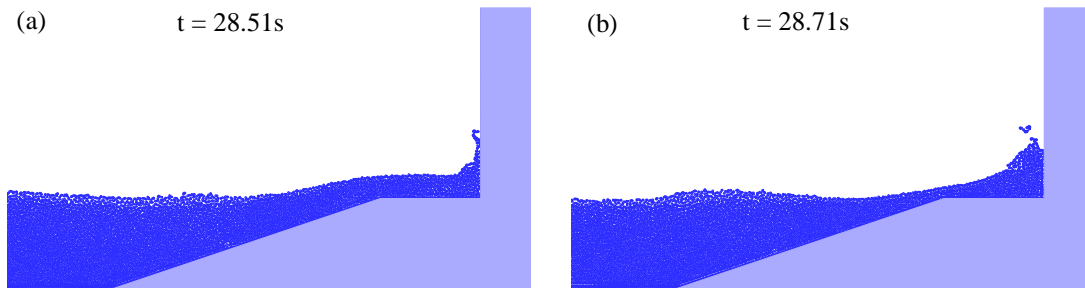


Figura 5.11 – Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para o instante de primeiro máximo de força (a) e para o segundo (b), para uma profundidade de 0.206m, caso 2

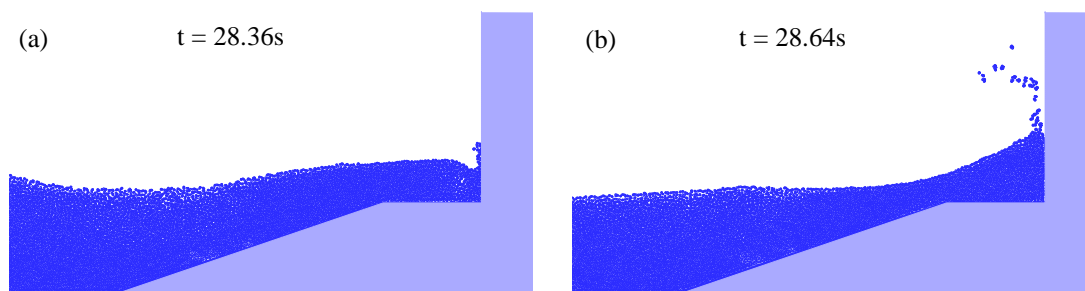


Figura 5.12 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para o instante de primeiro máximo de força (a) e para o segundo (b), para uma profundidade de 0.246m, caso 4

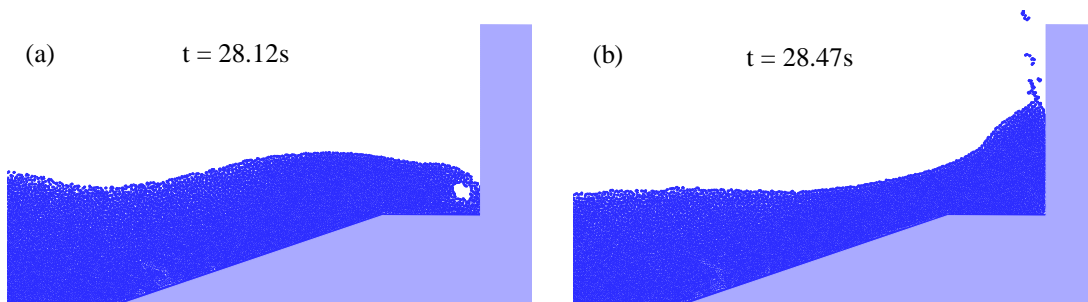


Figura 5.13 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para o instante de primeiro máximo de força (a) e para o segundo (b), para uma profundidade de 0.286m, caso 6

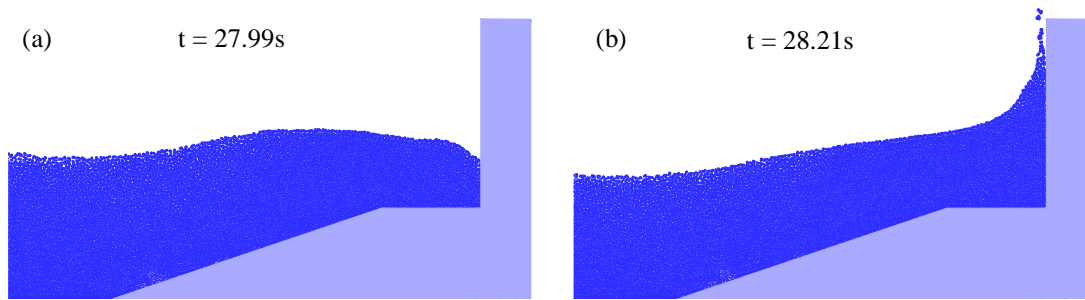


Figura 5.14 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para o instante de primeiro máximo de força (a) e para o segundo (b), para uma profundidade de 0.326m, caso 8

Como se pode verificar pela análise das figuras previamente apresentadas, com a variação da profundidade a onda interage com a estrutura de forma diferente. As Figuras 5.11 e 5.12, para uma profundidade de 0.206m e 0.246m respetivamente, ilustram a interação de uma onda que atinge a estrutura já rebentada, daí os gráficos correspondentes à série temporal da força de impacto, Figura 5.10 (a) e (b), não apresentarem valores de força de impacto elevadas, nem um primeiro máximo de força de amplitude elevada e curta duração.

Para uma profundidade de 0.286m verifica-se que a onda rebenta sobre a estrutura com aprisionamento de ar, dando origem a amplitudes de força elevadas. O projeto PROVERBS (1999) prevê que, quando ocorre o fenómeno de rebentação sobre a estrutura com aprisionamento de ar, a força de impacto a que esta está sujeita aproxima-se do comportamento ilustrado na Figura 5.15, onde o nível de areação pode ser um fator importante na amplitude máxima da força.

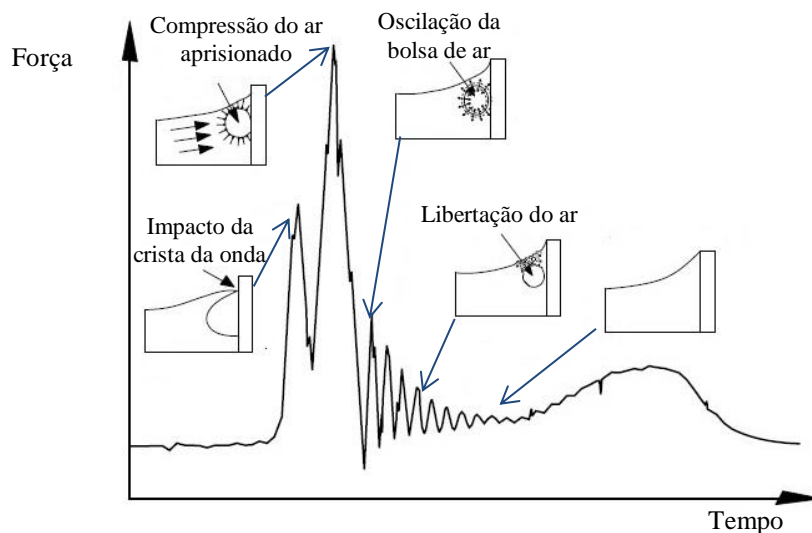


Figura 5.15 – Característica da série temporal da força para o caso em que a onda rebenta sobre a estrutura com aprisionamento de ar, adaptada de PROVERBS (1999)

Pela análise da Figura 5.10 (c), verifica-se que o gráfico da variação da força não apresenta uma oscilação correspondente à compressão do ar aprisionado nem à libertação gradual do mesmo imediatamente a seguir ao primeiro máximo de força, como ilustra a Figura 5.15. Isto deve-se ao facto da versão utilizada do modelo SPH do LNEC, nas simulações efetuadas, não simular a mistura entre ar e água, pois as partículas de ar não são simuladas. Para uma profundidade de 0.326m (Figura 5.14) a onda rebenta sobre a estrutura mas sem aprisionamento de ar, gerando um primeiro máximo de força de muita curta duração e elevada amplitude, como se pode constatar pela análise da série temporal de força, Figura 5.10 (d).

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores médios, máximos, mínimos e o desvio padrão do primeiro e do segundo máximo de força de impacto registado em cada onda que atinge a estrutura. A análise foi realizada a partir dos dez segundos de simulação, sobre um total de vinte e três ondas, uma vez que, até esse instante, o batedor não apresenta um movimento constante e uniforme, devido à adaptação do seu movimento de modo a realizar a absorção dinâmica das ondas refletidas, ou seja, só a partir dos dez segundos a interação entre a onda incidente e refletida se encontra mais regular.

Tabela 5.2 – Primeiro e segundo máximo de força: valor médio, desvio padrão, valores máximo e mínimo, para os vários níveis de água simulados

	Profundidade (d) (m)	Impacto da onda	Média (N)	Desvio Padrão	Máximo (N)	Mínimo (N)
Caso 1	0.186	1º Máximo	16.281	1.145	18.615	13.504
		2º Máximo	31.207	4.473	40.236	18.411
Caso 2	0.206	1º Máximo	39.906	4.903	52.264	33.203
		2º Máximo	55.746	4.776	63.042	47.240
Caso 3	0.226	1º Máximo	76.138	17.007	105.975	40.680
		2º Máximo	65.566	7.615	88.940	50.939
Caso 4	0.246	1º Máximo	95.196	18.176	126.673	66.434
		2º Máximo	105.597	16.062	142.765	83.942
Caso 5	0.266	1º Máximo	119.701	23.864	184.869	97.172
		2º Máximo	146.610	10.954	171.336	131.266
Caso 6	0.286	1º Máximo	252.124	42.976	323.217	173.523
		2º Máximo	184.705	15.758	246.097	172.263
Caso 7	0.306	1º Máximo	261.733	44.781	339.579	169.735
		2º Máximo	184.594	15.577	238.818	172.392
Caso 8	0.326	1º Máximo	284.298	28.408	332.091	204.003
		2º Máximo	263.108	5.209	274.116	257.167
Caso 9	0.346	1º Máximo	260.603	7.889	277.454	242.333
		2º Máximo	316.029	7.142	324.470	302.741

Pela análise dos resultados da força de impacto da Tabela 5.2, verifica-se que o caso 8 ( $d=0.326\text{m}$ ) é aquele que possui, em termos médios, a força de impacto mais elevada, cerca de 284N. No entanto, a força de impacto não aumenta de uma forma linear com a profundidade, uma vez que, se assim fosse, o caso 9, com uma profundidade de 0.346m, deveria registar um valor médio do primeiro máximo de força de impacto superior ao do caso 8, com uma profundidade de 0.326m, o que não se verifica. Esta diminuição da força de impacto deve-se ao facto de que, para uma profundidade de 0.346m, a onda interage com a estrutura segundo um regime do tipo de onda parcialmente estacionária. No entanto, o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998), apresentado no capítulo 3 (Figura 3.7) prevê, para as condições do caso 9 ( $H=0.12\text{m}$  e  $d=0.346\text{m}$ ), um regime de forças de impacto, o que não se verifica nos resultados do modelo numérico. Esta diferença entre o regime de força previsto e aquele que se verifica resulta do facto de a onda interagir com a estrutura com uma altura de onda inferior à pretendida ( $H=0.12\text{m}$ ), devido à ocorrência de fenómenos não lineares como a reflexão. Este facto pode ser verificado na Figura 5.16, onde é apresentada a série temporal da elevação da superfície livre da sonda SL3 para o caso 9, com uma profundidade de 0.346m. Pela análise do gráfico, verifica-se que a onda interage com a estrutura com uma altura de onda de cerca de 0.065m, valor para o qual o esquema apresentado na Figura 3.7 prevê um regime de força de onda parcialmente estacionária, como se verifica no modelo numérico, Figura 5.17.

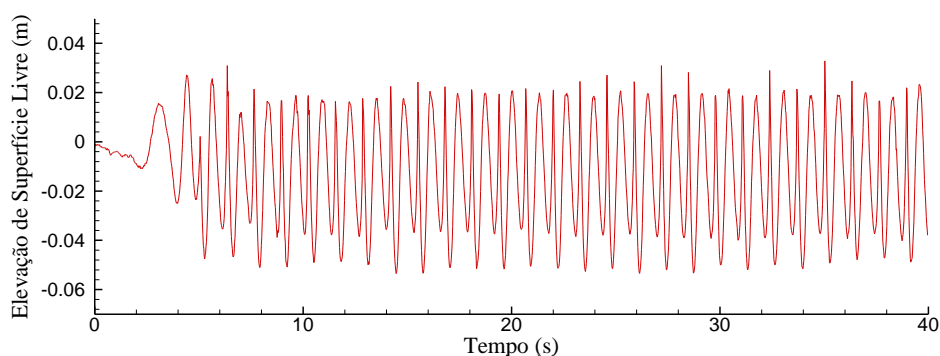


Figura 5.16 - Série temporal de elevação de superfície livre para SL3, com uma profundidade de 0.346m, caso 9

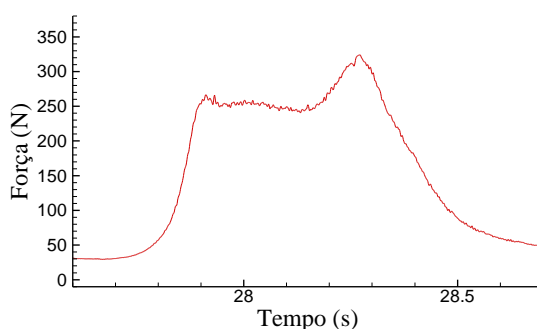


Figura 5.17 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto da vigésima onda, durante um período, para uma profundidade de 0.346m, caso 9

A Figura 5.18 traduz a posição das partículas fluídas na proximidade do quebra-mar misto, onde a Figura 5.18 (a) ilustra o instante correspondente à interação da onda com a estrutura e a Figura 5.18 (b) o instante em que a onda atinge a sua cota máxima, correspondente à força de impacto ilustrada na Figura 5.17.

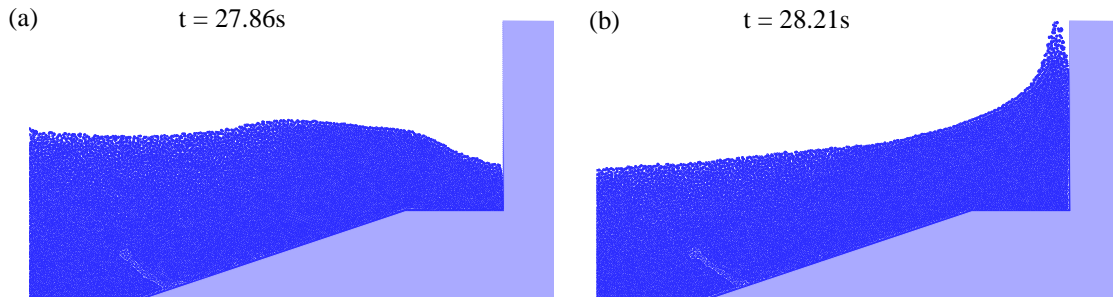


Figura 5.18 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para dois instantes,  $t=27.86s$  (a) e  $28.21s$  (b), para uma profundidade de 0.346m, caso 9

Como se pode verificar pela análise da posição das partículas fluídas, a onda interage com a estrutura sem que ocorra rebentação, Figura 5.18 (a), e, conseqüentemente, não apresenta um máximo de força de curta duração e elevada amplitude, Figura 5.17. No entanto, verifica-se que a sua série temporal de força regista um segundo máximo de elevada amplitude. Este deve-se à acumulação de partículas fluídas de água contra a estrutura após a onda ter atingido a sua cota máxima, Figura 5.18 (b).

Pela análise da Tabela 5.2, constata-se que os casos que possuem um regime de força de impacto, com profundidades compreendidas entre 0.266m (caso 5) e 0.326m (caso 8), apresentam valores de desvio padrão superiores quando comparados aos casos que possuem um regime de força de onda já rebentada, caso 1 a 4, ou mesmo de onda parcialmente estacionária, caso 9. Este aumento do valor do desvio padrão para os casos com regime de força de impacto advém de a rebentação não ocorrer sempre da mesma forma, nem sempre à mesma distância da estrutura. Para estes casos, o desvio padrão do primeiro máximo de força é bastante superior ao do segundo. Esta variação do desvio padrão do primeiro máximo pode ser devida ao facto do método de cálculo da força na parede ser feita através de um volume de controlo, como apresentado no Capítulo 4, Figura 4.2, onde o número de partículas nele contido é variável e esse número de partículas pode, em alguns casos, não ser suficiente para o cálculo da força de impacto, além da re-normalização da massa volúmica não suprimir totalmente as instabilidades numéricas de pressão. Como o segundo máximo de força é devido à acumulação das partículas fluídas sobre a parede da estrutura, os erros no cálculo da força são menores, uma vez que é garantido que no volume de controlo se encontram partículas suficientes para a determinação da mesma.

Uma vez que o valor máximo da força de impacto dos casos simulados, em termos médios, foi obtido para uma profundidade de 0.326m, na secção seguinte será efetuada a análise da série temporal da força de impacto para uma profundidade constante de 0.326m, variando a altura da onda incidente.

### 5.3 Evolução da força de impacto com a variação da altura de onda

#### 5.3.1 Considerações gerais

De modo a compreender a evolução da força de impacto sobre a estrutura vertical com a variação da altura de onda,  $H$ , foram realizadas diversas simulações, num total de seis, com uma profundidade constante de 0.326m ( $dp=0.145m$ ), onde os parâmetros de cada caso simulado são os indicados na Tabela 5.3. O número de partículas é de 86236 para os todos os casos, uma vez que a profundidade e a dimensão do canal são as mesmas. Para as características da onda e a profundidade ao pé do batedor, o comprimento de onda é de 2.024m. Em média, para modelar 40s de escoamento, as simulações requerem um tempo de cálculo computacional de cerca de 143 horas, utilizando um computador Intel® Core™ i7-2630QM CPU @ 2.00GHz.

Tabela 5.3 - Simulações realizadas para uma profundidade de 0.326m ( $dp=0.145m$ ), com os respetivos parâmetros, para o estudo da evolução da força de impacto com a altura de onda,  $H$

Caso	Altura de onda ( $H$ ) (m)	Amplitude do batedor (m)
10	0.06	3.02E-02
11	0.08	4.03E-02
12	0.10	5.04E-02
8	0.12	6.04E-02
13	0.14	7.05E-02
14	0.16	8.06E-02

Nesta secção, numa primeira fase apresentam-se os regimes de forças previstos segundo o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998) e posteriormente a evolução da força de impacto sobre o quebra-mar misto com o aumento da altura de onda. A título representativo, nesta secção, serão apresentadas a elevação da superfície livre e a evolução da força para os casos com uma altura de onda de 0.06m, 0.10m e 0.14m, no entanto esta análise foi realizada para todos os casos apresentados na tabela anterior.

### 5.3.2 Elevação da Superfície Livre

Nas Figuras 5.19 a 5.21 são apresentadas as séries temporais de elevação da superfície livre para uma altura de onda de 0.06m, 0.10m e 0.14m na sonda SL3, localizada a 3.94m do batedor.

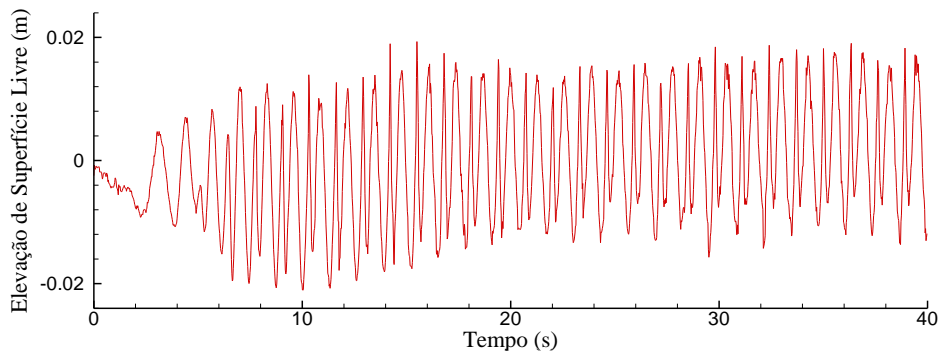


Figura 5.19 - Série temporal de elevação de superfície livre para SL3 para uma altura de onda de 0.06m, caso 10

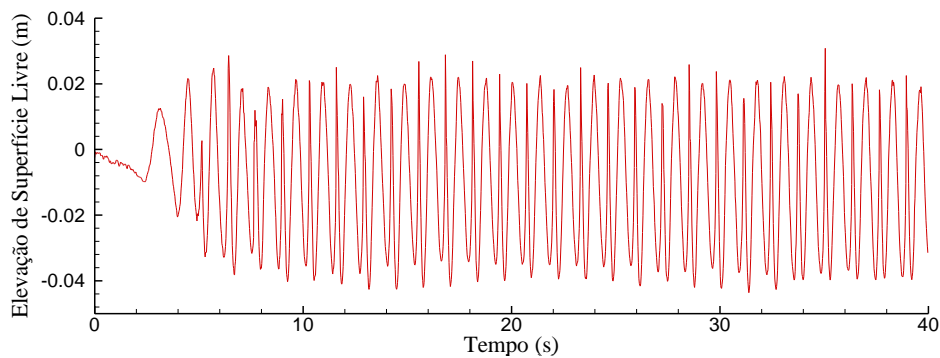


Figura 5.20 - Série temporal de elevação de superfície livre para SL3 para uma altura de onda de 0.10m, caso 12

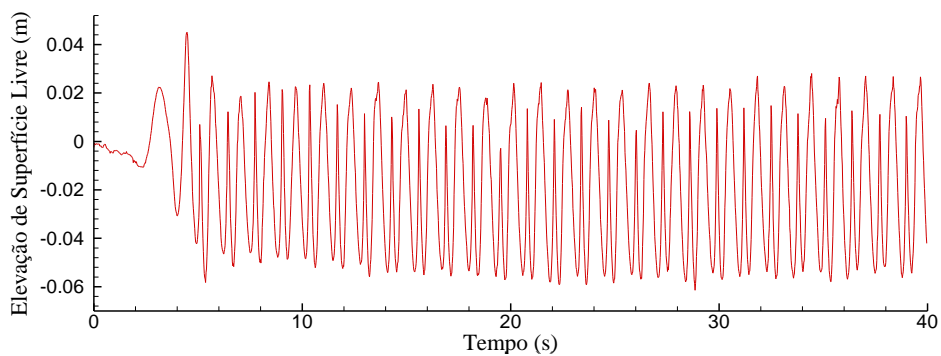


Figura 5.21 - Série temporal de elevação de superfície livre para SL3 para uma altura de onda de 0.14m, caso 13

Como se pode verificar pela análise das séries temporais de superfície livre, Figuras 5.19 até 5.21, a altura de onda introduzida no batedor (0.06m, 0.10m e 0.14m) não é aquela que a onda possui quando interage com a estrutura. Este facto deve-se à ocorrência de fenómenos não lineares, tais como

a rebentação e a reflexão, que provocam, nestes casos, uma diminuição da altura de onda. Segundo o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998), referido no capítulo 3, Figura 3.7, para o caso 10, com uma altura de onda de 0.06m, pressupõe um regime de impacto de uma onda parcialmente estacionária, ou seja, não há ocorrência de rebentação, tal como para uma altura de onda de cerca de 0.025m, Figura 5.19. Para o caso 12, com uma altura de onda de 0.10m, o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998) prevê um regime de forças de impacto, ou seja, a rebentação ocorre sobre a estrutura. No entanto, verifica-se pela análise da sua série temporal de elevação de superfície livre, Figura 5.20, que a altura de onda que interage com a estrutura é de cerca de 0.065m, bastante inferior ao pretendido ( $H=0.10m$ ) e, assim, para  $H=0.065m$  o esquema prevê um regime de onda parcialmente estacionária. Pela análise da Figura 5.21, caso 13, verifica-se que a onda interage com a estrutura com uma altura de onda de cerca de 0.08m, ou seja, interage com a mesma segundo um regime de força de impacto, segundo o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998), o mesmo regime que ocorreria se a onda atingisse a estrutura com  $H=0.14m$ , ou seja, com a rebentação a ocorrer sobre a ela.

### 5.3.3 Força de Impacto

Nas Figuras 5.22 à 5.24 são apresentados os resultados da série temporal da força de impacto, correspondentes às simulações numéricas 10, 12 e 13, com uma altura de onda de 0.06m, 0.10m e 0.14m, respetivamente.

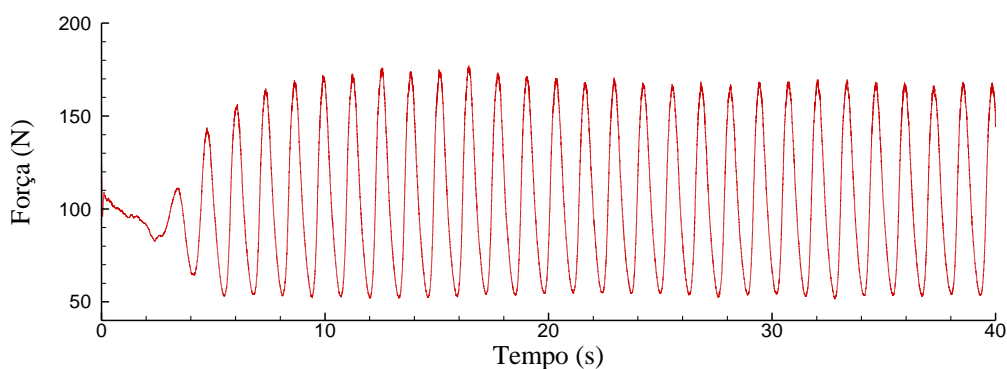


Figura 5.22 - Força de impacto para uma altura de onda de 0.06m, caso 10

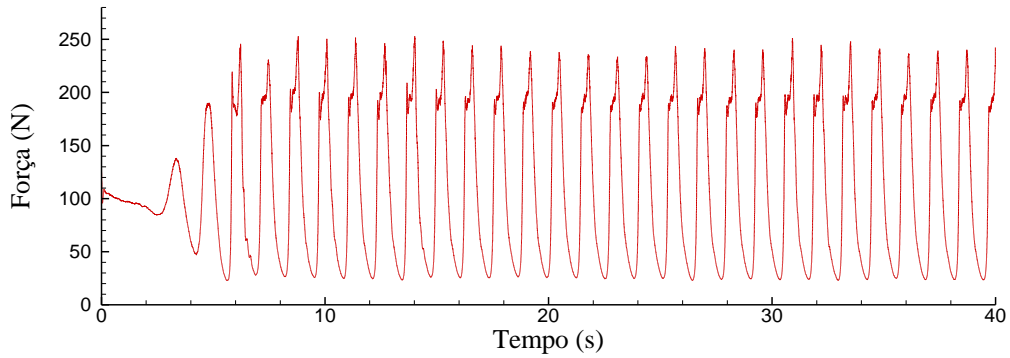


Figura 5.23 - Força de impacto para uma altura de onda de 0.10m, caso 12

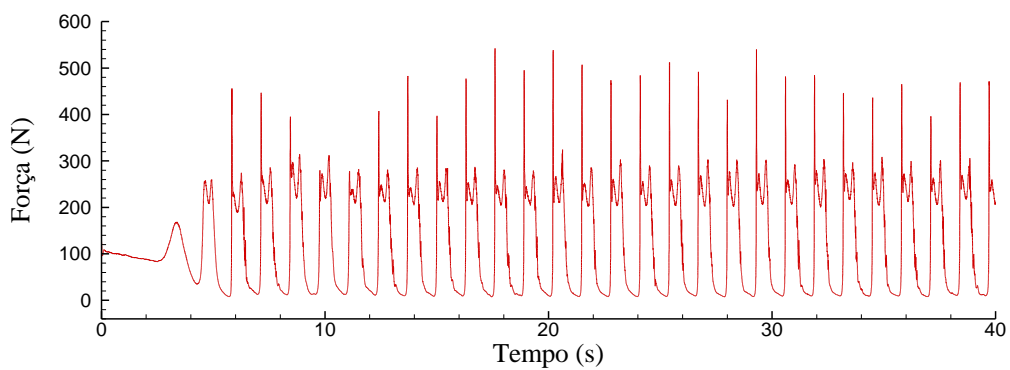


Figura 5.24 - Força de impacto para uma altura de onda de 0.14m, caso 13

Nestes casos, pode-se constatar que, quando a onda interage com a estrutura com regime de força do tipo impulsivo, Figura 5.24, a força de impacto é bastante superior à de um regime de onda parcialmente estacionário, no qual não ocorre rebentação, Figuras 5.22 e 5.23.

Na Figura 5.25 é apresentada a força a que a estrutura é submetida para a décima segunda onda gerada, que interage com a estrutura por volta dos 17s, para alturas de onda de 0.06m, 0.10m e 0.14m.

## Análise de resultados

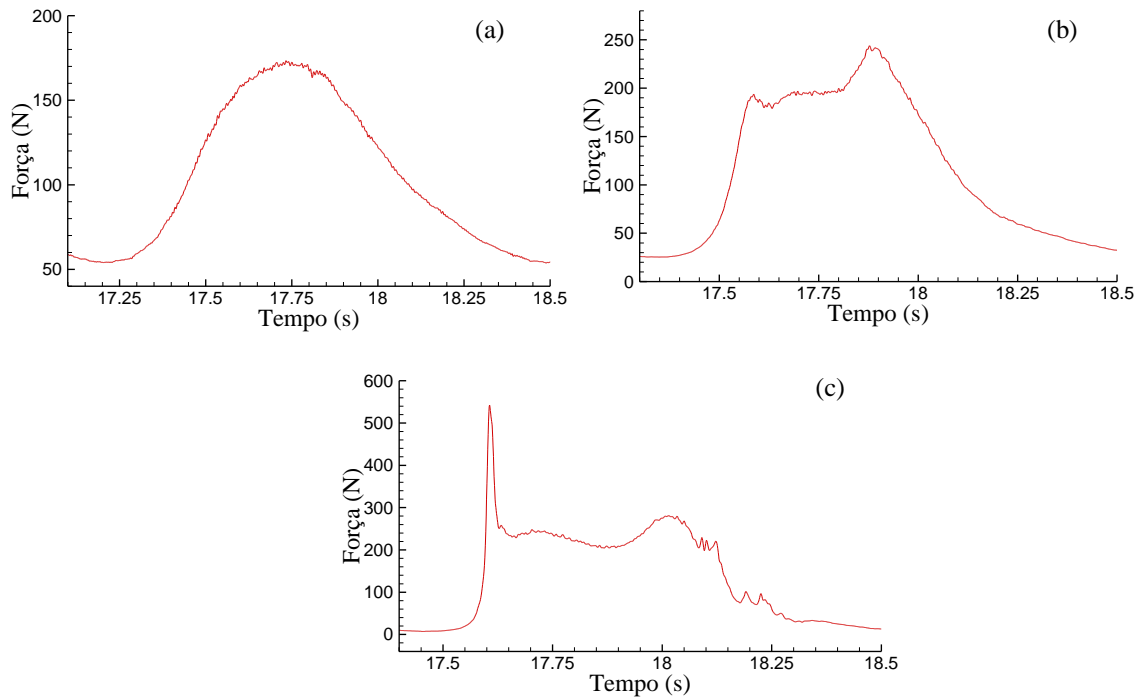


Figura 5.25 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto da décima segunda onda, durante um período, para uma altura de onda de 0.06m (a), 0.10m (b) e 0.14m (c)

As Figuras 5.26 a 5.28 mostram a posição das partículas fluídas na proximidade do quebra-mar misto em dois instantes distintos, na proximidade do quebra-mar misto, correspondentes à força de impacto ilustrada na Figura 5.25.

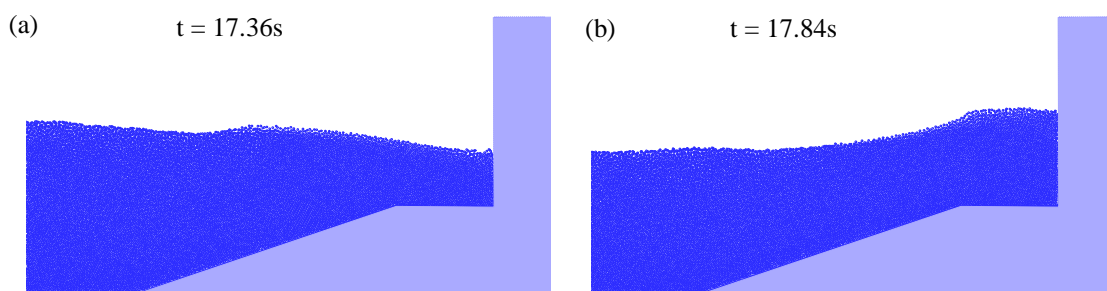


Figura 5.26 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para dois instantes,  $t=17.36s$  (a) e  $17.84s$  (b), para uma altura de onda de 0.06m, caso 10

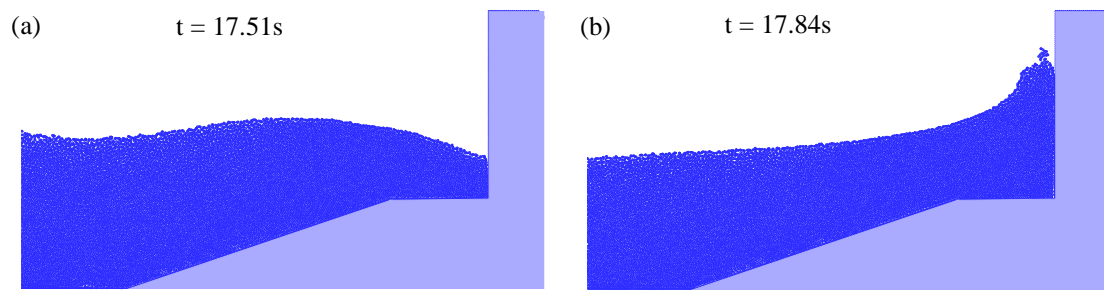


Figura 5.27 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para dois instantes,  $t=17.51s$  (a) e  $17.84s$  (b), para uma altura de onda de 0.10m, caso 12

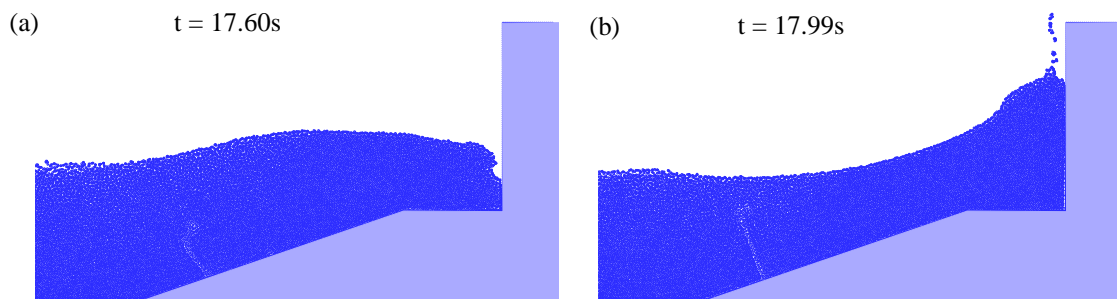


Figura 5.28 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para dois instantes,  $t=17.60s$  (a) e  $17.99s$  (b), para uma altura de onda de 0.14m, caso 13

Pela análise das figuras pode-se verificar que, para os casos com uma altura de onda de 0.06m e 0.10m, Figuras 5.26 e 5.27, respetivamente, não ocorre rebentação, ou seja, a interação da onda com a estrutura é feita segundo um regime de força do tipo onda parcialmente estacionária. Daí as suas séries temporais da força de impacto, Figura 5.25 (a) e (b), respetivamente, não apresentarem valores de força de impacto elevadas, bem como a existência de um primeiro máximo de força de curta duração e de amplitude elevada. No entanto, para uma altura de onda de 0.10m a série temporal de força de impacto, Figura 5.25 (b), apresenta um primeiro máximo de pequena amplitude, correspondente ao instante em que a onda interage com a estrutura, Figura 5.27 (a), e um segundo bastante elevado, este devido à acumulação da massa de água sobre a estrutura, após ter atingido a sua cota máxima, como ilustrado na Figura 5.27 (b). Para uma altura de onda de 0.14m, a força de impacto, Figura 5.25 (c), apresenta um primeiro máximo de força de elevada amplitude e muito curta duração, seguido de um segundo máximo de menor amplitude e maior duração, ilustrando o comportamento típico de um regime de força de impacto, como mencionado na secção anterior. Pela análise da Figura 5.28 (a), pode-se observar que a onda rebenta sobre a estrutura, com uma quantidade de ar aprisionado mínima, originando posteriormente o primeiro máximo de força, correspondente à desaceleração brusca da massa de água. O segundo máximo de força, de menor amplitude e maior

duração, corresponde à acumulação da massa de água sobre a estrutura, após ter atingido a sua cota máxima, como ilustrado na Figura 5.28 (b).

Na Tabela 5.4 são apresentados os valores médios, máximos, mínimos e desvio padrão para o primeiro e segundo máximo de força, registados por impacto de cada onda sobre a estrutura para os casos indicados na Tabela 5.3. A análise, como foi referido na secção anterior, foi realizada a partir dos dez segundos de simulação, sobre vinte e três ondas, uma vez que até esse instante o batedor não apresenta um movimento constante e uniforme devido à adaptação do seu movimento para efetuar a absorção dinâmica das ondas refletidas.

Tabela 5.4 – Primeiro e segundo máximo de força para diferentes casos estudados, variando a altura de onda

	Altura de onda (m)	Impacto da onda	Média (N)	Desvio Padrão	Máximo (N)	Mínimo (N)
Caso 10	0.06	1º Máximo	169.941	3.002	176.830	166.292
Caso 11	0.08	1º Máximo	201.271	2.162	205.036	196.758
Caso 12	0.10	1º Máximo	193.751	5.470	208.807	186.167
		2º Máximo	242.121	5.845	252.680	230.971
Caso 8	0.12	1º Máximo	284.298	28.408	332.091	204.003
		2º Máximo	263.108	5.209	274.116	257.167
Caso 13	0.14	1º Máximo	456.704	69.667	542.328	277.336
		2º Máximo	295.301	11.740	322.959	278.979
Caso 14	0.16	1º Máximo	260.376	15.981	302.463	236.410
		2º Máximo	145.414	4.347	157.297	139.883

Pela análise da Tabela 5.4, verifica-se que os casos que interagem com a estrutura segundo um regime de força de impacto, (caso 8, 13 e 14), possuem uma força, em termos médios, bastante elevada, comparativamente com os casos que interagem com a estrutura segundo um regime de onda parcialmente estacionária (caso 10, 11 e 12), sendo a força de impacto máxima registada para o caso 13, com cerca de 457N. No entanto, no caso 14 seria de esperar uma força de impacto de maior amplitude, uma vez que possui uma altura de onda superior ( $H=0.16m$ ). Todavia, isto não se verifica, como se pode constatar pela análise da sua série temporal, Figura 5.29.

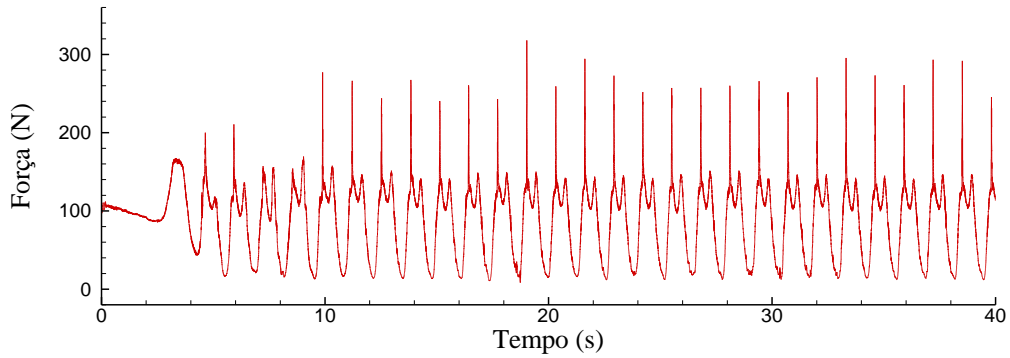


Figura 5.29 - Série temporal da força de impacto no quebra-mar misto da vigésima segunda onda, durante um período, para uma altura de onda de 0.16m, caso 14

A Figura 5.30 ilustra a série temporal da força de impacto da vigésima onda sobre o quebra-mar misto para  $H = 0.16\text{m}$ , sendo a posição das partículas fluídas para os instantes em que a crista da onda embate na estrutura e após ter atingido a sua cota máxima ilustrada na Figura 5.31 (a) e (b), respetivamente.

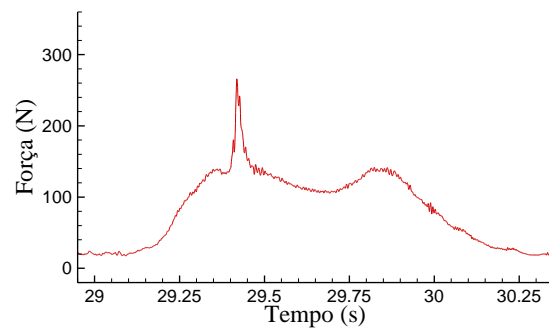


Figura 5.30 - Série temporal da força de impacto da vigésima segunda onda no quebra-mar misto durante um período, para uma altura de onda de 0.16m, caso 14

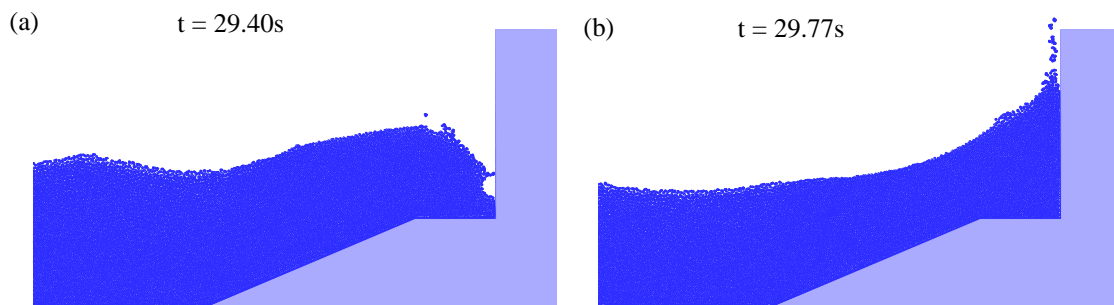


Figura 5.31 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para dois instantes,  $t=29.40\text{s}$  (a) e  $29.77\text{s}$  (b), para uma altura de onda de 0.16m, caso 14

Como se pode constatar pela análise das Figura 5.31 (a), a onda interage com a estrutura com aprisionamento de ar. No entanto, a sua série temporal da força de impacto, Figura 5.30, não apresenta um máximo de força correspondente à compressão do ar aprisionado nem as respetivas oscilações correspondentes à sua libertação, como prevê o projeto PROVERBS (1999), Figura 5.15, uma vez que o modelo do SPH não simula as partículas de ar. Assim a sua série temporal de força regista apenas os dois máximos, como se pode constatar pela análise da Figura 5.30, correspondentes ao impacto da crista com a estrutura, Figura 5.31 (a) e à acumulação das partículas fluídas sobre a estrutura, após a onda ter atingido a sua cota máxima, Figura 5.31 (b).

Pela análise da Tabela 5.4, os casos que interagem com a estrutura segundo um regime de forças de impacto, ou seja, com a onda a rebentar sobre a estrutura, apresentam valores de desvio padrão bastante superiores àqueles que interagem com a estrutura sem se verificar a rebentação, ou seja, em regime de onda parcialmente estacionária, uma vez que a rebentação não ocorre sempre da mesma forma, nem sempre à mesma distância da estrutura. Para os casos que apresentam um regime de forças do tipo impacto, o desvio padrão associado ao primeiro máximo de força é bastante superior ao do segundo máximo. Esta variação do desvio padrão associado ao primeiro máximo pode ser explicado pelo método de cálculo da força, efetuado por meio de um volume de controlo, como referido anteriormente, e pelo facto de as partículas apresentarem instabilidades na sua pressão, apesar de nas presentes simulações se ter utilizado um filtro de re-normalização parcial da massa volúmica, mas que não impede, por completo, as instabilidades na pressão. O desvio padrão associado ao segundo máximo de força é bastante menor que o associado ao primeiro, já que este traduz a acumulação das partículas fluídas sobre a estrutura, levando a que a sua determinação esteja facilitada, uma vez que este possui uma duração mais prolongada que a do primeiro máximo.

## 5.4 Comparação dos resultados do modelo numérico e das formulações empíricas ou semi-empíricas

### 5.4.1 Resultados para $d=0.326\text{m}$ e diferentes valores de altura de onda

Na Tabela 5.5 são apresentados os valores de força máxima para uma profundidade constante de  $0.326\text{m}$ , obtidos pelas formulações empíricas ou semi-empíricas, obtidos pelo modelo numérico e já apresentados na Tabela 5.4. Apresenta-se ainda indicação da formulação utilizada tendo em conta o regime de interação onda-estrutura.

Tabela 5.5 - Valores da força máxima obtidos pelo modelo numérico e pelas formulações empíricas ou semi-empíricas (Goda e Goda modificado por Takahashi), para os casos com profundidade constante ( $d=0.326\text{m}$ )

Caso	Altura de onda (m)	F <sub>máx</sub> , Simulações (N)	F <sub>máx</sub> , Formulações Empíricas (N)	Formulação Utilizada
10	0.06	176.83	146.245	Goda (1974)
11	0.08	205.04	214.096	
12	0.10	252.68	296.048	
8	0.12	332.09	655.713	Goda modificado Takahashi <i>et al.</i> , (1994)
13	0.14	542.33	823.186	
14	0.16	302.46	834.648	

A Figura 3.32 apresenta a comparação entre os valores obtidos pelo modelo numérico e os das formulações empíricas ou semi-empíricas, aplicáveis a cada um dos casos.

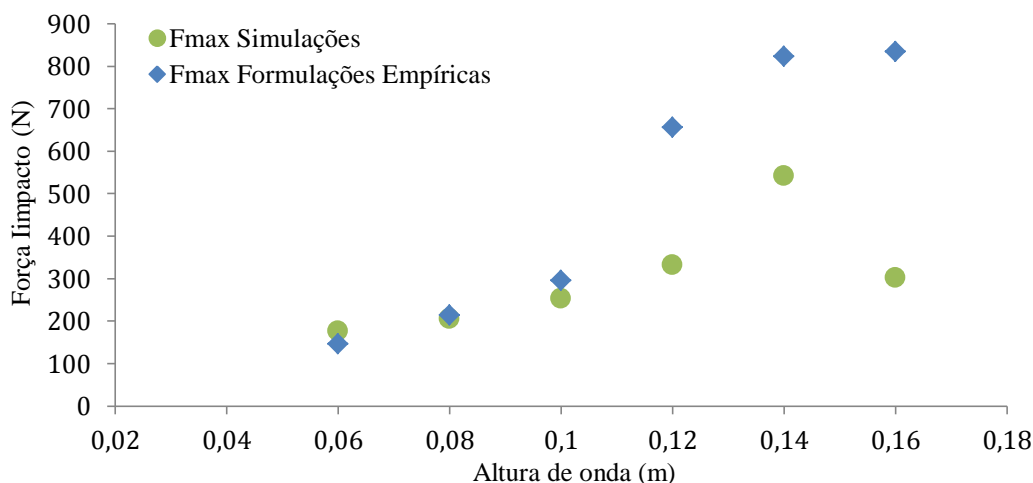


Figura 3.32 - Comparação entre os valores da força máxima obtidos pelo modelo numérico e pelas formulações empíricas ou semi-empíricas, para os casos com uma profundidade constante ( $d=0.326\text{m}$ )

O cálculo das forças impulsivas devidas à rebentação, assim como a duração do impulso, são dos valores mais difíceis de prever e o próprio processo em si ainda não é totalmente conhecido. Atualmente, para o seu cálculo, utiliza-se frequentemente o método de Goda modificado por Takahashi para ter em conta as forças impulsivas, pese embora as suas limitações. Nesta fórmula, para o cálculo das forças na estrutura, a rebentação é considerada através de uma alteração do perfil (aumento da pressão) ao redor do nível médio. Ao observar os resultados da Figura 3.32, verifica-se que, para os casos em que não há rebentação (altura de onda inferior ou igual a 0,1 m), os resultados da modelação numérica e das fórmulas são bastante aproximados, com diferenças inferiores a 20%. No entanto, quando se comparam casos onde ocorre rebentação, os resultados obtidos com o modelo numérico e a fórmula de Goda modificada por Takahashi diferem bastante, com diferenças que vão desde 53% a 176%. Esta diferença deve-se em parte ao facto da fórmula de Takahashi ser

uma fórmula simplificada, que tem apenas em conta a rebentação através de um aumento da pressão, que é máxima em redor do nível médio, o que nem sempre ocorre. Esta fórmula não tem igualmente em conta os efeitos diferentes dos casos com ou sem aprisionamento de ar, dando valores do lado da segurança (superiores ao esperado). O caso 14, com uma altura de onda de 0.16m, para o qual as diferenças são maiores, é o caso onde a onda rebenta sobre a estrutura com "bastante aprisionamento de ar", como se pode verificar pela Figura 5.31. Este efeito não é simulado numericamente, o que leva a que os resultados numéricos não apresentem um valor de força superior ao caso 13, embora a altura de onda aumente e fosse expectável uma força de impacto superior. Neste caso as maiores diferenças entre modelo numérico e fórmula devem-se quer ao valor elevado obtido pela fórmula, nestes casos em que ocorre rebentação, quer ao facto do modelo numérico não simular o ar e por isso não considerar o efeito do ar aprisionado, dando assim valores por defeito.

#### 5.4.2 Resultados para $H=0.12m$ e diferentes profundidades

Na Tabela 5.6, são apresentados os valores da força máxima, para uma altura de onda constante de 0.12m e diferentes profundidades, calculados pelas formulações empíricas ou semi-empíricas e os resultados obtidos pelo modelo numérico e já apresentados na Tabela 5.2. Apresenta-se ainda indicação da formulação utilizada tendo em conta o regime de interação onda-estrutura.

Tabela 5.6 - Valores da força máxima obtidos pelo modelo numérico e pelas formulações empíricas ou semi-empíricas (Goda e Goda modificado por Takahashi), para os casos com uma altura de onda constante ( $H=0.12m$ )

Caso	Profundidade (m)	Fmáx, Simulações (N)	Fmáx, Formulações Empíricas (N)	Formulação Utilizada
1	0.186	40.236	**	**
2	0.206	63.042	**	**
3	0.226	105.975	**	**
4	0.246	142.765	**	**
5	0.266	184.869	869.727	Goda modificado Takahashi <i>et al.</i> , (1994)
6	0.286	323.217	933.100	
7	0.306	339.579	796.304	
8	0.326	332.091	655.713	
9	0.346	324.470	357.107	Goda (1974)

\*\* A interação onda-estrutura dá-se em regime de onda já rebentada, saindo do âmbito de estudos desta dissertação.

Na Figura 3.33 é apresentado a comparação entre a força máxima de impacto obtida pelo modelo numérico e a obtida pela formulação empírica correspondente, dependendo do regime de interação onda-estrutura.

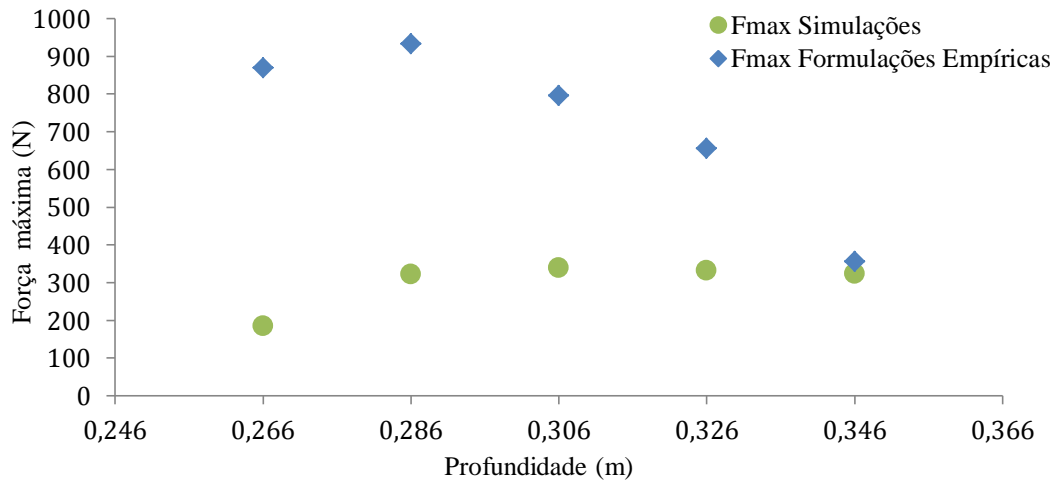


Figura 3.33 – Comparação entre os valores da força máxima obtidos pelo modelo numérico e pelas formulações empíricas ou semi-empíricas, para os casos com uma altura de onda constante ( $H=0.12\text{m}$ )

Pela análise da Figura 3.33, verifica-se que, para uma profundidade de 0.346m, caso 9, a força máxima obtida pelo método de Goda (1974), para regimes estacionários apresenta resultados em boa concordância, registando uma diferença de cerca de 10% relativamente ao valor obtido no método numérico. Contudo, os casos que apresentam uma interação com a estrutura segundo um regime de forças impulsivas ( $d=0.266\text{m}$ ,  $0.286\text{m}$ ,  $0.306\text{m}$  e  $0.326\text{m}$ ), os resultados da modelação numérica e das formulações empíricas, segundo o método de Goda modificado por Takahashi *et al.*, (1994) são bastante díspares, com diferenças compreendidas entre 97% e 370%. Esta diferença deve-se, tal como foi referido anteriormente, ao facto da fórmula de Takahashi ser uma fórmula simplificada e não ter em conta os efeitos da rebentação com ou sem aprisionamento de ar, considerando apenas a rebentação através de um aumento de pressão em redor no nível médio. Os valores obtidos, por esta fórmula, estão do lado da segurança, ou seja superiores ao esperado, como verificado no estudo realizado sobre forças no quebra-mar vertical do porto de Gijón (Neves *et al.*, 2012), onde os resultados da fórmula de Takahashi apresentaram valores de força por excesso. Esta diferença díspar deve-se, ainda ao facto do modelo numérico não simular o ar aprisionado e para os casos 5 ( $d=0.266\text{m}$ ), Figura 3.34 (a), 6 ( $d=0.286\text{m}$ ), Figura 5.13, e 7 ( $d=0.306\text{m}$ ), Figura 3.34 (b), a onda interage com a estrutura com bastante ar aprisionado. Como o modelo numérico não simula as partículas de ar não tem em conta o efeito do ar aprisionado, obtendo-se, assim um valor de força inferior ao que seria de esperar.

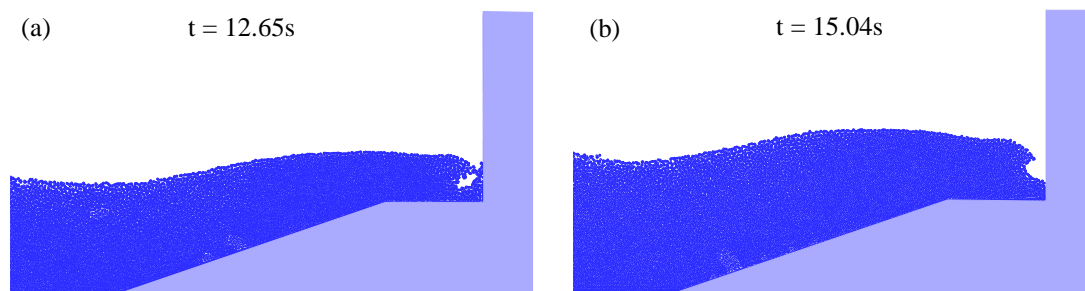


Figura 3.34 - Posição das partículas fluídas durante a interação com a estrutura vertical, para os instantes de força máxima, caso 5 ( $d=0.266\text{m}$ ) (a) e caso 7 ( $d=0.306\text{m}$ ) (b)

Para o caso 8 ( $d=0.326\text{m}$ ), em que a rebentação ocorre sem aprisionamento de ar, como se pode constatar pela Figura 5.14, a diferença nos resultados da força máxima entre o modelo numérico e a formulação proposta por Takahashi é elevada, cerca de 97%. Esta diferença pode-se dever essencialmente ao facto desta formulação dar, em geral, valores de força por excesso, bem como o facto de esta ser baseado em ensaios experimentais para condições diferentes das quais está a ser aplicada.

## 6. Conclusão

O estudo dos esforços que atuam sobre um quebra-mar, por parte da agitação marítima, é de grande interesse uma vez que este tem como função a proteção da zona costeira ou a criação de zonas de abrigo em portos, contribuindo deste modo para o desenvolvimento socioeconómico da zona abrangida. No entanto, este estudo não é trivial dada à complexidade e não linearidade dos fenómenos envolvidos, tais como a reflexão e a rebentação da onda, condicionando a forma como a onda interage com a estrutura e conseqüentemente o regime de forças a que a estrutura se encontra sujeita.

Para o estudo destes esforços recorre-se a formulações empíricas ou semi-empíricas, devido à sua facilidade de utilização. Todavia a sua aplicação direta está limitada a estruturas de geometrias simples e a condições específicas de agitação marítima, níveis de maré e geometria para as quais foram desenvolvidas. Além disso, a aplicabilidade destas fórmulas em regime de forças de impacto, com a rebentação a dar-se sobre a estrutura, é pouco fiável e, como tal, os manuais sugerem que se evitem estruturas que estejam sujeitas a este tipo de forças. No âmbito do projeto PROVERBS (1999) foi proposta uma metodologia para a determinação das forças impulsivas que atuam sobre estruturas verticais, com base em ensaios experimentais e de campo. No entanto, as resultantes das forças apresentaram uma grande variabilidade, mesmo em casos com condições de agitação idênticas, o que traduz a dificuldade no estudo deste tipo de esforços. Assim, para o estudo dos problemas de engenharia costeira e portuária, a modelação numérica, que permite a simulação dos fenómenos envolvidos na interação onda-estrutura, tais como a rebentação e o galgamento, tem-se mostrado como uma opção atrativa, devido à sua versatilidade e baixo custo, comparativamente aos modelos físicos.

Atualmente, encontra-se em desenvolvimento no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), o modelo numérico SPH do LNEC, para aplicações em engenharia costeira e portuária. Este modelo baseia-se no método SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*), que não requer malha. É baseado na formulação Lagrangeana das equações de Navier-Stokes e permite modelar escoamentos complexos com superfície livre.

No presente trabalho, o modelo numérico SPH foi utilizado para estudar o modo de interação entre uma onda regular incidente e um quebra-mar misto com o objetivo de analisar a evolução da força de impacto em função de alguns parâmetros e verificar a capacidade do modelo prever corretamente estas forças. No conjunto das simulações numéricas realizadas no âmbito deste estudo, fez-se variar a profundidade desde 0.186m até 0.346m, mantendo a altura de onda constante ( $H=0.12\text{m}$ ) e, posteriormente, manteve-se uma profundidade constante de 0.326m e fez-se variar apenas a altura de onda entre 0.06m e 0.16m.

Para os casos simulados, o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998) para determinação do regime de forças prevê um regime de forças de impacto, ou seja, com a rebentação a ocorrer sobre a estrutura, para todos os casos simulados exceto dois: o caso com a profundidade

## Conclusão

menor, de 0.186m, e com uma altura de onda de 0.12m, em que a interação com a estrutura ocorre com a onda já rebentada; e o caso com uma altura de onda de 0.06m, com uma profundidade de 0.326, em que é previsto um regime de onda parcialmente estacionária, no qual não se verifica rebentação. No entanto, da análise dos resultados do modelo numérico verifica-se que nem todos os casos em que era previsto um regime de forças de impacto apresentam este regime de forças, uma vez que a onda, quando interage com a estrutura, altera a altura de onda, diferindo da altura de onda incidente pretendida. Este facto deve-se à existência de fenómenos não lineares como a rebentação e a reflexão, que condicionam a altura de onda, neste caso diminuindo-a, como se pode constatar pela análise da série temporal da elevação da superfície livre junto à estrutura. No conjunto de simulações numéricas realizadas, num total de catorze, registaram-se interações com a estrutura do tipo: onda parcialmente estacionária, onde não se verifica rebentação; forças de impacto, em que a onda rebenta sobre a estrutura; e regime de onda já rebentada. Utilizando os valores de alturas de onda obtidos através da análise da elevação da superfície livre como dados para o esquema proposto por Kortenhuis e Oumeraci (1998), este já prevê o mesmo regime de forças apurado nas simulações numéricas.

Dos resultados da força a que uma estrutura é submetida, constatou-se que, para os casos realizados, aqueles que apresentavam maior valor de força correspondiam a um regime de forças de impacto, como era de esperar. No entanto, na análise destes casos, constatou-se que, para valores de profundidade de 0.266m a 0.306m, com uma altura de onda constante de 0.12m, e para o caso com uma profundidade de 0.326m com  $H=0.16m$ , a rebentação ocorre sobre a estrutura com aprisionamento de ar, contrariamente aos restantes casos onde a rebentação ocorre sem aprisionamento de ar. Quando se verifica rebentação sobre a estrutura com aprisionamento de ar, o PROVERBS (1999) prevê que a variação da força de impacto a que esta está sujeita engloba dois máximos de força distintos, o primeiro registado quando a crista da onda embate na estrutura e um segundo, de maior amplitude, correspondente à compressão da bolsa de ar aprisionada, seguido de uma forte oscilação correspondente à libertação gradual do mesmo. Todavia nos resultados obtidos numericamente não se verifica a existência do máximo correspondente à compressão do ar aprisionado, bem como a forte oscilação subjacente, uma vez que o modelo numérico utilizado, SPH do LNEC, não simula a mistura ar-água por não simular as partículas de ar e, assim, onde deveriam estar contidas partículas de ar não se verifica a existência de qualquer tipo de partículas. A não simulação das partículas de ar por parte do modelo numérico não permite a modelação de uma onda a rebentar com aprisionamento de ar, o que produz uma diminuição significativa da magnitude da força de impacto, já que o nível de areação é um fator importante na determinação desta força.

Com base nos resultados obtidos é possível concluir que o modelo numérico SPH do LNEC é capaz de prever o regime de forças a que uma estrutura se encontra sujeita, simulando os fenómenos não lineares que ocorrem, tais como a rebentação e a reflexão. Através do modelo numérico é possível obter o valor de altura de onda quando esta interage com a estrutura, parâmetro utilizado no esquema de Kortenhuis e Oumeraci (1998) para prever o regime de interação. Pela análise da elevação da

superfície livre, da evolução da força de impacto e da visualização gráfica das partículas fluídas obtida na modelação numérica, é possível também obter o tipo de interação onda-estrutura, com bastante precisão. Este modelo numérico permite estimar com bastante exatidão as forças de impacto atuantes num quebrar-misto. No entanto, devido à ocorrência, em alguns casos, de rebentação com aprisionamento de ar, para os quais o modelo não apresenta resultados precisos devido ao facto de não simular as partículas de ar, a modelação física é ainda uma ferramenta fundamental. No entanto, para os outros regimes de interação de onda (parcialmente estacionária, de onda a rebentar sobre a estrutura, dando origem a forças impulsivas, e de onda já rebentada) o modelo apresenta séries temporais de forças idênticas às referidas pela literatura.

No que diz respeito à comparação entre os resultados obtidos pelo modelo numérico e pelas formulações empíricas ou semi-empíricas, o modelo apresenta uma boa concordância para os casos em que a onda interage com a estrutura sem se verificar ocorrência de rebentação, ou seja, para regimes de força parcialmente estacionária, para os quais se aplicou o método de Goda (1974). Todavia, para casos em que a onda interage com a estrutura com regimes de força impulsiva, o modelo numérico, comparativamente aos resultados obtidos pela fórmula de Goda modificada por Takahashi *et al.*, (1994), apresenta resultados díspares, apesar de se verificar um certo paralelismo entre o andamento dos mesmos. Esta discrepância de resultados deve-se ao facto do cálculo das forças impulsivas devidas à rebentação, assim como a duração do impulso, serem dos valores mais difíceis de prever e do próprio processo em si não ser ainda totalmente conhecido, bem como o facto de o método de Goda modificado por Takahashi apresentar limitações na sua utilização. Esta fórmula considera o efeito da rebentação através de um aumento da pressão, que é máxima em redor do nível médio, o que nem sempre ocorre, não fazendo distinção entre os casos em que ocorre rebentação com aprisionamento de ar daqueles em que não se verifica, dando assim, na maioria dos casos, valores do lado da segurança, ou seja, superiores ao esperado. Verifica-se que os casos que apresentam uma rebentação com aprisionamento de ar são aqueles que possuem diferenças superiores devido ao facto do modelo numérico não simular o ar e por isso não considerar o efeito do ar aprisionado, dando assim valores por defeito.

Por forma a validar o modelo numérico seria interessante obter a força máxima a que a estrutura se encontra sujeita para as mesmas características de onda, recorrendo à modelação física e, assim, comparar os resultados com os obtidos na presente dissertação. Como foi mencionado anteriormente, a fórmula de Goda modificada por Takahashi *et al.*, (1994), considera o efeito da rebentação através de um aumento da pressão, que é máxima em redor do nível médio, o que nem sempre ocorre. Assim, seria importante realizar um estudo, com o intuito de determinar o número de partículas ótimo, existentes no volume de controlo de modo a obter a pressão média, e posteriormente determinar o perfil de pressão sobre a estrutura com a variação das características de onda.



## Bibliografia

Airy, G. B., 1845. *Tides and Waves*. Encyclopedia Metropolitana, V:241–396, 1845. Article 192.

APDL, 2013. [www.apdl.pt/](http://www.apdl.pt/), última pesquisa realizada a 23 de Fevereiro de 2013.

Bagnold, R.A., 1939. Interim Report on Wave-Pressure Research. *J. Inst. of Civil Engineers (1938-39)*, 12, pp. 201-226.

Batchelor, G. K., 1974. *Introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press.

Battjes, J. A., 1974. “Surf Similarity,” *Proceedings of the 14th Coastal Engineering Conference*, American Society of Civil Engineers, pp 466-480.

Burchartch, H. F. e Hughes, S. A., 2001. *Coastal Engineering Manual, Part VI*, capítulo 2, páginas VI-2-2 a VI-2-25. Coastal and Hydraulics Laboratory, 2001.

Chen, Q., Kirby, J.T., Dalrymple, R.A., Kennedy, B.A. e Chawla, A., 2000. Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and runup. II: 2D. *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 126(1):48–56, ASTM - American Society of Civil Engineering. ISSN: 0733-950X

Clément, A.H, 1996. Coupling of two absorbing boundary conditions for 2D time-domain simulations of free surface gravity waves. *Journal of Computational Physics*, 126,139-151. DOI:10.1006/jpch.1996.0126.

Crespo, A. J. C., 2008. *Application of the Smoothed Particle Hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics*. Tese de Doutoramento, Universidade de Vigo, Galiza, Espanha, Junho 2008.

Dalrymple, R.A. e Rogers, B.D., 2006. Numerical modeling of water waves with the SPH method. *Coastal Engineering*, 53(2-3):141-147. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coastaleng.2005.10.004>

Davyt D.P., Teixeira P.R.F., Ramalhais R. e Didier E., 2010. Numerical analysis of regular waves over an offshore oscillating water column. *Proc. 13th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT 2010*, Uberlandia – MG, Brazil.

## *Bibliografia*

Dean R. G. e Dalrymple R. A., 1984. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. *World Scientific*, USA.

Dean R. G. e Dalrymple R. A., 1988. *Water Wave for Engineers and Scientists* (Prentice-Hall, New Jersey, 1988), 2 ed., p. 353.

Didier E., Martins R. e Neves M.G., 2011a. Análise da interação entre uma onda regular e um quebra-mar vertical usando um modelo numérico SPH. *Proc. Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia*, Coimbra, Portugal

Didier E., Martins R. e Neves M.G., 2011b. Validação e aplicação de um modelo numérico SPH para o cálculo de forças num quebra-mar misto. *Proc. 7<sup>as</sup> Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária*, Porto, Portugal.

Didier, E., Martins, R., Neves, M.G. e Vasco, J.R.G., 2011c. “Interaction between wave and coastal structure: validation of two Lagrangian numerical models with experimental results”, Proc. MARINE 2011- Computational Methods em Marine Engineering IV, pp 134-145, Lisboa.

Didier, E., Martins, R. e Neves, M.G., 2012. “Numerical and Experimental Modeling of Regular Wave Interacting with a Composite Breakwater”, IJOPE, Vol 23, Nº1, pp. 46-54.

Didier E. e Neves M.G., 2009. Coastal flow simulation using SPH: Wave overtopping on an impermeable coastal structure. *Proc. 4th International SPHERIC workshop*, 357-364, Nantes, França.

Didier E. e Neves M.G., 2010. Modelação da Interação entre uma Onda e uma Estrutura de Protecção Costeira usando um Modelo Numérico SPH – Smoothed Particle Hydrodynamics. *Revista de Gestão Costeira Integrada*, 10(4), 435-455 (2010), ISSN:16468872.

Didier E. e Neves M.G., 2012. “A semi-infinite numerical wave flume using Smoothed Particle Hydrodynamics”. *International Journal of Offshore and Polar Engineering – IJOPE*, ISSN 1053-5381, Vol. 22, No 3, pp. 193-199.

Expresso, 2013. [www.expresso.sapo.pt/](http://www.expresso.sapo.pt/), última pesquisa realizada a 25 de Fevereiro de 2013.

Galvin, C. J., 1968. “Breaker Type Classification on Three Laboratory Beaches,” *Journal of Geophysical Research*, Vol 73, No. 12, pp 3651-3659.

Gingold R. A. e Monaghan J. J., 1977. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, p. 182:375-398, 1977.

Goda, Y., 1974 - New wave pressure formulae for composite breakwaters. *Proceedings of the 14th International Coastal Engineering Conference*, 3:1702-1720, ASCE (American Society of Civil Engineers), Copenhagen, Dinamarca.

Goda, Y., 1985 – Design of Vertical Breakwaters. In: Y. Goda, *Random seas and design of maritime structures.*, pp.107-162, University of Tokio Press, Tóquio, Japão. ISBN: 978-0860083696

Kortenhaus, A.; Oumeraci, H. (1998) - Classification of Wave loading on monolithic coastal structures. *Proceedings of the 26th International Coastal Engineering Conference*, 1:867-880, ASCE (American Society of Civil Engineers), Copenhaga, Dinamarca.

Gomez-Gesteira M., Rogers B., Dalrympe R. A. e Crespo A. J. C., 2010. State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*, 48, 6-27. DOI:10.3826/jhr.2010.0012.

Gómez-Gesteira M., Rogers B.D., Dalrymple R.A., Crespo A.J.C. e Narayanaswamy M., 2008. User Guide for the SPPhysics Code v1.4, <http://wiki.manchester.ac.uk/sphysics>

Google maps, 2013. [www.maps.google.pt/](http://www.maps.google.pt/)

Gotoh H., Shibihara T. e Hayashi M., 2001. Subparticle-scale model for the mps method-lagrangian flow model for hydraulic engineering. *Computational Fluid Dynamics Journal*, 9(4), 339-347.

Hirt, C.W. e Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1):201-225.

Johnson G., Stryk R. e Beissel S., 1996. SPH for high velocity impact calculations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139, 347-373.

Kirby J.T., Wei G., Chen Q., Kennedy A. B. e Dalrymple R. A., 1998. FUNWAVE 1.0 – Fully Nonlinear Boussinesq Wave Model Documentation and User's Manual. *Research Report No.CACR-98-06*, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, Newark, DE, U.S.A.

## *Bibliografia*

Kortenhaus, A. e Oumeraci, H., 1997. Wave impact loading: Tentative formulae, and suggestions for the development o final formulae, MAST III/ PROVERBS, paper 1.0.2. Proceedings of 2nd PROVERBS task 1 Workshop Edinburgh. H.R. Wallingford.

Kortenhaus, A. e Oumeraci, H., 1998. Classification of Wave loading on monolithic coastal structures. *Proceedings of the 26st International Coastal Engineering Conference*, 1:867-880, ASCE (American Society of Civil Engineers), Copenhagen, Denmark. PROVERBS, 1999. <http://www.tu-bs.de/~i5102401>.

Lara, J.L., Ruju, A. e Losada, I.J., 2011. “Reynolds averaged Navier-Stokes modelling of lon waves induced by transient wave group on a beach”, *Proc. R. Soc. A*, Vol 467, pp 1215-1242.

Liu, G. R. e Liu M. B., 2003. *Smoothed Particle Hydrodynamics - A Meshfree Particle Method*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224, 1st edição, 2003.

Liu P.L.-F e Lynett P. J., 2004. Modelling wave generation, evolution and interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave equations. *COULWAVE Code Manual*. Cornell University Long and Intermediate Wave Modeling Package. Cornell University, Ithaca, NY, U.S.A.

Lo E. e Shao S., 2002. Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. *Applied Ocean Re-search*, 24, 275-286.

Losada, M.A.; Martin, F. L. e Medina, R., 1995. *Wave kinematics and Dynamics in Front of Reflective Structures*. Wave Forces on Inclined and Vertical Wall Structures. ASCE, Ed.: Zeki Demirbilek, N. Kobayashi, 282-310.

Lucy L. B., 1977. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82: p. 1013-1024, 1977.

Martín, F.L., 1995. Estudio Hidrodinámico de la Interacción de Ondas de Gravedad con Estructuras Reflejantes, Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Martins, R., 2011. “Análise da interação entre uma onda regular e um quebra-mar vertical usando um modelo numérico Smoothed Particle Hydrodynamics”, Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.

- McCowan, J., 1891. "On the Solitary Wave," *Philosophical Magazine*, 5th Series, Vol 36, pp 430-437.
- Monaghan, J.J., 1989. "On the problem of penetration in particle methods", *Journal Computational Physics*, Vol 82, pp 1-15.
- Monaghan, J. J., 1992. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Annual Rev. Astron. Appl.*, 30, 543-574.
- Monaghan, J. J., 1994. Simulating free surface flows with SPH. *Journal of Computational Physics*, 110, 399-406.
- Morris J., Fox P. e Zhu Y., 1997. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. *Journal of Computational Physics*, 136, 214-226.
- Nagai, S., 1973. Wave Forces on Structures. *Advances in Hydroscience*, Vol. 9. Academic Press, New York, pp. 253–324.
- Neves, M.G., Vílchez, M., Clavero, M. e Losada, M.A., 2012. "Determinação de forças actuantes em quebra-mares verticais e mistos". *Revista da Gestão Costeira Integrada* 12(2):159-174.
- Ondas3.blogs, 2013. [www.ondas3.blogs.sapo.pt/1718467.html](http://www.ondas3.blogs.sapo.pt/1718467.html) última pesquisa realizada a 25 de Fevereiro de 2013.
- Panizzo, A., 2004. *Physical and Numerical Modelling of Sub-aerial Landslide Generated Waves*. PhD thesis, Università degli Studi di L'Aquila.
- Pita, C., 1985. Dimensionamento hidráulico do manto resistente de quebra-mares de talude. *Boletim de Informação Técnica*, 37, Lisboa.
- PROVERBS, 1999. <http://www.tu-bs.de/~i5102401>.
- Sainflou, M., 1928. Essai sur les digues maritimes verticales. *Annals des Ponts et Chaussées, 1<sup>re</sup> Partie*, (98):4, 5-48, Paris, França.
- SPHyscis code v1.4, 2009. <http://wiki.manchester.ac.uk/sphysics>
- Takahashi, S., Shimosako, S. e Tanimoto, K., 1992. Experimental study of impulsive pressures on composite breakwaters. *Rep. Port Harbour Research Institute* 31 Ž5., 35–74.

## *Bibliografia*

Takahashi, S. e Tanimoto, K., 1994. Design and construction of caisson breakwaters: the Japanese experience. *Coastal Engineering* 22, 57–78, Elsevier.

Takahashi, S., Tanimoto, K. e Shimosako, K., 1994. A proposal of impulsive pressure coefficient for design of composite breakwaters. *Proceedings of the International Conference on Hydro-Technical Engineering for Port and Harbour Construction*, 489-504, Port and Harbour Institute, Yokosuka, Japão.

Taveira Pinto, F., 2000. *Dimensionamento hidráulico e estrutural de quebra-mares de taludes*. Porto: FEUP.

Teixeira P.R.F., Didier E. e Paixão Conde J.M., 2009. Análise numérica de um equipamento de energia das ondas do tipo OWC. *Proc. Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária*, 17 (9 p. CDRom), Funchal-Madeira, Portugal.

Topliss, M.E., 1994. Water wave impact on structures. *PhD Dissertation. School of Mathematics, Univ. of Bristol, U.K.*

USACE, 2006. Coastal Engineering Manual. Engineer Manual 1110-2-1100, U. S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C. (6 volumes).

Verlet L., 1967. Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules. *Phys. Rev.*, 159, 98-103.